AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
<u>akademik H.M. ABDULLAYEV adına FİZİKA İNSTİTUTU</u>

Əlyazması hüququnda

KÖNÜL ŞAHİN QIZI CƏFƏROVA

RELYATİVİSTİK KVANT ZƏRRƏCİYİNİN ZAMANDAN ASILI XARİCİ LOKAL VƏ QEYRİ-LOKAL BİRCİNS SAHƏLƏRDƏ HƏRƏKƏTİ

2212.01 - Nəzəri fizika

Fizika üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2017

Dissertasiya işi Azərbaycan MEA akademik H.M. Abdullayev adına Fizika İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:
Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Ş.M.Nağıyev**

Rəsmi opponentlər:
AMEA-nın həqiqi üzvü,
Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru **Ə.P.Nəhmədov**

Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor **S.Q.Əbdülvahabova**

Aparıcı təşkilat: Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti, Fizika kafedrası

Dissertasiyanın müdafiəsi " 20 " sentyabr 2017-ci il saat 11^{00}- da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının akademik H.M.Abdullayev adına Fizika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən D01.011 Dissertasiya Şurasının iclasında olacaq.

Ünvan: Az-1143, Bakı ş., H.Cavid pr., 131.
E-mail: director@physics.ab.az

Dissertasiya ilə AMEA akademik H.M.Abdullayev adına Fizika İnstitutunun elmi kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat "___" iyun 2017-ci ildə göndərilmişdir.

Disseratasiya Şurasının elmi katibi:
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor **D.H. ARASLI**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSKASI

Mövzunun aktuallığı. Xətti ölçüləri $R \lesssim 10^{-8}m$ bərabərsizliyini ödəyən obyektlər (mikrozərrəciklər) çoxluğu mikroaləmi əmələ gətirir. Mikroaləm incə quruluşa malikdir, o, altaləmlərə bölünür: 1)10^{-8}-10^{-10}m tərtibli fəza oblastlarında molekulyar fizika və atom fizikası aləmi yerləşir; 2)10^{-15}m tərtibli məsafələr nüvə fizikası və aşağı enerjili zərrəciklər fizikası üçün xarakterikdir; 3)10^{-15}-10^{-18}m fəza oblastlarında müasir elementar zərrəciklər fizikası – müasir yüksək enerjilər fizikası hökmrandır; 4)10^{-18}m-dən kiçik miqyaslarda artıq submikroaləm yrləşir. Mikrozərrəciklərin xassələrini kvant fizikası öyrənir, onlar kvant sistemləridir. Kvant fizikası relyativistik və qeyri-relyativistik olmaqla iki yerə bölünür.

Atomların, molekulların və atom nüvələrinin xassələrinin izahının əsasında qeyri-relyativistik kvant mexanikası durur. Relyativistik nüvə fizikası və elementar zərrəciklər fizikası bütünlüklə relyativistik kvant nəzəriyyəsinə əsaslanır.

Elementar zərrəciklər fizikası və relyativistik nüvə fizikası eksperimentlə nəzəriyyənin son dərəcədə sıx sintezindən ibarətdir. Bu qədər kiçik məsafələrin ($R \lesssim 10^{-15}m$) tədqiqinin əsas üsulu – zərrəciklərin bir-birilə toqquşdurulması üsuludur. Bu zaman toqquşan zərrəcikləri cox yüksək enerjilərə qədər sürətləndirmək lazım gəlir. Enerjinin artması ilə daha kiçik məsafələrdə materiyanın quruluşunu və xassələrini dərk etmək, daha kiçik obyektləri öyrənmək imkanları yaranır.

Relyativistik oblastda elementar zərrəciklərin, həmçinin nüvələrin qarşılıqlı təsirlərini təsvir etməyin ardıcıl riyazi aparatı kvant sahə nəzəriyyəsidir. Burada, kvant mexanikasında olduğu kimi, əsasən iki növ məsələyə baxılır: 1)Bağlı halların – relyativistik tərkibli sistemlərin təsviri məsələsi, 2)Səpilmə məsələsi. Kvant mexanikasında hər iki tip məsələ tam həll olunduğu halda, kvant sahə nəzəriyyəsində yalnız quruluşsuz, nöqtəvi zərrəciklərin səpilmə proseslərini təsvir edən hissəni bitmiş hesab etmək olar. Tərkibli, quruluşlu zərrəciklərin – adronların və atom nüvələrinin qarşılıqlı təsirlərini ardıcıl relyativistik təsvir etmək məsələsi hələki öz həllindən çox uzaqdır. Ona görə də relyativistik kvant sahə nəzəriyyəsi çərçivəsində tərkibli obyektlərin təsviri metodlarının işlənib hazırlanması günümüzün aktual məsələlərindən biri olaraq qalmaqdadır. Relyativistik tərkibli sistemlərin ardıcıl təsviri problemi mühüm olduğu qədər də çətindir. Bu problemə yanaşmada bu və ya digər relyativistik dalğa tənliklərinə əsaslanan müxtəlif relyativistik fenomenoloji modellərdən istifadə olunur.

Bu baxımdan dissertasiya işi aktual bir mövzuya – relyativistik sonlu-fərq kvant mexanikası çərçivəsində elementar zərrəciklərin iki dəqiq həll olunan tərkibli modelinin qurulmasına, onların xassələrinin tədqiqinə, həmçinin relyativistik sonlu-fərq kvant mexanikasının həll metodlarının zamandan asılı variantlarının işlənib hazırlanmasına həsr olunmuşdur. Bu modellər relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə hərəkətini təsvir edir. Zamandan asılı bircins sahədə hərəkət məsələsi fizikanın müxtəlif bölmələrində geniş tətbiq olunur. Kvant zərrəciyinin zamandan asılı bircins qravitasiya sahəsində, elektrik və maqnit sahələrində hərəkəti məsələləri atom fizikasında, adronlar fizikasında və s. istifadə olunur.

Dissertasiyada baxılan qeyri-stasionar relyativistik modellər üçün faza təsviri də qurulmuş və tədqiq olunmuşdur. Kvant sisteminin halı Şredinger təsvirində dalğa funksiyası ilə, faza təsvirində isə kvant paylanma funksiyaları ilə təsvir olunur. Dissertasiya işində relyativistik kvant paylanma funksiyaları üçün sonlu-fərq tənliyi də alınmışdır.

Dissertasiya işinin diqqətə layiq cəhətlərindən biri odur ki, burada relyativistik və ya qeyri-relyativistik kvant mexanikası çərçivəsində sistemləri tədqiq etmək üçün demək olar ki, ilk dəfə evolyusiya operatoru metodu tətbiq olunmuş və inkişaf etdirilmişdir. İşdə qeyri-kommutativ operatorların xronoloji cözülməsinin yeni metodikası da təklif olunmuşdur. Qurulmuş modellər və alınmış nəticələr elementar zərrəciklər fizikasında, relyativistik nüvə fizikasında, nəzəri fizikanın digər sahələrində, relyativistik və qeyri-relyativistik kvant-mexaniki qeyri-stasionar məsələlərin və riyazi fizika məsələlərinin həllində tətbiq oluna bilər.

Dissertasiya işinin məqsədi – Şredinger tipli müəyyən sinif qeyri-stanionar diferensial və sonlu-fərq tənliklər üçün evolyusiya operatorlarını aşkar xronoloji çözülmüş şəkildə qurmaqdan, evolyusiya operatoru metodunun köməyilə qeyri-relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı xarici bircins sahədə hərəkəti məsələsini kütlənin dəyişən olduğu hala ümumiləşdirməkdən, bu məsələni zamandan asılı relyativistik lokal və qeyri-lokal bircins sahələr halına ümumiləşdirərək, onların iki sonlu-fərq modelini təklif etməkdən, evolyusiya operatoru metodunu inkişaf etdirərək, həmin modellərin xassələrini tədqiq etməkdən və faza təsvirlərini qurmaqdan ibarətdir. Bu məqsədə çatmaq üçün qarşıya aşağıdakı məsələlər qoyulmuşdur:

1. Zamandan asılı xarici bircins sahəyə uyğun Şredinger tənliyinin və lokal və qeyri-lokal bircins sahələrə uyğun relyativistik sonlu-fərq tənliyinin də daxil olduğu müəyyən sinif diferensial və sonlu-fərq tənliklər üçün evolyusiya operatorunun qurulması.
2. Evolyusiya operatoru metodunun köməyilə dəyişən kütləli qeyri-relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı xarici bircins sahədə hərəkətinin tədqiq edilməsi.
3. Sonlu-fərq tənliyilə təsvir olunan relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə hərəkətinin tədqiq edilməsi.
4. Zamandan asılı xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə hərəkət edən relyativistik kvant zərrəciyi üçün evolyusiya operatorlarının qurulması.
5. Evolyusiya operatoru metodu ilə zamandan asılı xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə hərəkət edən relyativistik kvant zərrəciyinin həm konfiqurasiya x -fəzasında, həm də impuls p-fəzasında dalğa funksiyalarının aşkar şəkillərinin qurulması, tamlıq və ortoqonallıq şərtlərinin isbat edilməsi.
6. Zamandan asılı xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə hərəkət edən relyativistik kvant zərrəciyin propaqatorlarının və faza təsvirlərinin qurulması.
7. Relyativistik kvant sistemlərinin Viqner paylanma funksiyası üçün sonlu-fərq evolyusiya tənliyinin, enerjinin məxsusi paylanma funksiyaları üçün isə relyativistik stasionar tənliyin alınması.
8. Enerji halları arasında keçid ehtimallarının hesablanması.
9. Alınmış bütün relyativistik ifadələrin və tənliklərin qeyri-relyativistik, stasionar sahə və sərbəst zərrəcik limitlərinin tapılması.

İşin elmi yeniliyi: Dissertasiyada ilk dəfə olaraq

1. Şredinger tipli müəyyən sinif qeyri-stasionar diferensial və sonlu-fərq hərəkət tənlikləri ümumi şəkildə dəqiq həll edilmiş və bu sinfə uyğun evolyusiya operatorları qurulmuşdur.
2. Xarici dəyişən bircins sahədə dəyişən kütləli qeyri-relyativistik kvant zərrəciyi üçün evolyusiya operatoru qurulmuş, onun köməyilə baxılan məsələ tədqiq olunmuş və ədəbiyyatda məlum olan nəticələr dəyişən kütlə halına ümumiləşdirilmişdir.
3. Zamandan asılı xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə relyativistik kvant zərrəciyinin konfiqurasiya x- və impuls p-

təsvirlərində evolyusiya operatorlarının xronoloji çözülmüş aşkar şəkilləri tapılmışdır.

4. Zamandan asılı xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə relyativistik kvant zərrəciyinin hərəkətini təsvir edən sonlu-fərq tənliklər evolyusiya metodu ilə dəqiq həll edilmiş, həm x- təsvirində, həm də impuls p- təsvirində dalğa funksiyaları tapılmış, onların xassələri öyrənilmişdir.
5. Zamandan asılı xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə relyativistik kvant zərrəciyi üçün propaqatorlar, Viqner və Kirkvud kvant paylanma funksiyaları qurulmuşdur.
6. Beyker-Kampbell-Hausdorf tipli yeni operator eyniliklər alınmışdır.
7. Zamandan asılı relyativistik Viqner funksiyası üçün sonlu-fərq evolyusiya tənliyi, stasionar halların Viqner paylanma funksiyası üçün isə sonlu-fərq stasionar tənlik alınmışdır.
8. Zamandan asılı xarici lokal bircins sahədə relyativistik kvant zərrəciyinin enerji halları arasında keçid amplitudları hesablanmışdır.
9. Alınmış bütün relyativistik ifadələrin və tənliklərin qeyri-relyativistik ($c \to \infty$), stasionar sahə ($F(t) \to F_0 = \text{const}$) və sərbəst zərrəcik ($F \to 0$) limitləri hesablanmışdır.

İşin nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.

Evolyusiya opratorunun tapılmış ifadəsi əsasında həm qeyri-relyativistik, həm də relyativistik kvant mexanikasında özünə məxsus həyəcanlanma nəzəriyyəsi və bunun əsasında kvant sahə nəzəriyyəsinə analoji olaraq, "kvant-mexaniki" diaqram texnikası (Feynman diaqramlarının analoqu) işlənib hazırlana bilər. İşdə dalğa funksiyalarının, həmçinin kvant paylanma funksiyalarının verilmiş ifadələri elementar zərrəciklər fizikasında və relyativistik nüvə fizikasında sistemlərin ayrı-ayrı fiziki xarakteristikalarını, dərin qeyri-elastiki səpilmə proseslərində adronların struktur funksiyalarını hesablayarkən tətbiq oluna bilər.

İşdə qurulmuş faza təsviri sonlu-fərq sistemlərin, qəfəs üzərində kvant sistemlərinin xassələrini, onların zamana görə evolyusiyasını öyrənərkən tətbiq oluna bilər. İşdə təklif olunmuş evolyusiya operatoru metodu digər stasionar və qeyri-stasionar sistemlərin yeni həllərinin tapılmasında əhəmiyyətli ola bilər. Sonlu-fərq tənliklərin dissertasiyada təklif olunmuş həll metodları nəzəri və riyazi fizika məsələlərinin həlli zamanı tətbiq tapa bilər. İşdə alınmış operator eyniliklər kvant-mexaniki məsələlərin həllində, xronoloji hasillərin açılışında geniş istifadə oluna bilər. Bundan başqa, dissertasiyada alınmış nəticələr yüklü zərrəciklərin (məsələn, elektronların) ixtiyari qaydada dəyişən bircins maqnit və elektrik sahələrində hərəkətini öyrənərkən çox faydalı ola bilər.

Tədqiqat obyektləri və metodları.

Tədqiqat obyektləri elementar zərrəciklər və relyativistik atom nüvələridir. Tədqiqat metodları kimi xətti operatorlar nəzəriyyəsinin, kvant mexanikasının, kvant sahə nəzəriyyəsinin, xüsusi funksiyalar nəzəriyyəsinin, diferensial və sonlu-fərq tənliklərin nəzəriyyəsinin metodları seçilmişdir. Dissertasiyanın bütün nəticələri göstərilən metodlar əsasinda riyazi olaraq ciddi isbat olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar:

1. Şredinger tipli qeyri-stasionar müəyyən sinif diferensial və sonlu-fərq tənliklər üçün evolyusiya operatorlarının ümumi ifadəsi, onun xüsusi halları kimi dəyişən kütləli qeyri-relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı sahədə və relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə evolyusiya operatorlarının xronoloji çözülmüş ifadələri alınmışdır.
2. Relyativistik sonlu-fərq kvant mexanikası çərçivəsində kvant zərrəciyinin xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə hərəkətini təsvir edən və dəqiq həll olunan iki modeli qurulmuşdur.
3. Qurulmuş sonlu-fərq modellərin həm relyativistik *x*- konfiqurasiya, həm də Lobaçevski *p*- impuls fəzalarında dalğa funksiyalarının ifadələri tapılmış və xassələri öyrənilmişdir.
4. İki model çərçivəsində relyativistik kvant zərrəciyi üçün propaqatorlar hesablanmış və faza təsvirləri qurulmuşdur.
5. Relyativistik sonlu-fərq kvant sistemlərinin Viqner funksiyası üçün evolyusiya tənliyi alınmışdır. Stasionar halların Viqner funksiyası üçün isə sonlu-fərq tənliyi çıxarılmışdır.
6. Zamandan asılı lokal bircins sahədə relyativistik kvant zərrəciyi modeli üçün enerji halları arasında keçid amplitudları tapılmışdır.
7. Beyker-Kampbell-Hausdorf tipli yeni operator eyniliklər alınmışdır.
8. Relyativistik ifadələr və tənliklər düzgün $c \to \infty$ və $F \to 0$ limitlərinə malikdir, həmçinin zamandan asılı relyativistik həllərdən $F(t) = F_0 =$ const şərtində uyğun stasionar məsələlərin həlləri alinır.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyanın materialları Respublika və Beynəlxalq elmi konfranslarında müzakirə olunmuşdur:

- AMEA Fizika İnstitutunun seminarlarında;

- Gənc alimlərin elmi konfransında (Bakı, Azərbaycan, 2012);
- «Fizikanın müasir problemləri» Respublika elmi konfranslarında (Bakı, Azərbaycan, 2010, 2013);
- «Fizikanın aktual problemləri» VI Respublika elmi konfransında (Bakı, Azərbaycan, 2010) ;
- BDU Fizika Problemləri İnstitutunun 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, Azərbaycan, 2015).
- Mexiko Universitetinin professorları N.M.Atakişiyev və Bernando Volf ilə.

Nəşrlər. Dissertasiya işinin mövzusuna dair 10 elmi iş (6 məqalə və 4 konfrans materialı) dərc olunmuşdur. O cümlədən xarici indeksləşdirilmiş jurnalda (Phys. Lett A) – 1, respublikadaxili jurnallarda – 5 məqalə çap olunmuşdur.

Müəllifin şəxsi payı. Dissertasiya işi müəllif tərəfindən AMEA Fizika İnstitutunda 7 il müddətində yerinə yetirilmişdir. Müəllif tədqiqatların nəticələrinin alınmasında, onların təhlilində şəxsən iştirak etmiş, aparıcı rol oynamışdır.

Dissertasiyanın quruluşu və həcmi. Dissertasiya işi Girişdən, 3 fəsildən, nəticələrdən, istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işi, istinad olunan 94 adda mənbədən ibarət ədəbiyyat siyahısı da daxil olmaqla, 151 səhifədən ibarətdir.

İŞİN QISA MƏZMUNU

Girişdə dissertasiyanın elmi mövzusunun aktuallığı əsaslandırılmış, işin məqsədi, elmi yeniliyi, nəzəri və praktiki əhəmiyyəti şərh edilmişdir.

Birinci fəsildə kvant mexanikasının faza təsvirinə və relyativistik sonlu-fərq kvant mexanikasına dair xülasə verilmiş (§1.1 və §1.3), sonlu-fərq kvant mexanikası çərçivəsində relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı xarici lokal bircins sahədə modeli qurulmuş və ətraflı tədqiq edilmişdir. Zərrəciyin dalğa funksiyaları relyativistik konfiqurasiya x-və Lobaçevski impuls p-təsvirlərində tapılmışdır. Dalğa funksiyalarının ortoqonallıq və tamlıq şərtlərini ödədiyi isbat olunmuşdur. Müəyyən sinif diferensial və sonlu-fərq tənliklər sistemi üçün evolyusiya operatorları qurulmuşdur. Müqayisə üçün zamandan asılı xarici bircins sahədə dəyişən kütləli qeyri-relyativistik kvant zərrəciyinin də hərəkəti ətraflı şərh olunmuşdur. Bu fəsildə həmçinin Beyker-Kampbell-Hausdorf tipli operator eyniliklər alınmışdır. Bu eyniliklər nəzəri və riyazi fizika tənliklərinin həllində geniş tətbiq oluna bilər. Relyativistik ifadələrin müxtəlif limitləri

($c \to \infty$ limiti, $F \to$ const limiti, $F \to 0$ limiti) hesablanmışdır.

§1.2-də dəyişən $M(t)$ kütləli qeyri-relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı bircins sahədə birölçülü hərəkəti öyrənilmiş, evolyusiya operatoru qurulmuşdur. Baxılan hərəkət

$$i\hbar\partial_t\psi(x,t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2M(t)}\partial_x^2 - F(t)x\right]\psi(x,t) \tag{1}$$

Şredinger tənliyilə təsvir olunur. Evolyusiya operatoru isə

$$U_N(x,t) = e^{\frac{ix\delta(t)}{\hbar}} e^{\frac{i}{\hbar}\int_0^t \frac{1}{2M(t')}\left[-i\hbar\partial_x + \delta(t')\right]^2 dt'} \tag{2}$$

şəklindədir, burada $\delta(t) = \int_0^t F(t')dt'$ - qüvvə impulsu, $F(t)$ zamandan asılı qüvvədir. Evolyusiya operatoru t=0 başlanğıc zaman anındakı $\psi_0(x)$ dalğa funksiyasını ixtiyari $t > 0$ zaman anındakı dalğa funksiyasına çevirir

$$\psi_N(x,t) = U_N(x,t)\psi_0(x) \ . \tag{3}$$

Başlanğıc dalğa funksiyası olaraq uyğun stasionar məsələnin həllini götürsək,(3)-dən

$$\psi_N(x,t) = \frac{\lambda_0}{\sqrt{F_0}}\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left[x\delta(t) - S_0(t)\right]\right\}\exp\left\{i\hbar S_2(t)B^3\left[x + \frac{E_N}{F_0} - S_1(t)\right] - \frac{2}{3}i\hbar^3 S_2^3(t)B^6\right\}\cdot \tag{4}$$
$$\cdot Ai\left(B\left[x + \frac{E_N}{F_0} - S_1(t) - \hbar^2 S_2^2(t)B^3\right]\right).$$

t anindakı dalğa funksiyasını alarıq. Burada $Ai(x)$ - Eyri funksiyasıdır və

$$S_0(t) = \int_0^t \frac{\delta^2(t')}{2M(t')}dt', \ S_1(t) = \int_0^t \frac{\delta(t')}{M(t')}dt', \ S_2(t) = \int_0^t \frac{dt'}{2M(t')}.$$

§1.4 və §1.5-də qeyri-relyativistik (1) modeli relyativistik hala ümumiləşdirilmişdir (m=const). Baxılan model §1.4-də p- impuls təsvirində, §1.5-də isə relyativistik konfiqurasiya x- təsvirində tədqiq edilmişdir.

Bizim halda relyativistik impuls fəzası $p_0^2 - p^2 = m^2c^2, \ p_0 > 0$ kütlə hiperbolasında reallaşmış Lobaçevski fəzasıdır. p-və x-təsvirləri arasındakı keçid isə relyativistik Furye çevirməsilə verilir

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int \xi(p,\, x)\phi(p) d\Omega_p \,, \qquad (5)$$

burada

$$\xi(p,x) = \left(\frac{p_0 + p}{mc}\right)^{ix/ƛ} \equiv e^{ix\chi/ƛ} \,, \qquad d\Omega_p = mcd\chi \,, \qquad (6)$$

$ƛ = \frac{\hbar}{mc}$ - zərrəciyin Kompton dalğa uzunluğu, $\chi = \ln\left(\frac{p_0 + p}{mc}\right)$ - yeyinlikdir.

İmpuls təsvirində relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı xarici lokal bircins sahədə hərəkəti

$$i\hbar\partial_t \Phi(p,t) = \left[\mathrm{H}_0 - iƛF(t)\partial_\chi\right]\Phi(p,t) \qquad (7)$$

tənliyilə təsvir olunur, burada $H_0 = mc^2 \mathrm{ch}\chi$ sərbəst relyativistik Hamilton operatorudur. Zərrəciyin evolyusiya operatoru isə belə şəkildədir

$$U(p,t) = \exp\left\{-\frac{imc^2}{\hbar}\int_0^t \mathrm{ch}\left[\chi - \delta_R(t) + \delta_R(t')\right]dt'\right\} e^{-\delta_R(t)\partial_\chi} \,, \qquad (8)$$

burada $\delta_R(t) = \delta(t)/mc$. Bu operator düzgün qeyri-relyativistik limitə malikdir.

İndi (7) tənliyinin həllini evolysiya operatoru (8)-in köməyilə tapa bilərik:

$$\Phi(p,t) = U(p,t)\Phi_0(p) \quad . \qquad (9)$$

Əlbəttə ki, $\Phi_0(p)$ - başlanğıc dalğa funksiyasını müxtəlif cür seçməklə biz (7) tənliyinin müxtəlif həllərini - müxtəlif dalğa funksiyalarını alacağıq. Konkret olaraq (7)-yə uyğun stasionar məsələsinin həllini götürsək, ixtiyari *t*-zamanı üçün *p*-təsvirində relyativistik zərrəciyin dalğa funksiyası aşağıdakı şəkildə olacaqdır

$$\begin{aligned}\Phi_E(p,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar F_0}} \exp\left\{\frac{-imc^2}{\hbar}\int_0^t \mathrm{ch}\left[\chi - \delta_R(t) + \delta_R(t')\right]dt'\right\} \times \\ \times \exp\left\{\frac{i}{ƛF_0}\left[E(\chi - \delta_R(t) - mc^2 \mathrm{sh}(\chi - \delta_R(t)\right]\right\}.\end{aligned} \qquad (10)$$

(10) dalğa funksiyaları ortoqonallıq və tamlıq şərtlərini ödəyir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_E^*(p,t)\Phi_{E'}(p,t)d\Omega_p = \delta(E - E'), \ \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_E^*(p,t)\Phi_E(p',t)dE = \delta(p(-)p') = \frac{1}{mc}\delta(\chi - \chi') \ .$$

Koordinat təsvirində relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı lokal bircins sahədə hərəkət tənliyi sonlu-fərq tənliyi şəklində yazılır

$$i\hbar\partial_t\psi(x,t) = \left[mc^2\mathrm{ch}(i\lambda\partial_x) - F(t)x\right]\psi(x,t)\,. \qquad (11)$$

Burada $H_0(x) = mc^2\mathrm{ch}(i\lambda\partial_x)$ koordinat təsvirində sərbəst relyativistik Hamilton operatorudur. Baxdığımız relyativistik sistemin evolyusiya operatoru üçün x-təsvirində aşağıdakı ifadə alınmışdır

$$U(x,t) = e^{\frac{ix\delta(t)}{\hbar}}\exp\left\{-\frac{imc^2}{\hbar}\int_0^t \mathrm{ch}\left[-i\lambda\partial_x + \delta_R(t')\right]dt'\right\}\cdot \qquad (12)$$

Qeyri-relyativistik limitdə tapırıq ki, $\lim\limits_{c\to\infty} e^{\frac{imc^2}{\hbar}t}U(x,t) = U_N(x,t)\cdot$

Məqsədimiz (11) sonlu-fərq tənliyini həll etməkdir. Onun həllini iki üsulla tapa bilərik:1) p-təsvirində (10) dalğa funksiyasının relyativistik Furye obrazını hesablamaqla; 2)Evolyusiya operatoru (12)-nin bilavasitə başlanğıc dalğa funksiyasına təsirini hesablamqla.

Nəticədə zamandan asılı lokal bircins sahədə relyativistik kvant zərrəciyinin x- fəzasında dalğa funksiyasının aşkar şəkli üçün

$$\psi_E(x,t) = \frac{1}{\pi\lambda\sqrt{F_0}}\exp\left\{\frac{ix\delta_R(t)}{\lambda} + \frac{x_1}{\lambda}\left(\frac{\pi}{2} - iq_1\right)\right\}\cdot K_{\frac{ix_1}{\lambda}}\left(\sqrt{\gamma^2-\sigma^2}\right),\ \gamma > \sigma\,,$$

$$= \frac{1}{2\pi\lambda\sqrt{F_0}}\exp\left\{\frac{ix\delta_R(t)}{\lambda} + \frac{x_1}{\lambda}\left(\frac{\pi}{2} - iq_2\right)\right\}\cdot H^{(2)}_{\frac{ix_1}{\lambda}}\left(\sqrt{\sigma^2-\gamma^2}\right),\ \sigma > \gamma \qquad (16)$$

ifadələrini almış oluruq, burada $\mathrm{th}q_1 = \dfrac{\sigma}{\gamma}$, $\mathrm{th}q_2 = \dfrac{\gamma}{\sigma}$ və $x_1 = x + \dfrac{E}{F_0}$,

$\sigma(t) = \dfrac{mc^2}{\hbar}\displaystyle\int_0^t \mathrm{ch}\left[\delta_R(t')\right]dt'$, $\gamma(t) = \dfrac{mc^2}{\hbar}\displaystyle\int_0^t \mathrm{sh}\left[\delta_R(t')\right]dt' + \dfrac{mc^2}{\lambda F_0}$, $K_\nu(z)$- Makdonald funksiyası, $H^{(2)}_\nu(z)$ isə ikinci növ Hankel funksiyasıdır. Bu dalğa funksiyası düzgün qeyri-relyativistik limitə malikdir.

Relyativistik dalğa funksiyaları $\psi_E(x,t)$ ortoqonal və tam funksiyalar sistemi əmələ gətirir, yəni

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*_E(x,t)\psi_{E'}(x,t)dx = \delta(E-E')\,,\ \int_{-\infty}^{\infty}\psi^*_E(x,t)\psi_E(x',t)dE = \delta(x-x'). \qquad (18)$$

§1.6-da Şredinger tipli müəyyən sinif qeyri-stasionar diferensial və sonlu-fərq tənliklər üçün evolyusiya operatorları qurulmuş, ümumi şəkildə dəqiq həllər tapılmış, (8) və (12) evolyusiya operatorlarının xassələri öyrənilmişdir.

§1.7-də Beyker-Kampbell-Hausdorf tipli müxtəlif operator eyniliklər alınmışdır. Bu eyniliklər müxtəlif fiziki məsələlərin nəzəri həllində geniş tətbiqlər tapa bilər. p-təsvirində ümumi şəkildə operator eynilik belə yazılır:

$$e^{-\frac{i}{\hbar}A} = e^{-\frac{i}{\hbar}\lambda A_1} e^{-\delta\partial_y} e^{-\frac{i}{\hbar}\lambda_1 A_2}, \tag{13}$$

$$A = \int_0^t \left[H_0(y,t') - i\hbar F(t')\partial_y\right]dt',$$

$$A_1 = \int_0^t H_0\left(y - \delta(t) + \delta(t'), t'\right)dt', \quad A_2 = \int_0^t H_0\left(y + \delta(t'), t'\right)dt',$$

burada $H_0(y,t)$ y və t-nin, $\lambda = \lambda(t)$ isə yalnız t-nin ixtiyari funksiyasıdır və $\lambda_1 = 1 - \lambda$ -dır. (13) eyniliyinin xüsusi hallarına baxaq.

1) $H_0(y,t) = y$, $F(t) = F_0 = \text{const}$. Bu halda məlum Beyker-Kampbell-Hausdorf operator eyniliyi alınır.

2) $H_0(y,t) = i\hbar\varepsilon y^n$, $\lambda = 1$ və $F(t) = F_0 = \text{const}$. Bu halda aşağıdakı

$$e^{t(\varepsilon y^n - F_0\partial_y)} = \exp\left(\frac{\varepsilon\left[y^{n+1} - (y - F_0 t)^{n+1}\right]}{(n+1)F_0}\right)e^{-F_0 t\partial_y} \tag{14}$$

eyniliyini alırıq. $n = -1$ olarsa, eynilik belə şəklə düşür

$$e^{t\left(\frac{\varepsilon}{y} - F_0\partial_y\right)} = \exp\left(\frac{\varepsilon}{F_0}\ln\left|\frac{y}{y - F_0 t}\right|\right)e^{-F_0 t\partial_y}. \tag{15}$$

3) $H_0(y,t) = mc^2 ch\frac{y}{mc}$, $\lambda = 1$, $F(t) = F_0 = \text{const}$. Onda eynilik belə olar:

$$e^{t\left(-\frac{iy^2}{2m\hbar} - F_0\partial_y\right)} = e^{-\frac{y^3 - (y - F_0 t)^3}{6m\hbar F_0}}. \tag{16}$$

Koordinat təsvirində ümumi halda operator eyniliyin şəkli

$$e^{-\frac{i}{\hbar}B} = e^{-\frac{i}{\hbar}\lambda B_1} e^{\frac{ix\delta(t)}{\hbar}} e^{-\frac{i}{\hbar}\lambda_1 B_2}, \tag{17}$$

olur, burada $B = \int_0^t \left[H_0(-i\hbar\partial_x, t') - i\hbar F(t')x\right]dt'$,

$$B_1 = \int_0^1 H_0(-i\hbar\partial_x - \delta(t) + \delta(t'), t')dt', \quad B_2 = \int_0^1 H_0(-i\hbar\partial_x + \delta(t'), t')dt'.$$

İndi (17) eyniliyinin xüsusi hallarına baxaq.

1) $H_0(-i\hbar\partial_x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2$, $F(t) = F_0 = \text{const}$. Bu halda eynilik

$$e^{\frac{i}{\hbar}t\left(\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2+F_0x\right)}=e^{\lambda\left(\frac{i\hbar}{2m}t\partial_x^2+\frac{F_0t^2}{2m}\partial_x-\frac{iF_0^2t^3}{6m\hbar}\right)}e^{\frac{iF_0t}{\hbar}x}e^{(1-\lambda)\left(\frac{i\hbar}{2m}t\partial_x^2-\frac{F_0t^2}{2m}\partial_x-\frac{iF_0^2t^3}{6m\hbar}\right)}. \quad (18)$$

2) $H_0(-i\hbar\partial_x,t)=mc^2\mathrm{ch}(i\lambda\!\!\!^-\partial_x)$ və $F(t)=F_0=\mathrm{const}$. Nəticədə aşağıdakı eyniliyi alacağıq

$$e^{-\frac{i}{\hbar}t\left[mc^2ch(i\lambda\!\!\!^-\partial_x)-F_0x\right]}=e^{-\lambda\frac{imc^2}{\hbar}\left[\alpha(t)ch(i\lambda\!\!\!^-\partial_x)+\beta(t)sh(i\lambda\!\!\!^-\partial_x)\right]}e^{\frac{iF_0t}{\hbar}x}\cdot$$
$$\cdot e^{-(1-\lambda)\frac{imc^2}{\hbar}\left[\alpha(t)ch(i\lambda\!\!\!^-\partial_x)-\beta(t)sh(i\lambda\!\!\!^-\partial_x)\right]}. \quad (19)$$

Biz bu fəsildə qeyri-relyativistik və relyativistik kvant zərəciklərinin zamandan asılı bircins sahədə hərəkərlərini araşdırdıq. Hər iki məsələ dəqiq həll olunan qeyri-stasionar məsələlərdir.

İkinci fəsildə relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı xarici qeyri-lokal bircins sahədə hərəkətini təsvir edən modeli qurulmuş və təhlil edilmişdir. Bu model qeyri-lokal qarşılıqlı təsirlərin nəzəriyyəsi çərçivəsində qurulmuşdur və qeyri-lokal qarşılıqlı təsirlər oblastında dinamik sistemlərin xassələrinin, onların zamana görə davranışının izahında tətbiq oluna bilər. Sistemin dalğa funksiyaları həm *x*-təsvirində, həm də impuls *p*-fəzasında təyin olunmuşdur. Qeyri-lokal qarşılıqlı təsirin baxılan modeli relyativistik təbiətə malikdir, yəni c→∞ limitində aradan qalxır. Eyni zamanda burada zərrəciyin kvant paylanma funksiyaları və propaqatorları hesablanmış, onların qeyri-relyativistik limitləri tapılmış, evolyusiya operatorunun aşkar ifadəsi verilmişdir.

§2.1 xülasə xarakteri daşıyır. Qeyri-lokal qarşılıqlı təsir zamanı sahələrin qarşılıqlı təsiri bir fəza-zaman nöqtəsində yox, müəyyən bir fəza-zaman oblastında baş verir.

§2.2-də relyativistik sonlu-fərq kvant mexanikası çərçivəsində relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı qeyri-lokal bircins sahədə hərəkəti tədqiq edilmişdir. Bu qeyri-stasionar məsələ dəqiq həll olunur. Dəqiq həll olunan məsələlər qeyri-relyativistik və relyativistik kvant-mexaniki məsələlər arasında xüsusi bir yer tutur. Onlar, məsələn, geniş istifadə olunan təqribi yaxınlaşma metodlarının əsaslandırılmasında çox mühüm rol oynayır.

Aşağıdakı qeyri-stasionar relyativistik sonlu-fərq tənliyə baxaq

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}=H_0\psi(x,t)+\int_{-\infty}^{\infty}V(x,x';t)\psi(x',t)dx'. \qquad (20)$$

Burada $V(x,x',t)$ potensial enerji operatoru iki x və x' fəza koordinantlarından və zamandan asılıdır. Belə potensialı zamandan asılı qeyri-lokal potensial operator adlandıracağıq. (20) tənliyi qeyri-lokal qeyri-stasionar tənlikdir. Əgər sistemi xarakterizə edən potensial enerji $\lim\limits_{c\to\infty}V(x,t)=-F(t)x$ və ya $\lim\limits_{c\to\infty}V(x,x';t)=-\delta(x-x')F(t)x$ şərtini ödəyərsə, onda ona uyğun olaraq relyativistik lokal və ya qeyri-lokal bircins sahə deyəcəyik. Zamandan asılı qeyri-lokal bircins sahənin konkret bir relyativistik modelini qurmaq üçün (20) tənliyində p-təsvirinə keçək və $k_p=2mc\,\mathrm{sh}(\chi_p/2)$ dəyişəni daxil edək

$$i\hbar\frac{\partial\phi(k_p,t)}{\partial t}=\left[\frac{k_p^2}{2m}+V(k_p,\partial_{k_p},t)\right]\phi(k_p,t)\,. \qquad (21)$$

Relyativistik (21) tənliyilə qeyri-relyativistik Şredinger tənliyi arasındakı zahiri oxşarlığa əsaslanaraq, zamandan asılı olan qeyri-lokal bircins sahənin aşağıdakı modelini qura bilərik:

$$V(k_p,\partial_{k_p};t)=-i\hbar F(t)\frac{d}{dk_p}=-i\lambda F(t)\frac{1}{\mathrm{ch}\left(\frac{\chi}{2}\right)}\frac{d}{d\chi}\,. \qquad (22)$$

Beləliklə, zamandan asılı qeyri-lokal (22) bircins sahəsində relyativistik kvant zərrəciyinin davranışı aşağıdakı diferensial tənliyə tabe olur

$$i\hbar\frac{\partial\Phi(\chi,t)}{\partial t}=\left[mc^2\mathrm{ch}\chi-i\hbar F(t)\frac{1}{\mathrm{ch}\left(\frac{\chi}{2}\right)}\frac{\partial}{\partial\chi}\right]\Phi(\chi,t) \qquad (23)$$

Biz bu tənliyin həllərini evolyusiya operatorunun $(k_p\equiv k)$

$$U(k,t)=\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\int_0^t\frac{1}{2m}\left[(k-\delta(t)+\delta(t'))^2+mc^2\right]dt'\right\}\exp\left(-\delta(t)\frac{d}{dk}\right) \qquad (24)$$

başlanğıc dalğa funksiyasına - uyğun stasionar məsələnin həllinə təsirinin köməyilə tapacağıq:

$$\Phi_E(p,t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar F_0}}\exp\left\{-\frac{i}{2m\hbar}\left[\left(k-\delta(t)\right)^2 t+2\left(k-\delta(t)\right)\delta_1(t)+\delta_2(t)\right]\right\}\cdot \tag{25}$$

$$\cdot\exp\left\{-\frac{i}{\hbar F_0}\left[e(k-\delta(t))-\frac{(k-\delta(t))^3}{6m}\right]\right\}\cdot e^{\frac{imc^2}{\hbar}t},$$

burada

$$\delta_1(t)=\int_0^t dt'\int_0^{t'}F(t'')dt''=\int_0^t\delta(t')dt',\ \delta_2(t)=\int_0^t dt'\left[\int_0^{t'}F(t'')dt''\right]^2=\int_0^t\delta^2(t')dt'\cdot$$

$\{\Phi_E(k_p,t)\}$ dalğa funksiyaları sistemi ortoqonal və tam sistemdir, yəni

$$\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_E^*(k,t)\Phi_{E'}(k,t)dk=\delta(E-E'),\quad \int_{-\infty}^{\infty}\Phi_E^*(k,t)\Phi_{E'}(k,t)dE=\delta(k-k'). \tag{26}$$

Beləliklə, biz zamandan asılı qeyri-lokal bircins sahədə relyativistik kvant zərrəciyinin p- təsvirində hərəkət tənliyi üçün evolyusiya operatorunun açkar şəklini təyin etdik, onun köməyilə tənliyin sonsuz həllərindən birini tapdıq. Zərrəciyin belə sahədə hərəkəti infinitdir və hərəkət qeyri-stasionar olduğundan enerji müəyyən qiymətə malik deyildir.

§2.3-də relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı qeyri-lokal bircins sahədə hərəkətinə x-təsvirində baxılmışdır. Bu hərəkət (20) inteqral tənliyilə təsvir olunur. Zamandan asılı qeyri-lokal potensial enerji

$$V(x,x';t)=-\frac{F(t)x'}{\lambda\mathrm{ch}\left[\frac{\pi(x-x')}{\lambda}\right]} \tag{27}$$

şəklindədir. O, qeyri relyativistik limitdə lokal ifadəyə çevrilir $\lim\limits_{c\to\infty}V(x,x',t)=-F(t)x\delta(x-x')\cdot$

Indi (27) potensialını (20)-də yerinə yazaraq, alınan inteqral tənliyi həll etsək, relyativistik zərrəciyin x-fəzasında dalğa funksiyası üçün iki müxtəlif ekvivalent ifadə alarıq

$$\psi_E(x,t)=\frac{2}{\pi\lambda\sqrt{F_0}}\exp\left\{i\left[-\gamma_3\mathrm{sh}\left(\frac{3i\lambda}{2}\partial_x\right)+\gamma_2\mathrm{ch}(i\lambda\partial_x)+\gamma_0\right]\right\}\exp\left(-\frac{\pi x}{\lambda}\right)K_{\frac{2ix}{\lambda}}(\gamma_1), \tag{28a}$$

və ya

$$\psi_E(x,t)=\frac{i}{2\lambda\sqrt{F_0}}\exp\left\{i\left[-\gamma_3\mathrm{sh}\left(\frac{3i\lambda}{2}\partial_x\right)-\gamma_1\mathrm{ch}\left(\frac{i\lambda}{2}\partial_x\right)+\gamma_0\right]\right\}\exp\left(-\frac{\pi x}{2\lambda}\right)H^{(1)}_{\frac{ix}{\lambda}}(\gamma_2)\cdot \tag{28b}$$

(28)-ə daxil olan operatorların təsirini hesablasaq, dalğa funksiyasını sonsuz cəm şəklində göstərə bilərik. $\psi_E(x,t)$ funksiyaları ortoqonallıq

$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\psi_E^*(x,t)\psi_E(x',t)dE=\delta(x-x')$ və tamlıq $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\psi_E^*(x,t)\psi_{E'}(x,t)dx=\delta(E-E')$ şərtlərinə tabedirlər.

§2.4 zamandan asılı qeyri-lokal bircins sahədə relyativistik zərrəciyin kvant paylanma funksiyalarının və propaqatorıarının qurulmasına həsr olunmuşdur. Nəticələri verək:

1) Viqner kvant paylanma funksiyası

$$W_E(p,x,t)=\frac{mc}{\pi^2\hbar^2F_0}\hat{B}e^{\frac{-2\pi x}{\lambda}}K_{\frac{4ix}{\lambda}}(a_2), \tag{29}$$

burada $\hat{B}$ sonlu-fərq operatorudur, $a_2=\left(2z-\frac{F_0t^2}{\hbar}\right)ch\left(\frac{\chi}{2}\right),\ z=\frac{mc^2}{\lambda F_0}$.

İmpuls təsvirində propaqatorun ifadəsi

$$K(p_2,t_2;p_1,t_1)=\theta(t)\delta(k_2-k_1-F_0t)e^{\frac{-imc^2}{\hbar}t+\frac{i}{\hbar}\Delta},$$

$$\Delta=\frac{k_1^3-k_2^3}{6mF_0}+\frac{t}{2m}\left[\left(F_0t-\delta(t)\right)\left(k_1+k_2\right)+2F_0\left(\delta_1(t)-t\delta(t)\right)\right]. \tag{30}$$

(30) propaqatorunun sərbəst zərrəcik ($F_0\to 0$ və $F(t)\to 0$) və qeyri-relyativistik ($c\to\infty$) limitləri hesablanmışdır.

Biz burada relyativistik kvant zərrəciyinin zamandan asılı qeyri-lokal bircins sahədə hərəkətinə baxdıq. Aşkar olaraq dalğa funksiyalarını, propaqatoru və Viqner paylanma funksiyasını hesabladıq. Alınmış ifadələr düzgün $c\to\infty$ limitinə, $F\to 0$ sərbəst zərrəcik limitinə malikdir.

Üçüncü fəsildə zamandan asılı xarici lokal bicins sahədə relyativistik kvant zərrəciyi üçün faza təsviri qurulmuş, koordinat, impuls və qarışıq təsvirlərdə propaqatorların aşkar şəkilləri tapılmışdır. Bundan başqa, enerji halları arasında keçid ehtimallarının amplitudları hesablanmış, stasionar və qeyri-stasionar halların Viqner funksiyaları üçün evolyusiya tənlikləri müəyyən olunmuşdur. Alınmış relyativistik nəticələrlə müqayisə etmək üçün zamandan asılı xarici bircins sahədə qeyri-relyativistik kvant zərrəciyinin kvant paylanma funksiyaları və propaqatorları dəyişən kütlə halına ümumiləşdirilmişdir. Bütün relyativistik ifadələr düzgün qeyri-relyativistik limitə malikdirlər.

§3.1-də zamandan asılı xarici lokal bircins sahədə qeyri-relyativistik kvant zərrəciyi üçün faza təsviri qurulmuşdur. Alınmış ifadələr ədəbiyyatda mövcud olan ifadələri qeyri-stasionar hala ümumiləşdirir. Baxılan zərrəciyin Viqner funksiyasının aşkar şəkli belədir:

$$W_N(p,x;t)=\frac{1}{\pi\hbar}\sqrt[3]{\frac{m}{\hbar^2F_0^2}}Ai(-b(t)), \qquad (31a)$$

$$b(t)=\lambda\sqrt[3]{\frac{mF_0}{\hbar^2}}=2\sqrt[3]{\frac{m}{\hbar^2F_0^2}}\left(F_0x+E_N-\frac{\Delta^2(t)}{2m}-\frac{F_0\left[\Delta(t)t+\delta_1(t)\right]}{m}\right). \qquad (31b)$$

Bu §-da zərrəciyin Kirkvud paylanma funksiyası da hesablanmışdır:

$$F^s(p,x;t)=\frac{\lambda_0}{2\pi\hbar F_0}\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left[x\delta(t)-\frac{\delta_2(t)}{m}-\frac{(p-\delta(t))^2}{2m}t-\frac{(p-\delta(t)\delta_1(t)}{m}\right]\right\}\cdot$$

$$\cdot\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left[\frac{\hbar^2t}{2m}B^3\left(x+\frac{E_N}{F_0}-\frac{\delta_1(t)}{m}\right)-\frac{\hbar^2t^3}{6}B^3\right]\right\}\cdot \qquad (32)$$

$$\cdot\exp\left\{\frac{i}{\hbar F_0}\left[(p-\delta(t)E_N-\frac{1}{6m}(p-\delta(t))^3\right]\right\}\cdot$$

$$\cdot Ai\left(B\left[x+\frac{E_N}{F_0}-\frac{\delta_1(t)}{m}-\frac{\hbar^2t^2}{4m^2}B^3\right]\right)\exp\left(\frac{ipx}{\hbar}\right).$$

§3.2-də zamandan asılı xarici lokal bircis sahədə relyativistik kvant zərrəciyi üçün faza təsviri qurulmuşdur. Burada yeni inteqral düstur da alınmışdır:

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{\pi x}H_{ix}^{(2)}(\sigma)K_{ix+i\nu}(\gamma)dx=\begin{cases}2ie^{-i\nu q_1}K_{i\nu}\left(\sqrt{\gamma^2-\sigma^2}\right),\gamma>\sigma \quad \text{olduqda},\\ \pi e^{-i\nu q_2}H_{i\nu}^{(2)}\left(\sqrt{\sigma^2-\gamma^2}\right),\sigma\succ\gamma \quad \text{olduqda}.\end{cases} \qquad (33)$$

p- və x- təsvirlərində hesablanmış Viqner paylanma funksiyasının ifadəsi:

$$W_E(p,x,t)=\frac{mc}{\pi^2\hbar^2F_0}\exp\left\{\frac{\pi}{\lambda\!\!\!^{-}}(x+\frac{E}{F_0})\right\}K_{i2(x+E/F_0)/\lambda\!\!\!^{-}}(\omega(t)). \qquad (34)$$

Burada $\omega(t)=2\left[\sigma(t)sh(\chi-\delta_R(t))+\gamma(t)ch(\chi-\delta_R(t))\right]$. $t=0$ olduqda (34) funksiyası sabit bircins sahədə relyativistik kvant zərrəciyinin, yəni stasionar halların Viqner funksiyası ilə üst-üstə düşür və məlum şərtləri ödəyir:

$$\int W_E(p,x,t)d\Omega_p=\left[\psi_E(x,t)\right]^2=W_E(x,t), \qquad (35a)$$

$$\int W_E(p,x,t)dx=\left|\Phi_E(p,t)\right|^2=W_E(p,t). \qquad (35b)$$

Makdonald və Eyri funksiyaları arasında müəyyən etdiyimiz

$$\lim_{a\to\infty}ae^{\pi(a^3+ac)}K_{2i(a^3+ac)}(2(a^3+ab))=\pi Ai(x)(2(b-c)) \qquad (36)$$

limit münasıbətinin köməyilə (34) Viqner funksiyasının qeyri-relyativistik limitini hesablamaq olar. Burada (35) relyativistik Viqner funksiyasının sərbəst zərrəcik $(F \to 0)$ limiti də hesablanmışdır.

§3.3-də evolyusiya operatorunun köməyilə zamandan asılı xarici lokal bircins sahədə relyativistik kvant zərrciyi üçün propaqatorlar qurulmuşdur. Hesablamanı əvvəlcə impuls təsvirində aparaq və ümumi haldan başlayaq:

$$K(y_2,t;y_1,0)=U(y_2,t)\delta(y_2-y_1)=e^{-\frac{i}{\hbar}\int_0^t H_0(y_2-\delta(t)+\delta(t'),t')dt'}\delta(y_2-\delta(t)-y_1)\,. \quad (37)$$

(37) düsturunun xüsusi hallarına baxaq.

1) **Qeyri-relyativistik kvant zərrəciyi *F*(*t*) qüvvəsinin təsiri altında.** Bu halda $H_0(y_2,t)=\dfrac{p_2^2}{2m}$ $\left(y_2 = p_2\right)$ və qeyri-relyativistik propaqator

(57

$$K_N(p_2,t;p_1,0)=\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\int_o^t\frac{[p_2-\delta(t)+\delta(t')]^2}{2m}dt'\right\}\cdot\delta(p_2-p_1-\delta(t)); \quad (38)$$

2)**Relyativistik kvant zərrəciyi *F*(*t*) qüvvəsinin təsiri altında.** Bu halda $H_0(y_2,t)=mc^2ch(\chi_2)$ olduğundan relyativistik propaqator

$$K(p_2,t;p_1,0)=\frac{1}{mc}\exp\left\{-\frac{imc^2}{\hbar}\int_0^t ch[\chi_2-\delta_R(t)+\delta_R(t')]dt'\right\}\delta(\chi_2-\chi_1-\delta_R(t)).$$

olacaqdır. Bu propaqator düzgün qeyri-relyativistik və sərbəst zərrəcik (59)
limitlərinə malikdir, yəni

$$\lim_{c\to\infty} e^{\frac{imc^2}{\hbar}}K(p_2,t;p_1,0)=K_N(p_2,t;p_1,0)\,,$$

$$\lim_{F(t)\to 0}K(p_2,t;p_1,0)=e^{-\frac{imc^2}{\hbar}tch\chi_2}\delta(mc(\chi_2-\chi_1))\,.$$

İndi propaqatorların x-təsvirində ifadələrini verək. Ümumi halda

$$K(x_2,t;x_1,0)=\frac{1}{2\pi\hbar}e^{\frac{ix_2\delta(t)}{\hbar}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\int_0^t H_0(y+\delta(t'),t')dt'\right\}e^{\frac{i}{\hbar}(x_2-x_1)y}dy\,. \quad (39)$$

(39) düsturunun xüsusi hallarına baxaq.

1) **Qeyri-relyativistik zərrəcik *F*(*t*) qüvvəsinin təsiri altında:**

$$K_N(x_2,t;x_1,0)=\sqrt{\frac{m}{2\pi\hbar it}}\exp\left\{\frac{i}{\hbar}[x_2\delta(t)-\frac{\delta_2(t)}{2m}+\frac{m}{2t}(x_2-x_1-\frac{\delta_1(t)}{m})^2]\right\}.$$

2) **Relyativistik zərrəcik *F*(*t*) qüvvəsinin təsiri altında:**

$$K(x_2,t;x_1,0)=\frac{1}{2i\lambdabar}e^{\frac{ix_2\delta(t)}{\hbar}+\frac{\pi(x_2-x_1)}{2\lambdabar}}\left(\frac{c_{2(t)}}{c_1^{(t)}}\right)^{i(x_2-x_1)/2\lambdabar}H^{(2)}_{i(x_2-x_1)/\lambdabar}\left(\frac{mc^2}{\hbar}\sqrt{c_1(t)c_2(t)}\right). \quad (40)$$

(40) ifadəsi düzgün qeyri-relyativistik limitə malikdir və $F\to 0$ şərtində sərbəst relyativistik kvant zərrəciyinin propaqatoru ilə üst-üstə düşür

$$\lim_{F(t)\to 0}K(x_2,t;x_1,0)=\frac{1}{2i\lambdabar}e^{\frac{\pi}{2\lambdabar}(x_2-x_1)}H^{(2)}_{i(x_2-x_1)}\left(\frac{mc^2}{\hbar}t\right).$$

§3.4 qarışıq təsvirdə propaqatorun və sistemin $|E_i,i>$ və $|E_f,f>$ enerji halları arasında keçid amplitudlarının hesablanmasına həsr olunmuşdur. Nəticələri yazaq: 1)Propaqator

$$K(x,p,t)=e^{\frac{i}{\hbar}x\delta(t)}\exp\left\{-i\left(\sigma(t)ch\left[\chi-\frac{1}{2}\delta_R(t)\right]+\gamma_1(t)sh\left[\chi-\frac{1}{2}\delta_R(t)\right]\right)\right\} \quad (41)$$

Əgər $F(t)=F_0=\text{const}$ isə, ifadə belə olur:

$$K^{(0)}(x,p,t)=e^{\frac{i}{\hbar}F_0x\delta(t)}\exp\left[-\frac{2imc^2}{\lambdabar F_0}ch\chi sh\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right)\right],\qquad \lambda_0=\frac{F_0}{mc}.$$

2) Əgər $t\le 0$ olduqda $F(t)$ qüvvəsi F_i sabit qiymətinə, $t\to\infty$ olduqda isə F_f sabit qiymətinə malikdirsə, onda keçid amplitudları

$$K(E_f,E_i,t)=\frac{1}{2\pi\lambdabar\sqrt{F_iF_f}}\exp\left[i\left(\frac{E_f}{\hbar}t-\frac{E_i}{\lambdabar F_i}\delta_R(t)\right)\right]\cdot$$

$$\cdot\begin{cases} i\pi e^{-\nu\left(\frac{\pi}{2}+iq_1\right)}H^{(m)}_{i\nu}\left(\sqrt{\mu^2-\lambda^2}\right), & |\mu|>|\lambda| \text{ olduqda,}\\ 2e^{-\nu\left(\frac{\pi}{2}+iq_{21}\right)}K^{(m)}_{i\nu}\left(\sqrt{\lambda^2-\mu^2}\right), & |\lambda|>\|\mu\| \text{ olduqda}\end{cases} \quad (42)$$

ifadələrilə veriləcəkdir, burada $\text{th}q_1=\lambda/\mu$, $\text{th}q_2=\mu/\lambda$ $m=(3-\text{sgn}\,\mu)/2$. Bu ifadələr düzgün qeyri-relyativistik limitinə malikdir.

§3.5 relyativistik kvant sistemlərinin Viqner funksiyası üçüm evolyusiya tənliyinin çıxarılmaslna həsr olunmuşdur. Baxdığımız relyativistik kvant sistemlərinin dinamikası sonlu-fərq tənlikləri ilə təsvir olunduğundan, $W(p,x,t)$ Viqner funksiyası da sonlu-fərq evolyusiya tənliyini ödəyəcəkdir:

$$i\hbar\frac{\partial W}{\partial t}=\left\{-2mc^2\mathrm{sh}\chi\mathrm{sh}\left(\frac{i\lambda}{2}\partial_x\right)+\left[V_0\left(\hat{X}^*,t\right)e^{\frac{i\lambda}{2}\partial_x}-V_0\left(\hat{X},t\right)e^{-i\frac{\lambda}{2}\partial_x}\right]e^{-\alpha\chi}\right\}W, \quad (43)$$

burada $\lambda=\alpha\lambda$ və $\alpha\in R$ $\hat{X}=x-\frac{i\lambda}{2}\partial_\chi$, $\hat{X}^*=x+\frac{i\lambda}{2}\partial_\chi$.

Stasionar halların Viqner funksiyası üçün alınmış relyativistik tənlik

$$\left\{2mc^2\mathrm{ch}\chi\mathrm{ch}\left(\frac{i\lambda}{2}\partial_x\right)+\left(V_0(\hat{X}^*)e^{\frac{i\lambda}{2}\partial_x}+V_0(\hat{X})e^{-\frac{i\lambda}{2}\partial_x}\right)e^{-\alpha\chi}\right\}W(p,x)= \quad (44)$$
$$=2EW(p,x).$$

Qeyri-relyativistik limitdə (43) və (44) tənlikləri uyğun qeyri-relyativistik tənliklərə keçir. Bu tənliklərini birgə həll edərək, enerjinin məxsusisi paylanma funksiyalarını və məxsusi qiymətlərini, həmçinin termodinamik tarazlıq paylanma funksiyalarını tapmaq olar.

Beləliklə, bu dissertasiya işində biz relyativistik sonlu-fərq kvant mexanikasını inkişaf etdirərək, qeyri-stasionar kvant-mexaniki məsələlərin evolyusiya operatoruna əsaslanan həll metodunu təklif etdik, qeyri-kommutativ operatorların xronoloji çözülməsinin yeni metodikasını verdik və relyativistik sistemlər üçün konkret modellər qurduq, onların xassələrini araşdirdiq, tətbiq sahələrini göstərdik.

ƏSAS NƏTİCƏLƏR

Dissertasiyada təqdim olunmuş əsas nəticələr ilk dəfə alınmışdır və aşağıdakılardan ibarətdir:

1. Həm relyativistik kvant mexanikası, həm də qeyri-relyativistik kvant mexanikası çərçivəsində kvant-mexaniki məsələlərin həll metodu kimi, ənənəvi metodlardan fərqli olaraq, evolyusiya operatoru metodu təklif olunmuş və inkişaf etdirilmişdir. Konkret modellər üzərində bu metodun sadəliyi və istənilən sayda istənilən xassəli (məsələn, kvadratik inteqrallanan və ya inteqrallanmayan) həlləri, o cümlədən, fundamental həlləri tapmağa imkan verdiyi göstərilmişdir.

2. Qeyri-kommutativ operatorların xronoloji çözülməsinin yeni metodikası verilmiş və onun köməyilə Beyker-Kampbell-Hausdorf tipli yeni operator eyniliklər alınmışdır.

3. Evolyusiya operatoru metodunun köməyilə Şredinger tipli müəyyən sinif qeyri-stasionar diferensial və sonlu-fərq hərəkət tənlikləri ümumi şəkildə dəqiq həll edilmiş və bu sinfə uyğun xronoloji çözülmüş evolyusiya operatorlarının aşkar şəkilləri tapılmışdır.

4. Xarici dəyişən bircins sahədə dəyişən kütləli qeyri-relyativistik kvant zərrəciyi üçün evolyusiya operatoru qurulmuş, onun köməyilə baxılan məsələ tədqiq olunmuş və ədəbiyyatda məlum olan nəticələr dəyişən kütlə halına ümumiləşdirilmişdir.

5. Relyativistik sonlu-fərq kvant mexanikası çərçivəsində zamandan asılı xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə relyativistik zərrəciyin dəqiq həll olunan qeyri-stasionar iki modeli təklif olunmuşdur. Həm relyativistik konfiqurasiya x-təsvirində, həm də Lobaçevski p-impuls təsvirində sistemlərin dalğa funksiyaları tapılmış və xassələri öyrənilmişdir.

6. Zamandan asılı xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə relyativistik kvant zərrəciyi modellərinin faza təsvirləri qurulmuş, bu sistemlərin Viqner və Kirkvud kvant paylanma funksiyaları üçün analitik ifadələr alınmışdır.

7. Zamandan asılı xarici lokal və qeyri-lokal bircins sahələrdə relyativistik kvant zərrəciyi modelləri üçün həm relyativistik konfiqurasiya x-təsvirində, həm də Loboçevski p-impuls təsvirində evolyusiya operatorları və propaqatorlar qurulmuş, həmçinin enerji halları arasında keçid amplitudları təyin edilmişdir.

8. Relyativistik sonlu-fərq qeyri-stasionar kvant sistemlərində Viqner paylanma funksiyaları üçün evolyusiya tənliyi, stasionar kvant sistemlərində isə enerjinin məxsusi paylanma funksiyalarını təyin etmək üçün stasionar tənlik alınmışdır.

9. Makdonald və Eyri funksiyaları arasında limit münasibəti, Makdonald və Hankel funksiyaları arasında isə inteqral münasibəti müəyyən edilmişdir. Göstərilmişdir ki, bütün relyativistik ifadələr düzgün qeyri-relyativistik ($c \to \infty$), stasionar sahə ($F \to F_0 =$const) və sərbəst zərrəcik $(F \to 0)$ limitlərinə malikdir.

Dissertasiya işinin mövzusu üzrə çap olunmuş elmi əsərlər:

1. Nagiyev Sh.M., Jafarova K.Sh., Relativistic quantum free particle in a variable homogeneons field // Azerb. J. Physics (Fizika), 2012, vol. XVIII № 3, sec.: En, pp. 35-43.
2. Нагиев Ш.М., Джафарова К.Ш., Кулиева С.И. Релятивистская квантовая частица под действием зависящей от времени силы // J. Qafqaz Universiteti, 2012, №. 33, стр.100-103.
3. Nagiyev Sh.M., Jafarova K.Sh., Relativistic quantum particle in a time-dependent homogeneons field // Phys. Lett. A, 2013, Vol. 377, pp. 747-752.
4. Nagiyev Sh.M., Jafarova K.Sh., Evolution equation of Wigner function for relativistik quantum systems // Azerb. J. Physics (Fizika), 2014, vol. XX № 2, sec.: En, pp. 21-24.
5. Нагиев Ш.М., Джафарова К.Ш., Функция Вигнера для релятивистской квантовой частицы во внешном переменном поле // AMEA Xəbərləri, Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, fizika və astronomiya, 2014, c.XXXIV, том. XVIII № 5, стр.11-19.
6. Cəfərova K.Ş., Kvark-antikvark sistemlərinin relyativistik modeli və mezonların kütlə spektri / Elmin İnkişaf Fondu, II Respublika İnnovativ İdeya Yarmarkası çərçivəsində Gənc alimlərin elmi konfransı Bakı, 25-27 iyul, 2012-ci il, s.7-9.
7. Нагиев Ш.М., Джафарова К.Ш., Кулиева С.И., Релятивистская квантовая частица под действием зависящей от времени силы / Elmin İnkişaf Fondu, II Respublika İnnovativ İdeya Yarmarkası çərçivəsində Gənc alimlərin elmi konfransı Bakı, 25-27 iyul, 2012-ci il, s. 42-46.
8. Nağıyev Ş.M., Cəfərova K.Ş., Relyativistik kvant zərrəciyi zamandan asılı qeyri-lokal bircins sahədə / BDU, Fizika problemləri institutu, "Fizikanın müasir problemləri" VIII Respublika konfransının materialları, Bakı, 24-25 dekabr, 2014-cü il, s.240-243.
9. Nağıyev Ş.M., Cəfərova K.Ş., Relyativistik kvant zərrəciyi zamandan asılı qeyri-lokal bircins sahədə // Azerb. J. Physics (Fizika), 2015, vol. XXI № 2, sec. Az, s.11-17.
10. Nağıyev Ş.M., Kazımova A.İ., Cəfərova K.Ş., Zamandan asılı xətti potensial üçün Şredinger tənliyinin bəzi həlləri / BDU, Fizika problemləri İnstitutunun 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransının materialları, Bakı, 25-26 dekabr, 2015, s.479-483.

КОНЮЛЬ ШАХИН КЫЗЫ ДЖАФАРОВА
ДВИЖЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ ЧАСТИЦЫ В ЗАВИСЯЩИХ ОТ ВРЕМЕНИ ВНЕШНИХ ЛОКАЛЬНОМ И НЕЛОКАЛЬНОМ ОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ

РЕЗЮМЕ

В диссертации предложены две точно-решаемые нестационарные модели, описывающие движение релятивистской квантовой частицы в зависящих от времени внешних локальном и нелокальном однородных полях и детально исследованы. Эти модели сформулированы в рамках релятивистской конечно-разностной квантовой механики. Здесь ключевую роль играет концепция релятивистского конфигурационного *x*-пространства. Соответствующее ему канонически сопряженное импульсное р-пространство является пространством Лобачевского, реализованное в верхнем поле массовой гиперболы $p_0^2 - p^2 = m^2$.

Предложенные модели исследованы методом оператора эволюции. С этой целью в диссертации, во-первых, построены и представлены в хронологически распутанном виде операторы эволюции для класса дифференциальных и конечно-разностных нестационарных уравнений Шредингерского типа и, во-вторых, развит метод оператора эволюции для исследования движений как релятивистской, так и нерелятивистской квантовых частиц в зависящем от времени внешнем однородном поле. Показано, что этот метод прост и позволяет найти решения с любым свойством, в том числе и фундаментальное решение.

Для данных моделей построены фазовое представление, пропагаторы в различных представлениях, амплитуды переходов между энергетическими состояниями, получено релятивистское эволюционное конечно-разностное уравнение для квантовой функции распределения Вигнера. Получены операторные тождества типа Бейкера-Кампбелла-Хаусдорфа. Показано, что все найденные релятивистские выражения в предельных случаях (нерелятивистский, свободная частица, стационарное поле) совпадают с известными результатами.

KONUL SHAHIN KIZI JAFAROVA
A MOTION OF THE RELATIVISTIC QUANTUM PARTICLE IN THE TIME-DEPENDENT EXTERNAL LOCAL AND NONLOCAL HOMOGENEOUS FIELDS

ABSTRACT

In the dissertation two exactle solvable non-stationary models describing the motion of a relativistic quantum particle in the time-dependent external local and nonlocal homogeneous fields are proposed and studied in detail. These models are formulated within the framework of the relativistic finite-difference quantum mechanics. Here the key role is played by the concept of the relativistic configurational x-space. The corresponding canonically conjugate momentum p-space is the Lobachevsky space realized on the upper sheet of the mass hyperbola $p_0^2 - p^2 = m^2$.

The proposed models are investigated by the evolution operator method. To this end, in the thesis, first, evolution operators for the class of differential and finite-difference non-stationary Schrödinger type equations are constructed and presented in a chronologically disentangled form and, secondly, the evolution operator method for investigating the motions of both relativistic and nonrelativistic quantum particles in a time-dependent external homogeneous field is developed. It is shown that this method is simple and allows to find the solutions with any property, including a fundamental solution.

For these models, a phase-space representation, propagators in various representations, amplitudes of transitions between energy states are constructed, a relativistic evolutionary finite difference equation is obtained for the quantum Wigner distribution function. Operational identities of the Baker-Campbell-Hausdorff type are obtained. It is shown that all the found relativistic expressions in the limiting cases (non-relativistic, free particle, stationary field) coincide with the known results.

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ им. Академика Г.М. Абдуллаева

На правах рукописи

КОНЮЛЬ ШАХИН КЫЗЫ ДЖАФАРОВА

ДВИЖЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ ЧАСТИЦЫ В ЗАВИСЯЩИХ ОТ ВРЕМЕНИ ВНЕШНИХ ЛОКАЛЬНОМ И НЕЛОКАЛЬНОМ ОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ

2212.01 – Теоретическая физика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по физике

БАКУ -2017