

AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

MUĞAN SALMAN OĞLU QULİYEV

BAŞLANGİC DEFORMASIYALI QURAŞIQ SİLİNDİRDƏ
OXASİMMETRİK UZUNUNA DALĞALARIN YAYILMASI

2002.01-Deformasiya olunan bərk cism mexanikası

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2013

Dissertasiya işi **AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun** «Dalğa dinamikası» şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi:

AMEA-nın müxbir üzvü, prof.

Surxay C.Əkbərov

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Vaqif C.Hacıyev**
(AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu);

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Musa X.İlyasov**
(Milli Aviasiya Akademiyası);

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Şəmsəddin M.Mütəllibov**
(Azərbaycan Texnologiya Universiteti).

Aparıcı təşkilat:

Bakı Dövlət Universiteti

«Bütöv mühit mexanikası və nəzəri mexanika» kafedrası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 15 noyabr 2013-cü il saat 14⁰⁰-da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün D 01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat göndərilib 24 sentyabr 2013-cü il.

AMEA RMI-nın D 01.111

**Dissertasiya Şurasının
elmi katibi**

dosent Tamilla Həsənova

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Elastiki dalğaların yayılması nəzəriyyəsi ilə bağlı məsələlər müasir texnikanın və təbiətin bütün sahələrində yaranır. Elmin fundamental və tətbiqi xarakter daşıyan istiqamətlərinin müxtəlif nümayəndələri tərəfindən bu məsələlərə böyük diqqət məhz bununla izah olunur. Bundan əlavə, elastiki dalğalarının yayılma nəzəriyyəsinin inkişafındakı uğurlar, təbiətdə yeni fundamental hadisələri anlamağa və onlardan elmi-texniki tərəqqinin inkişafında istifadə etməyə imkan verir. Bu istiqamətdə alınan nəticələr bir çox ümumləşdirici monoqrafiyalarda və məqalələrdə dərc olunmuşdur.

C.H.Ağalarov, D.C.Əkbərov, Y.Ə.Əmənzadə, R.Y.Əmənzadə, M.B.Axundov, A.N.Əlizadə, A.N.Quz, A.A.İlyuşin, M.X.İlyasov, M.F.Mehdiyev, V.P.Tamuj, N.A.Şulqa, V.D.Kubenko, B.R.Nuriyev, X.Ə.Raxmatulin, J.D.Achenbach, A.C.Eringen, E.S.Shuhubi, C.Truestell, R.W.Ogden və bu kimi bir sıra digər tədqiqatçılar müxtəlif praktiki vacib məsələlərin tədqiqinə istiqamətlənən xətti və qeyri-xətti dalğa nəzəriyyəsinin inkişafı üçün əhəmiyyətli xidmət göstərmişdirlər.

Qeyri-xətti dinamik effektlərə aid maraqlı və aktual problemlərdən biri də başlanğıc gərginlikli cisimdə elastiki dalğaların yayılması məsələsidir. Bu problemə aid məsələlərin tətbiqi olduqca genişdir. Materialların və konstruksiya elementlərinin mexanikası, geofizika, kompozit materiallar mexanikası, dağ süxurları mexanikası, biomexanika, gərginliklərin təyini üçün dağılmayan metod və bir sıra başqa elmi istiqamətləri bu aspektlər sırasına aid etmək olar. Bu onunla izah edilir ki, başlanğıc gərginliklərin yaranması konstruksiya elementlərində onların hazırlanması və yığılması zamanı texnoloji proseslər nəticəsində, yer qabığında geostatik və geodinamik yükləmələr nəticəsində, dağ süxurlarında, kompozit materiallarda da həmçinin onların yaradılması zamanı texnoloji proseslər nəticəsində baş verir.

Başlanğıc gərginliklərin elastiki dalğaların yayılmasına təsirinə aid bir sıra hallar mövcuddur və onların tədqiqatına başlanğıc gərginlikli cisimlərdə elastiki dalğaların yayılmasının xəttləşmiş nəzəriyyəsi çərçivəsində yanaşmaq mümkündür. Qeyd olunan nəzəriyyə qeyri xətti nəzəriyyənin xəttləşməsi nəticəsində qurulur. Bununla belə, əgər başlanğıc gərginlikli cisimlərdə elastiki dalğaların yayılmasının xəttləşmiş nəzəriyyəsində başlanğıc gərginlikləri sıfıra bərabər götürsək elastiki dalğaların yayılmasının klassik xətti nəzəriyyəsini alarıq.

Yuxarıda qeyd olunan xəttiləşmiş tənliklərin tətbiqi təqribi və dəqiq yanaşmalar çərçivəsində aparılır. Təqribi yanaşma dedikdə müxtəlif sadə həndəsi və fiziki xarakterli hipotezlərin istifadə olunması ilə qeyri xətti nəzəriyyənin işlənməsi başa düşülür. Qeyd olunanların siyahısına Kirxqof-Lyav, Timošenko və s. hipotezlərini aid etmək olar. Bu hipotezlər məsələlərin riyazi həllərini sadələşdirməyə imkan verir. Bununla belə, bu hipotezlər əsasında təqribi yanaşmaların müəyyən məhdudyyətləri vardır. Məsələn, təqribi yanaşmaların istifadəsi ilə səthüstü dinamik halların tədqiqi, başlanğıc gərginlikli həcmli cisimlərdə dalğaların yayılmasının tədqiqi mümkün deyil. Bundan əlavə, təqribi tənliklər vasitəsilə alınan nəticələrin müəyyən xətalı olur və bəzi hallarda bu xətalər təhlükəli ola bilər. Bütün bu deyilənlər, xəttiləşmiş üçölçülü dəqiq yanaşmadan (yəni Başlanğıc Gərginlikli Cisimlərdə Elastiki Dalğaların Yayılmasının Xəttiləşmiş Üçölçülü Nəzəriyyəsi adlanan yanaşma (BGCEDYXÜN)) istifadə etməni tələb edir.

Qeyd edək ki, təqdim olunan dissertasiya işində tədqiqatlar BGCEDYXÜN çərçivəsində aparılmışdır.

Hal hazırda, BGCEDYXÜN- ilə yerinə yetirilmiş işləri üç istiqamətdə qruplaşdırmaq olar. Birinci istiqamətə, başlanğıc gərginlikli cisimlərdə dinamik gərginlik vəziyyətinin tədqiqini aid etmək olar. Belə ki, bütün bu tədqiqatlar, əsasən S.C.Əkbərova və onun tələbələrinə məxsusdur.

İkinci istiqamətə əvvəlcədən deformasiyaya uğramış iki materiallı sistemə təsir göstərən hərəkət edən qüvvələrin dinamikası üzrə işləri aid etmək olar. BGCEDYXÜN- ilə yerinə yetirilmiş işin əsas hissəsi başlanğıc gərginlikli cisimlərdə elastiki dalğaların yayılmasının (dispersiyasının) öyrənilməsinə həsr olunmuş üçüncü istiqamətə aiddir.

Dissertasiya işində, yuxarıda qeyd olunmuş üç istiqamətdə yerinə yetirilmiş işlərin xülasəsi verilib. Belə ki, üçüncü istiqamətə aid olan işlər üzərində daha ətraflı tədqiqatlar aparılıb. Müəyyən edilmişdir ki, başlanğıc sonlu deformasiyalı quraşq silindrdə oxasimmetrik boyuna, həmçinin başlanğıc burulmaya malik quraşq silindrdə oxasimmetrik dalğaların yayılması haqqında məsələlər tədqiq olunmamışdır.

Təqdim olunan dissertasiya işinin mövzusu sıxılan və sıxılmayan materialardan hazırlanmış sonlu, əvvəlcədən deformasiyaya uğramış quraşq silindrdə oxasimmetrik boyuna dalğaların yayılması nəzəriyyəsinin tədqiqinə və həmçinin əvvəlcədən burulmuş quraşq silindrdə oxasimmetrik dalğaların yayılması nəzəriyyəsinin işlənməsinə, BGCEDYXÜN cəlb etməklə, hissə-hissə bircins model əsasında məxsusi

qiymətə aid uyğun məsələlərin həll metodlarının inkişafına həsr olunduğu üçün mühit nəzəri və praktik əhəmiyyətə malikdir.

Müdafiyyəyə aşağıdakı elmi nəticələr çıxarılır:

İşə aşağıda göstərilənlər daxil olmaqla BGCEDYXÜN-dən istifadə etməklə dairəvi en kəskin və başlanğıc gərginliklərə (deformasiyalarla) malik hissə-hissə bircins cismin modeli əsasında quraşlıq silindrdə oxasimmetrik dalğaların yayılması nəzəriyyəsinin işlənməsi aiddir:

- a) məsələlərin qoyuluşu və məxsusi qiymət haqqında uyğun məsələlərin ədədi həll üsullarının işlənilməsi;
- b) müxtəlif modalar üçün əldə edilmiş dispersion əyrilərə başlanğıc deformasiyaların (gərginliklərin) təsirinin müəyyən edilməsinə aid müxtəlif sinifli məsələlərin tədqiqatı;
- c) məsələlərin parametrlərinin qeyd olunan dispersion əyrilərin hərəkətinə təsirinin müəyyən edilməsi;
- d) oxasimmetrik boyuna dalğaların yeni növ modlarının aşkar edilməsi.

Elmi yeniliyi və işin əhəmiyyəti:

- sıxılan və sıxılmayan materialdan olan əvvəlcədən deformasiyaya uğramış quraşlıq silindrdə boyuna dalğaların yayılmasının tədqiqi məsələlərin qoyuluşu;
- məxsusi qiymətə aid məsələnin ədədi həll edilməsi üçün alqoritmlərin işlənməsi və dispersion əyrilərin qurulması;
- dalğaların modaları, başlanğıc gərginlikləri, həndəsi və mexaniki parametrləri ilə əlaqəli bəzi mexaniki effektlərin müəyyən edilməsi;
- dispersion əyrilərin xarakterinə quraşlıq silindrin komponentlərindəki başlanğıc gərginliklərin təsirinin təyin edilməsi.

Əvvəlcədən deformasiyaya uğramış quraşlıq silindrdə oxasimmetrik boyuna dalğaların yayılmasına aid baxılan bütün məsələlər BGCEDYXÜN -in tənliklərinin iştirakı ilə ilk dəfə olaraq hissə-hissə bircins model çərçivəsində həll olunub. Buna baxmayaraq baxılan bütün məsələlər həmçinin elastodinamikanın klassik xətti nəzəriyyəsi çərçivəsində də ilk dəfə həll olunub.

Etibarlılığı. Alınan nəticələrin etibarlılığı aşağıdakılarla təsdiq edilir:

- 1) hissə-hissə bircins cismin modeli çərçivəsində BGCEDYXÜN tənliklərinin tətbiq edilməsi;
- 2) uyğun dalğa tənliklərinin analitik həllərinin dəqiqliyi ilə məsələlərin korrekt qoyuluşu;

3) xüsusi hallarda məlum nəticələrlə alınan nəticələrin öz aralarında uyğunluğu.

Baxılan işin praktiki əhmiyyəti qeyri-bircins silindrik cisimlərdə gərginliyi analiz etmək üçün qeyri-dağıdıcı metodun nəzəri əsaslarını yaratmaqla izah olunur.

İşin aprobeiasyası. Dissertasiyasının nəticələri müxtəlif vaxtlarda aşağıdakı konfranslarda məruzə edilmişdir: International Mechanical Engineenng Congress (IMECE 2009-ASME), November 13-19, 2009, Lake Buena Vista, Florida, USA; 10th Biennial Conference on Engineering System Design and Analysis ESDA-ASME, July 12-14, 2010, Istanbul, Turkey; XVI International Conference Mechanics of Composite Materials, May 24-28, 2010, Riga, Latvia; XVI Ulusal Mechanic Kongresi - 22-26 Haziran, 2009. Kayseri, Turkiye; AMEA-nın həqiqi üzvü əməkdar elm xadimi professor A.C.Hacıyevin 70- illik yubileyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanika üzrə VIII Beynəlxalq konfrans (Bakı, 2007); akademik F.Q.Maksudovun 80 illik yubleiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans (Bakı, 2010). Bundan əlavə dissertasiya “Dalğa dinamikası”, “Elastiklik və plastiklik nəzəriyyəsi” və “Tətbiqi riyaziyyat” şöbələrində müzakirə edilmişdir.

Nəşrlər. Dissertasiyanın əsas nəticələri 26 işdə çap olunmuşdur. İşlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

İşin həcmi və strukturu. Dissertasiya işi 235 səhifədə təqdim olunmuşdur. O, girişdən, dörd fəsildən və 111 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

DİSSERTASIYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, dörd fəsil, nəticə və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə baxılan məsələyə aid tədqiqatların qısa xülasəsi verilmişdir. Burada mövzu və dissertasiya işinin məqsədi göstərilmiş, işin aktuallığı, praktiki əhəmiyyəti, elmi yeniliyi, alınan nəticələrin etibarlılığı əsaslandırılmışdır. İşin fəsilər üzrə əsas qısa məzmunu verilmişdir.

Birinci fəsil yardımçı xarakter daşıyır və ilk olaraq bu fəsildə sıxılan və sıxılmayan cisimlər üçün qeyri-xətti elastiklik nəzəriyyəsi haqqında bəzi vacib məlumatlar verilir. Sonra, sonlu başlanğıc deformasiya zamanı sıxılan və sıxılmayan elastiki cisimlərin dinamikasının üçölçülü xəttiləşmiş münasibətlərinə baxılmışdır. Həmçinin, bircinsli başlanğıc

deformasiyalar zamanı xəttilləşmiş münasibətlərin sadə halına da baxılmışdır.

İkinci fəsilə, sıxılmayan cisimlər üçün sonlu başlanğıc deformasiyalarda BGCEDYXÜN-nin tənliklərini və münasibətlərini cəlb etməklə hissə-hissə bircins cismin modeli çərçivəsində quraşlıq silindrdə dalğaların yayılması haqqında məsələnin qoyuluşu gətirilir. Bu qoyuluşun bəzi detallarını göstərək.

Dairəvi en kəsikli quraşlıq silindrə baxaq. (şək.1) Təbii halda daxili silindrin radiusunu R ilə, xarici, içi boş silindrin qalınlığını isə h ilə işarə edək. Silindrlərin nöqtələrinin vəziyyətini $Oy_1 y_2 y_3$ Dekart koordinat sistemində həmçinin $Or\theta Z$ silindrik koordinat sistemində Laqranj koordinatları ilə müəyyən edək. Qəbul edək ki, silindrlərin uzunluğu Oy_3 oxu istiqamətində sonsuzdur və başlanğıc bircins deformasiya hər bir komponentə aiddir. Bu cür başlanğıc deformasiya Oy_3 oxu boyunca silindrin dartılması zamanı da yarana bilər.

Başlanğıc vəziyyətdə cismin nöqtələrinin vəziyyətini $O'y'_1 y'_2 y'_3$ Dekart koordinat sistemi və $O'r'\theta'z'$ silindrik koordinat sistemində Laqranj koordinatları ilə müəyyən edək. Qəbul edək ki, silindrlərin materialları sıxılmayıdır və bu materiallar üçün elastiklik münasibətləri Treolar potensialının köməyi ilə təsvir olunur. Daxili- bütöv silindrə aid kəmiyyətləri üst indeks (2) ilə işarə edək, xarici- içi boş silindrə aid kəmiyyətləri isə üst indeks (1) ilə işarə edək. Bundan əlavə, başlanğıc vəziyyətə aid kəmiyyətləri əlavə «O» üst indeksi ilə işarə edək. Yuxarıda ifadə olunanları nəzərə alaraq başlanğıc vəziyyətə aid olan kəmiyyətləri növbəti şəkildə müəyyən etmək olar:

$$u_m^{(k),0} = (\lambda_m^{(k)} - 1)y_m, \quad \lambda_1^{(k)} = \lambda_2^{(k)} \neq \lambda_3^{(k)}$$

$$\lambda_m^{(k)} = const. \quad m = 1,2,3; \quad k = 1,2, \quad (1)$$

burada $u_m^{(k),0}$ - yerdəyişmə vektorunun komponentləri, $\lambda_m^{(k)}$ - k-silindrdə Oy_m ox istiqamətində uzanma parametrləridir. Silindrlərin materialları sıxılmayan olduğu üçün $\lambda_m^{(k)}$ uzadılma parametrləri aşağıdakı münasibəti ödəməlidir.

$$\lambda_1^{(k)} \lambda_2^{(k)} \lambda_3^{(k)} = 1. \quad (2)$$

İşarələmələr daxil edək

$$\lambda^{(k)} = \lambda_3^{(k)}. \quad (3)$$

(1), (2) və (3)-ə əsasən yazsa bilərik

$$\lambda_1^{(k)} = \lambda_2^{(k)} = \left(\lambda^{(k)}\right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

Fərz edək ki, başlanğıc deformasiya yuxarıda göstərilən daxili və xarici silindrlərdə onların birləşməsindən əvvəl yaranır. Buna görə, $\lambda^{(1)} \neq \lambda^{(2)}$ və həmçinin $\lambda^{(1)} = \lambda^{(2)}$ olduğu hallar yarana bilər. Lakin, $\lambda^{(1)} = \lambda^{(2)}$ şəklində yaranan başlanğıc deformasiya onların komponentlərin birləşməsindən sonra quraşlıq silindrin dartılması zamanı da yarana bilər.

Beləliklə, başlanğıc vəziyyət ilə bağlı koordinatlarda BGCEYXÜN tənliklərini yazsaq. Bu koordinatlara aid olan kəmiyyətləri üst strix ilə işarə edək.

Hərəkət tənlikləri:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r'} Q'_{r'r'} + \frac{\partial}{\partial y'_3} Q'_{r'3} + \frac{1}{r'} (Q'_{r'r'} - Q'_{\theta'\theta'}) &= \rho'^{(k)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u'_{r'}^{(k)}, \\ \frac{\partial}{\partial r'} Q'_{3r'} + \frac{\partial}{\partial y'_3} Q'_{33} + \frac{1}{r'} Q'_{3r'} &= \rho'^{(k)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u'_3^{(k)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Elastiklik münasibətləri:

$$\begin{aligned} Q'_{r'r'} &= \chi'_{1111} \frac{\partial u'_{r'}^{(k)}}{\partial r'} + \chi'_{1122} \frac{u'_{r'}^{(k)}}{r'} + \chi'_{1133} \frac{\partial u'_3^{(k)}}{\partial y'_3} + p'^{(k)}, \\ Q'_{\theta'\theta'} &= \chi'_{2211} \frac{\partial u'_{r'}^{(k)}}{\partial r'} + \chi'_{2222} \frac{u'_{r'}^{(k)}}{r'} + \chi'_{2233} \frac{\partial u'_3^{(k)}}{\partial y'_3} + p'^{(k)}, \\ Q'_{33} &= \chi'_{3311} \frac{\partial u'_{r'}^{(k)}}{\partial r'} + \chi'_{3322} \frac{u'_{r'}^{(k)}}{r'} + \chi'_{3333} \frac{\partial u'_3^{(k)}}{\partial y'_3} + p'^{(k)}, \\ Q'_{r'3} &= \chi'_{1313} \frac{\partial u'_{r'}^{(k)}}{\partial y'_3} + \chi'_{1331} \frac{\partial u'_3^{(k)}}{\partial r'}, \end{aligned}$$

$$Q'_{3r'}^{(k)} = \chi'_{3113}^{(k)} \frac{\partial u_{r'}^{(k)}}{\partial y'_{3}} + \chi'_{3131}^{(k)} \frac{\partial u_3^{(k)}}{\partial r'}. \quad (6)$$

(5), (6)-da növbəti işarələmələr qəbul olunub:

$Q'_{r'r'}^{(k)}, \dots, Q'_{3r'}^{(k)}$ - silindrik koordinat sistemində Kırxqof gərginlik

tenzoru komponentlərinin həyacanlanması; $u'_{r'}^{(k)}, u'_3^{(k)}$ - yerdəyişmə vektoru komponentlərin həyacanlanması, $p'^{(k)} = p'^{(k)}(r', y'_3, t)$ - məchul funksiya (Laqranj vuruğu); $\chi'_{1111}^{(k)}, \dots, \chi'_{3333}^{(k)}$ - qiymətləri başlanğıc deformasiya vəziyyətindən və silindrlərin mexaniki sabit materiallarının qiymətlərindən asılı olan sabitlər; $\rho'^{(k)}$ - k-silindrin başlanğıc vəziyyətdə materialının sıxlığıdır.

Silindr materiallarının mexaniki münasibətləri Treolar potensialı ilə təsvir olunurlar və baxılan hall üçün növbəti şəkildə yazılırlır:

$$\Phi^{(k)} = C_{10}^{(k)} (I_1^{(k)} - 3), \quad I_1^{(k)} = 3 + 2A_1^{(k)},$$

$$A_1^{(k)} = \varepsilon_{rr}^{(k)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)} + \varepsilon_{zz}^{(k)}, \quad (7)$$

burada $c_{10}^{(k)}$ - k-silindrin materialının maddi sabiti, $\varepsilon_{rr}^{(k)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)}, \varepsilon_{zz}^{(k)}$ - Qrin deformasiya tenzorunun uyğun komponentləridir. Oxasimmetrik deformasiya halında bu komponentlərin ifadəsi aşağıdakı şəkildədir:

$$\varepsilon_{rr}^{(k)} = \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \right)^2,$$

$$\varepsilon_{\theta\theta}^{(k)} = \frac{u_r^{(k)}}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{u_r^{(k)}}{r} \right)^2,$$

$$\varepsilon_{rz}^{(k)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right),$$

$$\varepsilon_{zz}^{(k)} = \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right)^2. \quad (8)$$

Qeyd edək ki, (8) ifadələri təbii koordinatlarda yazılmışdır. Nəzərə alaq ki, $\varepsilon_{rr}^{(k)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)} + \varepsilon_{zz}^{(k)} = \varepsilon_1^{(k)} + \varepsilon_2^{(k)} + \varepsilon_3^{(k)}$, burada $\varepsilon_1^{(k)}$, $\varepsilon_2^{(k)}$ və $\varepsilon_3^{(k)}$ - Qrin deformasiya tenzorunun əsas qiymətləridir.

Beləliklə, \tilde{S} Laqranj gərginlik tenzoru komponentləri aşağıdakı düsturlardan təyin olunurlar:

$$\begin{aligned} S_{rr}^{(k)} &= \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial \varepsilon_{rr}^{(k)}} + p^{(k)} g_{rr}^{*(k)}, & S_{\theta\theta}^{(k)} &= \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)}} + p^{(k)} g_{\theta\theta}^{*(k)}, \\ S_{zz}^{(k)} &= \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial \varepsilon_{zz}^{(k)}} + p^{(k)} g_{zz}^{*(k)}, & S_{rz}^{(k)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{Fz}^{(k)}} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{zF}^{(k)}} \right) \Phi^{(k)}, \\ S_{zr}^{(k)} &= S_{rz}^{(k)}, \end{aligned} \quad (9)$$

burada

$$\begin{aligned} g_{rr}^{*(k)} &= 1 + 2 \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \left(\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \right)^2, \\ g_{\theta\theta}^{*(k)} &= 1 + 2 \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} + \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \right)^2, \\ g_{zz}^{*(k)} &= 1 + 2 \frac{u_r^{(k)}}{r} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{u_r^{(k)}}{r} \right)^2. \end{aligned} \quad (10)$$

(1), (7)-(10)-dan $S_{zr}^{(k),0}$, $S_{\theta\theta}^{(k),0}$, $S_{zz}^{(k),0}$ və $p^{(k),0}$ gərginlikləri təyin edək.

$$\begin{aligned} S_{rr}^{(k),0} &= S_{\theta\theta}^{(k),0} = 2C_{10}^{(k)} + p^{(k),0} (\lambda_1^{(k)})^{-2} \\ S_{zz}^{(k),0} &= 2C_{10}^{(k)} + p^{(k),0} (\lambda_3^{(k)})^{-2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Məsələlərin qoyuluşuna əsaslanaraq $S_{rr}^{(k),0} = S_{\theta\theta}^{(k),0} = 0$ münasibətini qəbul edə bilərik. Buradan isə alırıq ki:

$$\begin{aligned} p^{(k),0} &= -2C_{10}^{(k)} (\lambda_1^{(k)})^2 = -2C_{10}^{(k)} \lambda^{-1}, \\ S_{zz}^{(k),0} &= 2C_{10}^{(k)} (\lambda^{(k)})^{-2} \left((\lambda^{(k)})^2 - (\lambda^{(k)})^{-1} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Beləliklə, (1)-(4), (12) ifadələri ilə başlanğıc gərginlikləri tam təyin edə bilərik. Belə olan halda Kırxqof və Laqranj gərginlik tenzorlarının

komponentlərini həyacanlanmaları arasında növbəti münasibətləri yazmaq olar:

$$\begin{aligned} Q'_{r'r'}^{(k)} &= (\lambda^{(k)})^{-1} S_{rr'}^{(k)}, & Q'_{\theta'\theta'}^{(k)} &= (\lambda^{(k)})^{-1} S_{\theta\theta'}^{(k)}, \\ Q'_{z'z'}^{(k)} &= (\lambda^{(k)})^2 S_{zz}^{(k)} + \lambda^{(k)} S_{zz}^{(k),0} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z'}, \\ Q'_{r'z'}^{(k)} &= (\lambda^{(k)})^{1/2} S_{rz}^{(k)}, & Q'_{zr'}^{(k)} &= (\lambda^{(k)})^{1/2} S_{zr'}^{(k)} + S_{zz}^{(k),0} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z'}. \end{aligned} \quad (13)$$

(13), (12)-dən və dissertasiya işində gətirilmiş elastikliyin xəttləşmiş münasibətlərindən $\chi_{1111}^{(k)}, \dots, \chi_{3333}^{(k)}$ üçün növbəti ifadələr alınır:

$$\begin{aligned} \chi'_{1111}^{(k)} &= \chi'_{2222}^{(k)} = 4C_0^{(k)} (\lambda^{(k)})^{-1}, & \chi'_{1122}^{(k)} &= \chi'_{1133}^{(k)} = \chi'_{2233}^{(k)} \\ &= \chi'_{3311}^{(k)} = \chi'_{2211}^{(k)} = \chi'_{3322}^{(k)} = 0, & \chi'_{1331}^{(k)} &= 2C_{10}^{(k)} (\lambda^{(k)})^{-1}, \\ \chi'_{1221}^{(k)} &= 2C_{10}^{(k)} (\lambda^{(k)})^{-1}, & \chi'_{3333}^{(k)} &= 2C_{10}^{(k)} \left[1 + (\lambda^{(k)})^{-3} \right] (\lambda^{(k)})^2, \\ \chi'_{1313}^{(k)} &= \chi'_{3131}^{(k)} = 2C_{10}^{(k)} (\lambda^{(k)})^{-1}, & \chi'_{3113}^{(k)} &= 2C_{10}^{(k)} (\lambda^{(k)})^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Beləliklə, baxılan quraşlıq silindrdə dalğaların yayılmasını tədqiq etmək üçün (5) hərəkət tənliyi və (6), (14) münasibətləri alınır. Bu tənliklərin qapanması üçün baxılan halda aşağıdakı şəkildə olan sıxılmazlıq şərtini əlavə etmək lazımdır:

$$\frac{\partial u_{r'}^{(k)}}{\partial r'} + \frac{u_{r'}^{(k)}}{r'} + \frac{\partial u_{z'}^{(k)}}{\partial z'} = 0. \quad (15)$$

Fərz olunur ki, silindrlərin arasında tam ilişmə şərti verilib və xarici silindrin xarici səthi xarici təsirlərdən azaddır. Deyilənləri aşağıdakı şəkildə yaza bilərik:

$$\begin{aligned} Q'_{r'r'}^{(1)} \Big|_{r'=R'} &= Q'_{r'r'}^{(2)} \Big|_{r'=R'}, & Q'_{r'z'}^{(1)} \Big|_{r'=R'} &= Q'_{r'z'}^{(2)} \Big|_{r'=R'}, \\ u_{r'}^{(1)} \Big|_{r'=R'} &= u_{r'}^{(2)} \Big|_{r'=R'}, & u_{z'}^{(1)} \Big|_{r'=R'} &= u_{z'}^{(2)} \Big|_{r'=R'}, \\ Q'_{r'r'}^{(1)} \Big|_{r'=R'+h'} &= 0, & Q'_{r'z'}^{(1)} \Big|_{r'=R'+h'} &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Yuxarıda ifadə olunanlarla son başlanğıc deformasiyalı sıxılmaz materiallı quraşlıq silindrdə oxasimmetrik elastiki dalğaların yayılmasının (dispersiya) tədqiqatı üçün məsələlərin qoyuluşu tam işlənilib hazırlanır.

Qeyd edək ki, $\lambda^{(k)} = 1, 0$ ($k = 1, 2$) halı üçün məsələnin qoyuluşu,

quraşıq silindr, daha doğrusu başlanğıc deformasiyaya uğramamış quraşıq silindr üçün elastodinamikanın klassik (xətti) nəzəriyyəsi məsələsinin qoyuluşuna keçir. Sonra qoyulan məsələnin həll metodları inkişaf etdirilir və uyğun dispersion tənlik alınır. Ədədi nəticələrin alınması və dispersion əyrilərin alınması üçün alqoritm qurulur. Çoxlu ədədi nəticələr gətirilir və onların analizi aparılır. Bunun üçün (2) və (1) üst indeksləri əvəzinə uyğun olaraq (f) və (m) üst indekslərindən istifadə olunur. Əvvəl $h/R = \infty$ halına, yəni bütöv silindr sonsuz elastiki cisimdə olan hala baxılır. Bu baxılan halda $r' = R' + h'$ -də sərhəd şərti verilir və (16) -da olan son iki münasibət $r' \rightarrow \infty$ olduqda sonsuz cismə aid kəmiyyətlərin məhdudluğu şərti ilə əvəz olunur.

Sonra quraşıq silindr üçün alınmış ədədi nəticələrə baxılır və analiz edilir. Buradan da uzundalğalı və qısdalğalı yaxınlaşma zamanı dalğaların yayılma sürətinin son qiyməti üçün analitik ifadələr alınır.

Bundan başqa, bu ifadələr birinci dispersion moda üçün alınır və aşağıdakı şəkildə yazılır:

$$\frac{c}{c_2^{(f)}} = \left[\frac{c_{10}^{(m)}}{c_{10}^{(f)}} \eta^{(m)} \left((\lambda^{(m)})^2 + \frac{2}{\lambda^{(m)}} \right) + \eta^{(f)} \left((\lambda^{(f)})^2 + \frac{2}{\lambda_1^{(f)}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ \times \left(\frac{\rho^{(m)}}{\rho^{(f)}} \eta^{(m)} + \eta^{(f)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad kR \rightarrow 0, \quad \text{olduqda} \quad (17)$$

$$\frac{c}{c_2^{(f)}} = \min \left\{ \frac{C_2^{(f)}(\lambda^{(f)})}{c_2^{(f)}}, \frac{C_R^{(m)}(\lambda^{(m)})}{C_2^{(f)}} \right\} \quad kR \rightarrow \infty, \quad \text{olduqda} \quad (18)$$

(17), (18) -də növbəti işarələmələr qəbul olunur:

$$\eta^{(m)} = \left(2 \frac{h}{R} + \left(\frac{h}{R} \right)^2 \right) \left(\left(1 + \frac{h}{R} \right)^2 \right)^{-1}, \\ \eta^{(f)} = \left(1 + \frac{h}{R} \right)^{-2}, \quad c_2^{(f)} = \sqrt{\frac{2C_{10}^{(f)}}{\rho^{(f)}}}, \quad c_2^{(f)}(\lambda^{(s)}) = \sqrt{\frac{2C_{10}^{(f)}}{\rho^{(f)}}} \lambda^{(f)}. \quad (19)$$

Bundan başqa (17), (18) -də S ilə quraşıq silindrdə boyuna oxasimetrik dalğaların sürəti, $C_R^{(m)}(\lambda^{(m)})$ - ilə isə deformasiyadan

qabaq xarici silindrin materialında Reley dalğalarının sürəti işarə olunur.

$C_R^{(m)}(\lambda^{(m)})$ -nin qiyməti növbəti ifadədən təyin olunur.

$$\frac{C_R^{(m)}(\lambda^{(m)})}{C_2^{(f)}} = \lambda^{(m)} \sqrt{\frac{C_{10}^{(m)}}{C_{10}^{(f)}} \frac{\rho^{(f)}}{\rho^{(m)}} (1 - x_*^2 (\lambda^{(m)})^{-4})}, \quad (20)$$

burada $x_* \approx 0,2916$.

Həmçinin fundamental modanın dispersiyasına başlanğıc deformasiyanın təsirini göstərən ədədi nəticələrdən bəzi fraqmentləri götürək. Bu fraqmentlər uyğun olaraq $C_{10}^{(t)} / C_{10}^{(m)} = 5$, $\rho^{(t)} / \rho^{(m)} = 1.0$ zamanı şəkl.2, şəkl.3. və şəkl.4-də $h / R = 0,5; 1.0$ və 3.0 halları üçün göstərilmişdir. İkinci fəsilin sonunda bu fəsildə alınan ədədi nəticələrin analizindən olan əsas nəticələr ifadə olunmuşdur.

Üçüncü fəsildə sonlu başlanğıc deformasiyalı sıxılan materialdan olan quraşığı silindrdə oxasimetrik boyuna modaların dispersiyası tədqiq olunub. Məsələlərin qoyuluşunu vermək üçün başlanğıc hazırlıq eyniliklə ikinci fəsildə olduğu kimidir. Başqa sözlə, üçüncü fəsildə başlanğıc deformasiya vəziyyəti (1) yerdəyişmələri ilə təyin olunur və hərəkət tənlikləri (5) şəklində yazılır. Lakin, (2)-(4) münasibətləri üçüncü fəsildə istifadə edilmir, çünki, silindrlərin materialları sıxılan qəbul olunurlar. Bundan əlavə, sıxılan cisimlər üçün elastiklik münasibətləri aşağıdakı şəkildə ifadə olunurlar:

$$\begin{aligned} Q_{r'r'}^{(k)} &= \omega_{1111}^{(k)} \frac{\partial u_{r'}^{(k)}}{\partial r'} + \omega_{1122}^{(k)} \frac{\partial u_{r'}^{(k)}}{r'} + \omega_{1133}^{(k)} \frac{\partial u_{z'}^{(k)}}{\partial z'}, \\ Q_{\theta'\theta'}^{(k)} &= \omega_{2211}^{(k)} \frac{\partial u_{r'}^{(k)}}{\partial r'} + \omega_{2222}^{(k)} \frac{u_{r'}^{(k)}}{r'} + \omega_{2233}^{(k)} \frac{\partial u_{z'}^{(k)}}{\partial z'}, \\ Q_{z'z'}^{(k)} &= \omega_{3311}^{(k)} \frac{\partial u_{r'}^{(k)}}{\partial r'} + \omega_{3322}^{(k)} \frac{u_{r'}^{(k)}}{r'} + \omega_{3333}^{(k)} \frac{\partial u_{z'}^{(k)}}{\partial z'}, \\ Q_{r'z'}^{(k)} &= \omega_{1313}^{(k)} \frac{\partial u_{r'}^{(k)}}{\partial z'} + \omega_{1331}^{(k)} \frac{\partial u_{z'}^{(k)}}{\partial r'}, \\ Q_{z'r'}^{(k)} &= \omega_{3113}^{(k)} \frac{\partial u_{r'}^{(k)}}{\partial z'} + \omega_{3131}^{(k)} \frac{\partial u_{z'}^{(k)}}{\partial r'}, \end{aligned} \quad (21)$$

burada $\omega'_{1111}(k), \dots, \omega'_{3131}(k)$ - başlanğıc vəziyyətin kəmiyyətlərini və silindrlərin materiallarının mexaniki xassələrini xarakterizə edən konkret qəbul edilmiş ifadələrin sabitləridir. (21)-də olan digər işarələmələr ikinci fəsilə olduđu kimi qəbul edilir.

Silindrin materialı üçün elastiklik münasibətləri harmonik tipli potensialın köməkliliyi ilə təsvir olunurlar və növbəti ifadə ilə yazılırlar:

$$\Phi^{(k)} = \frac{1}{2} \lambda^{(k)} (S_1^{(k)})^2 + \mu^{(k)} S_2^{(k)}, \quad (22)$$

burada $\lambda^{(k)}$ və $\mu^{(k)}$ k -cı silindrin materialı üçün mexaniki sabitlər, $S_1^{(k)}$ və $S_2^{(k)}$ Qrin deformasiya tenzorunun növbəti invariantlarıdır:

$$S_1^{(k)} = \sqrt{1 + 2\varepsilon_1^{(k)}} + \sqrt{1 + 2\varepsilon_2^{(k)}} + \sqrt{1 + 2\varepsilon_3^{(k)}} - 3, \\ S_2^{(k)} = \left(\sqrt{1 + 2\varepsilon_1^{(k)}} - 1 \right)^2 + \left(\sqrt{1 + 2\varepsilon_2^{(k)}} - 1 \right)^2 + \left(\sqrt{1 + 2\varepsilon_3^{(k)}} - 1 \right)^2. \quad (23)$$

(23)-də, $\varepsilon_1^{(k)}, \varepsilon_2^{(k)}$ və $\varepsilon_3^{(k)}$ - Qrin deformasiya tenzorunun əsas qiymətləridir. Qeyd edək ki, (8) həndəsi münasibətləri və (18) kontakt – sərhəd şərtləri üçüncü fəsilə də işlənir. Lakin, üçüncü fəsilə (9) və (13) münasibətlərinin əvəzinə aşağıdakı ifadələr alınır:

$$S'_{rr}{}^{(k)} = \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial \varepsilon_{rr}^{(k)}}, \quad S'_{\theta\theta}{}^{(k)} = \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)}}, \quad S'_{zz}{}^{(k)} = \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial \varepsilon_{zz}^{(k)}}, \\ S'_{rz}{}^{(k)} = S'_{zr}{}^{(k)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{rz}^{(k)}} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{zr}^{(k)}} \right) \Phi^{(k)}, \quad (24)$$

$$Q'_{r'r'}{}^{(k)} = \lambda_1^{(k)} S'_{r'r'}{}^{(k)}, \quad Q'_{\theta'\theta'}{}^{(k)} = \lambda_1^{(k)} S'_{\theta'\theta'}{}^{(k)},$$

$$Q'_{z'z'}{}^{(k)} = \left(\lambda_3^{(k)} \right)^2 S'_{zz}{}^{(k)} + \lambda_3^{(k)} S'_{zz}{}^{(k),0} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z'},$$

$$Q'_{r'z'}{}^{(k)} = \left(\lambda_1^{(k)} \right)^{-1} S'_{r'z'}{}^{(k)}, \quad Q'_{z'r'}{}^{(k)} = \left(\lambda_1^{(k)} \right)^{-1} S'_{z'r'}{}^{(k)} + \lambda_3^{(k)} S'_{zz}{}^{(k),0} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z'}. \quad (25)$$

Bu halda (1), (22)-(24)- dən başlanğıc gərginliklərin kəmiyyətləri və $\omega'_{1111}(k), \dots, \omega'_{3113}(k)$ sabitləri üçün ifadələr aşağıdakı şəkildə təyin olunurlar:

$$\begin{aligned}
 S_{zz}^{(k),0} &= \left[\lambda^{(k)} (2\lambda_1^{(k)} + \lambda_3^{(k)} - 3) + 2\mu^{(k)} (\lambda_3^{(k)} - 1) \right] (\lambda_3^{(k)})^{-1}, \\
 S_{rr}^{(k),0} &= S_{\theta\theta}^{(k),0} = S_{r\theta}^{(k),0} = S_{rz}^{(k),0} = S_{\theta z}^{(k),0} = 0, \\
 \lambda_z^{(k)} &= \lambda_1^{(k)} = \left[2 - \frac{\lambda^{(k)}}{\mu^{(k)}} (\lambda_3^{(k)} - 3) \right] \left[2 \left(\frac{\lambda^{(k)}}{\mu^{(k)}} + 1 \right) \right]^{-1}, \\
 \omega'_{1111}(k) &= (\lambda_3^{(k)})^{-1} (\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}), \\
 \omega'_{3333}(k) &= \left(\frac{\lambda_3^{(k)}}{\lambda^{(k)}} \right)^2 (\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}), \quad \omega'_{1122}(k) = (\lambda_3^{(k)})^{-1} \lambda^{(k)}, \\
 \omega'_{1133}(k) &= (\lambda_1^{(k)})^{-1} \lambda^{(k)}, \quad \omega'_{1221}(k) = (\lambda_3^{(k)})^{-1} \mu^{(k)}, \\
 \omega'_{1313}(k) &= 2\mu^{(k)} (\lambda_1^{(k)} + \lambda_3^{(k)})^{-1}, \\
 \omega'_{3113}(k) &= 2\mu^{(k)} (\lambda_1^{(k)})^{-2} (\lambda_3^{(k)})^2 (\lambda_1^{(k)} + \lambda_3^{(k)})^{-1}.
 \end{aligned} \tag{26}$$

Beləliklə, sonlu başlanğıc deformasiyalı sıxılan materialdan hazırlanmış quraşq silindrdə oxasimetrik dalğaların yayılması haqqında məsələlərin qoyuluşu yuxarıda ifadə olunanlarla tamamlanır. $\lambda_3^{(k)} = \lambda_1^{(k)} = \lambda_2^{(k)} = 1.0$, olan halda, yəni silindrin komponentlərində başlanğıc gərginliklər (və ya deformasiyalar) yoxdursa, yuxarıda ifadə olunan qoyuluş elastodinamikanın klassik xətti nəzəriyyəsi çərçivəsində olan uyğun qoyuluşa keçir.

Bundan sonra, qoyulan məsələnin həll üsulu inkişaf etdirilərək axtarılan kəmiyyətlər üçün analitik ifadələr alınmışdır. (16) kontakt və sərhəd şərtlərindən istifadə etməklə dispersion tənlik alınaraq dispersion əyrlərinin qurulması üçün alqoritm yazılmışdır.

Qeyd olunan dispersion tənliyinin ədədi tədqiqatları iki halda aparılıb. Birinci halda fərz olunur ki, $h/R = \infty$, yəni uzunluğu boyu oxasimetrik dalğalar yayılan bütöv silindrin sonsuz elastiki mühitdə olduğu hala baxılıb. İkinci halda isə qəbul olunub ki, $h/R < \infty$. Ədədi nəticələrin

analizi zamanı (2) və (1) üst indekslərinin əvəzinə, ikinci fəsildəki kimi uyğun olaraq (f) və (m) üst intdekslərindən istifadə olunub.

Qısa olaraq, $h/R = \infty$ olduqda alınmış bəzi ədədi nəticələrin üzərində dayanaq. Əvvəlcə $\lambda_3^{(1)} = \lambda_3^{(2)} = 1.0$ olduqda, yəni silindrdə və sonsuz mühitdə başlanğıc deformasiyanın mövcud olmadığı hala baxaq. Qeyd edək ki, bu halda baxılan məsələ elastodinamika klassik xətti nəzəriyyəsi çərçivəsində öyrənilən məsələlərə uyğundur. Qeyd etmək lazımdır ki, elastodinamika klassik xətti nəzəriyyəsi çərçivəsində belə tədqiqatlar dəqiq qoyuluşda indiyə qədər tədqiq olunmayıb. Lakin, Parnes R. «Dispersion relation of waves in a rod embedded in an elastic medium. J. Sound vibr. 1981; 76(1): 65-75» işində çubuğu olan sonsuz elastiki cisimdə boyuna oxasimmetrik dalğaların yayılması tədqiq olunmuşdur. Bununla belə, oxu əhatə edən sonsuz elastiki cisim üçün tənliklər elastodinamikanın klassik xətti nəzəriyyəsinin dəqiq hərəkət tənliklərini daxil etməklə yazılıb, çubuğun hərəkət tənlikləri isə - Bernulli-Eyler fərziyyəsi çərçivəsində yazılıb. Buna əsasən, fərz olunur ki, silindr səthində sonsuz cismin radial yerdəyişməsi sıfıra bərabərdir (yəni $\Gamma = R$ olanda $u_{\Gamma}^{(1)} = 0$),. Qeyd edək ki, çubuğun hərəkət tənlikləri yazılan zaman silindr-çubuq səthində təsir edən toxunan gərginliklər nəzərə alınır. İfadə olunan fərziyyələr çərçivəsində alınan dispersion əyrilər şəx.5 və şəx.6 – da göstərilmişdir. $c/c_b^{(f)0}$ və R/Λ arasında asılılığa baxılmışdır, burada

$c_b^{(f)0}$ - çubuğun materialı üçün çubuq sürəti, Λ - dalğa uzunluğu, R - silindr-çubuğun radiusudur. Burada fərz olunur ki, $\rho^{(f)}/\rho^{(m)} = 1$, $\mu^{(f)}/\mu^{(m)} = 1/7.5$ (şəx.5) və $\mu^{(f)}/\mu^{(m)} = 0.3$ (şəx.6). Bundan əlavə, bu şəkillərdə şaquli qırıq xətlər ilə R/Λ üçün kritik qiymətlər göstərilib. Qeyd edək ki, göstərilən kritik qiymətlər Parnesin yuxarıda göstərilən işlərində olan yanaşmalar çərçivəsində alınır, bundan əlavə Parnes yanaşması çərçivəsində alınır ki, baxılan sonsuz cisimdə boyuna oxasimmetrik dalğaların yayılması üçün yalnız bir moda ola bilər. Bununla belə, Parnesin işindən nəticə çıxarılır ki, silindr-çubuq olan sonsuz cisimdə göstərilən dalğanın yayılması yalnız $C_6^{(f)0} < C_2^{(m)0}$ halında ola bilər və dalğanın yayılma sürəti

$C_6^{(f)} < C < C_2^{(m)0}$ şərtlərini ödəməlidir. Deməli, $R/\Lambda \rightarrow \infty$ olanda

$C/C_b^{(f)0} \rightarrow 1$ olmalıdır. Qeyd edək ki, ifadə olunanlar şəx.5 və şəx.6 – da göstərilən dispersion əyrilərdən də görünür. Şəx.5 və şəx.6 –da göstərilən əyrilər üçölçülü dəqiq yanaşma çərçivəsində alınan dispersion əyrilərdir. Əyrilər şəkillərdə 1,2,3,4 rəqəmləri ilə modaların nömrələnməsinə uyğun olaraq qeyd olunublar.

Beləliklə, məsələnin dəqiq qoyuluşu əsasında alınmış dispersion əyrilərin analizindən irəli gəlir ki, sürəti $C_b^{(f)0}$ sürətindən kiçik olan dalğa da ola bilər.

Bunula belə, $R/\Lambda \rightarrow \infty$ olanda $C/C_b^{(f)0} \rightarrow C_2^{(f)0}/C_b^{(f)0}$ ola bilər. Bundan əlavə nəticələrdən alınır ki, $R/\Lambda \rightarrow \infty$ olduqda praktik qiymət ola bilməz və $R/\Lambda \rightarrow 0$

olanda $C/C_b^{(f)0}$ qiymətləri son həddi olmur. Beləliklə, Parnes R. yanaşması nəinki kəmiyyətcə, həmçinin keyfiyyətcə silindri olan sonsuz bərk cisimdə oxasimmetrik dalğaların yayılmasını düzgün təsvir etmir.

İndi, dispersion əyrilərin hərəkətinə başlanğıc deformasiyaların təsirini göstərən ədədi nəticələrin bəzi fraqmentlərinə baxaq.

Bunun üçün fərz olunur ki,

$$\rho^{(f)}/\rho^{(m)} = 1.0, \quad \lambda^{(f)}/\mu^{(f)} = \lambda^{(m)}/\mu^{(m)} = 1.5, \quad \mu^{(f)}/\mu^{(m)} = 5$$

və növbəti işarələmələr daxil edilir:

$$\frac{C_k^{(m)0}}{C_2^{(f)0}} = \left(\frac{C_k^{(m)}}{C_2^{(f)0}} \right) \Bigg|_{\lambda_3^{(m)}=1.0}, \quad \frac{C_k^{(f)0}}{C_2^{(f)0}} = \left(\frac{C_k^{(f)}}{C_2^{(f)0}} \right) \Bigg|_{\lambda_3^{(f)}=1.0},$$

$$\frac{C_k^{(m)\alpha}}{C_2^{(f)0}} = \left(\frac{C_k^{(m)}}{C_2^{(f)0}} \right) \Bigg|_{\lambda_3^{(m)}=\alpha \neq 1.0}, \quad \frac{C_k^{(f)\alpha}}{C_2^{(f)0}} = \left(\frac{C_k^{(f)\alpha}}{C_2^{(f)0}} \right) \Bigg|_{\lambda_3^{(f)}=\alpha \neq 1.0}, \quad k = 1, 2. \quad (27)$$

burada

$$C_1^{(m)\alpha} = \sqrt{\frac{\omega_{3333}^{(m)}}{\rho^{(m)}}} \Bigg|_{\lambda_3^{(m)}=\alpha}, \quad C_2^{(m)\alpha} = \sqrt{\frac{\omega_{3113}^{(m)}}{\rho^{(m)}}} \Bigg|_{\lambda_3^{(m)}=\alpha},$$

$$C_1^{(m)\alpha} = \sqrt{\frac{\omega_{3333}^{(f)}}{\rho^{(f)}}} \Big|_{\lambda_3^{(f)}=\alpha}, \quad C_2^{(f)\alpha} = \sqrt{\frac{\omega_{3113}^{(f)}}{\rho^{(f)}}}. \quad (28)$$

(26), (28) əsasən $\mu^{(f)} / \mu^{(m)} = 5$ olduqda $C_2^{(m)} < C_1^{(m)} < C_2^{(f)} < C_1^{(f)}$ bərabərsizliyi doğrudur.

Şək.7, şək.8 və şək.9-da uyğun olaraq

$$\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.0; \lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.2\},$$

$$\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.2; \lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.5\}$$

və $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.5; \lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.9\}$ çüt qiymətləri üçün yuxarıda göstərilən hallarda qurulan dispersion əyrilər göstərilmişdir.

Bu əyrilər aşkar görünür ki, müxtəlif modalarda başlanğıc dartıcı deformasiyaların dalğaların sürətinə təsirini göstərir.

Dissertasiya işində alınan bu və digər nəticələr göstərir ki, hər moda üçün alınan dispersion əyrilər növbəti intervallarla təyin olunan dörd hissəyə bölünür:

$$C_2^{(m)\alpha} < C < C_1^{(m)\alpha} \quad (\text{I hissə}),$$

$$C_1^{(m)\alpha} < C < C_2^{(f)\alpha} \quad (\text{II hissə}),$$

$$C_2^{(f)\alpha} < C < C_1^{(f)\alpha} \quad (\text{III hissə}),$$

$$C > C_1^{(f)\alpha} \quad (\text{IV hissə}). \quad (29)$$

Belə ki, bu hissələr uyğun $\lambda_3^{(f)}$ və $\lambda_3^{(m)}$ qiymətlərində $C_2^{(m)}$, $C_1^{(m)}$, $C_2^{(f)}$ və $C_1^{(f)}$ sürətlərinin qiymətlərini göstərən üfüqi düz xəttlərlə bir-birindən ayrılırlar. Bütün bunlara əsasən, birinci dispersion moda üçün növbəti hədd qiymətləri alınır:

$$\frac{C}{C_2^{(f)}} \rightarrow \frac{C_2^{(m)\alpha}}{C_2^{(f)}} : kR \rightarrow \infty - \text{ olduqda.} \quad (30)$$

Üçüncü fəsilə gətirilən bütün ədədi nəticələrdə, əsas qeyd olunan anlardan biri, başlanğıc deformasiyanın dəyişməsi ilə (29) tənliyindən tapılan I, II, və III sahələrinin uzunluqlarının dəyişməsidir. Bu dəyişilməni qiymətləndirmək üçün növbəti işarələmələr daxil edək:

$$L_I = \frac{C_1^{(m)\alpha} - C_2^{(m)\alpha}}{C_2^{(f)0}}, \quad L_{II} = \frac{C_2^{(f)\alpha} - C_1^{(m)\alpha}}{C_2^{(f)0}}, \quad L_{III} = \frac{C_1^{(f)\alpha} - C_2^{(f)\alpha}}{C_2^{(f)0}} \quad (31)$$

Analiz göstərir ki, yuxarıda baxılan halda L_I və L_{II} qiyməti $\lambda_3^{(f)} = \lambda_3^{(m)}$ -in artması ilə monoton artır. Lakin L_I uzunluğu $\lambda_3^{(f)} = \lambda_3^{(m)}$ parametrindən monoton olmayan formada asılıdır.

Sonra, quraşlıq silindr üçün alınmış ədədi nəticələr baxılır. Bu zaman C^{sc} , C^{hc} və C^{cc} ilə uyğun olaraq bütöv, boş və quraşlıq silindrlərdə dalğaların yayılma sürətləri işarə olunmuşdur. Ədədi nəticələrə əsasən alınır ki,

$$C^{sc} \rightarrow C_b^{(f)}(\lambda_3^{(f)}), \quad C^{hc} \rightarrow C_b^{(f)}(\lambda_3^{(f)}) \quad kR \rightarrow 0 \text{ olduqda,}$$

$$C^{sc} \rightarrow C_R^{(f)}(\lambda_3^{(f)}), \quad C^{hc} \rightarrow C_R^{(f)}(\lambda_3^{(f)}) \quad kR \rightarrow \infty \text{ olduqda,} \quad (32)$$

burada $C_b^{(f)}(\lambda_3^{(f)})$ - başlanğıc deformasiyalı silindrdə dalğaların yayılmasının «çubuq» sürəti; $C_R^{(f)}(\lambda_3^{(f)})$ - başlanğıc deformasiyalı silindrin materialında Reley sürətidir. Uyğun asimptotik analiz göstərir ki,

$$C_b^{(f)}(\lambda_3^{(f)}) = \lambda_3^{(f)} C_b^{(f)0}, \quad (33)$$

$$C_b^{(f)0} = \sqrt{2(1 + \lambda^{(f)}) \left(2(\lambda^{(f)} + \mu^{(f)}) \right) \mu^{(f)} \rho^{(f)}}. \quad (34)$$

Qeyd edək ki, elastodinamikanın klassik xətti nəzəriyyəsinə əsaslanaraq (22) harmonik potensialına daxil olan λ və μ mexaniki sabitləri və deməli (34)-ə daxil olan $\lambda^{(t)}$ və $\mu^{(t)}$ sabitlərini Lamé sabitləri kimi qəbul etmək olar. Bununla əlaqədar olaraq yaza bilərik:

$$\lambda^{(f)} = \frac{E^{(f)} \nu^{(f)}}{(1 + \nu^{(f)})(1 - 2\nu^{(f)})}, \quad \mu^{(f)} = \frac{E^{(f)} \nu^{(f)}}{2(1 + \nu^{(f)})}, \quad (35)$$

burada $E^{(f)}$ - Yunq modulu, $\nu^{(f)}$ - Puasson əmsalındır. Nəzərə alsaq ki,

$$2\mu^{(f)} (1 + \lambda^{(f)} / (2(\lambda^{(f)} + \mu^{(f)}))) = E^{(f)}, \quad (36)$$

(34)-dən növbəti düsturu alırıq

$$C_b^{(f)0} = \sqrt{\frac{E^{(f)}}{\rho^{(f)}}}, \quad (37)$$

belə ki, (37) «çubuq» sürətinin klassik təyini ilə üst-üstə düşür.

Üçüncü fəsilə, həmçinin C^{cc} hədd qiymətlərinin təyini üçün növbəti münasibətlər alınır.

$$\begin{aligned} \frac{C^{cc}}{C_2^{(f)0}} &= \frac{C_b^{cc}(\lambda_3^{(f)}, \lambda_3^{(m)})}{C_2^{(f)0}} = \\ &= \left[\frac{e^{(f)}(\lambda_3^{(f)})^2 \eta^{(f)} + e^{(m)}(\lambda_3^{(m)})^2 \mu^{(m)} \eta^{(m)} / \mu^{(f)}}{(\eta^{(f)} + \eta^{(m)} \rho^{(m)} / \rho^{(f)})} \right]^{\frac{1}{2}} \quad kR \rightarrow 0 \text{ olduqda,} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\frac{C^{cc}}{C_2^{(f)0}} = \min \left\{ \frac{C_2^{(f)\alpha}}{C_2^{(f)0}}, \frac{C_R^{(m)}(\lambda_3^{(m)})}{C_2^{(f)0}} \right\} \quad kR \rightarrow 0 \text{ olduqda,} \quad (39)$$

burada

$$e^{(f)} = 2 \left(1 + \frac{\lambda^{(f)}}{2(\lambda^{(f)} + \mu^{(f)})} \right), \quad e^{(m)} = 2 \left(1 + \frac{\lambda^{(m)}}{2(\lambda^{(m)} + \mu^{(m)})} \right). \quad (40)$$

$\eta^{(f)}$ və $\eta^{(m)}$ qiymətləri (19) düsturundan təyin olunurlar. Qeyd edək ki, $\lambda_3^{(f)} = \lambda_3^{(m)} = 1.0$ halında (38) ifadəsi LaiY.-L., Dowell E. H., Tauchert T. R., J. Acoustic Societ. Amenca (1971), 49 (1) işlərində alınan uyğun ifadələr ilə üst-üstə düşür.

Üçüncü fəsilə göstərilən ədədi nəticələr $\mu^{(f)} / \mu^{(m)} = 2$ və $\mu^{(f)} / \mu^{(m)} = 0.5$ hallarında alınmışdır. Nümunə olaraq, şəkl.10 və şəkl.11-də $h/R = 1.0$ olduqda $\mu^{(f)} / \mu^{(m)}$ qiymətlərində birinci dispersion moda üçün dispersion əyrilər göstərilib. Bu şəkillərdə müqayisə etmək məqsədi ilə bütöv və boş silindrlər üçün alınmış uyğun dispersion əyrilər göstərilib.

Bundan əlavə, şəkl.12, şəkl. 13 və şəkl.14 – də uyğun olaraq $\mu^{(f)} / \mu^{(m)} = 2/0$, $h/R = 1.0$. olanda cüt qiymətlər üçün dispersion ayrılır göstərilmişdir:

$$\begin{cases} \lambda_3^{(f)} = \lambda_3^{(m)} = 1.0; & \lambda_3^{(f)} = \lambda_3^{(m)} = 1.2 \end{cases}, \\ \begin{cases} \lambda_3^{(f)} = \lambda_3^{(m)} = 1.2; & \lambda_3^{(f)} = \lambda_3^{(m)} = 1.5 \end{cases} \\ \text{və } \begin{cases} \lambda_3^{(f)} = \lambda_3^{(m)} = 1.5; & \lambda_3^{(f)} = \lambda_3^{(m)} = 1.9 \end{cases}$$

Üçüncü fəslin sonunda, bu fəsildə nəticələrin analizindən alınmış əsas yeniliklər göstərilmişdir.

Dissertasiya işinin **dördüncü fəsl**i başlanğıc burulmuş quraşlıq silindrdə uzununa oxasimmetrik dalğaların yayılmasının öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Əvvəlki digər iki fəsillərdə olduğu kimi burada da şəkl.1-də sxematik olaraq göstərilmiş dairəvi en kəsikli quraşlıq silindrə baxılır. Silindrlər $Or\theta z$ silindrik koordinat sistemi bağlıdır və silindrin nöqtələrinin vəziyyəti bu sistemdə Laqranj koordinatları ilə təyin olunur. R radiuslu daxili dolu silindrə aid kəmiyyətlər (2) üst indeks ilə, h – qalınlıqlı xarici boş silindrə aid kəmiyyətlər isə (1) üst indeks ilə işarə olunur.

Qəbul olunur ki, hər bir silindrin vahid uzunluğuna $\mathcal{G}^{(k)}$ ($k = 1, 2$) başlanğıc burulma sabiti uyğun gəlir. Bununla belə, silindrdə başlanğıc gərginlik deformasiya vəziyyəti klassik xətti elastiklik nəzəriyyəsinə əsaslanaraq təyin olunur. Alınır ki, hər silindrdə sıfırdan fərqli $\sigma_{z\theta}^{(k),0} = \mu^{(k)} \mathcal{G}^{(k)} \Gamma$, gərginliyi yaranır. Burada $\mu^{(k)}$ - k - silindrin materialının sürüşmə modulu, Γ - radial koordinatdır. Silindrlərin materialı bircins, izotrop və xətti elastiki qəbul olunur.

Beləliklə, başlanğıc burulma ilə quraşlıq silindrdə uzununa oxasimmetrik dalğaların yayılması yuxarıda göstərilənlərə əsaslanaraq tədqiq olunur.

Bu halda hərəkətin xəttilləşmiş tənlikləri aşağıdakı şəkildə yazılır:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^{(n)}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(n)}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^{(n)} - \sigma_{\theta\theta}^{(n)}) - \sigma_{z\theta}^{(n),0} \frac{2}{r} \frac{\partial u_{\theta}^{(n)}}{\partial z} = \rho^{(n)} \frac{\partial^2 u_r^{(n)}}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(n)}}{\partial r} + \frac{2}{r} \sigma_{\theta\theta}^{(n)} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(n)}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{z\theta}^{(n),0} \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial z} = \rho^{(n)} \frac{\partial^2 u_{\theta}^{(n)}}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial \sigma_{zr}^{(n)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \sigma_{zr}^{(n)} \frac{\partial \sigma_{zz}^{(n)}}{\partial z} = \rho^{(n)} \frac{\partial^2 u_z^{(n)}}{\partial t^2}. \quad (41)$$

Elastiklik münasibətlərini

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(n)} &= (\lambda^{(n)} + 2\mu^{(n)}) \varepsilon_{rr}^{(n)} + \lambda^{(n)} (\varepsilon_{\theta\theta}^{(n)} + \varepsilon_{zz}^{(n)}), \\ \sigma_{\theta\theta}^{(n)} &= (\lambda^{(n)} + 2\mu^{(n)}) \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)} + \lambda^{(n)} (\varepsilon_{rr}^{(n)} + \varepsilon_{zz}^{(n)}), \\ \sigma_{zz}^{(n)} &= (\lambda^{(n)} + 2\mu^{(n)}) \varepsilon_{zz}^{(n)} + \lambda^{(n)} (\varepsilon_{rr}^{(n)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)}), \\ \sigma_{r\theta}^{(n)} &= 2\mu^{(n)} \varepsilon_{r\theta}^{(n)}, \quad \sigma_{rz}^{(n)} = 2\mu^{(n)} \varepsilon_{rz}^{(n)}, \quad \sigma_{z\theta}^{(n)} = 2\mu^{(n)} \varepsilon_{z\theta}^{(n)}, \end{aligned} \quad (42)$$

və həndəsi münasibətləri yazmaq:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}^{(n)} &= \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)} = \frac{u_r^{(n)}}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^{(n)} = \frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial z}, \quad \varepsilon_{r\theta}^{(n)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta^{(n)}}{\partial r} - \frac{u_\theta^{(n)}}{r} \right), \\ \varepsilon_{rz}^{(n)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial z} \right), \quad \varepsilon_{z\theta}^{(n)} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_\theta^{(n)}}{\partial z}. \end{aligned} \quad (43)$$

(41) –(43) tənliklərində ümumi qəbul olunmuş işarələmələrdən istifadə olunmuşdur.

Fərz olunur ki, silindrlərin kontakt sərhədlərində, yəni $r = R$ olanda ideal kontakt şərti yaranır. Bu şərtlər baxılan halda növbəti şəkildə yazıla bilər:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R} &= \sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R}, \quad \left(\sigma_{r\theta}^{(2)} - \sigma_{z\theta}^{(2),0} \frac{\partial u_r^{(2)}}{\partial z} \right) \Big|_{r=R} = \left(\sigma_{r\theta}^{(1)} - \sigma_{z\theta}^{(1),0} \frac{\partial u_r^{(1)}}{\partial z} \right) \Big|_{r=R}, \\ \left(\sigma_{rz}^{(2)} - \sigma_{z\theta}^{(2),0} \frac{u_\theta^{(2)}}{r} \right) \Big|_{r=R} &= \left(\sigma_{rz}^{(1)} - \sigma_{z\theta}^{(1),0} \frac{u_\theta^{(1)}}{r} \right) \Big|_{r=R}, \\ u_r^{(2)} \Big|_{r=R} &= u_r^{(1)} \Big|_{r=R}, \quad u_\theta^{(2)} \Big|_{r=R} = u_\theta^{(1)} \Big|_{r=R}, \quad u_z^{(2)} \Big|_{r=R} = u_z^{(1)} \Big|_{r=R}. \end{aligned} \quad (44)$$

Bundan əlavə, xarici silindrin sərbəst səthində, yəni $r = R + h$, olanda növbəti şərtlər yerinə yetirilir:

$$\sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R+h} = 0, \quad \left(\sigma_{r\theta}^{(1)} - \sigma_{z\theta}^{(1),0} \frac{\partial u_r^{(1)}}{\partial z} \right) \Big|_{r=R+h} = 0, \quad \left(\sigma_{rz}^{(1)} - \sigma_{z\theta}^{(1),0} \frac{u_\theta^{(1)}}{r} \right) \Big|_{r=R+h} = 0. \quad (45)$$

Beləliklə, başlanğıc burulma ilə quraşlıq silindrdə uzununa oxasimmetrik dalğaların dispersiyasının tədqiqi (41)-(45) məxsusi qiymətləri haqqında məsələlərin həllinə gətirilir.

Qeyd edək ki, silindrdə başlanğıc burulma olmayan zaman, yəni $\mathcal{G}^{(1)} = \mathcal{G}^{(2)} = 0$ oduqda, yuxarıda ifadə olunan məsələnin qoyuluşu elastodinamikanın klassik xətti nəzəriyyəsi əsasında yazılmış məsələnin qoyuluşuna keçir.

Məlum olduğu kimi, klassik halda oxasimmetrik uzununa və oxasimmetrik burulma dalğalar quraşlıq silindrdə ayrıca, yəni aralarında qarşılıqlı əlaqə olmadan yayılırlar. Lakin, dissertasiya işində göstərildiyi kimi, heç olmasa bir silindrdə başlanğıc burulma olduğu halda oxasimmetrik uzununa və burulma dalğaları ayrıca yayıla bilmirlər, yəni quraşlıq silindrdə oxasimmetrik dalğaların iki növü arasında qarşılıqlı təsir ola bilər.

Yuxarıda ifadə olunanları nəzərə alaraq demək olar ki, elastodinamikanın klassik xətti nəzəriyyəsi çərçivəsində dördüncü fəsildə baxılan məsələlərin analoqu yoxdur.

Yuxarıda qoyulan məsələnin həll metodları işlənilərək bütöv, boş və quraşlıq silindrlər üçün uyğun dispersiya tənlikləri alınmışdır. Hər dispersiya tənlik ayrıca həll olunub və dispersion əyrilər alınıb. Bu əyrilərin qurulması üçün alqoritm işlənilib.

Burada $h/R = 0.5$ $\nu^{(m)} = \nu^{(f)} = 0.3$, $\rho^{(f)} = \rho^{(m)}$ olanda başlanğıc burulmaya malik quraşlıq silindr üçün alınan bəzi ədədi nəticələr üzərində dayanaq. Əvvəlki fəsillərdə olduğu kimi, ədədi nəticələrin analizində (2) və (1) üst indekslərin əvəzinə uyğun olaraq (f) və (m) işarələmələrindən istifadə edilmişdir.

$C_2^{(f)} / C_2^{(m)} = 1.4142$ və $C_2^{(f)} / C_2^{(m)} = 0.6324$ qiymətlərinə uyğun olan $E^{(f)} / E^{(m)} = 2$ və $E^{(f)} / E^{(m)} = 0.4$ halına baxaq və nəzərə alaq ki, $\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}^{(1)}R = \mathcal{G}^{(2)}R = 0.05$. Əvvəl şəkl.15 və şəkl.16. göstərilmiş $\mathcal{G}_1 = 0.00$ halı üçün alınmış dispersion əyrilərə baxaq. Qeyd edək ki, bu qrafiklər burulan dalğanın birinci dispersion modasını (bu əyri TW ilə işarə olunub), uzununa dalğanın birinci dispersion modasını (bu əyri LW ilə işarə olunub) və hər iki növ dalğalara eyni zamanda aid olan qeyri dispersion modanı göstərirlər. Bundan əlavə bu şəkillərdə burulan

dalğanın birinci dispersion modasına və uzununa dalğanın birinci dispersion modasına uyğun əyrilərin kəsişmə nöqtələri qeyd olunmuşdur.

İndi $\mathcal{G}_1 = 0.05$, halı üçün, (yəni quraşlıq silindrdə başlanğıc burulma olan hal) alınan dispersion əyriləri tədqiq edək. Qeyd olunan əyrilər $E^{(f)} / E^{(m)} = 2$ və $E^{(f)} / E^{(m)} = 0.4$ olanda uyğun olaraq şəkl.17 və şəkl. 18-də göstərilib. Bu əyrilər başlanğıc burulmanın olduğu, yeni M_1, M_2, M_3 və M_4 modalarının alındığını göstərir. Təsvir etmək olar ki, şəkl.17 və şəkl.18 təqdim olunmuş M_3 və M_4 modaları, $C / C_2^f = C_2^{(m)} / C_2^{(f)}$ üfiqi xəttlərlə təyin olunan qeyri dispersion modaları əvəzinə alınmışdır. M_2 və M_1 modaları isə – oxasimmetrik dalğaların (TW) burulan modası və (LW) uzununa modası əvəzinə alınmışdır. $\mathcal{G}_1 = 0$ halından fərqli olaraq M_2 və M_1 modalarına uyğun dispersion əyrilərin kəsişmə nöqtələri yoxdur.

Növbəti işarələmələri daxil edək: $C_T(C_2)$, - $\mathcal{G}_1 = 0.00$ olanda quraşlıq silindrdə burulma (boyuna) oxasimmetrik dalğanın sürəti; $C_{M_1}, C_{M_2}, C_{M_3}, C_{M_4}$ - quraşlıq silindrdə uyğun olaraq M_1, M_2, M_3 və M_4 , $\mathcal{G}_1 \neq 0.0$ ($\mathcal{G}_1 = 0.05$) olanda modalara aid oxasimmetrik dalğaların sürətidir. Şəkl.15 və şəkl.16 – da göstərilən nəticələrdən belə qənaətə gəlmək olar ki $\mathcal{G}_1 = 0.0$ olduqda aşağıdakı münasibətləri yazmaq olar:

$$E^{(f)} / E^{(m)} = 2 \text{ üçün}$$

$$kR < (kR)_0 \text{ olduqda } C_L > C_T$$

$$kR = (kR)_0 \text{ olduqda } C_L > C_T$$

$$kR > (kR)_0 \text{ olduqda } C_L < C_T$$

$$\underline{E^{(f)}} / \underline{E^{(m)}} = \underline{0.4} \text{ üçün} \quad (46)$$

$$(kR) < (kR)_{10} \text{ olduqda } C_L > C_T; \quad kR = (kR)_{10} \text{ olduqda}$$

$$C_L = C_T;$$

$(kR)_{10} < kR < (kR)_{20}$ olduqda $C_L < C_T$; $(kR) = (kR)_{20}$
 olduqda $C_L = C_T$;

$$kR > (kR)_{20} \text{ olduqda } C_L > C_T. \quad (47)$$

Yalnız $\vartheta_1 = 0.05$ halında şəkl.17-də göstərilənlərə əsasən növbəti münasiöetləri yazmaq olar:

$$C_{M_1} > C_{M_2}, \quad C_{M_3} > C_{M_4}. \quad (48)$$

Bununla belə, şəkl.17-dən görünür ki, M_1 , M_2 , M_3 və M_4 modaları üçün kR böhran qiymətlər mövcuddur və uyğun olaraq $E^{(f)} / E^{(m)} = 2$ halı üçün yaza bilərik:

$$(kR)_{cf M_1} < (kR)_{cf M_2} < (kR)_{cf M_3} < (kR)_{cf M_4}. \quad (49)$$

Şəkl. 18-ə əsasən $E^{(f)} / E^{(m)} = 0.4$ halları üçün (49) münasibətləri əvəzinə növbəti münasibətləri yaza bilərik:

$$(kR)_{cf M_1} < (kR)_{cf M_2}, \quad (cR)_{cf M_3} < (kR)_{cf M_4}. \quad (50)$$

Həmçinin nəticələrə əsasən alınır ki:

$$E^{(f)} / E^{(m)} = 2.0 \text{ üçün } kR \rightarrow \infty \text{ olanda } C_{M_2} \rightarrow C_R^{(m)},$$

$$\{C_{M_1}; C_{M_3}\} \rightarrow C_2^{(m)} + 0, \quad C_{M_4} \rightarrow C_2^{(m)} - 0 \quad (51)$$

$$E^{(f)} / E^{(m)} = 0.4 \text{ üçün}$$

$$C_{M_3} \rightarrow C_2^{(m)} + 0, \quad C_{M_4} \rightarrow C_2^{(m)} - 0, \quad C_{M_1} \rightarrow C_2^{(f)}. \quad (52)$$

M_1 modasına aid nəticələrin analizi göstərir ki, $C_{M_1} / C_2^{(m)}$ və kR arasında asılılıq $kR = (kR)_{cf M_1}$ ətrafında qeyri monotondur, çünki elə kR qiymətləri var ki, (bu qiyməti $(kR)_{cf}$ ilə işarə edək) onlar üçün növbəti bərabərlik yerinə yetirilir:

$$\left. \frac{dC_{M_1}}{d(kR)} \right|_{kR=(kR)_{cf}} = 0. \quad (53)$$

(53) bərabərliyini növbəti şəkildə aşağıdakı formada yazmaq olar:

$$\left. \frac{dC_{M_1}}{d(kR)} \right|_{kR=(kR)_{cr}} = 0 \Rightarrow \left. \frac{d\left(\frac{\omega_{M_1} R}{kR}\right)}{d(kR)} \right|_{kR=(kR)_{cr}} =$$

$$= \frac{1}{(kR)_{cr}} \left[\left. \frac{d\omega_{M_1}}{dk} - \frac{\omega_{M_1}}{k} \right] \right|_{kR=(kR)_{cr}} = 0 \Rightarrow \left. \frac{d\omega_{M_1}}{dk} \right|_{kR=(kR)_{cr}} = \left. \frac{\omega_{M_1}}{k} \right|_{kR=(kR)_{cr}}. \quad (54)$$

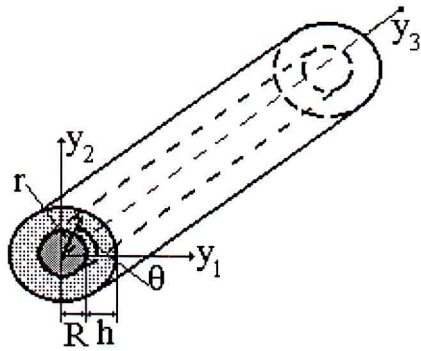
Beləliklə, (54) əsasən demək olar ki, $kR = (kR)_{cr}$ olanda M_1 modanın dövr sürəti uyğun qrup sürətinə bərabərdir.

Bundan başqa, yuxarıda qeyd olunan M_1 modasına aid nəticələrə əsasən növbəti bərabərsizliklər yerinə yetirilir:

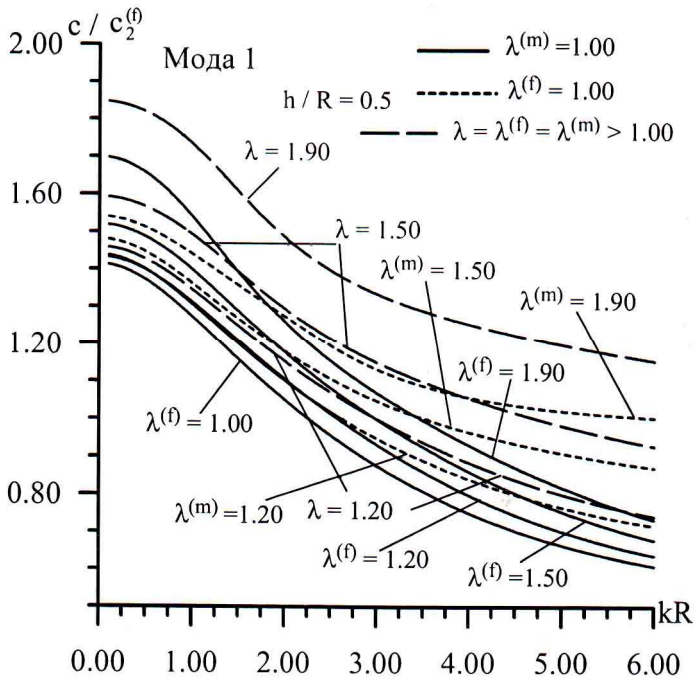
$$kR > (kR)_{cr} \text{ olanda } \frac{dC_{M_1}}{d(kR)} < 0 \Rightarrow \frac{d\omega_{M_1}}{dk} < \frac{\omega_{M_1}}{k},$$

$$kR < (kR)_{cr} \text{ olanda } \frac{dC_{M_1}}{d(kR)} > 0 \Rightarrow \frac{d\omega_{M_1}}{dk} > \frac{\omega_{M_1}}{k}, \quad (55)$$

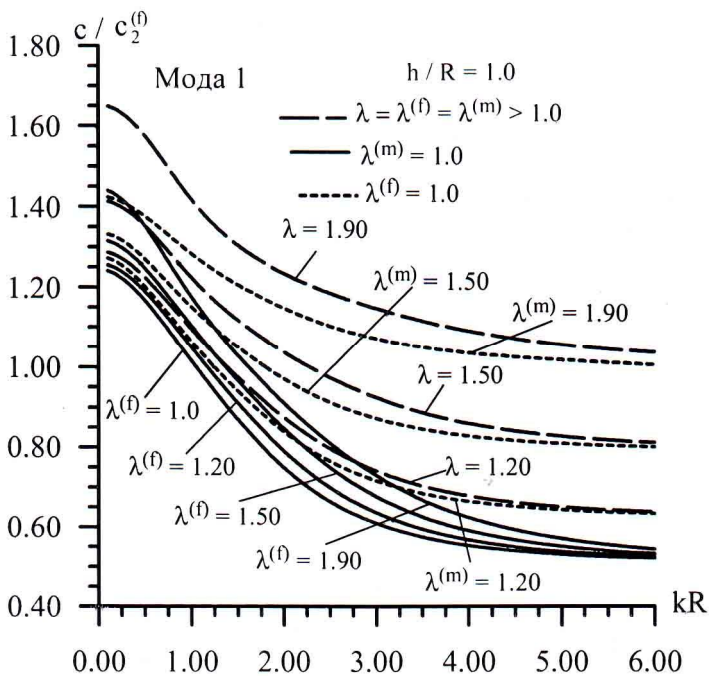
Beləliklə, (55) əsasən $kR \in (kR)_{cfM_1}, (kR)_{cr}$ olanda M_1 modasının qrup sürəti uyğun dövr sürətindən böyükdür, $kR \in ((kR)_{cr}, \infty)$ olduqda isə M_1 modasının qrup sürəti uyğun olan dövr sürətindən kiçikdir. Deməli, M_1 modasında $kR \in ((kR)_{cfM_1}, (kR)_{cr})$ olduqda dalğaların dispersiyası anormal, $kR \in ((kR)_{cr}, \infty)$ olduqda isə normal dispersiyadır. Bütün bu ifadə olunanlarla dördüncü fəsilə alınmış və analiz olunmuş ədədi nəticələrdən alınan fraqmentlərin tədqiqini bitiririk.



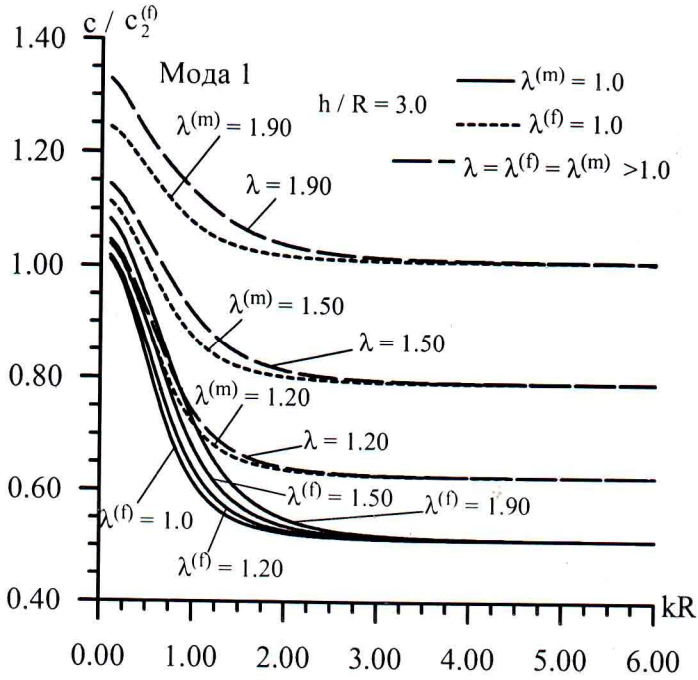
Şək.1 Quraşiq silindrin həndəsi təsviri



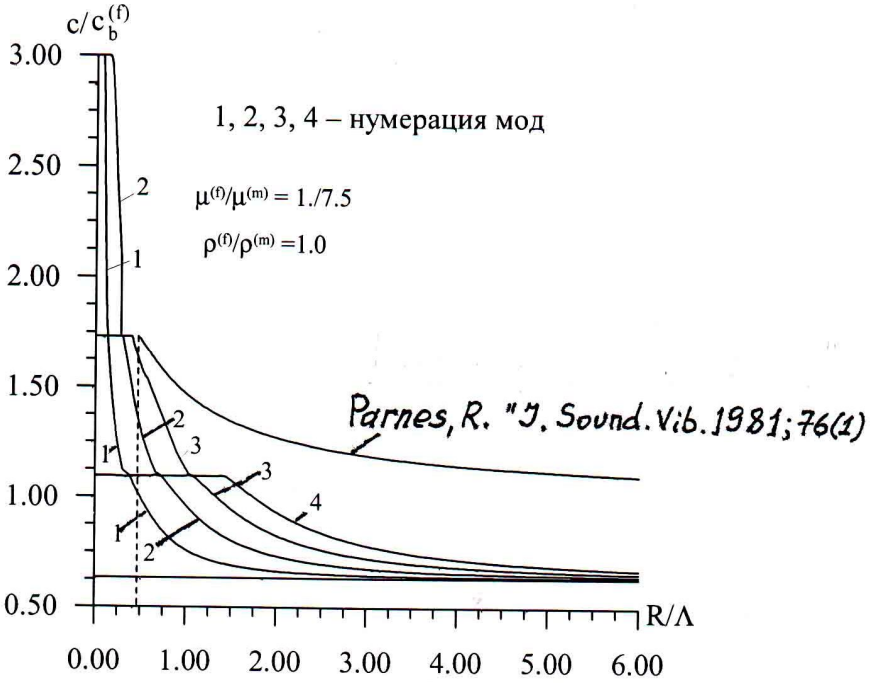
Şək. 2. $h/R = 0.5$ olanda 1moda üçün quraşlıq silindrin başlanğıc dartılma komponentlərinin dispersion əyriyə təsiri



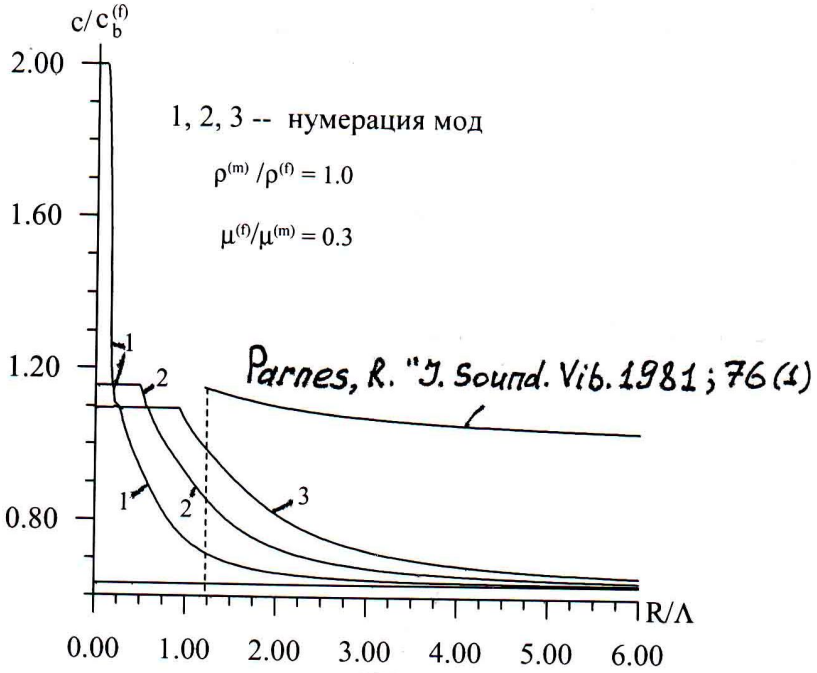
Şək. 3. $h/R = 1.0$ olanda 1 moda üçün quraşığı silindrin başlanğıc dartılma komponentlərinin dispersion ayrılərə təsiri



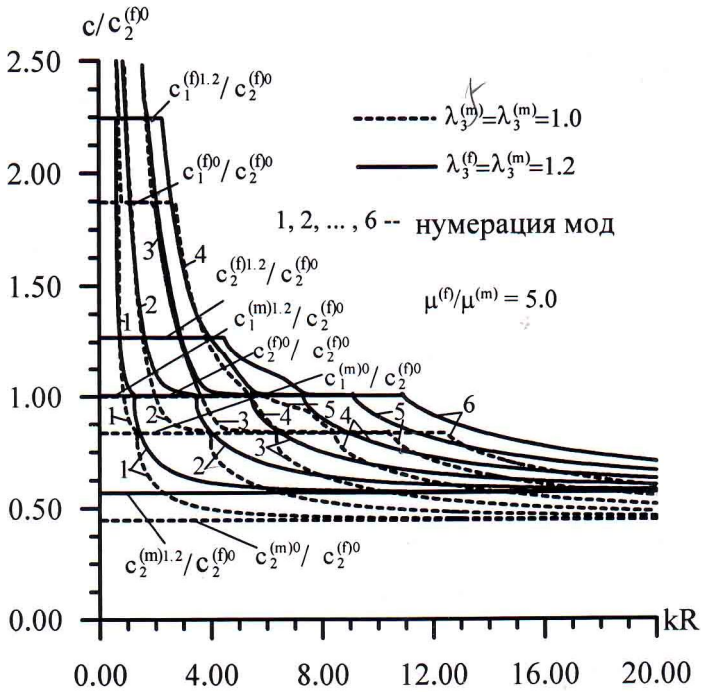
Şək. 4. $h/R = 3.0$ olanda 1 moda üçün quraşiq silindrin başlanğıc dartılma komponentlərinin dispersion əyrilərə təsiri



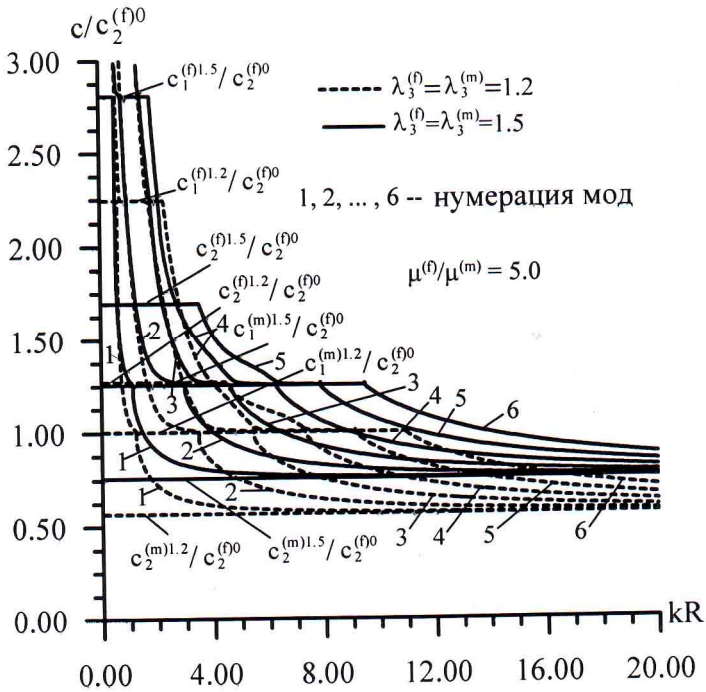
Şək. 5. $\mu^{(f)} / \mu^{(m)} = 1/7.5$ və $\rho^{(f)} / \rho^{(m)} = 1.0$ halında daxilində silindr saxlayan sonsuz mühütdə uzununa dalğaların yayılmasını göstərən dispersion əyrilər.



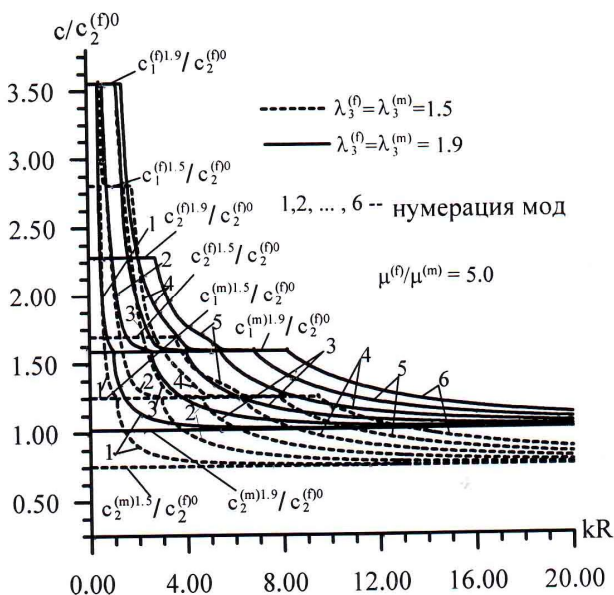
Şək. 6. $\mu^{(f)}/\mu^{(m)} = 0.3$ və $\rho^{(f)}/\rho^{(m)} = 1.0$ halında daxilində silindr saxlayan sonsuz mühütdə uzununa dalğaların yayılmasını göstərən dispersion əyriyə.



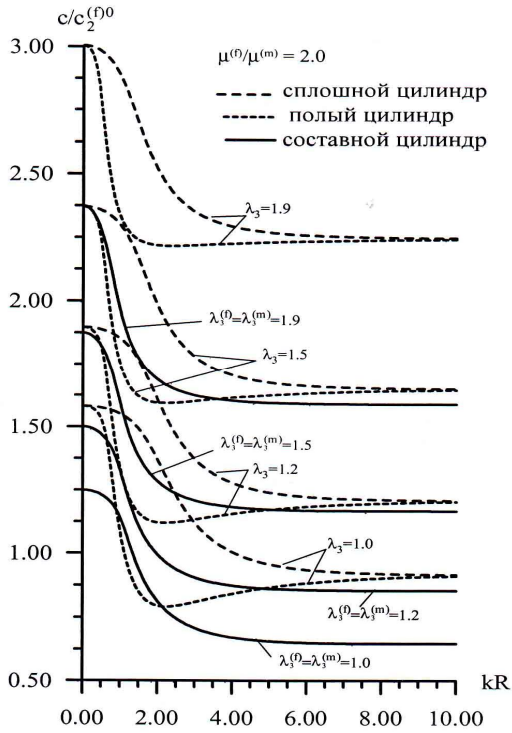
Şəк.7. $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.0\}$ və $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.2\}$ halları üçün yazılmış nəticələrdən alınan dispersion ayrılərə silindr və onu əhatə edən sonsuz cismin başlanğıc dartulmasının təsirinin nümayişi .



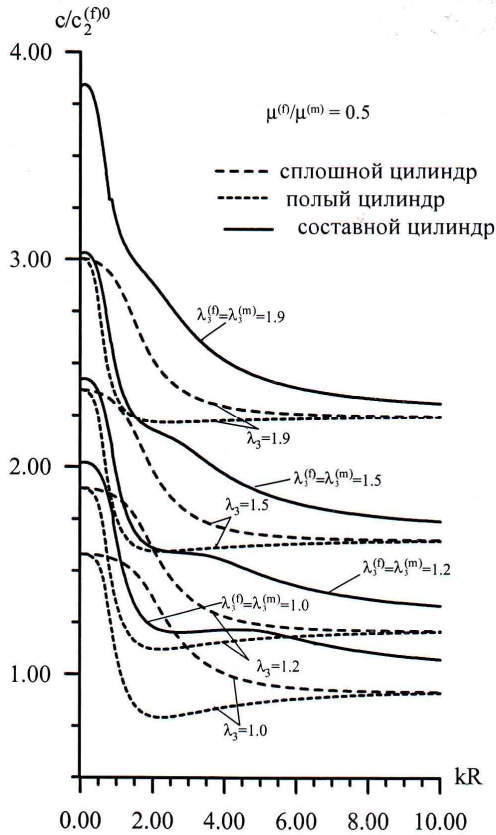
Şək.8. $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.2\}$ və $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.5\}$ halları üçün yazılmış nəticələrdən alınan dispersion ayrılərə silindr və onu əhatə edən sonsuz cismin başlanğıc dartılmasının təsirinin nümayışı .



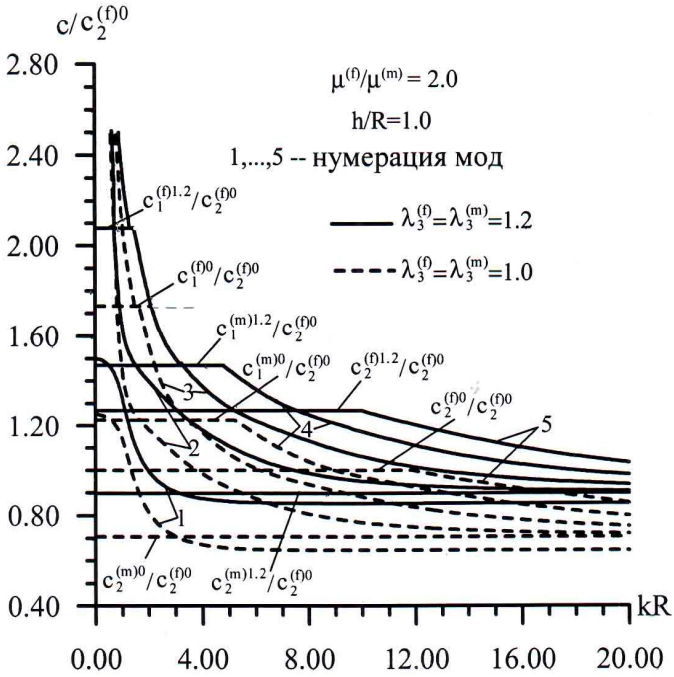
Şək.9. $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.5\}$ və $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.9\}$. halları üçün yazılmış
 nəticələrdən alınan dispersion ayrılərə silindr və onu əhatə edən sonsuz
 cismin başlangıç dartılmasının təsirinin təsviri.



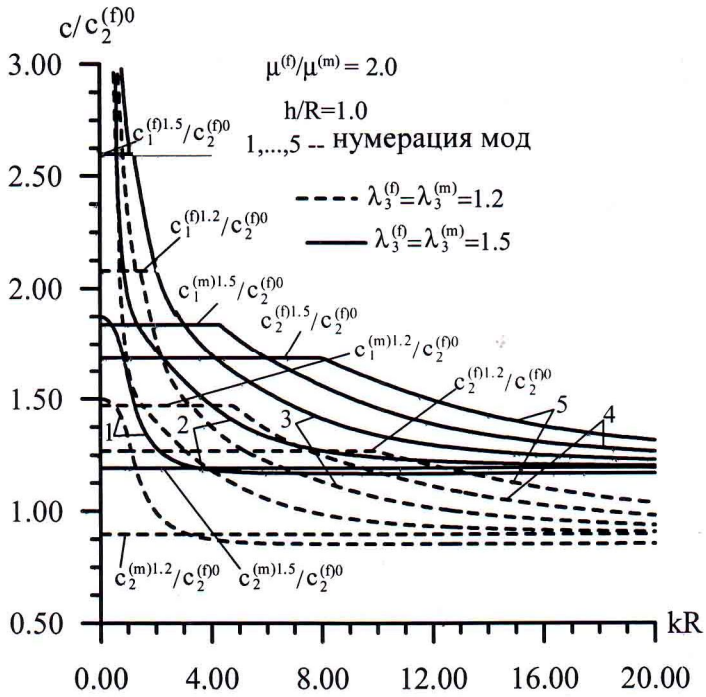
Şək. 10. $h/R = 1.0$ halı üçün başlanğıc uzanma deformasiyalarının müxtəlif qiymətlərində bütöv, boş və quraşlıq silindrlər üçün fundamental modalara aid dispersion əyrilər



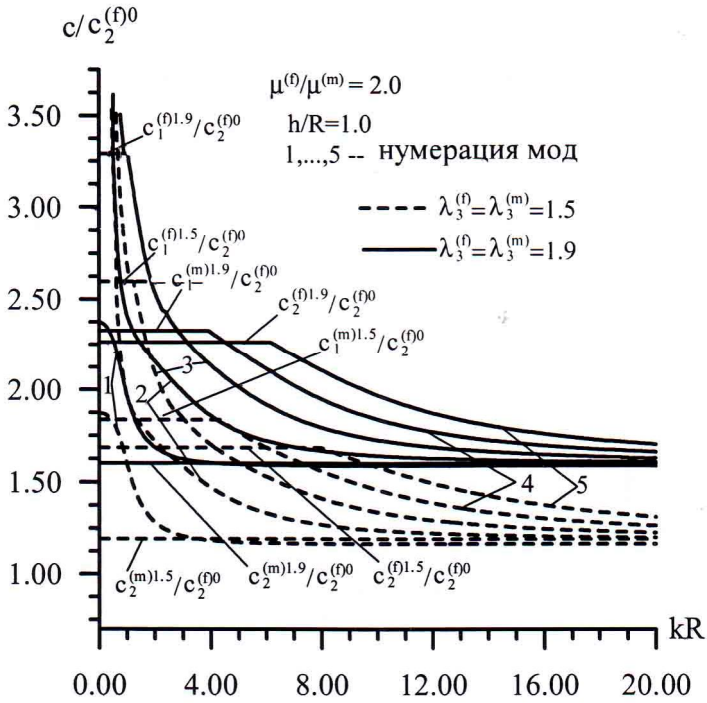
Şək. 11. $h/R = 1.0$ halı üçün başlanğıc uzanma deformasiyalarının müxtəlif qiymətlərində bütöv, boş və quraşlıq silindrlər üçün fundamental modalara aid dispersion əyrilər
Daxili silindrin materialının sərtliyinin xarici silindrin materialının sərtliyindən kiçik olduğu hal üçün.



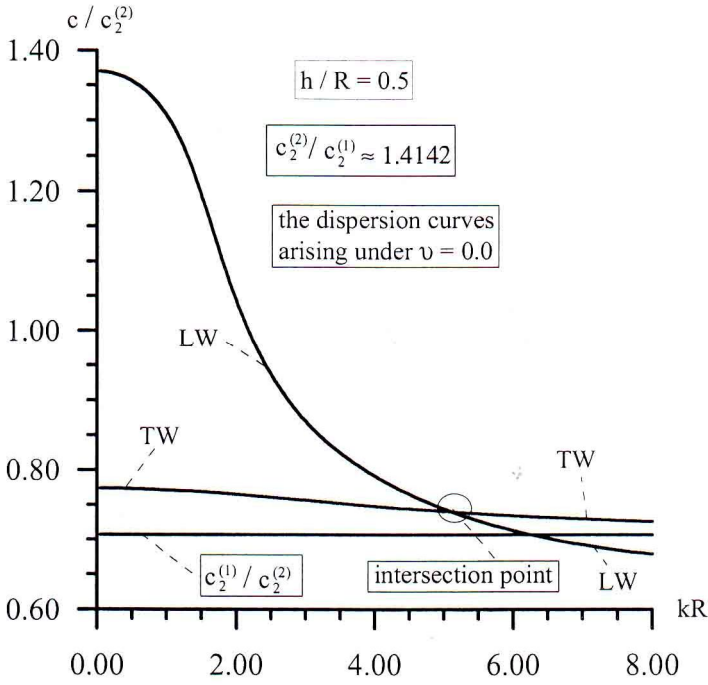
Şəkl. 12. $h/R = 1.0$ olduqda $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.0\}$ və $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.2\}$ hallarında quraşiq silindrin başlanğıc uzanmasının dispersion əyrilərə təsirinin təsviri



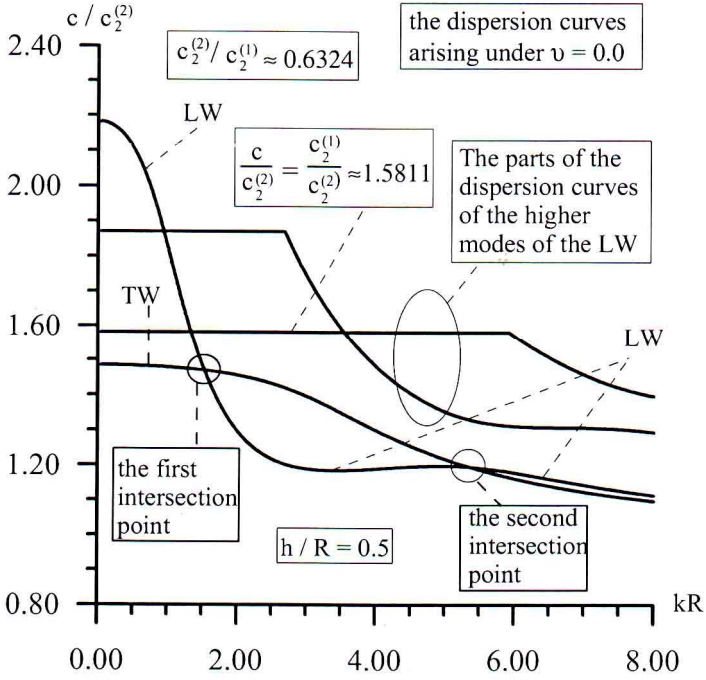
Şək. 13. $h/R = 1.0$ olduqda $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.2\}$ və $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.5\}$ hallarında quraşiq silindrin başlanğıc uzanmasının dispersion əyrilərə təsirinin təsviri



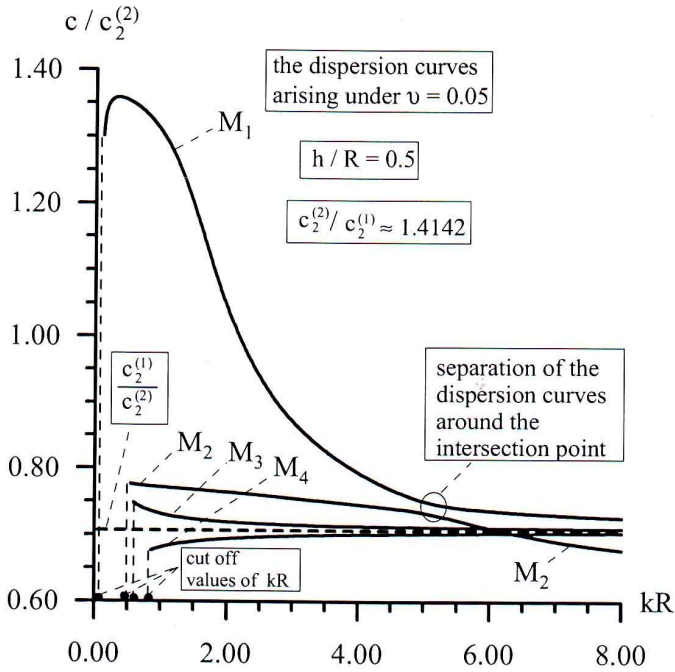
Şəkl. 14. $h/R = 1.0$ olduqda $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.5\}$ və $\{\lambda_3^{(m)} = \lambda_3^{(f)} = 1.9\}$ hallarında quraşiq silindrin başlanğıc uzanmasının dispersion əyriyə təsirininin təsviri



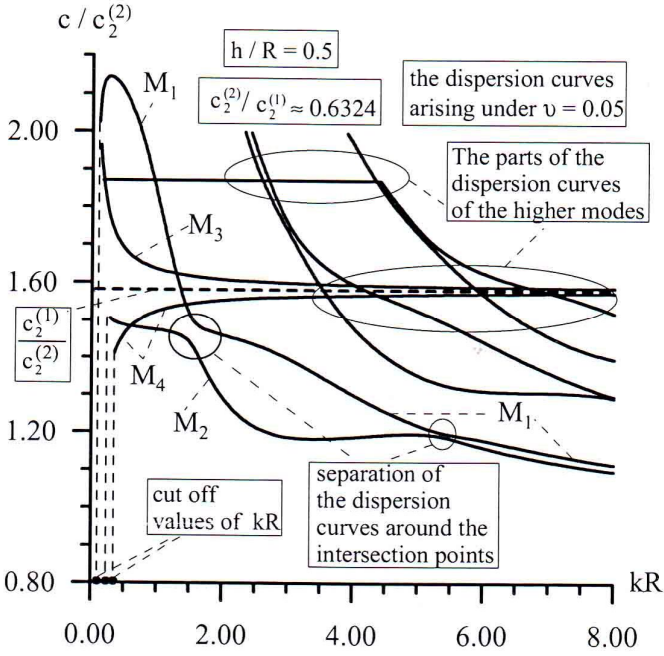
Şək. 15. $C_2^{(2)} / C_2^{(1)} \approx 1.4142$ olduqda və başlanğıc burulmanın olmadığı halda bütöv silindr üçün dispersion əyrilər.



Şək. 16. $C_2^{(2)}/C_2^{(1)} \approx 0.6324$ olduqda və başlanğıc burulmanın olmadığı halda bütöv silindr üçün dispersion əyrilər.



Şək. 17. $C_2^{(2)} / C_2^{(1)} \approx 1.4142$ olduqda və başlanğıc burulmanın olmadığı halda bütöv silindr üçün dispersion əyrilər.



Şək. 18. $C_2^{(2)}/C_2^{(1)} \approx 0.6324$ olduqda və başlanğıc burulmının olmadığı halda bütöv silindr üçün dispersion əyrilər.

Yekunda bu nəticələrin analizi əsasında alınmış nəticə və mühakimələr ümumi halda göstərilmişdir.

ƏSAS NƏTİCƏLƏR

I. Beləliklə, təqdim olunan dissertasiya işində hissə-hissə bircins cismin modeli əsasında başlanğıc gərginlikli cisimlərdə, elastiki dalğaların yayılmasının üçölçülü xəttləşmiş nəzəriyyənin istifadə olunması ilə, dairəvi en kəsikli əvvəlcədən deformasiya olunmuş quraşlıq silindrdə uzununa oxasimmetrik dalğaların yayılması nəzəriyyəsi işlənib hazırlanmışdır. Qeyd edək ki, buraya aşağıdakılar daxil edilmişdir:

- a) məxsusi qiymətə aid məsələlərin qoyuluşu və müvafiq ədədi həll üsullarının işlənməsi;
- b) müxtəlif modalar üçün alınan dispersion əyrilərə başlanğıc deformasiyaların (gərginliklərin) təsirinin təyini haqqında müxtəlif sinifli məsələlərin tədqiqatı;
- c) qeyd olunan dispersion əyrilərin hərəkətinə məsələnin parametrlərinin təsirinin təyini;
- d) oxasimmetrik uzununa dalğaların yeni növ modalalarının aşkar edilməsi.

Baxılan məsələlərdə fərz olunurdu ki, başlanğıc deformasiya vəziyyəti həmçinin oxasimmetrikdir. Bununla əlaqədar, növbəti iki tip başlanğıc gərginlik –deformasiya vəziyyətinə baxılıb. Birinci tip başlanğıc gərginlik –deformasiya vəziyyəti bircinsdir və «sonsuzluqda» silindrlər boyu təsir edən müntəzəm paylanmış bircins normal dartıcı və sıxıcı qüvvələrin təsiri ilə yaranır.

Silindrlərin materiallarının yüksək elastiki olduğu fərz olunur və qəbul olunur ki, qeyd olunan yükləmələr silindrlərdə sonlu dartıcı və ya sıxıcı bircins deformasiyalar əmələ gətirir. Deməli, başlanğıc gərginlik-deformasiya vəziyyəti qeyri xətti elastiklik nəzəriyyəsi çərçivəsində təyin olunur. Bununla belə, materialların sıxılmayan və sıxılan olduğu hallara ayrıca baxılır. Beləki, silindrlərin materialları sıxılmayan olan halda elastiklik münasibətləri Treolar potensialı, sıxılan olan halda isə – harmonik tipli potensial ilə yazılır.

İkinci tip başlanğıc gərginlik-deformasiya vəziyyəti qeyri bircinsdir, xarici burulma momentləri ilə əmələ gəlir və silindrlərin vahid uzunluğunun burulma sabiti ilə xarakterizə olunur. Silindrlərin materialları bircins və izotrop qəbul olunur. Belə ki, başlanğıc gərginlik-deformasiya vəziyyəti klassik xətti elastiklik nəzəriyyəsi çərçivəsində təyin olunur.

II. İşdə aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

1. Sıxılmayan materiallardan hazırlanmış daxili və xarici silindrlərin başlanğıc dartılmasının dispersion əyrilərə təsirini, yəni $C/C_2^{(f)}$ və kR arasında aslılığı göstərən ədədi nəticələr gətirilmişdir, burada C -dalğa sürəti, $C_2^{(f)}$ daxili silindrin materialında sürüşmə dalğalarının sürəti, k - dalğa ədədi, R -daxili bütöv silindrin radiusudur. Bu ədədi nəticələr daxili bütöv silindrin materialının sərtliyinin, xarici silindrin materialının sərtliyindən böyük olduğu, həmçinin daxili bütöv silindrin materialının sərtliyinin xarici silindrin materialının sərtliyindən kiçik olan halı üçün alınmışdır. Bu nəticələr, birinci üç moda üçün növbəti iki halda alınıb. *Birinci halda* fərz olunur ki, bütöv silindr sonsuz elastiki mühitdə yerləşir, yəni fərz olunur ki, $h/R = \infty$.

İkinci halda isə, fərz olunur ki, $h/R < \infty$, burada h - xarici, boş silindrin qalınlığıdır.

birinci hal üçün:

– $S_1^k < S_2^k < \dots < S_n^k < \dots < S_N^k$ ilə işarə olunmuş elə

$S = C/C_2^{(f)}$ qiymətləri mövcuddur ki, ətrafında qapalı zona əmələ gəlir, burada « k » üst indeksi modaların nömrəsini göstərir;

– $S > S_2^k$, $S_1^k < S < S_2^k$ və $S < S_1^k$ münasibəti «qayıdan» dalğalara müvafiq anormal və normal dispersiyalı uyğun dispersion əyrilərin sahələrini təyin edir;

– kR qiymətinin təyininədən sonra dalğanın sürəti başlanğıc dartılmanın böyüməsi ilə artır.

ikinci hal üçün:

– ikinci halda birinci halda müşahidə olunan «qapalı» zona itir. Deməli, «qapalı» zonanın yaranması xarici silindrin sərbəst səthindən əks olunan dalğaların nəzərə alınmaması ilə izah olunur;

– quraşığı silindrin başlanğıc dartıcı deformasiya komponentləri dalğaların yayılma sürətinin artmasına səbəb olur;

– uzun və qısdalğalı yaxınlaşma zamanı dalğaların limit qiymətləri uyğun olaraq (17) və (18) düsturları ilə təyin olunurlar. Başlanğıc deformasiyaların quraşığı silindrdə oxasimetrik uzununa dalğaların

yayılma sürətinə təsirinin xarakteri yalnız h/R -in qiymətindən deyil, həmçinin kR dalğa yaranma parametrinin qiymətindən də asılıdır.

2. İkinci halda isə, qəbul olunur ki, $h/R < \infty$. Sıxılan materialdan olan silindrlərin başlanğıc son deformasiyalarının dispersion əyrilərin hərəkətinə təsirini göstərən ədədi nəticələr gətirilmişdir. Burada da nəticələr iki halda alınıb. Birinci halda fərz olunur ki, bütöv silindr sonsuz elastiki mühitdə yerləşir, yəni $h/R = \infty$.

$h/R = \infty$ olan halda alınan əsas nəticələr.

- hər moda üçün alınan dispersion əyrilər (28), (29) münasibəti ilə təyin olunan dörd yerə bölünürlər;
- başlanğıc dartılma (sıxılma) deformasiyasının olduğu zaman yuxarıda qeyd olunan hissələr λ_3 uzanma parametrlərinin qiymətləri artdıqca (azaldıqca) bütövlüklə yuxarı (aşağı) hərəkət edirlər. Bu vəziyyətə əsasən, başlanğıc dartılma (sıxılma) deformasiyası dairəvi en kəsikli bütöv silindri olan sonsuz cisimdə oxasimmetrik dalğanın yayılma sürətinin artmasına səbəb olur.

$h/R < \infty$ halında alınan əsas nəticələr:

- başlanğıc dartılma deformasiyası sıxılan materialdan olan quraşık silindrdə oxasimmetrik dalğaların yayılma sürətinin artmasına səbəb olur;
- daxili silindrin materialının sərtliyinin xarici silindrin materialın sərtliyindən böyük olduğu olan halda birinci moda üçün alınan dispersion əyrinin xarakteri bircins bütöv silindr üçün alınan birinci modanın dispersion əyrisinin xarakteri ilə oxşardır. Başqa sözlə, qeyd olunan halda quraşık silindrdə dalğanın yayılma sürəti kR -in artması ilə monoton azalır.
- quraşık silindrdə uzundalğalı və qısdalğalı yaxınlaşmalarda dalğa sürəti üçün limit qiymətlər uyğun olaraq (38) və (39) dusturları ilə təyin olunur;
- yuxarıda gətirilən $k/R = 0$ halı üçün bütün nəticələr quraşık silindrdə dalğaların yayılması üçün qüvvədə qalır.

3. Kəsik – bircins cismin modelinin əsasında, BGCEDYXÜN-nı cəlb etməklə başlanğıc burulmalı quraşık silindrdə oxasimmetrik dalğaların yayılması (dispersiyası) tədqiq olunub. Bununla belə, silindrlərdə başlanğıc vəziyyət, klassik xətti elastiklik nəzəriyyəsi çərçivəsində təyin olunub. Məxsusi qiymətlərə aid məsələlərin həll metodları təqdim olunub. Ədədi nəticələrin alınması üçün alqoritm işlənilib. Müəyyən olunub ki,

silindrlərdə başlanğıc burulmanın olması, oxasimmetrik uzununa və oxasimmetrik burulma dalğalarının yaranmasına imkan vermir. Bununla əlaqədar, qeyd olunan başlanğıc burulmanın mövcudluğunun hesabına quraşlıq silindrdə oxasimmetrik dalğaların yeni tipləri yaranır. Belələliklə, alınan ədədi nəticələr əsasında növbəti konkret mühakimələri söyləmək olar:

– quraşlıq silindrdə başlanğıc burulmanın mövcudluğu nəticəsində uzununa oxasimmetrik və burulan dalğanın birinci dispersiv modası və iki modaya aid $C/C_2^{(f)} = C_2^{(m)}/C_2^{(f)}$ tənliyi ilə tapılan qeyri dispersiv modanın əvəzinə şəkl.17 və şəkl.18 –də göstərilən M_1, M_2, M_3 və M_4 modaları yaranır.

– quraşlıq silindrdə başlanğıc burulmanın olması hesabına M_1, M_2, M_3 və M_4 modaları və kR qiymətləri üçün $(kR)_{cfM_1}, (kR)_{cfM_2}, (kR)_{cfM_3}$ və $(kR)_{cfM_4}$ ilə işarələnən «böhran» qiymətləri meydana çıxır və (51), (52) –də alınan limit qiymətləri olur;

– M_1 modası üçün $((kR)_{c\Gamma})$ ilə işarə olunmuş) elə kR qiyməti var ki, dalğanın qruplaşmış sürəti faza sürətinə bərabər olur. $kR \in ((kR)_{cfM_1}, (kR)_{c\Gamma})$ olan zaman M_1 modasında dalğanın dispersiyası qeyri normal, $kR \in ((kR)_{c\Gamma}, \infty)$ olan zaman isə normal dispersiya olur. $(kR)_{c\Gamma_1}$ -in qiymətləri başlanğıc burulmanın artması ilə artır;

– M_1 modasında dalğa sürəti $kR = (kR)_{cf.M_1}$ ətrafında azalır, «kəşimə» nöqtəsinin ətrafında isə başlanğıc burulmanın artımı ilə artır;

– $M_3 (M_4)$ modasında dalğa sürəti başlanğıc burulmanın artması ilə azalır (artır);

Başlanğıc burulma ilə bircins, bütöv və boş silindrlərdə oxasimmetrik dalğaların yayılması da tədqiq olunub.

4. Dissertasiya işində alınan nəticələr nəinki BGCEDYXÜN çərçivəsində, həmçinin elastodinamikanın klassik xətti nəzəriyyəsi çərçivəsində də yenidirlər.

5. Yuxarıda ifadə olunan nəticələrin yüksək elastiki sıxılan və sıxılmayan materaillardan olan quraşığı silindrlərin konstruksiya elementlərində dayaq – istismar gərginliklərin qeyri dağıcı üsul ilə müxtəlif tətbiqləri ola bilər.
6. Dissertasiyada baxılan bütün məsələlər ilk dəfə həll olunub və alınan nəticələr xüsusi hallarda başqa müəlliflərin nəticələri ilə üst-üstə düşür. Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc edilmişdir:

Dissertasiya işinin əsas nəticələri müəllifin aşağıdakı elmi işlərində dərc edilmişdir:

1. Akbarov S.D., Guliev M.S. Propagation of axisymmetric longitudinal waves in a finitely pre-strained circular cylinder embedded in a finitely pre-strained infinite elastic body. *Mechanics of Composite Materials*, 2008, vol. 44, No 5, pp. 665-684.
2. Akbarov S.D., Guliev M.S. Axisymmetric longitudinal wave propagation in a finite pre-strained compound circular made from compressible materials. *CMES – Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 2009, vol, 39, No 2, pp.155-177.
3. Akbarov S.D., Guliev M.S. The influence of the finite initial strains on the axisymmetric wave dispersion in a circular in a compressible elastic medium. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2010, vol. 52, pp. 89-95.
4. Akbarov S.D., Guliev M.S. Axisymmetric longitudinal wave propagation in a finite pre-stretched circular cylinder made at incompressible materials. *International Applied Mechanics*, 2009, vol.45, No 10, pp.1141-1151.
5. Akbarov S.D., Guliev M.S. Axisymmetric longitudinal wave propagation in a finite pre-strained circular embedded in a finite prestrained compressible medium. *International Applied Mechanics*, 2009, vol.45, No 11, pp. 1257-1267.
6. Akbarov S.D., Guliev M.S., Tekercioglu R. Dispersion relation of axisymmetric wave propagation in finite pre-stretched compound circular cylinders made from high elastic incompressible materials. *CMES – Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 2010, vol, 55, No 1, pp. 1-29.

7. Akbarov S.D., Guliev M.S. Ön burulmalı bileşik silindirlerde eksensel simetrik Dalga yayılımı. XVI Ulusal Mekanik Kongresi – Bildiriler – 22-26 Haziran, 2009, 95-103. Kayseri, TÜRKİYE.
8. Akbarov S.D., Guliev M.S. Axisymmetric wave propagation in the initially twisted circular compound cylinders. 2009 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE2009), November 13-19, 2009, Lake Buena Vista, Florida, USA. ISBN: 978-0-7918-3863-1; 2009 by ASME DVD, 1-8.
9. Akbarov S.D., Guliev M.S., Kepceler T. On the some particularities of the axisymmetric wave propagation in the initially twisted circular compound cylinders. Proceeding of the ASME 2010 10th Biennial Conference on Engineering System Design and Analysis ESDA, July 12-14, 2010, Istanbul, Turkey. ISBN 978-0-7918-3877-8, 2010BY ASME DVD, 1-7.
10. Akbarov S.D., Guliev M.S., Kepceler T. Propagation of axisymmetric waves in an initially twisted circular compound bi-material cylinder with a soft inner and a stiff outer constituents. Mechanics of Composite materials, 2010, vol.46, No 6, pp.627-638.
11. Akbarov S.D., Guliev M.S., Kepceler T. Dispersion relation of the axisymmetric wave propagation in the initially twisted bi-material compounded cylinders. Journal Sound and Vibration, 2011, 330, 1644-1664.
12. Seyfullayev A.I., Guliev M.S. On the Axisymmetric Wave Propagation in a Finite Pre-strained Compound Cylinder Made from Compressible Materials. International Journal of Nanosystems (IJNS). 2009, vol.2, No.2, pp. 99-108.
13. Guliev M.S. Dispersion at axisymmetric longitudinal waves in a finite pre-strained compound cylinder made at incompressible material. Transaction of NAS of Azerbaijan XXVII, №4, 2007, pp. 117-128.
14. Guliev M.S. Axisymmetric longitudinal wave propagation in circular cylinder embedded with compressible elastic embedded with compressible elastic medium with initial finite compressing strains Transactions of NAS of Azerbaijan, XXVII, №7, 2007, pp. 157-166.
15. Guliev M.S. Axisymmetric wave propagation in the initially twisted circular solid and hollow cylinders. Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, Baku, 2010, vol. XXXII, pp. 251-262.
16. Guliev M.S. Axisymmetric wave propagation in the initially twisted circular cylinder embedded in the compressible elastic medium. AMEA-nın

Riyazziyat və Mexanika İnstitutunun 50 illiyinə həsr olunmuş tezislər. Bakı, 2009, s.125-126.

17. Guliev M.S. On axisymmetric wave propagation in the initially twisted circular cylinders (soft inner and stiff external cylinders). Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, 2010, vol. XXXIII (XLI), pp. 163-176.

18. Гулиев М.С. О некоторых особенностях распространения осесимметричных волн в передерормированном ванном цилиндре находящегося в передерормированном бесконечном упругом теле. Механика-машино-строение, 2008, № 1, с. 20-25.

19. Гулиев М.С. О фундаментальном моде дисперсия продольных волн в составном цилиндре из несжимаемого материала с конечным начальными деформациями. АМЕА-ның һәқиқи үзвү әмәкдар elm xadimi professor А.С.Насиёевин 70 illik yubileyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanika üzrə VIII Beynəlxalq konfransının tezisləri. Bakı, 2007, s. 57-58.

20. Гулиев М.С. О проблеме распространения осесимметричной волны в начальном изгибе кругового строения цилиндров. Международный периодический научный журнал «Интеллект». Тбилиси, 2011, № 1 (39) с.209-215.

21. Гулиев М.С. Распространения продольных осесимметричных волн в составном цилиндре с начальными кручениями. Elmi xəbərlər, Gəncə 2011, № 2, s.45-54.

22. Акбаров С.Д., Гулиев М.С. О влиянии начальных конечных деформаций на распространение осесимметричных продольных волн в круговом цилиндре, находящемся в бесконечно сжимаемом упругом теле. Доклады НАНА, 2008, т.LXIV, №2, с.19-28

23. Акбаров С.Д., Гулиев М.С. О распространении осесимметричных продольных волн в составном цилиндре из несжимаемого материала с начальными конечными деформациями. Доклады НАНА, 2009, т.LXV, №2, с.32-42.

24. Guliev M.S. Axisymmetric wave propagation in the twisted circular cylinder embedded in a compressible elastic medium. Proceedings of IMM of NASA, 2009, v. XXXI (XXXIX), p.187-194.

25. Akbarov S.D., Guliev M.S. On the axisymmetric wave propagation in the initially twisted circular compound cylinders. "Spectral theory and its applications" Abstracts of intern. conf. devoted to the 80-th anniversary of acad.F.G.Magsudov, 2010, p.7-8.

26. Гулиев М.С. Распространение продольных осисимметричных волн относящихся к однородному сплошному и полому цилиндрам. Gəncə Dövlət Universitetinin «Elmi Xəbərləri» 2011, №3, s.35-40.

МУГАН САЛМАН ОГЛЫ ГУЛИЕВ
О РАСПРОСТРАНЕНИИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ
ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В СОСТАВНОМ ЦИЛИНДРЕ С
НАЧАЛЬНЫМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ
АННОТАЦИЯ

В настоящей диссертационной работе на основе модели кусочно-однородного тела с привлечением Трехмерной Линеаризованной Теории Распространения Упругих Волн в Телах с Начальными Напряжениями разработана теория распространения осесимметричных продольных волн в предеформированном составном цилиндре с круговыми поперечными сечениями.

- а) разработаны методы численного решения соответствующих задач о собственном значении;
- б) исследованы различные классы задач об определении влияния начальных деформаций (напряжений) на дисперсионные кривые, полученные для различных мод;
- в) определены влияния параметров задач на поведение указанных дисперсионных кривых;
- г) выявлены новые типы мод осесимметричных продольных волн.

В рассмотренных задачах предполагалось, что начально-деформированное состояние, также, является осесимметричным. Причем, рассмотрены следующие два типа начального напряженно – деформированного состояния. Первый тип начального напряженно-деформированного состояния является однородным и вызваны однородными равномерно распределенными нормальными растягивающими или сжимающими усилиями, действующие вдоль цилиндров в «бесконечности». Материалы цилиндров предполагаются высоко-эластичными и принимаются, что указанные усилия вызывают в цилиндрах конечные растягивающие или сжимающие однородные деформации. Следовательно, начальное напряженно-деформированное состояние определяется в рамках нелинейной теории упругости. При этом, в случаях, когда материалы цилиндров являются несжимаемыми или сжимаемыми, рассматриваются отдельно. Причем, в случае, когда материалы цилиндров являются несжимаемыми, соотношения упругости описываются с потенциалом Трелоара, в случае же когда материалы цилиндров являются сжимаемыми - с потенциалом гармонического типа.

Второй тип начального напряженно-деформированного состояния является неоднородным и вызван внешними крутящими моментами и характеризуется постоянным кручением относящийся на единицу длину цилиндров. При этом материалы цилиндров принимаются однородными и изотропными. Причем, начальное напряженно – деформированное состояние определяется в рамках классической линейной теории упругости.

MUGAN SALMAN oğlu GULIYEV

**ON AXISYMMETRIC LONGITUDINAL WAVE PROPAGATION
IN INITIAL STRAIN COMPOUND CYLINDER**

ABSTRACT

In the present dissertation work, the theory of axisymmetric longitudinal waves propagation in annular cross section prestrained compound cylinder is elaborated on the base of piecewise-homogeneous body model with using three-dimensional linearized theory of elastic waves propagation in initial stress bodies. a) methods of numerical solution of appropriate eigen value problems were elaborated; b) different classes of problems on definition of influence of initial strains (stresses) on dispersible curves obtained for various modes, were investigated; d) influence of the problem parameters on behavior of the indicated dispersive curves were determined; c) new types of modes of axisymmetric longitudinal waves were revealed.

In the considered problems, it was assumed that the initial stress-strain state is also axisymmetric. Moreover, two types of stress-strain state are considered. The first type of initial stress-strain state is homogeneous and is caused by uniformly distributed normal stretching and contractive forces acting along cylinder at “infinity”. The materials of the cylinder are assumed to be high-elastic and it is accepted that the mentioned forces cause finite stretching or contractive deformations in cylinders. Consequently, the initial stress-strain state is determined within nonlinear theory of elasticity. Therewith, in the cases when the materials of the cylinders are incompressible, the elasticity relations are described by Treolar potential, but when the materials of the cylinders are compressible, with a harmonic type potential.

The second type of the initial stress-strain state is homogeneous and is called by external torques and are characterized by a constant torsion relating to the length unit of cylinders. Therewith, the cylinders materials are accepted to be homogeneous and isotropic. Moreover, initial stress-strain state is determined within the classic linear theory of elasticity.

