AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

MAHİR MİRZƏXAN OĞLU SƏBZƏLİYEV

SİNQULYAR HƏYƏCANLANMIŞ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR NƏZƏRİYYƏSİNİN BƏZİ MƏSƏLƏLƏRİ

1211.01-Diferensial tənliklər

Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru elmi dərəcəsi almaq
üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2013

Dissertasiya işi **Azərbaycan Dövlət Neft Akademiyasının** «Ali riyaziyyat» kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Rəsmi opponentlər:
fizika-riyiziyyat elmləri doktoru, prof. **Əkbər B.Əliyev**
(Azərbaycan Texniki Universiteti);
fizika-riyiziyyat elmləri doktoru, prof. Rusiya Federasiyasının əməkdar elm xadimi **Anatoliy V.Latışev**
(Moskva Vilayət Dövlət Universiteti).
fizika-riyiziyyat elmləri doktoru, prof. **İbrahim M. Nəbiyev**
(Bakı Dövlət Universiteti);

Aparıcı təşkilat:
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
«Riyazi analiz» kafedrası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 06 dekabr 2013-cü il saat 14^{00}-da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün D01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç.9

Avtoreferat göndərilib 07 oktyabr 2013-cü il

AMEA RMİ-nin D01.111
Dissertasiya Şurasının
elmi katibi **dosent Tamilla Həsənova**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Bir fiziki xarakteristikalarından digərlərinə keçidləri qeyri-müntəzəm olan bir sıra real hadisələrin öyrənilməsi prosesində sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərini tədqiq etmək lazım gəlir. Sinqulyar həyəcanlanmış sərhəd məsələləri A.N.Tixonov, L.S.Pontryaqin, N.N.Boqolyubov, Y.A.Mitropolskiy, V.Vazov, A.B.Vasilyeva, K.Fridrixs, M.İ.Vişik, L.A.Lyüsternik, O.A.Oleynik, Y.E.Mişenko, N.X. Rozov, S.A.Lomov, A.M.İlin və başqaları kimi görkəmli riyaziyyatçıların diqqətlərini cəlb etmişdir.

Xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün sinqulyar həyəcanlaşmış diferensial tənliklər nəzəriyəsində mühüm inkişaf M.İ.Vişik və L.A.Lyüsternikin [1] [1], [2] [2] işləri olunmuşdur. Onlar cırlaşmış məsələyə keçdikdə itən sərhəd şərtlərinin bərpa olunması üçün asimptotik ayrılışa sərhəd zolaq tipli funksiyalar daxil etmişlər. Hazırda bu qayda Vişik-Lyüsternik metodu adlanır. A.B.Vasilyeva qeyri-xətti sistem üçün Koşi məsələsini araşdırarkən həllin asimptotikasının qurulmasının elə effektiv metodunu işləmişdir ki, bu üculla başqa bir sıra məsələləri də öyrənmək olar. V.F.Butuzov düyün sərhəd zolaq tipli funksiyalar daxil etməklə, klassik tiplərin hər üçünə aid diferensial tənliklər üçün konkret sərhəd məsələlərini tədqiq etmişdir. Qüvvət sərhəd zolaq tipli funksiya və qalxma metodu S.A.Lomov tərəfindən daxil edilmişdir. A.M.İlin və onun tələbələri tərəfindən bir çox məsələlər asimptotik ayrılışın uzlaşması metodu ilə həll edilmişdir. Onlar tərəfindən həm də baxılan oblastın sərhəddində cırlaşan bir sıra sinqulyar həyacanlanmış tənliklər öyrənilmişdir.

Bu işlərin əksəriyyəti xətti diferensial tənliklərə aiddirlər. Yaxşı məlumdur ki, xətti modellər real prosesləri həmişə adekvat əks etdirmirlər. Ona görə də sinqulyar həyacınlaşmış qeyri-xətti diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin tədqiqi mühüm nəzəri və praktiki əhəmiyyətə malikdir.

M.İ.Vişik və L.A.Lyüsternik, Su-Yuy-Çen, V.A.Trenoqin, V.Y.Lunin, V.F.Butuzov, İ.V.Denisov, S.V.Zaxarov, M.M.Xapayev,

---

[1] Вишик М.И., Люстерник Л.А. Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром //УМН, 1957, т.12, вып. 5(77), с.3-122

[2] Вишик М.И. Люстерник Л.А. Решение некоторых задач о возмущении в случае матриц и самосопряженных и несамосопряженных дифференциальных уравнений // УМН, 1960, т. 15. вып.3 (93), с.3-80

Mo Jiaqi və başqa müəlliflərin sinqulyar həyacanlaşmış qeyri-xətti sərhəd məsələlərinə həsr olunmuş bir sıra işləri vardır. Lakin tədqiq olunmuş bu sərhəd məsələlərinin çoxunda kiçik parametrin sıfır qiymətində ($\varepsilon=0$ olduqda) verilən tənlik ya funksional tənliyə, ya da ki, adi diferensial tənliyə cırlaşır. [3] [3] işində birinci tərtib xüsusi törəməli tənliyə cırlaşan ikinci tərtib hiperbolik tənlik üçün Koşi məsələsinə baxılmışdır. [4] [4]-də parabolik tənliyə cırlaşan hiperbolik tənlik üçün sinqulyar həyəcanlanmış sərhəd məsələsinə baxılmışdır. Bu işlərin hər ikisində yalnız axtarılan funksiya özü verilən tənliklərə qeyri-xətti daxildir.

Bu dissertasiya işində baxılan tənliklərdən biri müstəsna olmaqla, qalanlarının hamısı xüsusi törəməli diferensial tənliklərə cırlaşırlar. Qeyd etmək lazımdır ki, bütün tədqiq olunan tənliklərdə axtarılan funksiyanın müəyyən törəmələri qeyri-xətti şəkildə iştirak edirlər.

Elliptik və birxarakteristikalı tənliklərin bir-birlərinə qarşılıqlı cırlaşmaları M.İ.Vişik və L.A.Lyüsternik tərəfindən öyrənilmişdir. Elliptik tənliklərin parabolik tənliklərə cırlaşmasını M.H. Cavadov və onun tələbələri tədqiq etmişlər. Bu nəticələr xətti tənliklərə aiddirlər. Lakin cırlaşanda tiplərini dəyişən sinqulyar həyəcanlanmış qeyri-xətti diferensial tənliklər çox az öyrənilmişlər. Bu dissertasiyada tədqiq olunan bütün tənliklər qeyri-xəttidirlər və cırlaşdıqda tiplərini dəyişirlər.

İndiyə kimi tədqiq olunmuş məsələlərin əksəriyyətində cırlaşmış məsələnin həlli hamar olur. [5] [5] işində cırlaşmış məsələsi məxsusiyyətlərə malik olan xətti parabolik tənlik üçün olan sərhəd məsələsinin təqribi həlli qurulmuşdur. Bu dissertasiyada 1.1, 1.2, 1.3, 1.8, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1, 4.2 yarımfəsillərində hamar olmayan cırlaşma baş verir.

Bizə məlum tədqiq olunmuş sinqulyar həyəcanlaşmış qeyri-xətti sərhəd məsələlərinin demək olar ki, hamısına məhdud oblastlarda baxılmışdır. Burada 1.3, 1.4, 1.6, 1.7, 2.2, 2.3, 3.2, 3.3-də qeyri-məhdud

[3] Bianchini Stefano. Hiperbolic limit of the Jin-xin relaxation model // commun. Fure and Appl. Math., 2006, v.59, №5, pp. 688-753.
[4] Cheng Yan. Asymptotic solution of a boundary problem for the semilinear singularly perturbed elliptical equation // Shuxue zaz hi = J.Math., 2005, №1, pp. 25-29.
[5] Булычева О.Н., Сушко В.Г. Построение приближенного решения для одной сингулярно возмушенной параболической задачи с негладким вырождением // Фундаментальная и прикладная математика, 1995, т.1, вып.4, с. 881-905

oblastlarda qoyulmuş qeyri-xətti sərhəd məsələlərinin həllərinin tam asimptotikaları qurulmuşdur.

Aydındır ki, baxılan oblast düyün nöqtələrinə və kəsişən mütəhərrik sərhədlərə malik olduqda bu oblastda baxılan sərhəd məsələsinin həllinin tam asimptotikasını qurmaq çətinləşir. Qeyd edək ki, mütəhərrik sərhəd dedikdə sərhəddin elə hissəsi nəzərdə tutulur ki, onun yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiya qurulur. 1.1, 1.2, 1.5, 2.1, 3.1, 4.1, 4.2-də sərhəd məsələlərinə elə oblastlarda baxılmışdır ki, bu oblastlar dörd düyün nöqtələrinə və iki və ya üç sayda kəsişən mütəhərrik sərhədlərə malikdirlər.

Əgər cırlaşmış məsələnin həlli oblastın sərhəddinin bir hissəsində baxılan məsələnin tələb etdiyi sərhəd şərtlərinin hamısını ödəmirsə, onda sərhəddin həmin hissəsində itən sərhəd şərtlərinin ödənilməsini təmin etmək üçün sərhəd zolaq tipli funksiyaları ənənəvi üsullarla qurmaq mümkün olmur. 2.3, 3.1, 3.2, 3.3, 4.2-də elə sərhəd məsələləri tədqiq olunmuşdur ki, baxılan sərhəd məsələlərinin həllərinin asimptotikalarını ənənəvi üsullarla qurmaq mümkün deyil.

Bizə məlum olan və sinqulyar həyəcanlaşmış qeyri-xətti sərhəd məsələlərinin tədqiqinə həsr olunmuş bütün işlər üç klassik tiplərdən müəyyən birinə aiddir. Klassik tiplərdə olmayan qeyri-xətti diferensial tənliklər üçün olan sərhəd məsələlərinin həllərinin asimptotikalarının qurulması sinqulyar həyəcanlanmalar nəzəriyyəsinin aktual problemlərindən biridir. Dördüncü fəsildə iki müxtəlif qeyri-xətti, klassik tiplərdə olmayan diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələləri tədqiq olunmuşlar.

İşin məqsədi. Əsas məqsəd aşağıdakılardır:

I. Müəyyən sərhəd məsələlərinin asimptotik ayrılışlarının qurulması üçün spesifik yanaşma üsullarının işlənməsi. Bu tipdə sərhəd məsələlərinə aşağıdakılar aiddirlər:

- Cırlaşanda tipini dəyişən qeyri-xətti tənliklər üçün sərhəd məsələləri;
- Düyün nöqtələrinə və iki və ya üç kəsişən mütəhərrik sərhədlərə malik olan oblastlarda baxılan sərhəd məsələləri;
- Qeyri-məhdud oblastlarda baxılan sərhəd məsələləri;
- Hamar cırlaşmayan sərhəd məsələləri;
- Cırlaşanda məxsusiyyətə malik olan sərhəd məsələləri;
- Həllərinin asimptotikalarını ənənəvi üsulla qurmaq mümkün olmayan sərhəd məsələləri;

● Klassik tiplərdə olmayan qeyri-xətti diferensial tənliklər üçün olan bəzi sərhəd məsələləri.

II.Bu yanaşma üsullarının köməyi ilə klassik tiplərin hər üçünə aid və klassik tiplərdə olmayan qeyri-xətti diferensial tənliklər üçün qoyulmuş bəzi sərhəd məsələlərinin həllərinin tam asimptotikalarını qurmaq və bu zaman alınan qalıq hədlərini qiymətləndirmək.

Tədqiqat metodları. İşdə sərhəd məsələlərinin həllərinin asimptotik ayrılışlarının sərhəd zolaq tipli funksiyalar ilə qurulmasının modernləşdirilmiş Vişik-Lyüsternik metodundan, Furyenin dəyişənlərinə ayırma üsulundan və inteqral çevirmələr metodlarından istifadə olunmuşdur.

Elmi yeniliklər. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

● Cırlaşdıqda tipini dəyişən, klassik tiplərin hər üçünə aid tənliklər üçün qoyulmuş bəzi sərhəd məsələlərinin həllərinin tam asimptotikaları qurulmuşdur.

● Üçüncü tərtib və ixtiyari tək tərtibli klassik tiplərdə olmayan iki müxtəlif qeyri-xətti tənliklər üçün qoyulmuş sərhəd məsələlərinin həllərinin tam asimptotikaları qurulmuşdur.

● Hamar cırlaşmayan və ya cırlaşdıqda məxsusiyyətlərə malik olan bəzi sinqulyar həyəcanlanmış sərhəd məsələləri tədqiq olunmuşlar.

● Klassik tiplərin hər üçünə aid olan tənliklər üçün qeyri-məhdud oblastlarda qoyulmuş bəzi sərhəd məsələlərinin həllərinin tam asimptotikaları qurulmuşlar.

● İlk dəfə olaraq «Sərhəd şərtinin kiçik parametrin istənilən müsbət üstlü dərəcəsinə nəzərən dəqiqliklə təqribi ödənilməsi» anlayışı verilmiş və bu anlayışın köməyi ilə bəzi sərhəd məsələlərinin həllərinin asimptotikaları qeyri-ənənəvi üsulla qurulmuşdur.

İşin nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya nəzəri xarakter daşıyır. Dissertasiyada alınmış nəticələr yüksək tərtibli törəmələrinin qarşısında kiçik parametr olan xüsusi törəməli qeyri-xətti tənliklər nəzəriyyəsində böyük nəzəri əhəmiyyətə malikdirlər və bir çox praktiki məsələlərdə effektiv olaraq tətbiq olunurlar. Belə məsələlərə misal olaraq nazik, mütəhərrik lövhə və təbəqələrin qeyri-xətti nəzəriyyə məsələlərini, mayelərin səthi gərilmə qüvvəsinin təsiri altındakı hərəkətini göstərmək olar. Mühüm tətbiqlər arasında özündə özülülü maye saxlayan laylı bərk cisimlər dinamikasının məsələlərini də qeyd etmək lazımdır. Bu məsələlər raket və kosmik texnikanın inkişafı ilə əlaqədar olaraq xüsusi aktuallıq kəsb edirlər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyanın əsas nəticələri ADNA-nın «Ali riyaziyyat» kafedrasının elmi seminarında, AMEA RMİ-nin "Riyazi fizika tənlikləri" və "Diferensial tənliklər" şöbələrinin birgə elmi seminarında, «Kiçik parametr və onun tətbiqləri» ümumittifaq məktəb – seminarında (Minsk, 1982), AMEA-nın müxbir üzvü, prof. A.Ə.Babayevin 70-illiyinə həsr olunmuş elmi konfransda (Bakı, 2004), AMEA-nın müxbir üzvü, prof. İ.T.Məmmədovun 50-illiyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2005), AMEA-nın müxbir üzvü, prof. B.A.İskəndərovun 70-illiyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2006), akademik Ə.İ. Hüseynovun 100-illiyinə həsr olunmuş elmi konfransda (Bakı, 2007), «Pontryaqin oxunması-XIX» Voronej yaz riyazi məktəbində (Voronej, 2008), AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika institunun 50-illiyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2009), akademik F.Q.Maqsudovun 80-illiyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2010), akademik Z.İ.Xalilovun 100-illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2011), akademik İ.İ.İbrahimovun 100-illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2012) məruzə edilmişlər.

Nəşrlər. Dissertasiyanın əsas nəticələri 33 elmi işdə çap olunmuşdur. Bu işlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

İşin strukturu və həcmi. Dissertasiya girişdən, dörd fəsildən, nəticə və 141 adda olan ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin həcmi 274 səhifədir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Giriş, dörd fəsil, nəticə və ədəbiyyat sıyahısından ibarət olan dissertasiyanın qısa məzmunun şərt edək.

Girişdə dissertasiya mövzusu ilə bağlı olan işlərin qısa xülasəsi və dissertasiyada alınan əsas nəticələr verilmişdir.

Birinci fəsildə sinqulyar həyəcanlaşmış kvazixətti elliptik tənliklər üçün məhdud və qeyri-məhdud oblastlarda sərhəd məsələləri tədqiq olunmuşdur. İlk dörd yarımfəsildə hiperbolik tənliyə cırlaşan kvazixətti elliptik tənlik üçün düzbucaqlıda, əyrixətli trapesiyada, sonsuz yarımzolaqda və sonsuz zolaqda sərhəd məsələlərinə baxılmışdır. Sonrakı üc yarımfəsildə (1.5, 1.6, 1.7) parabolik tənliyə cırlaşan kvazixətti elliptik tənliuk üçün düzbucaqlıda, sonsuz yarımzolaq və sonsuz zolaqda sərhəd məsələlərinə baxılmışdır. Sonuncu 1.8 yarımfəslində adi diferensial tənliyə cırlaşan kvazixətti elliptik tənlik üçün n-ölçülü oblastda elə sərhəd məsələsi tədqiq olunmuşdur ki, onun cırlaşmış məsələsi məxsusiyyətə malikdir.

1.1-də $D=\{(x,y)|\,0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\}$ oblastında aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır:

$$L_\varepsilon u\equiv -\varepsilon^p\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^p+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^p\right]-\varepsilon\Delta u+\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+F(x,y,u)=0, \quad (1)$$

$$u\big|_{x=0}=u\big|_{x=1}=0;\ \ (0\le y\le 1),\qquad u\big|_{y=0}=u\big|_{y=1}=0;\ \ (0\le x\le 1). \quad (2)$$

Burada və bundan sonra hər yerdə $\varepsilon>0$ -kiçik parametr, $p=2k+1$, k -ixtiyari natural ədəd, $F(x,y,u)$-verilmiş və aşağıdakı şərti ödəyən funksiyadır:

$$\frac{\partial F(x,y,u)}{\partial u}\ge\gamma^2>0; \quad (3)$$

$$(x,y,u)\in\left(D\setminus\{(x,y)\in D|\ x=y\}\right)\times(-\infty,+\infty).$$

Bizim burada və sonrakı fəsillərin hər birində məqsədimiz baxılan sərhəd məsələlərinin həllərinin kiçik parametrə nəzərən tam asimptotikalarını qurmaqdır.

(1), (2) məsələsinin həllinin asimptotikası müvafiq iterasiya proseslərinin koməyi ilə aşağıdakı kimi alınmışdır:

$$u = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i + \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j V_j + \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j \eta_j + z. \qquad (4)$$

Burada W_0

$$L_0 W_0 \equiv \frac{\partial W_0}{\partial x} + \frac{\partial W_0}{\partial y} + F(x, y, W_0) = 0; \; W_0\big|_{x=0} = 0, \; W_0\big|_{y=0} = 0 \qquad (5)$$

məsələsinin həllidir. Bu məsələyə (1), (2) məsələsinə uyğun cırlaşmış məsələ deyilir. (5) məsələsinin həlli D-də $x = y$ olduqda məxsusiyyətə malikdir.

(5) məsələsinin həllinin hamarlığını təmin edən və W_i; $i = 1,2,...,n$ funksiyalarının qurulmasına xidmət edən birinci iterasiya prosesini aparmağa imkan verən teorem isbat edilir. W_i; $i = 1,2,...,n$ funksiyaları bir-birləri ilə rekurrent əlaqədə olan xətti sərhəd məsələlərindən təyin edilirlər.

$x = 1$ sərhəddi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiya olan V_0 funksiyası aşağıdakı sərhəd məsələsindən təyin olunur:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\frac{\partial V_0}{\partial \tau}\right)^p + \frac{\partial^2 V_0}{\partial \tau^2} + \frac{\partial V_0}{\partial \tau} = 0; \quad V_0\big|_{\tau=0} = -W_0(1, y), \quad \lim_{\tau \to +\infty} V_0 = 0, \; (6)$$

burada $\tau = \dfrac{1-x}{\varepsilon}$. (6) məsələsinin həllinin varlığı və yecanəliyini, eləcə də

$$\left|\frac{\partial^i V_0(\tau, y)}{\partial \tau^{i_1} \partial y^{i_2}}\right| \le G_{i_1 i_2}\left(\left|\varphi_0(y)\right|, \left|\varphi_0'(y)\right|, ..., \left|\varphi_0^{(i_2)}(y)\right|\right) \exp(-\tau) \qquad (7)$$

qiymətləndirilməsinin doğruluğunu təsdiq edən teorem isbat olunur. Burada $\varphi_0(y) = -W_0(1, y)$, $G_{i_1 i_2}(t_1, t_2, ..., t_{i_2+1})$ -isə öz arqumentlərinin mənfi olmayan əmsallı elə polinomudur ki, bu polinomun sərbəst həddi sıfırdır, qalan əmsallarından isə heç olmazsa biri sıfırdan fərqlidir.

$x = 1$ sərhəddi yıxınlığındakı sərhəd zolaq tipli qalan V_j; $j = 1,2,...,n+1$ funksiyaları isə xətti sərhəd məsələlərindən təyin olunurlar.

$y = 1$ sərhəddi yıxınlığındakı sərhəd zolaq η_j funksiyaları V_j; $j = 0,1,...,n+1$ funksiyalarının qurulmasına oxşar şəkildə qurulurlar.

Asimptotikanı qurarkən düyün nöqtələrinin mövcudluğu ilə bağlı qarşıya çıxan çətinliklər $F(x, y, u)$ funksiyası üzərinə $y = x$ olduqda və $(1;0)$, $(0;1)$ düyün nöqtələrində qoyulan əlavə şərtlər hesabına həll olunurlar.

Alınan nəticələr aşağıdakı təklif şəklində ifadə olunmuşdur.

Teorem 1. Fərz edək ki, $F(x, y, u) \in C^{2n+2}\left(D \times (-\infty, +\infty)\right)$ və (3) şərti ödənilir. Əgər $F(x, y, u)$ funksiyası törəmələri ilə birlikdə $y = x$ olduqda və $(1;0)$, $(0;1)$ düyün nöqtələrində sıfra çevrilirsə, onda (1), (2) məsələsinin ümumiləşmiş həlli üçün (4) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i, V_j, η_j funksiyaları müvafiq iterasiya prosesləri ilə təyin olunurlar, z - qalıq həddir və onun üçün

$$\varepsilon^p \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^{p+1} + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^{p+1}\right] dx\, dy + \varepsilon \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right] dx\, dy + \\ + c_1 \iint_D z^2 dx\, dy \le c_2 \varepsilon^{2n+2} \tag{8}$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Buradakı $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ -sabitləri ε -dan asılı deyillər.

1.2-də (1) tənliyi üçün $\Omega = \{(x, y) | \varphi_1(y) \le x \le \varphi_2(y), \quad a \le y \le b\}$ əyrixətli trapesiyasında sərhəd məsələsinə baxılmışdır. Bununla əlaqədar olaraq burada (1) tənliyi üçün sərhəd şərtləri aşağıdakı kimi verilmişdir:

$$u\big|_{x=\varphi_1(y)} = u\big|_{x=\varphi_2(y)} = 0, \; (a \le y \le b); \\ u\big|_{y=a} = 0, \; (\varphi_1(a) \le x \le \varphi_2(a)); \; u\big|_{y=b} = 0, \; (\varphi_1(b) \le x \le \varphi_2(b)). \tag{9}$$

(1), (9) məsələsinin həllinin də asimptotikası (4) şəklindədir. Lakin burada W_i, V_j, η_j funksiyaları başqa sərhəd məsələlərindən təyin olunurlar.

Burada qurulmuş $W = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i$ cəmi $W\big|_{x=\varphi_1(y)} = 0$, $W\big|_{y=a} = 0$ şərtlərini ödəyir, lakin bu cəm ümumiyyətlə desək, $x = \varphi_2(y)$ və $y = b$ üzərindəki (9) bircins sərhəd şərtlərini ödəməyə bilər. Sərhəd şərtlərinin ödənilməsindəki bu çatışmamazlıqları aradan qaldırmaq üçün $x = \varphi_2(y)$ və $y = b$ sərhədləri yaxınlığında sərhəd zolaq tipli V_j və

η_j; $j = 0,1,...,n+1$ funksiyaları qurulmuşdur.

(4) ayrılışındakı z qalıq həddi üçün qiymətləndirmə burada da (8) şəklindədir, lakin bu qiymətləndirmənin isbatı 1.1-dəki isbatdan əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənir.

1.2-nin nəticələri aşağıdakı təklif şəklində ümumiləşdirilmişdir.

Teorem 2. Fərz edək ki, $F(x, y, u) \in C^{2n+2}(\Omega \times (-\infty, +\infty))$, Ω-da (3) şərti ödənilir və $F(x, y, u)$ funksiyası törəmələri ilə birlikdə $y = x$ olduqda, eləcə də $(\varphi_2(a), a)$ və $(\varphi_1(b), b)$ nöqtələrində sıfra çevrilir. Onda (1), (9) məsələsinin həlli üçün (4) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_j, η_j funksiyaları $x = \varphi_2(y)$ və $y = b$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z - qalıq həddir və onun üçün Ω-da (8) qiymətləndirməsi doğrudur.

1.3-də $\Pi_+ = \{(x, y) | 0 \le x \le 1,\ 0 \le y < +\infty\}$ sonsuz yarımzolağında

$$-\varepsilon^p \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^p + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^p \right] - \varepsilon \Delta u + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + au - f(x, y) = 0, \quad (10)$$

$$u\big|_{x=0} = u\big|_{x=1} = 0;\ (0 \le y < +\infty),\ u\big|_{y=0} = 0,\ \lim_{y \to +\infty} u = 0,\ (0 \le x \le 1), \quad (11)$$

sərhəd məsələsinə baxılır. Burada $a > 0$ - sabit, $f(x, y)$ - verilmiş hamar funksiyadır.

(10), (11) məsələsinin həllinin asimptotikasının qurulması 1.1-də olduğu kimi aparılır. y dəyişəni $[0, +\infty)$ yarımoxunda dəyişdiyi üçün burada asimptotik ayrılışda $y = 1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar olmayacaqdır. Lakin burada ona nail olmaq lazımdır ki, (10), (11) məsələsinin həllinin asimptotik ayrılışının bütün hədləri (11)-dəki sonuncu sərhəd şərtini ödəsinlər.

$f(x, y)$ funksiyasının

$$\left| \frac{\partial^i f(x, y)}{\partial x^{i_1} \partial y^{i_2}} \right| \le c_1 \exp(-\gamma\, y);\ i = i_1 + i_2;\ i = 0,1,...,2n+2; \quad (12)$$

$$(0 \le y < +\infty),\ c_1 > 0,\ \gamma > 0$$

şərtini ödəməsi fərz olunur.

Burada qurulan $W=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i$ funksiyası $W\big|_{x=0}=0,\ \lim_{y\to+\infty}W=0,$ $W\big|_{y=0}=0,$ sərhəd şərtlərini ödəyir. Lakin W funksiyası ümumiyyətlə desək, $x=1$ üzərindəki (11) sərhəd şərtini ödəməyə bilər. Ona görə W funksiyasına $x=1$ sərhəddi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli elə $V=\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j V_j$ funksiyası əlavə etmək lazımdır ki, alınan cəm $(W+V)\big|_{x=1}=0$ sərhəd şərtini ödəsin. V_j funksiyalarının qurulması 1.1-də V_j; $0,1,...,n+1$ funksiyalarının qurulmasına oxşar şəkildə aparılır. Burada isbat olunur ki, V_j; $j=0,1,...,n+1$ funksiyaları və onların törəmələri $y\to+\infty$ şərtində eksponensial olaraq azalırlar.

Əvvəlki yarımfəsillərdən fərqli olaraq burada düyün nöqtələrinin mövcudluğu ilə əlaqədar çətinliklər yalnız bir dənə $x=1, y=0$ düyün nöqtəsində qarşıya çıxır.

1.3-də aşağıdakı teorem isbat edilmiş olur.

Teorem 3. Fərz edək ki, $f(x,y)\in C^{2n+2}(\Pi_+)$, (12) şərti ödənilir, $f(x,y)$ funksiyası törəmələri ilə birlikdə $y=x$ olduqda və $x=1, y=0$ düyün nöqtəsində sıfra çevrilir. Onda (10), (11)sərhəd məsələsinin həlli üçün

$$u=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i+\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j V_j+z \tag{13}$$

asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i -funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_j funksiyaları $x=1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z –isə qalıq həddidir və onun üçün

$$\varepsilon^p\iint_{\Pi_+}\left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^{p+1}+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^{p+1}\right]dx\,dy+\varepsilon\iint_{\Pi_+}\left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^{2}+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^{2}\right]dx\,dy+ \\ +c_1\iint_{\Pi_+}z^2\,dx\,dy\le c_2\varepsilon^{2n+2} \tag{14}$$

qiymətləndirməsi doğrudur.

1.4-də $\Pi=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,\ -\infty<y<+\infty\}$ sonsuz zolağında (10) tənliyi üçün sərhəd məsələsi tədqiq olunmuşdur. Bu halda (11) əvəzinə

$$u\big|_{x=0}=u\big|_{x=1}=0;\ \left(-\infty<y<+\infty\right),\ \lim_{|y|\to+\infty}u=0,\ \left(0\le x\le 1\right) \qquad (15)$$

sərhəd şərtləri götürülmüşdür. Bu yarımfəsildə W_i funksiyaları $x=0$ başlanğıc şərtli Koşi məsələlərindən (yəni $W_i\big|_{x=0}=0;\quad i=0,1,2,...,n$) təyin edilirlər.

1.1, 1.2, 1.3-də birinci iterasiya prosesində alınan məsələlərin həlləri $x=y$ olduqda məxsusiyyətə malik idilər. Bununla əlaqədar olaraq 1.1, 1.2, 1.3-də $F(x,y,u)$ funksiyası üzərinə törəmələri ilə birlikdə $y=x$ xətti üzərində sıfra çevrilmək şərti qoyulmuşdu. Burada biz həmin şərtdən imtina edəcəyik.

Baxılan Π oblastında düyün nöqtələri olmadığı üçün biz burada həmçinin əvvəlki yarımfəsillərdə $F(x,y,u)$ funksiyası üzərinə düyün nöqtələrində qoyulmuş şərtlərdən də imtina edirik.

$f(x,y)$ funksiyasının

$$\sup_y\left(1+|y|^l\right)\left|\frac{\partial^k f(x,y)}{\partial x^{k_1}\partial y^{k_2}}\right|=c^{(1)}_{l_{k_1k_2}}<+\infty \qquad (16)$$

şərtini ödəməsi fərz olunur.

Burada qurulan $W=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i$ cəmi aşağıdakı şərtləri ödəyir: $W\big|_{x=0}=0,\quad \left(-\infty<y<+\infty\right);\ \lim_{|y|\to+\infty}W=0,\ \left(0\le x\le 1\right).$

$x=1$ üzərindəki itən sərhəd şərtinin ödənilməsini təmin etmək məqsədi ilə $x=1$ sərhəddi yaxınlığında $V=\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j V_j$ sərhəd zolaq tipli funksiya qurulur. V_j ; $j=0,1,...,n+1$ funksiyaları 1.3-də olduğu kimi qurulurlar. Burada isbat olunur ki, $V_0(\tau,y)$ funksiyası və $V_j(\tau,y)$; $j=1,2,...,n+1$ funksiyaları hamısı τ -nın $[0,+\infty)$ yarımoxundan olan bütün qiymətlərində sonsuzluqda y -ə nəzərən sürətlə azalan funksiyaların S_y fəzasına daxildirlər. Buradan alınır ki, $W+V$ cəmi $\left(W+V\right)\big|_{x=1}=0$ sərhəd şərtindən əlavə həm də $\lim_{|y|\to\infty}\left(W+V\right)=0$ şərtini ödəyir.

1.4-də alınan nəticələr aşağıdakı təklif şəklində ifadə olunmuşdur.

Teorem 4. Fərz edək ki, $f(x,y)$ funksiyası (16) şərtini ödəyir. Onda (10), (15) məsələsinin həlli üçün (13) asimptotik ayrılışı, z qalıq həddi üçün isə Π -də (14) qiymətləndirilməsi doğrudur.

1.5-də $D=\{(x,y)|0\le x\le b,\ 0\le y\le 1\}$ düzbucaqlısında

$$L_\varepsilon u \equiv -\varepsilon^p\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^p+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^p\right]-\varepsilon\,\Delta u+$$

$$+\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+au-f(x,y)=0, \tag{17}$$

$$u|_{x=0}=u|_{x=b}=0,\ \ (0\le y\le 1);\ \ u|_{y=0}=u|_{y=1}=0,\ \ (0\le x\le b) \tag{18}$$

sərhəd məsələsinə baxılır. Burada $a>0$ –sabit, $f(x,y)$–isə verilmiş hamar funksiyadır.

Burada $\varepsilon=0$ olduqda (17) tənliyi parabolik tənliyə cırlaşır.

$f(x,y)$ funksiyasının $C^{n+1,2n+6}(D)$ fəzasına daxil olması və

$$\frac{\partial^{2r} f(x,0)}{\partial y^{2k}}=\frac{\partial^{2r} f(x,1)}{\partial y^{2k}}=0;\quad r=0,1,...,n+2, \tag{19}$$

şərtini ödəməsi fərziyyələri ilə qurulan $W=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i$ cəmi aşağıdakı sərhəd şərtlərini ödəyir:

$$W|_{x=0}=0,\ \ (0\le y\le 1);\quad W|_{y=0}=W|_{y=1}=0,\ \ (0\le x\le b).$$

Lakin bu funksiya (18)-də olan $x=b$ üzərindəki sərhəd şərtini ödəməyə bilər. Ona görə $x=b$ sərhəddi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli elə $V=\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j V_j$ funksiyası qurulmuşdur ki, $W+V$ cəmi $(W+V)|_{x=b}=0$ sərhəd şərtini ödəsin.

V_j; $j=0,1,...,n+1$ funksiyalarının qurulması 1.1, 1.3, 1.4-də olduğu kimi aparılır. Lakin burada onun da qayğısına qalmaq lazımdır ki, W funksiyasına V funksiyasını əlavə etdikdə alınan cəm üçün W -nin $y=0$ və $y=1$ olduqda ödədiyi sərhəd şərtləri pozulmasın.

Burada baxılan D oblastının dörd düyün nöqtəsi olmasına baxmayaraq $f(x,y)$ funksiyası üzərinə düyün nöqtələrində heç bir əlavə şərt qoymadan yalnız (19) şərtlərinin ödənilməsi fərziyyəsi ilə (17), (18) sərhəd məsələsinin həllinin tam asimptotikası qurulmuşdur.

1.5-in nəticələri aşağıdakı teorem ilə ifadə olunmuşdur.

Teorem 5. Fərz edək ki, $f(x,y)\in C^{n+1,2n+6}(D)$ və (19) şərtləri ödənilir. Onda (17), (18) sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həlli üçün (13) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_j funksiyaları $x=b$ sərhəddi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z - isə qalıq həddidir və onun üçün

$$\varepsilon^p \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^{p+1} + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^{p+1}\right] dxdy + \varepsilon \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right] dxdy + \qquad (20)$$

$$+ \iint_D \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 dxdy + c_1 \iint_D z^2 dxdy \le c_2 \varepsilon^{2(n+1)}$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Buradakı $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ sabitləri ε -dan asılı deyirllər.

1.6-da (17) tənliyi üçün $\Pi_+ = \{(x,y)| 0 \le x \le 1, \ \ 0 \le y < +\infty\}$ yarımzolağında aşağıdakı sərhəd şərtləri olan sərhəd məsələsinə baxılır:

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, \ \ (0 \le y < +\infty), \qquad (21)$$

$$u|_{y=0} = 0, \ \ \lim_{y\to+\infty} u = 0, \ (0 \le x \le 1). \qquad (22)$$

(17), (21), (22) məsələsinin həllinin də asimptotik ayrılışı (13) şəklindədir. İsbat olunmuşdur ki, $f(x,y)$ funksiyası (12) şərtini ödədikdə, $W = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i$ cəmi

$$W|_{x=0} = 0, \ (0 \le y < +\infty); \ W|_{y=0} = 0, \ \ \lim_{y\to+\infty} W = 0, \quad (0 \le x \le 1)$$

sərhəd şərtlərini ödəyir. Sonra isə $x=1$ sərhəddi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli elə $V = \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j V_j$ funksiyası qurulur ki, $W+V$ cəmi $(W+V)|_{x=1} = 0$ sərhəd şərtini ödəsin.

V_j; $j = 0,1,\ldots,n+1$ funksiyaları 1.5-də olduğu kimi qurulurlar.

Lakin burada həm də ona nail olmaq lazımdır ki, V_j funksiyaları əlavə olaraq $V_j\big|_{y=0}=0,\ \lim\limits_{y\to+\infty}V_j=0;\, j=0,1,...,n+1$ şərtlərini ödəsinlər. Onda $W+V$ cəmi (21), (22)-dəki bütün sərhəd şərtlərini ödəyəcəkdir.

1.6-nın nəticələrini aşağıdakı təklif şəklində ifadə etmək olar.

Teorem 6. Tutaq ki, $f(x,y)$ funksiyası (12) şərtini ödəyir. Onda (17), (21), (22) sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həlli üçün (13) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_j funksiyaları $x=1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z -isə qalıq həddidir və onun üçün Π_+ -da (20) qiymətləndirməsi doğrudur.

1.7-də $\Pi=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,\ -\infty<y<+\infty\}$ sonsuz zolağında (17) tənliyi üçün sərhəd məsələsinə baxılır. Burada (21) sərhəd şərtləri öz yerlərində qalırlar, (22) əvəzinə isə aşağıdakı sərhəd şərtləri götürülür:

$$\lim_{|y|\to+\infty}u=0,\quad (0\le x\le 1). \tag{23}$$

Burada standart prosedurlardan əlavə (23) şərtinin ödənilməsinə nail olmaq lazımdır. (23) şərtinin ödənilməsi üçün isə (13) ayrışına daxil olan bütün hədlər $|y|\to+\infty$ şərtində sıfra çevrilməlidirlər. $W_1,W_2,...,W_n;\ V_0,V_1,..V_{n+1}$ funksiyalarının $|y|\to+\infty$ şərtində sıfra çevrilmələri $W_0(x,y)$ funksiyasının y -ə nəzərən $|y|\to+\infty$ şərtində azalması hesabına, $W_0(x,y)$ funksiyasının y -ə nəzərən azalması isə $f(x,y)$ funksiyası üzərinə qoyulan şərt hesabına təmin edilmişdir. (16) şərtinin ödənilməsi daxilində elə $W=\sum\limits_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i$ cəmi qurulmuşdur ki,

$$W\big|_{x=0}=0,\ (-\infty<y<+\infty);\ \lim_{|y|\to+\infty}W=0,\quad (0\le x\le 1) \tag{24}$$

sərhəd şərtləri ödənilir.

1.6-da olduğu kimi burada da $V=\sum\limits_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j V_j$ funksiyasının qurulması ona xidmət edir ki, $W+V$ cəmi $(W+V)\big|_{x=1}=0$ şərtini ödəsin. Bu zaman həm də $W+V$ cəmi üçün

$$\left.(W+V)\right|_{x=0}=0, \qquad \lim_{|y|\to+\infty}(W+V)=0 \tag{25}$$

şərtlərinin ödənilməsi qayğısına qalmaq lazımdır. (25)-dəki birinci şərtin ödənilməsi (24)-dən və hamarlayıcı funksiyalar hesabına bütün V_j; $j=0,1,...,n$ funksiyalarının $x=0$ olduqda sıfra çevrilmələrindən alınır. (25)-dəki ikinci şərtin ödənilməsi üçün isə V_j funksiyalarının

$$\lim_{|y|\to+\infty} V_j=0; \ j=0,1,...,n+1 \tag{26}$$

şərtlərini ödəmələri kafidir.

Məlumdur ki, $\varphi_0(y)=-W_0(1,y)$ funksiyası $|y|\to+\infty$ şərtində sürətlə azalan funksiyalarının S_y fəzasına daxildir. Ona görə (7) qiymətləndirməsindən alınır ki, $\lim\limits_{|y|\to+\infty} V_0=0$, yəni (26) şərti $j=0$ üçün ödənilir. $j=1,2,...,n+1$ olduqda (26)-dəki qalan şərtlərin ödənilməsi isə $-W_j(1,y)=\varphi_j(y)\in S_y; j=1,2,...,n.$ olmasından alınır.

1.7-də alınan nəticələri aşağıdakı təklif şəklində ifadə etmək olar.

Teorem 7. Tutaq ki, $f(x,y)$ funksiyası (16) şərtini ödəyir. Onda (17), (21), (23) sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həlli üçün (13) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i-funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_j funksiyaları $x=1$ sərhəddi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z-isə qalıq həddir və onun üçün 1.6 yarımfəslində alınmış qiymətləndirmə Π-də doğrudur.

1.8-də kifayət qədər hamar Γ sərhəddinə malik olan $\Omega\subset R^n$ oblastında

$$-\varepsilon^p\sum_{i=1}^n\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial u}{\partial x_i}\right)^p-\varepsilon\sum_{i=1}^n\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}-\frac{\partial u}{\partial x_1}+F(x,u)=0, \quad \left.u\right|_\Gamma=0 \tag{27}$$

sərhəd məsələsinə baxılır. Burada $p=2k+1$, $x=(x_1, x_2, ...,x_n)$, $F(x,u)$ isə verilmiş hamar funksiyadır.

Fərz edək ki, Γ şərhəddi elə şəkildədir ki, OX_1 oxuna paralel olub, Ω ilə ortaq nöqtəsi olan hər bir düz xətt Γ sərhəddini ən çoxu iki nöqtədə kəsir.

Yuxarıda qeyd olunduğu kimi, baxılan oblastın sərhəddi kifayət qədər hamardır, cırlaşmış tənlik isə adi diferensial tənlikdir. Ona görə də ilk baxışda elə görünə bilər ki, (27) sərhəd məsələsinin həllinin asimptotikasının qurulması çox asan başa gələr. Lakin birinci iterasiya prosesini aparan zaman məlum olur ki, cırlaşmış məsələ məxsusiyyətə malikdir. Bu məxsusiyyət birinci iterasiya prosesini aparmağa, nəticədə isə tam asimptotikanı qurmağa imkan vermir.

(27) məsələsinə uyğun cırlaşmış məsələ

$$-\frac{dW_0}{dx_1}+F\left(x,W_0\right)=0;\quad W_0\big|_{\Gamma_2}=0 \qquad (28)$$

şəklindədir. Burada Γ_2 ilə Γ sərhəddinin $\cos(\nu,x_1)<0$ şərtini ödəyən hissəsi, ν -ilə Γ-nın daxili normalı işarə olunmuşdur. $W_0\left(x_1,x_2,...,x_n\right)$ fnksiyasının $x_2,x_3,...,x_n$ dəyişənlərinə nəzərən törəmələri, (28)-dəki tənliyin $x_i=c_i;\ i=2,3,...,n$ xarakteristikalarının Γ sərhəddi ilə toxunma nöqtələrində məxsusiyyətə malikdirlər.

Fərz olunur ki, $F\left(x,u\right)$ funksiyası cırlaşmış tənliyin xarakteristikaların Γ sərhəddi ilə toxunma nöqtələrində müvafiq tərtibli sıfra malikdir. Bu şərt ödənildikdə cırlaşmış (28) məsələsinin həlli $\overline{\Omega}$-da hamar funksiya olub, törəmələri heç bir məxsusiyyətə malik deyillər və bu funksiya $C^{2m+2}\left(\overline{\Omega}\right)$ sinfindəndir. Bu halda birinci iterasiya prosesini başa çatdırıb elə $W=\sum_{i=0}^{m}\varepsilon^i W_i$ funksiyası qurmaq olur ki, bu funksiya $W\big|_{\Gamma_2}=0$ sərhəd şərtini ödəsin. Lakin W funksiyası ümumiyyətlə desək, Γ_1 üzərində sərhəd şərtini ödəmir. Ona görə də ikinci iterasiya prosesi aparılaraq W funksiya üzərinə Γ_1 yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiya olan elə $V=\sum_{j=0}^{m+1}\varepsilon^j V_j$ funksiya əlavə olunur ki, alınan $W+V$ cəmi $\left(W+V\right)\big|_{\Gamma_1}=0$ şərtini ödəsin. Burada Γ_1 ilə Γ-nın elə hissəsi işarə olunmuşdur ki, burada $\cos(\nu,x_1)>0$ olur. $V_j;\ j=0,1,...,n+1$ funksiyaların qurulması 1.2-də olduğu kimi aparılır.

1.8-in əsas nəticələri aşağıdakı təklif şəklində ifadə olunmuşdur.

Teorem 8. Tutaq ki, $\Omega\subset R^n$ hamar Γ sərhəddinə malik olan elə məhdud oblastdır ki, OX_1 oxuna paralel olub Ω ilə ortaq nöqtəsi olan hər bir düz xətt Γ sərhəddini ən çoxu iki nöqtədə kəsir, $F\left(x,u\right)\in C^{2m+2}\left(\Omega\times\left(-\infty,+\infty\right)\right)$ və $F\left(x,u\right)$ funksiyası cırlaşmış tənliyin xarakteristikalarının Γ sərhəddi ilə toxunma nöqtələrində müvafiq tərtibli sıfra malikdir. Onda (27) məsələsinin ümumiləşmiş həlli (13) şəklində asimptotik ayrılışa malikdir. Burada W_i funksiyaları birinci interasiya prosesində təyin olunurlar, V_j funksiyaları Γ_1 yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z -isə qalıq həddidir və onüun üçün

$$\|z\|_{L_2(\Omega)} \le c_1 \varepsilon^{m+1}, \quad \sum_{i=1}^{n} \left\| \frac{\partial z}{\partial x_i} \right\|_{L_2(\Omega)} \le c_2 \varepsilon^{m+\frac{1}{2}}$$

qiymətləndirməsi doğrudur, $c_1 > 0,\ c_2 > 0$ sabitləri ε -dan asılı deyillər.

İkinci fəsildə sinqulyar həyəcanlanmış parabolik diferensial tənliklər tədqiq olunur. 2.1-də $D = \{(t,x) | 0 \le t \le T,\ 0 \le x \le 1\}$ oblastında aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır.

$$L_\varepsilon U \equiv \frac{\partial u}{\partial t} - \varepsilon^p \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^p - \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a\frac{\partial u}{\partial x} + F(t,x,u) = 0, \qquad (29)$$

$$u\big|_{t=0} = 0,\ (0 \le x \le 1);\ u\big|_{x=0} = u\big|_{x=1} = 0,\ (0 \le t \le T). \qquad (30)$$

Burada $a > 0$ -sabit, $F(t,x,u)$-isə verilmiş hamar funksiyadır.

$F(t,x,u)$ funksiyası üzərinə müəyyən şərtlər qoymaqla elə teorem isbat olunmuşdur ki, bu teoremə əsasən qurulan $W = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i$ cəmi

$$W\big|_{t=0} = 0,\ (0 \le x \le 1);\quad W\big|_{x=0} = 0,\ (0 \le t \le T) \qquad (31)$$

sərhəd şərtlərini ödəyir, lakin (30)-dakı $x=1$ üzərindəki sərhəd şərtini ödəməyə bilər. Ona görə $x=1$ sərhəddi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli elə $V = \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^i V_i$ funksiyası qurulur ki, $W+V$ cəmi

$$(W+V)\big|_{x=1} = 0 \qquad (32)$$

sərhəd şərtini ödəsin. $V_j;\ j = 0,1,...,n+1$ funksiyaları 1.1-də olduğu kimi qurulurlar. Qurulmuş V funksiyası (32) sərhəd şərtinin ödənilməsini təmin etdiyi halda, (31)-dəki birinci şərtin ödənilməsini poza bilər.

İsbat olunmuşdur ki, əgər $F(t,x,u)$ funksiyası

$$\left.\frac{\partial^i F(t,1,0)}{\partial t^i}\right|_{t=0} = 0; \quad i = 0,1,...,2n+1 \tag{33}$$

şərtini ödəyirsə, onda $W+V$ cəmi (32) sərhəd şərtini ödəməklə yanaşı, həm də $(W+V)|_{t=0} = 0$ sərhəd şərtini ödəyir.

2.1-in nəticələri aşağıdakı təklif şəklində ifadə olunmuşdur.

Teorem 9. Tutaq ki, $F(t,x,u) \in C^{2n+2}(D\times(-\infty,+\infty))$, $F(t,x,u)$ funksiyası törəmələri ilə birlikdə $x = at$ olduqda sıfra çevrilir və (33) şərti ödənilir. Onda (29), (30) məsələsinin ümumiləşmiş həllinin asimptotik ayrılışı (13) şəklindədir. Burada V_j funksiyaları $x=1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z-isə qalıq həddidir və onun üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\int_0^1 z^2 dx + \varepsilon^p \int_0^t\int_0^1 \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^{p+1} dx\,d\tau + \varepsilon \int_0^t\int_0^1 \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 dx\,d\tau +$$
$$+ c_1 \int_0^t\int_0^1 z^2 dx\,d\tau \le c_2 \varepsilon^{2n+2}. \tag{34}$$

Burada $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ sabitləri ε-dan asılı deyillər və $t \in [0,1]$.

2.2-də yenə də (29), (30) sərhəd məsələsinə baxılır. Lakin bu yarımfəsildə $F(t,x,u)$ funksiyası üzərinə düyün nöqtəsində qoyulmuş (33) şərtindən imtina edilərək, $t=0$, $x=1$ nöqtəsi yaxınlığında düyün sərhəd zolaq tipli funksiya qurmaqla (29), (30) məsələsinin həllinin tam asimptotikası qurulmuşdur. Əvvəlki yarımfəsillərdən fərqli olaraq burada $t=0$, $x=1$ nöqtəsi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar xüsusi törəməli diferensial tənliklərdən təyin olunurlar.

Beləliklə, $F(t,x,u)$ funksiyası üzərinə düyün nöqtələrində heç bir əlavə şərt qoymadan (29), (30) sərhəd məsələsinin həllinin

$$u = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i + \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j V_j + \sum_{i=1}^{n} \varepsilon^{1+i} \eta_i + z \tag{35}$$

şəklində olan tam asimptotik ayrılışı alınmışdır.

2.2-nin nəticələri aşağıdakı təklif şəklində ifadə olunmuşdur.

Teorem 10. Tutaq ki, $F(t,x,u) \in C^{2n+2}(D\times(-\infty,+\infty))$ və $F(t,x,u)$ funksiyası törəmələri ilə birlikdə $x = at$ olduqda sıfra çevrilir. Onda (29), (30) məsələsinin ümumiləşmiş həlli üçün (35) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada V_j funksiyaları $x=1$ yaxınlığında, η_i -funksiyaları isə $t=0,\ x=1$ düyün nöqtəsi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z -qalıq həddidir və onun üçün (34) qiymətləndirməsi doğrudur.

2.3-də $D=\{(t,x)|\ 0\le t\le T,\ 0\le x\le 1\}$ oblastında dördüncü tərtib parabolik tənlik üçün

$$L_\varepsilon U \equiv \frac{\partial u}{\partial t}+\varepsilon^{2p+1}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^p\right]+\varepsilon^3\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+\frac{\partial u}{\partial x}+F(t,x,u)=0, \quad (36)$$

$$u|_{t=0}=0, \quad (0\le x\le 1), \quad (37)$$

$$u|_{x=0}=\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=0, \quad u|_{x=1}=\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=1}=0, \quad (0\le t\le T) \quad (38)$$

sərhəd məsələsinə baxılır. Burada $p=2k+1$, $F(t,x,u)$ - verilmiş funksiyadır.

Əvvəlki yarımfəsillərdən fərqli olaraq burada itən sərhəd şərtlərinin ödənilməsini təmin etmək üçün həm $x=0$, həm də $x=1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar qurmaq lazımdır. Bundan əlavə bu yarımfəsildə həllin asimptotik ayrılışını ənənəvi üsulla qurmaq mümkün olmur. Burada W_i funksiyalarının qurulmasına xidmət edən birinci iterasiya prosesi ilə, $x=0$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyaların qurulması məqsədi ilə aparılan iterasiya prosesi iç-içə salınmışdır.

$F(t,x,u)$ funksiyası üzərinə

$$\left.\frac{\partial^i F(t,1,0)}{\partial t^i}\right|_{t=0}=0; \quad i=0,1,\dots,n+4 \quad (39)$$

şərti qoyulmaqla (36)-(38) məsələsinin ümumiləşmiş həlli üçün aşağıdakı asimptotik ayrılış alınmışdır:

$$u=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i+\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^{1+i}V_i+\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j\eta_j+z, \quad (40)$$

burada z - qalıq həddidir.

2.3-də alınan nəticələr aşağıdakı teorem şəklində ümumiləşdirilmişdir.

Teorem 11. Fərz edək ki, $F(t,x,u)\in C^{n+4}(D\times(-\infty,+\infty))$, $F(t,x,u)$ funksiyası törəmələri ilə birlikdə $t=x$ olduqda sıfra çevrilir və (39) şərti ödənilir. Onda (36)–(38) məsələnin ümumiləşmiş həlli üçün (40) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_i, η_j funksiyaları isə uyğun olaraq $x=0$ və $x=1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z -qalıq həddidir və onun üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\int_0^1\left(z\big|_{t=T}\right)^2dx+\varepsilon^{2p+1}\iint_D\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)^{p+1}dt\,dx+\varepsilon^3\iint_D\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2dt\,dx+$$

$$+c_1\iint_D z^2dt\,dx\le c_2\varepsilon^{2(n+1)}.$$

Buradakı $c_1>0$, $c_2>0$ sabitləri ε -dan asılı deyillər.

Üçüncü fəsildə sinqulyar həyacanlanmış hiperbolik tənliklər tədqiq olunurlar. Bu fəsil də üç yarımfəsildən ibarətdir.

3.1-də $D=\{(t,x)\mid 0\le t\le T,\ 0\le x\le 1\}$ düzbucaqlısında

$$L_\varepsilon U\equiv\varepsilon\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\varepsilon^{2k}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^{2k+1}+\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+au-f(t,x)=0, \qquad (41)$$

$$u\big|_{t=0}=0,\quad \frac{\partial u}{\partial t}\bigg|_{t=0}=0,\quad (0\le x\le 1), \qquad (42)$$

$$u\big|_{x=0}=u\big|_{x=1}=0,\quad (0\le t\le T) \qquad (43)$$

sərhəd məsələsinə baxılır. Burada k -ixtiyari natural ədəd, $a>0$ -sabit, $f(t,x)$-verilmiş hamar funksiyadır.

2.3-də olduğu kimi, burada da birinci iterasiya prosesi və $t=0$ sərhəddi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyaların qurulması üçün aparılan iterasiya prosesi ilə iç-içə salınır.

(41)-(43) sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həlli üçün

$$u=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i+\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^{1+i}V_i+z \qquad (44)$$

asimptotik ayrılışı alınmışdır. Burada z -qalıq həddir və onun üçün

$$\varepsilon\int_0^1\left(\frac{\partial z}{\partial t}\bigg|_{t=T}\right)^2dx+\varepsilon^{2k}\iint_D\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^{2k+2}dt\,dx+\iint_D\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2dt\,dx+$$

$$+\int_0^1 \left(\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{t=T} \right)^2 dx + \int_0^1 \left(z|_{t=T} \right)^2 dx \le c\varepsilon^{2(n+1)} \tag{45}$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Buradakı $c > 0$ sabiti ε -dan asılı deyildir.

3.1-də alınan nəticələr aşağıdakı təklif şəklində ifadə olunmuşdur.

Teorem 12. Fərz edək ki, $f(t,x) \in C^{n+1,2n+6}(D)$ və bu funksiya x-ə nəzərən bütün cüt tərtibli törəmələri ilə birlikdə $x = 0$ və $x = 1$ olduqda sıfra çevrilir. Onda (41)-(43) sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həlli üçün (44) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_i funksiyaları $t = 0$ sərhəddi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z -isə qalıq həddidir və onun üçün (45) qiymətləndirməsi doğrudur.

3.2-də $\Pi_+ = \{(t,x) | 0 \le t \le T,\ 0 \le x < +\infty\}$ sonsuz yarım-zolağında (41) tənliyi üçün sərhəd məsələsinə baxılır. Bu yarımfəsildə (42) başlanğıc şərtləri olduğu kimi qalırlar, (43) sərhəd şərtləri əvəzinə

$$u|_{x=0} = 0,\ \lim_{x\to+\infty} u = 0, \quad (0 \le t \le T) \tag{46}$$

sərhəd şərtləri götürülürlər.

Burada da iterasiya proseslərinin aparılma mexanizmi 3.1 yarımfəsildə olduğu kimidir. (41), (42), (46) sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllinin asimptotikası (44) şəklindədir. Lakin bu yarımfəsildə həm də (44) asimptotik ayrılşına daxil olan bütün hədlərin (46)-dakı ikinci sərhəd şərtini ödəmələrini təmin etmək lazım gəlir.

İsbat edilir ki, əgər $f(t,x) \in C^{n+1,2n+6}(\Pi_+)$ olub, t -nin $[0,T]$ parçasından olan hər bir qiymətində

$$\left| \frac{\partial^k f(t,x)}{\partial t^{k_1} \partial x^{k_2}} \right| \le c_1 \exp(-c_2 x); c_1 > 0; c_2 > 0;$$
$$k = k_1 + k_2; k_1 \le n+1;\ k_2 \le 2n+6 \tag{47}$$

şərti ödənilirsə, onda asimptotik ayrılışın bütün hədləri (46)-daki ikinci sərhəd şərtini ödəyirlər.

3.2-də nəticələr aşağıdakı teorem şəklində ifadə olunmuşdur.

Teorem 13. Tutaq ki, $f(t,x) \in C^{n+1,2n+6}(\Pi_+)$ və (47) şərti ödənilir. Onda (41), (42), (46) sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həlli üçün (44) asimptotik ayrılışı, z qalıq həddi üçün Π_+-da (45) qiymətləndirilməsi doğrudur.

3.3-də (41) tənliyi üçün $\Pi = \{(t,x) | 0 \le t \le T, -\infty \le x < +\infty\}$ sonsuz zolağında sərhəd məsələsinə baxılır. Burada da (42) başlanğıc şərtləri olduğu kimi qalırlar, (43) sərhəd şərtləri əvəzinə isə

$$\lim_{|x| \to +\infty} u = 0 \tag{48}$$

sərhəd şərtləri götürülür.

(41), (42), (48) sərhəd məsələsinin həllinin asimptotikası 3.1, 3.2-də olduğu kimi, yenə də (44) şəklində axtarılır. Lakin burada fərz olunur ki, $f(t,x)$ funksiyası x-ə nəzərən sonsuz diferensiallanan olub, t-yə nəzərən $(n+2)$ tərtibə qədər kəsilməyən törəmələrə malikdir və

$$\sup_x \left(1+|x|^l\right) \left| \frac{\partial^k f(t,x)}{\partial t^{k_1} \partial x^{k_2}} \right| \le C^{(1)}_{l_{k_1 k_2}} < +\infty \tag{49}$$

şərtini ödəyir.

3.3-də nəticələr aşağıdakı təklif şəklində ifadə olunmuşdur.

Teorem 14. Fərz edək ki, $f(t,x)$ funksiyası (49) şərtini ödəyir. Onda (41), (42), (48) sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həlli üçün (44) asimptotik ayrılışı, z qalıb həddi üçün isə Π-də (45) qiymətləndirməsi doğrudur.

IV fəsil klassik tiplərdə olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklər üçün olan sərhəd məsələlərinin tədqiqinə həsr olunmuşdur. Bu fəsil iki yarımfəsildən ibarətdir. Qeyd edək ki, bizə klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyacanlanmış qeyri-xətti diferensial tənliklərin asimptotikasının qurulmasına həsr olunmuş başqa bir tədqiqat işi məlum deyil.

4.1-də aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır:

$$\begin{gathered} L_\varepsilon U \equiv \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial x}(\Delta u) - \varepsilon^p \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^p - \\ -\varepsilon \Delta u + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + F(x,y,u) = 0, \end{gathered} \tag{50}$$

$$u\big|_{x=0} = 0, \quad u\big|_{x=1} = 0, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=1} = 0, \quad (0 \le y \le 1), \tag{51}$$

$$u\big|_{y=0} = 0, \quad u\big|_{y=1} = 0, \quad (0 \le x \le 1). \tag{52}$$

Burada $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $p = 2k+1$, k ixtiyari natural ədəddir, $F(x,y,u)$-verilmiş hamar funksiyadır.

Buradakı birinci iterasiya prosesi 1.1-də olduğu kimi aparılır. Ona görə də belə hesab edək ki, birinci iterasiya prosesi aparılaraq elə $W = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i$ funksiyası qurulmuşdur ki,

$$W \Big|_{x=0} = 0, \quad W \Big|_{y=0} = 0$$

sərhəd şərtləri ödənilir. Lakin W funksiyası ümumiyyətlə desək, (51), (52) sərhəd şərtlərindən $x=1$ və $y=1$ üzərində olanları ödəmir. Ona görə də $x=1$ və $y=1$ sərhədləri yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar qurulmuşdur. Nəticədə (50)-(52) sərhəd məsələsinin həllinin

$$u = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i + \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j V_j + \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j \eta_j + z \tag{53}$$

şəklində olan asimptotik ayrılışı alınmışdır. Burada z - qalıq həddidir.

z qalıq həddi üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\begin{gathered} \varepsilon^2 \int_0^1 \left(\frac{\partial z}{\partial x}\Big|_{x=1} \right)^2 dy + \varepsilon^{2k+1} \iint_D \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^{2k+2} dx\,dy + \\ + \varepsilon \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right] dxdy + c_1 \iint_D z^2 dxdy \le c_2 \varepsilon^{2(n+1)}. \end{gathered} \tag{54}$$

Burada $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ - sabitləri ε -dan asılı deyillər.

4.1-də alınan nəticə belədir.

Teorem 15. Fərz edək ki, $F(x,y,u) \in C^{2n+3}(D \times (-\infty,+\infty))$, $F(x,y,u)$ funksiyası törəmələri ilə birlikdə $y = x$ olduqda və (1;0), (0;1) düyün nöqtələrində sıfra çevrilir. Onda (50)–(52) sərhəd məsələsinin həlli üçün (53) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_j, η_j funksiyaları $x=1$ və $y=1$ sərhəddi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z – qalıq həddidir və onun üçün (54) qiymətləndirilməsi doğrudur.

4.2-də $D=\{(t,x)|0\le t\le 1,\ 0\le x\le 1\}$ düzbucaqlısında

$$L_\varepsilon u\equiv(-1)^m\varepsilon^{2m}\frac{\partial^{2m+1}u}{\partial t^{2m+1}}-\varepsilon^p\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^p-$$
$$-\varepsilon\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial x}+F(t,x,u)=0, \tag{55}$$

$$u\big|_{t=0}=\frac{\partial u}{\partial t}\bigg|_{t=0}=\ldots=\frac{\partial^m u}{\partial t^m}\bigg|_{t=0}=0,\quad (0\le x\le 1), \tag{56}$$

$$\frac{\partial^{m+1}u}{\partial t^{m+1}}\bigg|_{t=1}=\frac{\partial^{m+2}u}{\partial t^{m+2}}\bigg|_{t=1}=\ldots=\frac{\partial^{2m}u}{\partial t^{2m}}\bigg|_{t=1}=0,\quad (0\le x\le 1), \tag{57}$$

$$u\big|_{x=0}=u\big|_{x=1}=0,\quad (0\le t\le 1) \tag{58}$$

sərhəd məsələsinə baxılır. Burada $p=2k+1$, k və m - ixtiyari natural ədədlər, $F(x,y,u)$- isə verilmiş hamar funksiyadır.

Cırlaşmış məsələyə keçdikdə $S_1=\{(t,x)|\ t=0,\ 0\le x\le 1\}$ sərhəddi üzərindəki $m+1$ sayda (56) şərtlərindən m saydası itəcəkdir. $S_2=\{(t,x)|\ t=1,\ 0\le x\le 1\}$ sərhəddi üzərindəki m sayda (57) şərtlərinin hamısı, $S_3=\{(t,x)|\ \ 0\le t\le 1,\ x=1\}$ sərhəddi üzərində olan (58)-dəki bir dənə sərhəd şərti itir. İtən sərhəd şərtlərinin ödənilməsini təmin etsək məqsədi ilə S_1,S_2,S_3 sərhədləri yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar qurulmuşlar.

(55)-(58) sərhəd məsələsinin həlli üçün

$$u=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i+\sum_{s=0}^{n+m-1}\varepsilon^{1+s}\eta_s+\sum_{s=0}^{n+m-1}\varepsilon^{1+m+s}\psi_s+\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j V_j+z \tag{59}$$

asimptotik ayrılışı alınmışdır. W_i və η_s funksiyaları $W_0,\eta_0,W_1,\eta_1,\ldots,$ $W_n,\eta_n,\eta_{n+1},\ldots,\ \eta_{n+m-1}$ ardıcıllığı ilə qurulmuşlar.

Bu yarımfəsildə, baxılan oblastın dörd düyün nöqtəsi və üç mütəhərrik sərhəddi vardır. Nəticələr aşağıdakı təklif şəklində ifadə olunmuşdur.

Teorem 16. Fərz edək ki, $F(t,x,u)\in C^{2n+2m+2}(D)$, $F(t,x,u)$ funksiyası $\dfrac{\partial F(t,x,u)}{\partial u}\ge\gamma^2>0$ şərtini ödəyir, törəmələri ilə birlikdə $t=x$ olduqda, eləcə də $t=0,\ x=1$ və $t=1,\ x=0$ düyün nöqtələrində sıfra çevrilir. Onda (55)-(58) sərhəd məsələsinin həlli üçün (59) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, η_s, ψ_s, V_j funksiyaları uyğun olaraq $t=0$, $t=1$, $x=1$ sərhədləri yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, z - qalıq həddidir və onun üçün

$$\varepsilon^{2m}\int_0^1\left(\left.\frac{\partial^m z}{\partial t^m}\right|_{t=1}\right)^2 dx+\varepsilon^p\iint_D\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^{p+1} dt\,dx+$$

$$+\varepsilon\iint_D\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 dtdx+c_1\iint_D z^2 dtdx\le c_2\varepsilon^{2(n+1)}$$

qiymətləndirilməsi doğrudur. Burada $c_1>0$, $c_2>0$ sabitləri ε-dan asılı deyillər.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Джавадов М.Г, Сабзалиев М.М. Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений с частными производными, содержащих малый параметр при старших производных // **Дифференц. уравн.**, 1985, Т. 21, № 10, с. 1826- 1828
2. Сабзалиев М.М., Марянян С. М. Об асимптотике решения краевой задачи для квазилинейного эллиптического уравнения // **ДАН СССР**, 1985, Т. 280, №3, с. 549-552
3. Сабзалиев М.М. Об одной краевой задаче для сингулярно-возмущенного нелинейного параболи-ческого уравнения // **Дифференц. уравн.**, 1988, Т. 24, №4, с. 708-711
4. Сабзалиев М.М. Об одной краевой задаче для квазилинейного эллиптического уравнения в бесконечной полосе // **Доклады Национальной Академии Наук Азербайджана**, 2009, Т. 65, № 50, с. 3-8
5. Сабзалиев М.М. О краевых задачах для сингулярно возмущенного квазилинейного гиперболического уравне-ния, вырождающегося в параболическое уравнение // **Доклады Национальной Академии Наук Азербайджана**, 2011, Т. 67, № 6, с. 12-18
6. Сабзалиев М.М. Асимптотика решения краевой задачи для квазилинейного эллиптического уравнения в криволинейной трапеции // **Доклады Российской Академии Наук**, 2012, Т. 444, № 4, с. 1-4
7. Сабзалиев М.М. Об асимптотике решения в полубесконечной полосе краевой задачи для квази-линейного эллиптического уравнения, вырождающегося в параболическое уравнение // **Естественные и технические науки**, Москва, 2012, с.26-31
8. Сабзалиев М.М. Об одной краевой задаче для квазилинейного эллиптического уравнения в бесконечной полосе, вырождающегося в параболическое уравнение // **Известия Педагогического Университета**, сер. естест. наук, 2012, №2, с.26-34
9. Салимов Я.Ш., Сабзалиев М.М. Асимптотика решения краевой задачи для квазилинейного уравнения неклас-

сического типа, вырождающегося в гиперболическое уравнение // **Доклады Российской Академии Наук**, 2009, Т. 427, № 5, с. 597-600

10. Səbzəliyev M.M. Hiperbolik tənliyə cırlaşan qeyri-xətti parabolik tənlik üçün qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin asimptotikası // **Pedaqoji Universitet xəbərləri**, 2012, №1, səh.44–53
11. Sabzaliev M.M. The asymptotic form of the boundary value problem for singular perturbed quasilinear parabolic differential equation // **Proceedings of Institute of Mathematics and Mechanics of NASA**, 2004, v. 21, pp. 169-176
12. Sabzaliev M.M. The asymptotic form of the solution of boundary value problem for quasilinear elliptic equation in the rectangular domain // **Transactions of NASA**, iss. math., mech., 2005, v.25, №7, pp. 107-118
13. Sabzaliev M.M. On asymptotics of solution of the boundary value problem for singularly perturbed nonlinear parabolic equation with corner parabolic boundary layer // **Transactions of NASA**, iss, math., mech., 2006, v. 26, №7, pp. 115-124
14. Sabzaliev M.M. On a boundary value problem for a singularly perturbed quasilinear equation of non-classic type // **Transactions of NASA**, iss. math., mech., 2009, v. 29, №1, pp. 153-170
15. Sabzaliev M.M. On a boundary value problem for singularly perturbed quasilinear elliptic equation in curvilinear trapezoid // **Transactions of NASA**, iss. math., mech., 2009, v. 29, №4, pp. 135-146
16. Sabzaliev M.M. On asymptotics of solution of boundary value problem for a quasilinear elliptic equation in infinite strip // **Proceedings of Institute of Mathematics and Mechanics of NASA**, 2009, v. 31, pp. 145-156
17. Sabzaliev M.M. On asymptotics of the solution of a boundary value problem for singularly perturbed quasilinear elliptic equation in semiinfinite strip // **Proceedings of Institute of Mathematics and Mechanics of NASA**, 2010, v.32, pp. 175-188
18. Sabzaliev M.M. On asymptotics of the solution of a boundary value problem for a quasilinear hyperbolic equation in an

infinite strip // **Transactions of NASA**, iss. math., mech., 2010, v. 30, № 4, pp. 159- 170

19. Sabzaliev M.M. Asymptotics of the solution of mixed problem for a qusilinear hyperbolic equation degenerating into parabolic equation //**Transactions of NASA**, iss. math., mech., 2011,v.29, №1, pp. 117-124
20. Sabzaliev M.M. On asymptotics of the solution of a boundary value problem for a hyperbolic equation in a semiinfinite strip // **Proceedings of Institute of Mathematics and Mechanics of NASA**, 2011, v. 31, pp. 79-90
21. Sabzaliev M.M. Asymptotics of solution of a boundary value problem for a singularly perturbed quasilinear one-characteristic equation // **Transactions of NASA**, iss. math., mech ., 2011, v.31, №4, pp. 133-142
22. Sabzaliev M.M. On asymptotics of the solution of boundary value problem for a quasilinear elliptic equation // **Transactions of NASA**, iss. math., mech., 2012, v.32, №1, pp. 117-126
23. Sabzaliev M.M. On a Boundary Value Problem for a Quasi-Linear Elliptic Degenerating into a Parabolic Equation in an Infinite Strip // **Nonl. Analysis and Differential Equations**, Vol.1, 2013, no.1, pp. 1-14, HIKARI Ltd, www.m-hikari.com
24. Сабзалиев М.М. Об одной краевой задаче квазилинейного эллиптического уравнения второго порядка / Тез. лекций и кратких сообщ. Всесоюзного шк.-сем. «Методы малого параметра и их применение», Минск, 1982, с. 109
25. Сабзалиев М.М. Асимптотика решения краевой задачи для нелинейного параболического уравнения с угловым погранслоем / Тезисы научн. конферен., посвящ. 70-летию чл. корр. НАНА, засл. деят. науки, док. физ.-мат наук. проф. Арифа Алигейдар оглы Бабаева, Баку, 2004, с. 135-136
26. Сабзалиев М.М. Об асимптотике решения краевой задачи для квазилинейного эллиптического уравнения в прямоугольнике / Тезисы Международ. конф., посвящ. 50-летию чл. корр. НАНА, проф. И.Т.Мамедова, Баку, 2005,с. 172

27. Сабзалиев М.М. Асимптотика решения краевой задачи для квазилинейного параболического уравнения с угловым погранслоем / Тезисы XII Междунар. Конф. посвящ. 70-летному юбилею чл. корр. НАНА, проф. Б.А.Искендерова, Баку, 2006, с. 152
28. SəlimovY.Ş.,SəbzəliyevM.M. Sinqulyar həyəcanlanmışh bir kvazixətti elliptik tənlik üçün sərhəd məsələsinin həllinin asimptotikası / Əməkdar Elm xadimi, akademik Əşrəf Hüseynovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransın tezisləri, BDU, Bakı, 2007, səh. 139
29. Салимов Я.Ш., Сабзалиев М.М. Об одной краевой задаче для сингулярно возмущенного квазилинейного уравнения неклассического типа / Материалы Воронежской весенной матем. школы «Понтрягинские чтения-XIX», современные методы теории краевых задач Воронеж, 2008, с. 189-190
30. Сабзалиев М.М. Асимптотика решения краевой задачи для квазилинейного эллиптического уравнения в криволинейной трапеции / Тезисы, Междунар. конф. посвящ. 50-летию Института Математики и Механики НАН Азербайджана, Баку, 2009, с. 265-266
31. Сабзалиев М.М. Об асимптотике решения смешанной задачи для квазилинейного гиперболического уравнения, вырождающегося в параболическое уравнение / Тезисы Междунар. конф., посвящ. 80- летнему юбилею академика Ф.Г.Максудова «Спектральная теория и ее приложения», Баку, 2010, с. 298-300
32. Сабзалиев М.М. Об асимптотике решения краевой задачи для квазилинейного гиперболического уравнения, в полубесконечной полосе / «Функциональный анализ и его приложения», Материалы Междунар.конф., посвящ. 100-летн. юбил. академика З.И.Халилова, Баку, 2011, с. 309-312
33. Сабзалиев М.М. Об одной краевой задаче для сингулярно возмущенного квазилинейного однохарактеристического дифференциального уравнения / «Теория функций и проблемы гармонического анализа», Материалы Междунар. конф., посвщ. 100-летнему юбилею академика И.И.Ибрагимова, Баку, 2012, с. 211-213

МАХИР МИРЗАХАН оглы САБЗАЛИЕВ

Некоторые вопросы теории сингуряно возмущенных дифференциальных уравнений

АННОТАЦИЯ

В настоящей диссертации в ограниченных и неограниченных областях рассмотрены некоторые краевые задачи для сингулярно возмущенных, нелинейных эллиптических, параболических и гиперболических уравнений, также для двух неклассических типов дифференциальных уравнений, которые при вырождении меняют свои типы. Построены полные асимптотики решений рассмотренных краевых задач и оценены полученные остаточные члены. В некоторых рассмотренных краевых задачах решение вырожденной задачи имеет особенности. Асимптотические разложения некоторых краевых задач построены нетрадиционным способом.

В работе получены следующие новые результаты:

- Построены полные асимптотики решения некоторых краевых задач для уравнений всех трех классических типов, которые при вырождении меняют свои типы.
- Построены полные асимптотики решения краевых задач для двух разных нелинейных уравнений неклассического типа третьего и произвольного нечетного порядка.
- Исследованы некоторые сингулярно возмущенные краевые задачи, которые вырождаются негладко или при вырождении имеют особенности.
- Построены полные асимптотики решения некоторых краевых задач для уравнений всех трех классических типов в неограниченных областях.
- Впервые введено понятие «выполнение краевого условия приближенно, с точностью до любой положительной степени малого параметра» и используя это понятие нетрадиционным способом построены полные асимптотики решения некоторых краевых задач.

MAHİR MİRZAXAN oqlu SABZALİYEV

Some question of the theory of singular indignant differential equations

SUMMARY

In the dissertation some boundary value problem in finite and infinite spaces for nonlinear differential equations which change their types when degenerating is investigated. Full asymptotic of the solutions of investigated problems are constructed and obtained remain terms are estimated. Solutions of degenerating problems corresponding to some boundary value problems have singularity. Construction of asymptotic of some boundary value problems solutions was made by nontraditional methods. Such a problems seen in dynamics of solid bodies with cavities containing a viscous fluid and in fluid moving under the surface tension forces investigations.

In this dissertation following new results are obtained:

- Full asymptotic of solutions of some boundary value problems for all there classical types of equations which changes there types during degenerating are constructed.
- Full asymptotic of solutions of boundary value problems for two different nonlinear equations of non-classical types of third and arbitrary add orders are constructed too.
- Some singular indignant boundary value problems with non-smooth degenerating or with singularity in degenerating are investigated.
- Full asymptotic of solutions of some boundary value problems for the equations of all there classical types in infinite spaces are constructed.
- For the first time the concept of “implementation of the boundary condition approximately, up to any positive grade of a small parameter” is introduced and using this term in non-traditional way full asymptotic of solutions of some boundary value problems are constructed.