**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА**
**ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ им. акад. А.И.ГУСЕЙНОВА**

*На правах рукописи*

**ДЖАВАНШИР ИБРАГИМ оглы ЗЕЙНАЛОВ**

# ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМ, СВЯЗАННЫХ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЯМИ И ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ К ИХ РЕШЕНИЮ

1203.01 – Компьютерные науки

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени
доктора наук по математике

БАКУ - 2013

Диссертационная работа выполнена в Институте Прикладной Математики Бакинского Государственного Университета

**Научные консультанты:**
доктор физико-математических наук, академик **Ф.А.Алиев**
доктор физико-математических наук **А.А.Нифтиев**

**Официальные оппоненты:**

- Доктор физико-математических наук, проф. **И.А.Джалладова**

- Доктор физико-математических наук, проф. **А.К. Керимов**

- Доктор технических наук **Р.Р.Рзаев**

**Ведущая организация:** Национальная академия авиации Азербайджана, кафедра «Аэрокосмические информационные технологии и системы управления»

Защита состоится 20 сентября 2013 г. в $14^{00}$ часов на заседании Диссертационного Совета Д 01.121 при Институте Кибернетики Национальной Академии Наук Азербайджана.
Адрес: AZ1141, г.Баку, ул.Б.Вагабзаде, 9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Кибернетики НАН Азербайджана.

Автореферат разослан “_____” _______________ 2013 г.

Ученый секретарь
Диссертационного Совета D01.121
кандидат физико-математических наук А.Б.Пашаев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Начиная с середины XX века теория оптимального управления начала сильно развиваться. Можно утверждать, что задачи оптимального управления для разных систем довольно подробно изучены, как в детерминированном, так и стохастическом случаях.

Но исследование систем, связанных с неопределенностями, в общем случае, пока находится на начальном этапе. Это связано с отсутствием конкретной постановки задачи и единого подхода даже для решения разнообразных задач управления с неопределенностями.

Известно, что исследования многих реальных задач для развития производства связаны с некоторыми неопределенностями. Это, в основном, связано с неопределенностью в характере параметров, входящих в исследуемые процессы. Такие задачи возникают в разных сферах практики, в изучении экономических задач, космических исследованиях, в задачах дистанционного управления, экологических и биологических задачах, задачах конструирования и т.д. Построение моделей, учитывающих неопределенности в этих задачах, и их исследование является актуальной проблемой. Неучитывание этих неопределенностей приводит к неадекватности построенной модели изучаемого процесса, где достаточно трудно учитывать существующие неопределенности. Теория fuzzy чисел, которая впервые была введена проф. Л.Заде, играет основную роль в учитывании этих неопределенностей. Отметим, что применение этой теории к практическим задачам уже является очевидным фактом. Но, существует много пробелов в задачах оптимального управления разных систем. Это, в первую очередь, связано, с тем, что математические операции, которые определены над fuzzy числами, не удовлетворяют даже «естественным условиям». А это, в свою очередь, создает некоторые проблемы в определении таких понятий, как fuzzy функция, произведение fuzzy функции и т.д. Так как изучение динамических процессов тесно связано с произведением fuzzy функции, интегралом и т.д., то при моделировании, а также ее исследовании возникают серьезные трудности.

Поэтому, существует множество попыток и подходов в определении этих понятий. Понятие произведения fuzzy функции впервые введено в 1972 году Л.Заде и Чангом (Chang). Затем было много попыток в совершенствовании этого понятия и спустя 10 лет это определение было обобщено Дубоус и Прейдом (D.Dubous и H.Prade). Далее Puri и Ralessi, используя H-дифференциал, ввели более расширенное определение нечеткой функции. Используя это определение и произведение Хакухара (Hakuhara), Seikkala ввел новое понятие нечеткой функции. В настоящее время в этой области проводятся серьезные научные исследования многими учеными. Несмотря на то, что понятие производной, предложенные в этих работах, дает возможность решать некоторые задачи, они создают некоторые проблемы при исследовании задач более широкого класса. При применении этих определений к задачам оптимального управления основным недостатком является то условие, что произведение нечеткой функции должно быть нечеткой функцией. Но это условие не всегда удовлетворяется. Кроме того, эти производные не позволяют произвести необходимые преобразования при исследовании задач оптимального управления. Например, из-за того, что в общем случае эти производные не удовлетворяют формуле интегрирования по частям, возникают отмеченные трудности.

Задачи нечеткого оптимального управления исследованы с некоторых аспектов в работах Д.Дубоиса, Х.Прейда, Д Филева, П.Ангелова, А.К.Керимова, Э.Н. Насибова К.Ш.Маммадова, Р.Р.Рзаева и др. В работах Р.А.Иманова, Б.Фазлоллахи и др. ученых разные экономические задачи исследованы применением нечеткой теории.

Как уже отмечалось, применение вышеуказанных определений в исследовании динамических процессов, связанных с неопределенностями, особенно в нелинейных процессах, приводит к серьезным трудностям. Поэтому возникает необходимость использования новых операций с fuzzy числами для введения нового определения производной и интеграла fuzzy функции. Таким образом, основной целью диссертационной работы является создание математического аппарата, позволяющего исследовать разные задачи оптимального управления, связанные с неопределенностями. А это очень важно для исследования задачи оптимального управления и изучения существования и единственности дифференциальных уравнений.

Впервые предложенный здесь подход дал возможность успешно решать задачи оптимального управления для динамических систем, связанных с неопределенностями. Основная идея этой работы заключается в том, что для любого нечеткого числа рассматривается $\alpha$-уровень и показывается, что пара таких интервалов образуют линейное пространство. В этом пространстве определено скалярное произведение и норма. Используя эту метрику, определена производная нечеткой функции. Эта производная, в отличие от других удовлетворяет «обычным» условиям. А это дает возможность построить нечеткую модель изучаемого процесса и исследовать полученные математические задачи в разных аспектах. Этот подход является конструктивным и полученные результаты, в отличие от других, являются компактными. Также важно отметить, что этот подход дает возможность исследовать широкий класс задач, связанных с неопределенностями.

**Цель работы:**

- Постановка задач оптимизации для разных нечетких функционалов и их решение;
- Постановка задачи оптимального синтеза для нечетких систем и ее решение;
- Применение нейронных сетей к решению нечетких задач оптимизации;
- Постановка разных задач оптимального управления для систем, связанных с неопределенностями;

- Развивать классические результаты для задачи оптимального управления в случае нечетких систем;
- Разработка алгоритма для решения задачи оптимального управления и применение нейронных сетей к их решению.

**Методы исследования.** В работе использованы современные методы теории оптимального управления, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории fuzzy чисел, вычислительной математики, математического моделирования, нейронных сетей.

**Научная новизна:**

- рассмотрены разные нечеткие функционалы и написаны условия оптимальности для их минимумов;
- сформулирована задача нечеткого линейного программирования по одной задаче экономики и предложено ее решение;
- предлагается решение задачи оптимизации для нечетких систем;
- сформулирована постановка задачи оптимального синтеза для нечетких систем и найдена формула для ее решения;
- получены разные условия оптимальности для задачи оптимального управления относительно нечетких множеств;
- используя полученные условия оптимальности предложен вычислительный алгоритм для их решения;
- предложена схема решения разных задач оптимального управления с помощью нейронных сетей.

**Научная и практическая ценность.** Используя последние результаты теории нечетких систем, сформулирована постановка разных задач оптимизации связанных с неопределенностями и разработан математический аппарат для их решения. Предложенные в работе подходы являются конструктивными и применимы к широкому классу разнообразных задач оптимизации, связанных с неопределенностями. Результаты работы могут быть использованы также для разных задач практики, таких как задачи экономики, управления механическими системами, ядерными реакторами, задачами конструирования и робототехники, задачи экологии и другие.

**Достоверность полученных результатов:**

Все результаты диссертации математически строго доказаны. Предложенные численные методы проверены на тестовых примерах. Результаты вычислительных экспериментов, проведенных на конкретных прикладных задачах, сравнены с известными результатами.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих конференциях:

- Journées Problèmes Inverses et Optimisation de Forme (France, Nant, 2008, 17-18 декабря).
- Modern problems of applied mathematics and information texnologies, (Al Khorezmiy, Tashkent , 2009).
- 41-th Annual İranian Mathematics conference, (Urmiya, 2010, 12-15 сентября).
- World Conferense on soft computing ( San Fransisko, 2011, 23-26 мая).
- IV Congress of the Turkic World Mathematical Sosiety ( Bakı, 2011 , 1-3 июля).
- COIA-2011 (Ankara, 2011, 22-24 august).
- XVIII Международная конференция по автоматическому управлению (Львов, 2011, 28-30 сентября).

Результаты работы также неоднократно докладывались на семинаре Института Прикладной Математики Бакинского Государственного Университета и на семинаре Нахичеванского Государственного Университета.

**Объем и структура диссертации.** Диссертация состоит из списка сокращений, введения, 5-и глав, включающих 18 параграфов, списка заключений, приложения, 95 наименований цитируемой литературы. Содержание работы изложено на 227 страницах.

**Публикации**. По теме диссертации автором опубликованы 31 научных работ.

## СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Во введении** обоснована актуальность выполненной работы, сформулирована цель исследований и изложены основные результаты диссертации.

**В первой главе** изучается минимизация некоторых нечетких функционалов. Для этого в разделе 1.1 приводятся некоторые вспомогательные факты, относящиеся к теории нечетких чисел, нечетких функций и нечетких функционалов, определяется линейное пространство нечетких чисел и вводится скалярное произведение в этом пространстве. Далее, определяются производные нечетких функций и приводятся многие примеры.

Во втором разделе рассматривается задача нечеткого линейного программирования, рассматривается одна задача по экономике - задача оптимального планирования производства, сформулированная как задача нечеткого линейного программирования. Далее показывается, что можно свести ее к обычной задаче по линейному программированию. Для решения полученной задачи используется нейронная сеть.

Пусть предприятие изготавливает $n$ видов продукции из $m$ видов сырья. На изготовление одной единицы продукции $j$ -го вида нужно $a_{ij}$ единиц сырья $i$ -го вида. Ресурсы $i$ -го сырья ограничены и равны $b$ . Пусть предприятие при продаже $j$ -го вида продукции получает $c_j$ единиц прибыли. Требуется определить, сколько единиц $x_1, x_2, ..., x_n$ каждого вида продукции должно изготовить предприятие, чтобы обеспечить себе максимальную прибыль. Ясно, что все величины $x_1, x_2, ... x_n$ неотрицательны. В разных работах эта задача сформулирована как задача линейного программирования и представляет лишь упрощенную математическую модель реальных задач. В действительности параметры, входящие в эту задачу являются нечеткими. Например, прибыли каждого вида продукции являются нечеткими и, значит, объем продукции также является нечетким. В связи с этим и объем производства станет нечетким. В этом случае вместо $c_i x_i$ можно рассматривать усредненное значение

$$c_i \circ x_i = \frac{1}{2}\int_0^1 [L_{c_i}(\alpha)L_{x_i}(\alpha) + R_{c_i}(\alpha)R_{x_i}(\alpha)]d\alpha\ .$$

Тогда минимизируемый функционал получает вид

$$J(x) = \frac{1}{2}\int_0^1 \sum_{i=1}^{n} [L_{c_i}(\alpha)L_{x_i}(\alpha) + R_{c_i}(\alpha)R_{x_i}(\alpha)]d\alpha \to \min. \qquad (1)$$

с ограничениями

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{n}\int_0^1 [L_{a_{1i}}(\alpha)L_{x_i}(\alpha) + R_{a_{1i}}(\alpha)R_{x_i}(\alpha)]d\alpha \le b_1, \\
&\sum_{i=1}^{n}\int_0^1 [L_{a_{2i}}(\alpha)L_{x_i}(\alpha) + R_{a_{2i}}(\alpha)R_{x_i}(\alpha)]d\alpha \le b_2, \qquad (2)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\sum_{i=1}^{n}\int_0^1 [L_{a_{mi}}(\alpha)L_{x_i}(\alpha) + R_{a_{mi}}(\alpha)R_{x_i}(\alpha)]d\alpha \le b_m.
\end{aligned}$$

Учитывая, что объем производства неотрицателен, к (1), (2) еще надо добавить условия

$$0 \le L_{x_i}(\alpha) \le R_{x_i}(\alpha),\ \ \alpha \in [0,1]. \qquad (3)$$

Еще отметим, что мы должны учитывать монотонность $L(\alpha), R(\alpha)$ для разных величин $x_1, x_2, \ldots x_n$, т.е. надо учитывать, что $L(\alpha)$ возрастает и $R(\alpha)$ убывает на $[0,1]$.

Таким образом, в реальности приведенная выше задача оптимального планирования производства приводится к нечеткой задаче (1)-(3). Здесь минимизируемы функционал и ограничения являются интегральными.

Обозначая $c=(c_1,c_2,...,c_n)$, $\overline{a}_j=(a_{j1},a_{j2},...,a_{jn})$, $x=(x_1,x_2,...x_n)$, эту задачу можно написать в виде

$$J(x)=c\circ x\rightarrow \min,$$

$$\overline{a}_1\circ x\le b_1,$$

$$\overline{a}_2\circ x\le b_2,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\overline{a}_m\circ x\le b_m.$$

Эта задача является линейной в пространстве $FL_2$.

Далее, дискретизируя эту задачу, приводим ее к «обычной» задаче линейного программирования.

В 1.3 изучаются разные нечеткие выпуклые множетсва и нелинейные функционалы и определяются критерии выпуклости этих функционалов.

В 1.4 рассматривается минимизация разных нечетких функционалов в пространстве пар нечетких чисел и приводятся разные критерии для точки минимума. На основе этого предлагаются разные методы для минимизации нечетких функционалов. Рассматриваются многие иллюстрированные примеры.

Во второй главе изучается задача оптимального синтеза для нечетких систем. В разделе 2.1 рассматривается задача оптимального синтеза на конечном интервале времени.

Пусть движение объекта описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t)=A(t)x(t)+B(t)u(t),\qquad 0<t\le T, \tag{4}$$

с начальным условием

$$x(0)=x_0 \tag{5}$$

Требуется найти такой регулятор цепи обратной связи $u(t)=K(t)x(t)$, который минимизировал бы функционал

$$J=\int_0^T \left[x'(t)\circ L(t)x(t)+u'(t)\circ R(t)u(t)\right]dt+x'(T)\circ Qx(T) \tag{6}$$

Здесь $x(t)-n-$мерный вектор фазовых координат объекта $u(t)-m-$мерный вектор управляющих воздействий, $A(t)-\ n\times n,\ \ B(t)-\ n\times m,$

$L(t)=L'(t)\geq 0\ \ n\times n,\ R(t)=R'(t)>0\ \ \ m\times m$ - мерные матриц функции. Предположим, что все эти матрицы непрерывны на $[0,T]$. Для простоты изложения рассматривается случай $R(t)=I$. Эта классическая задача синтеза оптимального управления подробно изучена многими авторами. Здесь нашей целью является исследовать поставленную задачу, когда некоторые исходные данные задачи нечеткие. Возникает вопрос: можно ли в этом случае выразить управление $u(t)$ через выходные данные $x(t)$ линейным законом? Полученные в этом разделе результаты дают на это положительный ответ.

Пусть управления и начальные данные являются нечеткими и $S=S(t)$ является решением матричного дифференциального уравнения Риккати

$$\dot{S}(t)=-A^T(t)S(t)-S(t)A(t)+S(t)B(t)B^T(t)S(t)-L(t)\ . \tag{7}$$

Оказывается, что определение условий существования минимума функционала (6) и вычисление оптимального управления связано с решением уравнения Риккати (7).

**Теорема 1.** Пусть на отрезке $[0,T]$ существует решение уравнения Риккати (7) с начальным условием $S(T)=Q$. Тогда существует управление $u(t)$, которое дает минимум критерию качества (6) для системы (4), (5). Минимальное значение функционала (6) равно $x_0'\circ S(0)x_0$. Минимизирующее управление в виде обратной связи имеет вид

$$u(t)=-B'(t)S(t)x(t). \tag{8}$$

Теперь пусть $B^T(t)S(t)$ имеет вид

$$B'(t)S(t) = F(t) - G(t)\,, \qquad (9)$$

где элементы матриц $F(t), G(t)$ положительные. Тогда из (8) для компонента управления $u_i(t) = (u_i^{(1)}(t), u_i^{(2)}(t)) \in F \times F,\ i = 1,2,...,m,$ получим выражения

$$u_i^{(1)}(t) = G(t)x_i^{(1)}(t) + F(t)x_i^{(2)}(t)\,, \qquad (10)$$

$$u_i^{(2)}(t) = G(t)x_i^{(2)}(t) + F(t)x_i^{(1)}(t),\ i = 1,2,...,m\,. \qquad (11)$$

Здесь

$$x_i(t) = (x_i^{(1)}(t), x_i^{(2)}(t)) \in F \times F,\ i = 1,2,...,m\ .$$

Подставляя (8) в уравнение (4), получим уравнение для оптимальной траектории

$$\dot{x}(t) = \left[A(t) - B(t)B'(t)S(t)\right]x(t). \qquad (12)$$

**Следствие 1.** Если $H((t,\xi)$ является импульсной матрицей этого уравнения, то оптимальное управление дается равенством

$$u(t) = -B'(t)S(t)H(t,0)x_0\,. \qquad (13)$$

Пусть $B'(t)S(t)H(t,0)$ написана в виде

$$B'(t)S(t)H(t,0) = F_0(t) - G_0(t)\mathbf{,}$$

где каждые элементы матриц $F_0(t), G_0(t)$ положительные. Тогда

$$u_i^{(1)}(t) = G_0(t)x_i^{(1)}(0) + F_0(t)x_i^{(2)}(0)\,, \qquad (14)$$

$$u_i^{(2)}(t) = G_0(t)x_i^{(2)}(0) + F_0(t)x_i^{(1)}(0)\ \ i = 1,2,...,m\,. \qquad (15)$$

Полученная формула (8) или (13) дает решение задачи синтеза fuzzy оптимальной системы с обратной связью.

В разделе 2.2 рассматривается задача оптимального синтеза на полубесконечном интервале времени. В этом случае матрицы уравнения (4) являются стационарными, т.е. $A(t) = A,\ B(t) = B$ и функционал имеет вид

$$J = \int_0^{\infty} \left[x^T(t)C^T \circ Cx(t) + u^T(t) \circ u(t)\right]dt\,. \qquad (16)$$

При переходе к стационарному случаю полученные результаты в разделе 2.1 упрощаются. Заметим, что даже в случае стационарной системы оптимальный закон управления является нестационарным. Чтобы получить стационарный закон управления, необходимо рассмотреть поведение системы на полубесконечном интервале времени $0 \le t < \infty$.

Рассмотрим матрично- алгебраическое уравнение Риккати

$$A^T S + SA - SBB^T S + C^T C = 0 . \tag{17}$$

Следующая теорема содержит основные результаты.

**Теорема 2.** Пусть стационарная система $\{A, B, C\}$ управляемая и идентифицируемая. Далее, пусть $S_\infty$-положительно определенное решение алгебраического уравнения Риккати (17). Тогда существует управление, которое минимизирует функционал (16) для систем (4), (5), причем минимальное значение функционала (16) равно

$$J_* = x_0^T \circ S_\infty x_0. \tag{18}$$

Минимизирующее управление в виде обратной связи имеет вид

$$u(t) = -B^T S_\infty x(t) , \tag{19}$$

а в разомкнутой форме оптимальное управление задается равенством

$$u(t) = -B^T S_\infty e^{[A - BB^T S_\infty]t} x_0 . \tag{20}$$

В разделе 2.3 нечеткая задача оптимального управления приводится к минимизации нормы. Пусть движение объекта описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \ t \in (t_0, t_1], \tag{21}$$

$$x(t_0) = x_0, \ \ x(t_1) = x_1 . \tag{22}$$

Наша цель минимизировать функционал

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \left[x^T(t) \circ L(t)x(t) + u^T(t) \circ u(t)\right] dt . \tag{23}$$

при условиях (21), (22). Здесь $x_0, x_1$ нечеткие векторы, т.е. $x_0, x_1 \in F \times F$. Обозначим

$$U = \{u = u(t) \in F \times F : \overset{\circ}{\forall} t \in [0,T],\ \|v(t)\| \in L_2(0,T)\}. \tag{24}$$

Учитывая, что вектор управляющих воздействий $u(t)$ и $x_0$ является нечетким, то решение задачи (21), (22) $x(t)$ также будет нечеткой функцией. В отличие от задачи, рассмотренной в разделе, здесь конечное состояние является жестко фиксированным.

Мы также рассмотрим следующие задачи

$$J_1 = \int_{t_0}^{t_1} v^T(t) \circ v(t)dt, \tag{25}$$

$$\dot{x}(t) = [A(t) - B(t)B^T(t)S(t)]x(t) + B(t)v(t), \tag{26}$$

$$x(t_0) = x_0, \quad x(t_1) = x_1. \tag{27}$$

Задачи (21)-(23) и (25)-(27) связаны друг с другом с помощью решения уравнения Риккати.

**Теорема 2.3.** Пусть существует симметричная матрица $S_1$ такая, что решение $S(t),\ t \in (t_0, t_1)$ матрично-дифференциального уравнения Риккати существует. Тогда траектория $x(t)$, минимизирует качество (23) для уравнения (21) и граничных условий (22) тогда и только тогда, когда она минимизирует величину (25) для дифференциального уравнения (26) и граничных условий (27).

Более того, вдоль любой траектории, удовлетворяющей граничным условиям, выполняется соотношение для минимальных значений

$$J = J_1 + x_0^T \circ S(t_0)x_0 - x_1^T \circ S_1 x_1. \tag{28}$$

В главе 3 разные задачи оптимизации решаются с помощью нейронных сетей. В разделе 3.1 нейронные сети применяются к решению нечеткого линейного программирования. В последние годы появился интерес к применениям нейронных сетей ко многим задачам математики. Это связано с развитием компьютерной техники. Обучение нейронным сетям является важным этапом создания нейронных сетей. Обучение сети сводится к подстройке весовых коэффициентов межнейронных связей.

Как мы отметили выше в разделе 1.2 рассматривается одна задача по экономике - задача оптимального планирования производства и эта задача сформулирована как задача нечеткого линейного программирования (1)-(3).
Для решения задачи (1)-(3) можно использовать разные пакет -программы. Однако, учитывая, что количество переменных и ограничений достаточно много, при применении известных методов могут возникнуть серьезные погрешности. Поэтому, для решения задачи (1)-(3) также можно применять нейронную сеть.

Для этого мы выбираем многослойную нейронную сеть. Для выбора структуры нейронных сетей не существует конкретный подход. Этот выбор в основном зависит от количества входных и выходных данных и способа обучения нейронных сетей. Выбор входных и выходных данных является самым трудным и актуальным этапом при применении нейронных сетей.

Для решения этой задачи, сначала с помощью применения определенного подхода, эта задача приводится к задаче линейного программирования, количество переменных в сравнении с исходными достаточно мало. Потом, используя известные методы решаются полученные вспомогательные задачи. Для эффективности обучения и надежности нейронных сетей количество входных и выходных данных должно быть достаточно много. Если увеличивается количество входных и выходных данных, тогда погрешность задачи станет минимальной. В этом разделе предлагаемая схема изучается детально.

В разделе 3.2 изучаются применения нейронных сетей для решения задачи оптимального синтеза, изученные в разделе 2.1. Используя полученные соотношения, предлагается метод решения задачи синтеза с помощью нейронной сети.

Для применения нейронных сетей к решению этой задачи дается схема определения входных и выходных данных для процесса обучения.

Возьмем любые $n \times n$ и $n \times m$ - мерные матриц - функции $S_1(t), B_1(t)$ и $n$ мерную вектор-функцию $x_1(t)$. Подставляя эти данные в (8), находим оптимальное управление $u_1(t)$.

Учитывая найденное управление в уравнении (4), получим

$$\dot{x}_1(t) = A(t)x_1(t) + B_1(t)u_1(t), \quad 0 < t \le T, \quad x_1(0) = x_0.$$

Из этого соотношения находим $n \times n$ -мерную матричную функцию $A_1(t)$ и начальное условие. $x_0^{(1)}$. Зная матричную функцию $A_1(t)$, определяем $L_1(t),\ Q_1$ следующим образом

$$L_1(t) = -A_1^T(t)S_1(t) - S_1(t)A_1(t) + S_1(t)B_1(t)B_1^T(t)S_1(t) - \dot{S}_1(t), \tag{29}$$

$$Q_1 = S_1(T). \tag{30}$$

Здесь принимаем $A_1(t),\ B_1(t), L_1(t),\ Q_1$ и начальное данное $x_0^{(1)}$ как исходные данные, а вектор-функцию $u_1(t)$ как выходное данное. Таким образом, аналогично, определяются исходные данные любого количества

$$A_1(t),\ B_1(t), L_1(t),\ Q_1, x_0^{(1)},$$

$$A_2(t),\ B_2(t), L_2(t),\ Q_2, x_0^{(2)},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$A_N(t),\ B_N(t), L_N(t),\ Q_N, x_0^{(N)}$$

и выходные данные

$$u_1(t), u_2(t), \ldots, u_{N(t)}.$$

Используя эти входные и выходные данные, проводится процесс обучения и строится нейронная сеть. После этого, задавая данные конкретной задачи как входные на нейронную сеть, получим приближенное решение как выходные данные. Точность этого решения зависит от качества и количества $N$ входных данных. При увеличении $N$ погрешность приближенного решения уменьшается.

В разделе 3.3. рассматривается применение нейронных сетей к решению матричного дифференциального уравнения Риккати. Как мы видели в 2.1 это оптимальное решение задачи (4)-(6) непосредственно зависит от решения матричного дифференциального уравнения Риккати. Известно, что матричное дифференциальное уравнение Риккати не всегда удается решать квадратурой. Известны, разные методы и пакет- программы для решения уравнения Риккати. Однако в разных случаях, например, когда исходные матрицы уравнения имеют большие размеры, решения уравнения с изветстными методами дает серьезные погрешности. Учитывая это и конкретно определенный вид уравнения Риккати, удобно решать это уравнение с помощью нейронной сети.

Эффективность применения нейронных сетей для решения дифференциальных уравнений основана на двух свойствах. Первым свойством является совпадение логического базиса нейронной сети с логическим базисом численных методов решения дифференциальных уравнений, что позволяет структурно реализовать решения дифференциальных уравнений. Наиболее исследовано в этом направлении применение клеточных нейронных сетей. Вторым свойством является способность нейронной сети хорошо аппроксимировать функции.

Для решения дифференциальных уравнений наиболее удачно подходят сети, принадлежащие к классу нейронных сетей Хопфилда. Более актуальная для практики проблема заключается в большой ресурсоёмкости алгоритмов обучения нейронных сетей и большом времени обучения соответственно. Однако, также важно то, как найти входные и выходные данные для обучения. Наша цель здесь дать схему применения нейронной сети к решению уравнения Риккати.

Исходные данные для уравнения (7) являются матричные функции $A(t), B(t), L(t)$ и $Q$. Эти данные мы будем принимать как исходные данные. Для разных входных данных $A(t), B(t), L(t)$ и $Q$ мы должны решать задачи (7) с условием

$$S(T) = Q \tag{31}$$

и найти выходные данные.Используя эти данные в процессе обучения, строится нейронная сеть. Потом, задавая нужные нам выходные данные на нейронную сеть, получаются приближенные решения уравнения Риккати. Возникает вопрос: как можно найти выходные данные - решения уравнения (7), при условии (31) для разных входных данных? Если с этой целью обратимся к известным методам, тогда наша нейронная сеть не будет надежной, так как эти методы в некоторых случаях дают решения с большими погрешностями.

Для нахождения выходных данных применяется следующий подход.

Возьмем разные $n \times n$-мерные матричные функции $S_1(t), S_2(t),....., S_N(t)$, $n \times n$ и $n \times m$- мерные матричные функции $A_1(t), A_2(t),....., A_N(t)$ и $B_1(t), B_2(t),....., B_N(t)$. Матрицы $L_1(t), L_2(t),....., L_N(t)$ и $Q_1, Q_2,....., O_N$ определяем следующим образом

$$L_k(t) = -A_k^T(t)S_k(t) - S_k(t)A_k(t) + S_k(t)B_k(t)B_k^T(t)S_k(t) - \dot{S}_k(t), \;\; k = \overline{1, N}, \quad (32)$$

$$Q_k = S_k(T), \;\; k = \overline{1, N}. \quad (33)$$

Очевидно, что если мы возьмем

$$A(t) = A_k(t), \;\; B(t) = B_k(t), \;\; L(t) = L_k(t), \quad Q = Q_k, \quad (34)$$

то решением задачи (7), (36) будет матричная функция $S_k(t), k = \overline{1, N}$. Таким образом, если мы возьмем

$$A_1(t), A_2(t),....., A_N(t)$$

$$B_1(t), B_2(t),....., B_N(t).$$

$$L_1(t), L_2(t),....., L_N(t),$$

$$Q_1, Q_2,....., O_N,$$

как входные данные, то получим выходные данные

$$S_1(t), S_2(t),....., S_N(t),$$

как решение задачи (7), (31). Используя эти данные, проводим процесс обучения нейронной сети. Качество решений и надежность нейронной сети зависит от качества выбора и количества $N$ исходных данных.

В разделе 3.4 аналогично решается матрично- алгебраическое уравнение Риккати с помощью нейронных сетей.

В главе 4 изучается задача оптимального управления, связанная с изменением нечетких множеств. В разделе 4.1 приводятся некоторые вспомогательные факты, относящиеся к теории множеств.

Пусть $M$ - совокупность выпуклых замкнутых ограниченных множеств в $R^n$. В $M$ определены следующие алгебраические операции сложения и умножения на неотрицательное число:

$$A+B=\{c:c=a+b,a\in A,b\in B\}, \tag{35}$$

$$\lambda A=\{\lambda a:a\in A\}. \tag{36}$$

Рассмотрим прямое произведение $M\times M$, т.е. совокупность пар $(A,B)$, где $A,B\in M$. Определим в $M\times M$ операции сложения и умножения на вещественное число:

$$\begin{gathered}(A,B)+(C,D)=(A+C,B+D)\\ \lambda(A,B)=(\lambda A,\lambda B),\text{ если } \lambda\ge 0\\ \lambda(A,B)=(|\lambda|B,|\lambda|A),\text{ если } \lambda<0.\end{gathered} \tag{37}$$

Введем в $M\times M$ отношение эквивалентности: пары $(A,B)$ и $(C,D)$ эквивалентны, если $A+D=B+C$. Это свойство обозначим как $(A,B)\approx(C,D)$ или $(A,B)=(C,D)$. Множество $M\times M$ вместе с определенными выше алгебраическими операциями является линейным пространством. Роль нуля в этом пространстве играет класс $(0,0)$, т.е. совокупность пар $(A,A),A\in M$. Если $x=(A,B)$, тогда $-x=(B,A)$.

Функция

$$P_D(x)=\sup_{l\in D}(l,x),\, x\in D, \tag{38}$$

называется опорной функцией множества $D\in M$, где $P_D(x)$ является непрерывно-выпуклой и положительно-однородной. Положительная однородность означает, что

$$P_D(\lambda x) = \lambda P_D(x), \quad \lambda \geq 0 .$$

Формула (38) каждому выпуклому замкнутому ограниченному множеству $D \in M$ сопоставляет выпуклую, непрерывную, положительно-однородную функцию $P_D(x)$. Верно и обратное: для каждой непрерывно-выпуклой, положительно-однородной функции $P(x)$ существует единственное замкнутое выпуклое ограниченное множество $D \in M$, такое, что $P(x) = P_D(x)$. Множество $D$, совпадает с субдифференциалом функции $P(x)$ в точке $0 \in R^n$.

$$\partial P(0) = \{ l \in R^n : P(x) \geq (l, x) \}.$$

Определенная таким образом конструкция определяет пространство пар выпуклых нечетких множетсв. Пусть $A_i$, $B_i$, $i = 1, 2$ нечеткие множества с $\alpha$-уровнями $A_i^\alpha$, $B_i^\alpha$, $i = 1, 2$ и

$$a = (A_1, A_2), \; b = (B_1, B_2) .$$

Тогда скалярное произведение $a \bullet b$ можно определить следующим образом

$$a \bullet b = \int_0^1 \int_{S_B} p(\alpha, x) q(\alpha, x) ds d\alpha , \tag{39}$$

здесь

$$p(\alpha, x) = P_{A_1^\alpha}(x) - P_{A_2^\alpha}(x), \; q(\alpha, x) = P_{B_1^\alpha}(x) - P_{B_2^\alpha}(x) .$$

А расстояние между нечеткими множествами $A$, $B$ определяется как норма элемента $a = (A,0) - (B,0) = (A, B)$

$$\|a\| = \sqrt{a \bullet a} = \left( \int_0^1 \int_{S_B} \left[ P_{A^\alpha}(x) - P_{B^\alpha}(x) \right]^2 ds d\alpha \right)^{1/2} . \tag{40}$$

Используя эту метрику, определяется скорость изменения множества или области. Пусть в момент времени $t \in [0, T]$ изучаемое множество имеет форму $D(t)$. При изменении $t$ область $D(t)$ также меняется. Скорость изменения множества $D(t)$ характеризуется величиной

$$\frac{\partial P_{D(t)}(x)}{\partial t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{D(t+\Delta t)}(x) - P_{D(t)}(x)}{\Delta t}, \quad x \in S_B. \tag{41}$$

Если существуют множества $V_1(t),\ V_2(t) \in M,\ \ t \in [0,T],$ такие, что

$$\frac{\partial P_{D(t)}(x)}{\partial t} = P_{V_{1(t)}}(x) - P_{V_2(t)}(x), \tag{42}$$

то величину $\dot{D}(t) = (V_1(t), V_2(t)) \in M \times M$

мы будем называть скоростью изменения области $D(t)$.

В разделе 4.2 рассматривается задача оптимального управления, связанная с изменением множества или области, которая представляет интерес при изучении нечеткого множества.

Пусть область функция $D(t)$, характеризирующая изучаемый объект, является решением следующей задачи

$$\dot{D}(t) = a(t)D(t) + F(t), t \in [0,T], \tag{43}$$

$$D(0) = V, \tag{44}$$

где $T > 0$ заданное число функции $a(t),\ t \in [0,T]$ и область функция $F(t)$ - для любого $t \in [0,T]$ - заданное выпуклое ограниченное множество из $R^n$, т.е. $F(t) \in M,\ t \in [0,T]$. Будем предполагать, что функция $a(t)$ непрерывна по $t$ на $[0,T]$. Равенство (43) понимается как пара элементов из $M \times M$. Под $D(t)$ и $F(t)$ мы подразумеваем $(D(t),0) \in M \times M$ и $(F(t),0) \in M \times M$. Если

$$\dot{D}(t) = (D_1(t), D_2(t)) \in M \times M$$

тогда уравнение (43) можно написать в эквивалентной форме

$$(D_1(t), D_2(t)) = a(t)(D(t),0) + (F(t),0), t \in [0,T],$$

Требуется найти область $V \in M$, такую, чтобы в момент времени $T$ форма области $D(T)$ была ближе к заранее заданной области $Z \in M$.

Рассмотрим «возмущенный функционал» следующего вида

$$J(V) = \int_{S_B} \left| P_{D(T)}(x) - P_Z(x) \right|^2 ds + \alpha \int_0^T \int_{S_B} \left| P_{V(t)}(x) \right|^2 ds dt \tag{45}$$

Пусть множество управлений имеет вид

$$K = \{V \in M : V_0 \subset V \subset V_1\},$$

$V_0, V_1 \in M$ –заданные ограниченные выпуклые области.

Изветстно, что для любых выпуклых множеств $A, B$, условие $A = B$, эквивалентно условию

$$P_A(x) = P_B(x), \ x \in R^n .$$

Если $D(t) \in M$ , то задачу (43), (44) можно написать в эквивалентной форме

$$\frac{\partial P_{D(t)}(x)}{\partial t} = a(t)P_{D(t)}(x) + P_{F(t)}(x), \quad x \in S_B,$$

$$P_{D(0)}(x) = P_V(x)$$

Сначала доказывается

**Теорема 3.** Для любого заданного $V \in K$ задача Коши (43), (44) имеет единственное решение $D(t) \in M$, $t \in [0,T]$.

Потом получено условие оптимальности для задачи (43)-(45).

**Теорема 4.** Пусть $V^* \in K$ дает минимум функционалу (45), при условиях (43), (44). Тогда для любого $v = (V,0)$, $V \in K_0$

$$(2\alpha v^* - g_0) \bullet (v - v^*) \geq 0 . \tag{46}$$

Здесь

$$g_0 = -(D^*(T), Z) \cdot e^{\int_0^T a(\tau)d\tau},$$

$v^*(t) = (V^*(t),0)$ и $D^* = D^*(t)$ является решением задачи (43), (44) при $V = V^*(t)$.

В разделе 4.3 рассматривается задача оптимального синтеза, связанная с изменением формы области. Состояние системы описывается системой дифференциальных уравнений относительно пары областей. Показано, что условие существования минимума рассматриваемого функционала и вычисление оптимального управления по выходным данным связано с решением уравнения Риккати. Получена формула для решения задачи синтеза оптимальной системы с обратной связью.

Пусть движение объекта описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{z}(t) = A(t)z(t) + B(t)u(t), \qquad 0 < t \le T\,, \tag{47}$$

с начальными условиями

$$z(0) = z_0 \tag{48}$$

Требуется найти такую цепь обратной связи $u(t) = K(t)z(t)$, которая минимизировала бы функционал

$$J = \int_0^T \left[ z'(t) \bullet L(t)z(t) + u'(t) \bullet R(t)u(t) \right] dt + z'(T) \bullet Qz(T) \tag{49}$$

Здесь $z(t) - n-$мерный вектор фазовых координат объекта, $u(t) - m-$мерный вектор управляющих воздействий $A(t) -\ n \times n,$ $B(t) -\ n \times m,$ $L(t) = L'(t) \ge 0\ \ n \times n,$ $R(t) = R'(t) > 0\ \ m \times m$ - мерные матричные функции. Предположим, что все эти матрицы непрерывны на $[0,T]$. Для простоты изложения здесь рассматривается случай $R(t) = I$ .

Доказываются теоремы, показывающие, что решением задачи (47), (48) является пара областей, точнее, каждый компонент вектора $z(t)$ есть пара областей.

**Теорема 5.** Пусть компоненты вектора $z_0$ являются парой областей, т.е. $z_0 \in M \times M$ . Тогда для любого $u(t) \in U$ существует единственное решение задачи (47), (48) из $M \times M$ .

Пусть матрица $B'(t)S(t)$ показана в виде

$$B'(t)S(t) = F(t) - G(t)\,,$$

где элементы матриц $F(t), G(t)$ положительны.

**Теорема 6**. Пусть на отрезке $[0,T]$ существует решение уравнения Риккати (7) с условием $S(T) = Q$ . Тогда существует управление $u(t),$ которое дает минимум критерию качества (49) для системы (47), (48). Минимальное значение функционала (49) равно $z_0' \bullet S(0)z_0$. Каждый компонент $u_i(t) = (U_i^{(1)}(t), U_i^{(2)}(t)) \in M \times M$ минимизирующего управления $u(t)$ в виде обратной связи имеет вид

$$U_i^{(1)}(t) = G(t)Z_i^{(1)}(t) + F(t)Z_i^{(2)}(t)\,,$$

$$U_i^{(2)}(t) = G(t)Z_i^{(2)}(t) + F(t)Z_i^{(1)}(t),\ i = 1,2,...,m\,. \qquad (50)$$

Рассматриваем уравнение

$$\dot z(t) = \left[A(t) - B(t)B'(t)S(t)\right]z(t). \qquad (51)$$

**Следствие 2.** Пусть $H(t,s)$ является импульсной матрицей этого уравнения и матрица $B'(t)S(t)H(t,0)$ представлена в виде

$$B'(t)S(t)H(t,0) = F_0(t) - G_0(t)\,\mathbf{,}$$

где элементы матриц $F_0(t), G_0(t)$ положительны. Тогда оптимальное управление дается равенством

$$U_i^{(1)}(t) = G_0(t)Z_i^{(1)}(0) + F_0(t)Z_i^{(2)}(0)\,,$$

$$U_i^{(2)}(t) = G_0(t)Z_i^{(2)}(0) + F_0(t)Z_i^{(1)}(0)\ \ i = 1,2,...,m\,. \qquad (52)$$

Полученные формулы (50) или (52) дают решение задачи синтеза оптимальной системы с обратной связью.

В разделе 4.4. изучается задача оптимального управления относительно пар множества. Здесь получены результаты аналогичным результатам разделуа 4.2.

В главе 5 изучаются численные решения задачи оптимального управления относительно нечеткого множества.

Здесь рассмотрена задача нахождения минимума функционала

$$J(V) = \int_0^1 \int_{S_B} \left[P_{D^\alpha(T)}(x) - P_{Z^\alpha}(x)\right]^2 ds d\alpha + \mu \int_0^1 \int_{S_B} \left[P_{V^\alpha}(x)\right]^2 ds d\alpha\,, \qquad (53)$$

при условиях

$$\dot D(t) = a(t)D(t) + F(t), \quad t \in [0,T], \qquad (54)$$

$$D(0) = V\,. \qquad (55)$$

Здесь $V$ управление с $\alpha$-уровнем $V^\alpha(t) \in M,\ \alpha \in [0,1]$. Так как $V$ нечеткое множество, решение задачи (53), (54) также будет нечетким множеством с $\alpha$-уровнем $D^\alpha(t) \in M,\ \alpha \in [0,1],\ t \in [0,T]$. Класс управлений имеет вид

$$K = \{V : V^{\alpha} \in M : V^{(0)} \subset V^{\alpha} \subset V^{(1)},\ \alpha \in [0,1]\}, \tag{56}$$

$V^{(0)}, V^{(1)} \in M$ – заданные нечеткие множества. Используя (46) для этой задачи напишем условие оптимальности в виде

$$\int_0^1 \int_{S_B} p^*(\alpha, x)[P_{V^{\alpha}}(x) - P_{V_*^{\alpha}}(x)]dsd\alpha \geq 0, \quad \forall V \in K, \tag{57}$$

где

$$p^*(\alpha, t) = \beta(P_{D^{\alpha}(T)}(x) - P_{Z^{\alpha}}(x)) + 2\mu P_{V_*^{\alpha}}(x), \quad \beta = e^{\int_0^T a(\tau)d\tau}.$$

На основе этой формулы предлагается следующий численный алгоритм для решения задачи (53)-(55). Отметим, что, если множество $K$ имеет вид

$$K = \{V \in M : V_0 \subset V \subset V_1\},$$

то условие $V \in K$ эквивалентно следующему условию

$$P_0^{(\alpha)}(x) \leq P_{V^{\alpha}}(x) \leq P_1^{(\alpha)}(x),\ \alpha \in [0,1],\ x \in S_B.$$

Здесь, соответственно через $P_0(x), P_1(x)$ обозначены опорные функции $\alpha$ уровня множества $V^{(0)}, V^{(1)}$.

**Шаг 1.** Выбор начальной области $V_0$ с $\alpha$-уровнем $V_0^{\alpha} \in M, \alpha \in [0,1]$, удовлетворяющем указанному ограничению. Считаем, что $V_m \in K$, $m = 0,1,2,...$ уже известно.

**Шаг 2.** Решая задачу (54), (55) при $V = V_m$, находим $D_m(t)$, точнее $D_m(T)$,

**Шаг 3.** Находим выпуклые положительно - однородные функции $P^{(m)}(\alpha, x)$, как решение задачи

$$\int_0^1 \int_{S_B} p^{(m)}(\alpha, x)P_{V^{\alpha}}(x)]dsd\alpha \to \min, \tag{58}$$

при условиях

$$P_0^{(\alpha)}(x) \leq P_{V^{\alpha}}(x) \leq P_1^{(\alpha)}(x),\ \alpha \in [0,1],\ x \in S_B \tag{59}$$

где

$$p^{(m)}(\alpha,t)=\beta(P_{D_m^\alpha(T)}(x)-P_{Z^\alpha}(x))+\mu P_{V_m^\alpha}(x).$$

**Шаг 4.** $\alpha$ -уровень вспомогательной области $\overline{V}_m(t)$ находится как

субдифференциал функции $P^{(m)}(\alpha,x)$ в точке $0\in R^n$ , т.е.

$$\overline{V}_m^\alpha=\partial P^{(m)}(\alpha,0)=\left\{l(\alpha)\in R^n:P^{(m)}(\alpha,x)\geq(l(\alpha),x),\quad\forall x\in R^n\right\}. \quad (60)$$

**Шаг 5.** $\alpha$ -уровень следующей области $V_{m+1}$ определяется из следующего

соотношения

$$V_{m+1}^\alpha=(1-\gamma_m)V_m^\alpha+\gamma_m\overline{V}_m^\alpha(t),\quad 0\leq\gamma_m\leq1, \quad (61)$$

где $\gamma_m$ выбирается из условия монотонности

$$J(V_{m+1})\leq J(V_m).$$

Итерация продолжается до выполнения некоторого критерия точности. Критерием точности может быть

$$\left\|V^{(m+1)}(t)-V^{(m)}(t)\right\|_{ML_2}\leq\varepsilon,\ \dot{\forall}t\in(0,T),$$

или

$$\left|J(V^{(m+1)})\leq J(V^{(m)})\right|\leq\varepsilon,$$

где $\varepsilon>0$ заданное число.

В разделе 5.2 предлагается численный алгоритм для решения задачи оптимального управления, изученной в 4.4.

В разделе 5.3, используя условия оптимальности, в котором все соотношения для нахождения решения задаются равенствами, применяются нейронные сети для их решения. В рассматриваемом случае можно предполагать, что при естественных условиях, решение задачи непрерывно зависит от исходных данных. Также известно, что можно построить нейронную сеть, которая аппроксимировала бы непрерывное отображение с любой точностью. Используя это, предлагается схема для решения задачи, рассмотренной в 4.4, с помощью нейронных сетей.

Для этого сначала выбираем многослойную нейронную сеть и определяем ее весовые коэффициенты. Для этого используются, в основном, два подхода. Первый- аналитический, в котором весовые коэффициенты задаются по каким-то формулам и другой, в котором весовые коэффициенты восстанавливаются в процессе обучения. Здесь мы будем использовать второй подход. В этом подходе точность решения зависит от количества входных и выходных данных и способа обучения нейронных сетей. Выбор входных и выходных данных является самым трудным и актуальным этапом при применении нейронных сетей.

Для применения нейронных сетей к решению задачи оптимального управления нам нужны в достаточном количестве входные и выходные данные для процесса обучения. Как находим эти данные?

Здесь предложена схема, для определения достаточного количества входных и выходных данных. Для этого применяется «обратный» подход.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе исследованы разные задачи оптимизации связянные с неопределенностями. Используя последние результаты теории нечетких систем, сформулирована постановка разных задач оптимизации связанных с неопределенностями и разработан математический аппарат для их решения. Предложенные в работе подходы являются конструктивными и применимы к широкому классу разнообразных задач оптимизации, связянных с неопределенностями.

Приведем **основные результаты** проведенных в диссертации теоретических исследований:

- Рассмотрены разные нечеткие функционалы и написаны условия оптимальности для их минимумов;
- Сформулирована задача нечеткого линейного программирования по одной задаче экономики и предложено ее решение;
- Предлагается решение задачи оптимизации для нечетких систем;
- Сформулирована постановка задачи оптимального синтеза для нечетких систем и найдена формула для ее решения;
- Получены разные условия оптимальности для задачи оптимального управления относительно нечетких множеств;
- Используя полученные условия оптимальности, предложен вычислительный алгоритм для их решения;
- Предложена схема решения разных задач оптимального управления с помощью нейронных сетей.

**Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:**


1. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Efendiyeva H.C. Optimal control problem relatively to domain evolution. International Journal of Applied Mathematics (IJAM). 2010, v.23, №3, p. 527-538.

2. Aliev F.A., Niftiyev A.A. , Zeynalov C.I. Optimal synthesis problem for the fuzzy systems. Optimal control, applications and methods. 2011, v.32, p.660-667.

3. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Efendiyeva H.C. Mathematical modeling for the optimal use of a bounded area.Actual problems of economics. 2011, №2 (116), p.261-270.

4. Нифтиев А.А., Зейналов Дж.И., Эфендиева Х.Дж. Задача оптимального управления относительно эволюции области. Известия НАН Азерб. 2010, №3, с..68-74.

5. Niftiyev A.A., Maryam Pur, Zeynalov C.I. Fuzzy optimal control problem with non-linear functional. News Baku State University, 2010, №3, p.29-34.

6. Зейналов Дж.И., Марданов И.Дж., Нифтиев А.А. Одна задача оптимального управления, связанная с изменением области по времени. Док. НАН Азерб., 2008, т. 64, №5, с. 16-24.

7. Нифтиев А.А., Зейналов Дж.И., Эфендиева Х.Дж. Задача оптимального управления относительно изменение формы области. News Baku State University, 2010, №2, с.59-66.

8. Niftiyev A.A., Efendiyeva H.C. ,Zeynalov C.I. The model of optimal use of the bounded resources. Modern problems of applied mathematics and information texnologies. Al Khorezmiy 2009, vol.2, p.88-91.

9. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Majidzadeh K. Optimal using of a bounded area problem and its investigation by neural networks. Известия НАН Азерб. 2010, № 6, p. 75-82.

10. М.Ибрагимов, Дж.Зейналов, С.Велиев «Алгоритмы установления соединений» Azərbaycan respublikası "Təhsil" cəmiyyəti Texnika, 2000, № 1, s.96-98.

11. Zeynalov C.I., Maryam Pur. Fuzzy optimal control prosecution problem. Reports of Azerbaijan National Academy of Sciences, 2010, № 4, p.18-28

12. Aliev F.A., Niftiyev A.A. , Zeynalov C.I. Optimal synthesis problem for the fuzzy systems in semi-infinite interval. Appl. and Comp. Mathematics, 2011, v.10, №1(Special Issue), p. 97-105.

13. Алиев Ф.А.,Нифтиев А.А., Зейналов Дж.И.. Временной метод синтеза линейных нечетких систем с обратной связью. Доклад НАН Азерб. 2011, № 2, с.29-38.

14. Zeynalov C.I., Maryam Pur. Variable structure of optimal control problem. International Journal of Applied Mathematics (IJAM), 2011 vol. 24, № 3, p.371-382.

15. Niftiyev A.A., Maryam Pur, Zeynalov C.I. Fuzzy optimal control problem with non-linearfunctional. International journal Fazzy information and engineering, 2011, №3, p.311-320.

16. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Majidzadeh K. Reduction of problems of extremum of integral functionals with respect to boundary to linear programming problem. Journal of Qafqaz State University, 2010. №2, p.132-140.

17. Niftiyev A.A., Majidzadeh K., Zeynalov C.İ. An optimal prosecution problem with respect to domain. Journal of Qafqaz State University, 2010, №30, p.95-103.

18. Зейналов Дж.И., Пурманучехри М. Система нечетких дифференциальных уравнений и существование его решения. Naxçıvan Müəllimlər İnstitutunun Xəbərləri, 2011, №2. s. 63-71.

19. Зейналов Дж.И. Задачи нечеткого линейного программирования и применения нейронных сетей к ее решению. Вестник Сумгаитского Университета, 2011, №3, с. 83-89.

20. Zeynalov C.I. Fazzi sistemlər üçün optimal idarəetmə məsələsinin normanın minimallaşdırılmasına gətirilməsi. Naxçıvan Dövlət Universitetinin xəbərləri, 2011, №2, s. 296-302.

21. Зейналов Дж.И. Метод решения задачи нечеткого линейного программирования. Доклад НАН Азерб. 2011, т.67, № 5, с.32-38.

22. Zeynalov C.I., Hashami Y. Optimal control problem relating to the change of the shape and applicationg of neuron nets to its solution. Reports of Azerbaijan National Academy of Sciences 2011, v.67, № 4, c.28-36.

23. Gasimov Y., Niftiyev A., Zeynalov C.,Nachaoui A. New approach to the solution of some shape optimization and domain evolution problems. Journées Problèmes Inverses et Optimisation de Forme. Nantes (France), 2008, 1-18 December.

24. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Majidzadeh K. Investigation Shape optimization problem using neural networks. 41st Annual İranian Mathematics conference, 12-15 september, 2010, Urmia, iran, p. 397.

25. Aliev F.A., Niftiyev A.A,, Zeynalov C.I.. Reducing Optimal Control Problem to Norm Minimization for the Fuzzy Systems World conference of soft computing. San Francisco, 2011, 23-26 May.

26. Niftiyev A.A, Zeynalov C.I. Optimal synthesis problem relative to domain evolution. COİA-2011, Ankara, 2011, 22-24 Augest.

27. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I.,Maryam Pur. An optimal prosecution problem with respect to domain. COİA-2011, Ankara, 2011, 22-24 Augest.

28. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Mammadhasanov E.H. Elliptic Equation Relative to Domain Evolution. IV Congress of the Turkic World Mathematical Sosiety, Baku, 2011, 1-3 Jule.

29. Нифтиев А.А., Зейналов Дж.И.. Оптимального синтеза относительно эволюции области . XVIII Международная конференция по автоматическому управлению (Львов, 2011, 28-30 сентября).

30. Mammadhasanov E.H., Niftiyev A.A., Zeynalov C.I. One optimal control problem relatively domain evolution. COİA-2008, Baku, June, 2-4.

31. Алиев Ф.А., Нифтиев А.А.,. Зейналов Дж.И.,Задача оптимального синтеза относительно эволюции области . Проблемы управления и информатики 2013. №1 с. 50-55

## Личный вклад соискателя в совместно опубликованных научных работах:

(1,2,4,6,10,12,13,22,25,26,28,29,30,31) - При работе над данными пунктами соавторы участвовали лишь при постановке задачи и обсуждениях.

(3,7,8) – построение модели и постановка задачи сделана соавторами. Часть числовых решений в данной задаче принадлежат автору.

(5,11,14,15) – Построение пространства нечетких чисел и определение производной нечёткой функции принадлежат автору.

(9,16,17,24) – Пространства областей и связанные с ним результаты принадлежат автору.

**ZEYNALOV CAVANŞİR İBRAHİM OĞLU**

**Qeyri-müəyyənliklərlə bağlı sistemlərin optimal idarə olunması və onların həllinə neyron şəbəkələrin tətbiqi**

## XÜLASƏ


Dissertasiya işində qeyri-müəyyənliklərlə bağlı müxtəlif sistemlərin optimal idarə olunması məsələləri tədqiq olunmuşdur. Qeyri-səlis nəzəriyyədən istifadə edərək belə məsələlərin qoyuluşu verilmiş və onların həlli üçün riyazi aparat yaradılmışdır. Təklif olunan yanaşma konstruktiv olmaqla bərabər geniş sinif belə məsələləri, o cümlədən praktiki məsələləri tədqiq etməyə imkan verir.

İşdə aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

- Müxtəlif qeyri-səlis funksionalların minimallaşdırılması məsələsi üçün optimallıq şərtləri alınmışdır;
- Bir iqtisadi məsələ üzrə qeyri-səlis xətti proqramlaşdırma məsələsinin qoyuluşu verilmiş və onun həll alqoritmi təklif olunmuşdur;
- Qeyri - səlis optimallaşdırma məsələlərinin ədədi həll alqoritmləri verilmişdir;
- Müxtəlif qeyri-səlis sistemlər üçün optimal sintez məsələsinin qoyuluşu verilərək, optimal idarəedici üçün düstur tapılmışdır;
- Qeyri-səlis çoxluqlardan asılı müxtəlif optimal idarəetmə məsələləri üçün optimallıq şərtləri alınmışdır;
- Alınan optimallıq şərtlərindən istifadə edərək belə məsələlərin həll alqoritmi yaradılmışdır;
- Baxılan müxtəlif optimal idarə məsələlərinin neyron şəbəkənin köməyi ilə həlli sxemi verilmişdir.

C.I. Zeynalov

Optimal control systems associated with uncertainties and application of the neural networks to their solution

## SUMMARY

Different problems of optimization connected with uncertainties are investigated in the dissertation. Using the last results of the theory of fuzzy systems statement of different problems of optimization connected with uncertainties is formulated and the mathematical approach for their solution is developed. The approaches offered in work are constructive and are applicable to a wide range of various problems of optimization connected with uncertainties. Main results of the theoretical researches conducted in the dissertation work are the followings:

- different fuzzy functionals are considered and conditions of optimality for their minimum are derived.
- the problem of fuzzy linear programming for a economical problem is formulated and its solution is proposed;
- the solution of optimization problem for fuzzy systems is proposed.
- optimam synthesis for fuzzy systems is set and the formula for its solution has been found;
- different conditions of an optimality for the problem of optimal control of rather fuzzy sets are obtained;
- using the obtained conditions of optimality the computing algorithm for their solution is offered;
- the scheme for the solution of different problems of optimal control by means of neural networks is proposed.

**AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI**
**Akademik Ə.İ.HÜSEYNOV adına KİBERNETİKA İNSTİTUTU**

*Əlyazması hüququnda*

**ZEYNALOV CAVANŞİR İBRAHİM OĞLU**

# QEYRI-MÜÜYYƏNLIKLƏRLƏ BAĞLI SISTEMLƏRIN OPTIMAL IDARƏ OLUNMASI VƏ ONLARIN HƏLLINƏ NEYRON ŞƏBƏKƏLƏRIN TƏTBIQI

1203.01 – Kompüter elmləri

Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru alimlik dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilən dissertasiyanın

**AVTOREFERATI**

**BAKI - 2013**