

**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ  
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ  
TƏTBİQİ RİYAZİYYAT İNSTİTUTU**

---

---

*Əlyazması hüququnda*

**ABADY SHARAFABAD SAEED HƏSƏN OĞLU**

**DEA-DƏN OLAN RADİAL VƏ QEYRİ-RADİAL  
MODELLƏRDƏ EFFEKTİV QIYMƏTLƏNDİRMƏK ÜÇÜN  
BOOTSTRAP ÜSULU İLƏ ETİBAR İNTERVALLARIN  
TAPILMASI**

**3338.01 – Sistemli analiz, idarəetmə və  
informasiyanın işlənməsi**

**Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi  
almaq üçün təqdim olunmuş dissertasiyanın**

**АВТОРЕФЕРАТЫ**

**BAKİ – 2013**

Dissertasiya işi Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının İnformasiya Texnologiyaları İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

**Elmi rəhbər:**

Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, akademik

**F.Ə.Əliyev**

**Rəsmi opponentlər:**

Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

**K.Ş.Məmmədov**

Fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

**N.İ.Vəliyeva**

**Aparıcı təşkilat:** Azərbaycan Texniki Universiteti, Riyaziyyat kafedrası

Müdafiə « 29 » oktyabr 2013-cü il tarixdə saat 14<sup>00</sup> də Bakı Dövlət Universitetinin nəzdindəki **FD.02.017** Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: Az 1148, Bakı ş., Zahid Xəlilov küçəsi, 23

Dissertasiya ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat 27 sentyabr 2013-cü il tarixdə göndərilmişdir.

**FD.02.017** Dissertasiya  
Şurasının elmi katibi, r.f.d.

**M.M.Mütəllibov**

## İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

**Mövzunun aktuallığı:** Təşkilatların işinin effektivliyinin dəyərləndirilməsi onun rəhbərlərinin gələcək qərarları vermələri üçün vacibdir. Buna nail olmaq üçün təşkilatların effektivliyinin hesablanması mühüm məqsəd ola bilər. Müasir dövrdə bütün ölkələr iqtisadi artıma nail olmağa çalışırlar. İqtisadi artıma nail olmaq isə, istehsal amillərindən düzgün istifadə etməklə əldə edilə bilər.

DEA<sup>1</sup>, birdən çox giriş və çıxışı olan vahidlərin effektivliyinin səviyyəsini müəyyən etməyə imkan verən xətti proqramlaşdırma (XP-LP<sup>2</sup>) üsuludur. O, elmi metodlardan istifadə etməklə, qərar qəbul edən vahidlərin effektivini qiymətləndirərək onların nə dərəcədə effektiv olduğunu müəyyən edir.

İndi dünyada qiymətləndirmə məsələsi universitetlərin, futbol komandalarının, bankların və digər təşkilatların reytinglərinin təyin edilməsinə tətbiq edilə bilər. Bu qiymətlərin nə dərəcədə etibarlı olmasının təyin edilməsi də başqa bir aktual məsələnin mövzusu sayıla bilər. Bu dissertasiya işində onu müəyyənləşdirməklə eyni alınan qiymətlərin sıralanmasını mümkün edilir. Bunun üçün əvvəlcədən hər bir vahidin effektiv qiymətlərinə uyğun etibarlılıq intervalları tapılır.

**İşin əsas məqsədi:** DEA modellərdən istifadə edərək, nisbi effektivlik qiymətlərini müəyyən etməkdən əlavə, həm də təşkilatların müxtəlif amillərə bağlı olan zəifliyini müəyyənləşdirir. O amillərin səviyyəsindən asılı olaraq həmin təşkilatların effektivliyini ən yaxşı duruma çevirmək olar.

Ancaq bu analiz nəticəsində, hər vahidə yalnız bir qiymət əldə edilir və bu qiymətlərin nə qədər etibarlı olduğu müəyyən olunmur. Beləliklə nəticələrin düzgün şəkildə qiymətləndirilməsi mümkün olmur. Statistika bootstrap adlı bir metod var ki, ondan bu dissertasiyada istifadə etməklə qiymətlərin etibarlılığını ölçməyə nail olunur.

Həmçinin, bir sıra tədqiqatçılar, eyni çıxan qiymətlərin sıralanması üçün müxtəlif metodlar təklif ediblər, lakin onlar çox vaxt effektiv vahidləri sıralaya bilməyiblər. Bu işdə bootstrap metodundan istifadə edərək, hər növ vahidləri sıralaya bilərik.

---

<sup>1</sup> Data Envelopment Analysis-Verilənlərin Müqayisəli Təhlili

<sup>2</sup> Linear Programming

Dissertasiya işində qarşıya qoyulmuş məqsədlərə çatmaq üçün aşağıdakı **məsələlər** qoyulmuş və həll edilmişdir:

- 1) DEA modellərinin vasitəsilə vahidlərin, effektivliyini ölçmək;
- 2) Effektivlik qiymətlərinin sayın, bootstrap metodu ilə istənilən qədər çoxaltmaq;
- 3) Effektivlik qiymətlərinin etibarlılıq intervalının radial modellərdə tapılması;
- 4) Effektivlik qiymətlərinin etibarlılıq intervalının qeyri-radial modellərdə tapılması;
- 5) Radial modellərdə eyni çıxan effektivlik qiymətlərinin sıralanması;
- 6) Qeyri-radial modellərdə eyni çıxan effektivlik qiymətlərinin sıralanması;
- 7) Alınmış nəticələrin real misalda tətbiq edilməsi.

**Tədqiqat üsulları:** Dissertasiya işində qarşıya qoyulmuş məsələləri həll etmək üçün, qərar qəbul edən vahidlərin effektivliyini DEA modellərinin vasitəsilə hesablamaq, bootstrap metodu və sıralanma qaydasından istifadə edilmişdir.

**Elmi yeniliklər:** Dissertasiya işində tədqiqatın elmi yeniliyini xarakterizə edən aşağıdakı nəticələr əldə edilmişdir:

- 1) DEA modellərinin vasitəsilə vahidlərin effektivliyinin ölçülməsi;
- 2) Bootstrap metodunun DEA-də tətbiq edilməsi və effektivlik qiymətlərinin sayının bootstrap metodu ilə istənilən qədər çoxaldılması;
- 3) Radial modellərdə effektivlik qiymətlərinin etibarlılıq intervalının tapılması;
- 4) Qeyri-radial modellərdə effektivlik qiymətlərinin etibarlılıq intervalının tapılması;
- 5) Eyni çıxan effektivlik qiymətlərinin sıralanması (radial modellərdə);
- 6) Eyni çıxan effektivlik qiymətlərinin sıralanması (qeyri-radial modellərdə);
- 7) Alınmış nəticələrin real misallarda tətbiq edilməsi.

**İşin elmi və praktiki dəyəri:** Hər bir müəssisə rəhbəri çalışır ki öz əlinin altında olan vahidlərin haqqında həqiqi və düzgün məlumat əldə etsin ki, bu da çətin bir iş sayılır. Çünki ona çox amillər təsir edir: informasiyanın mürəkkəbliyi; informasiyanın çox həcmli olmağı; xarici amillərin təsiri; hökumətin siyasətinin ani dəyişiklikləri; vahidlərin bir

birinə təsirləri, vahidlərin bir birylə rəqabəti, və başqaları. Hər direktorun DEA elmi ilə tanış olmadan əlinin altında fəaliyyət göstərən vahidlərin effektivliyinin yaxşılaşdırılması üçün, münasib tədbir görə bilməz və eyni zamanda vahidlərin effektivliyinin yaxşılaşmasına düz qərar vermək çətin bir iş ola bilər.

**Tədqiqat işinin nəticələrinin tətbiqi:** Bu dissertasiyada real verilənlərdən istifadə edərək, bir təcrübi tədqiqatın nəticələri verilmişdir. Bu təcrübi tədqiqdə qərar qəbul edən vahidlər, 74 məktəb nəzərdə tutulub. DEA-nin radial və qeyri-radial modellərindən istifadə edərək, vahidlərin effektivlik qiymətləri hesablanıb. Bu qiymətlər bootstrap metodu ilə tətbiq edilib və sonra onların etibarlılıq intervalları hesablanıb. Nəhayət bu etibarlılıq intervallarının əsasında, vahidlərin qiymətlərini sıralayıb, və onu başqa sıralanma metodları ilə müqayisə edilir.

**İşin aprobasiyası:** Tədqiqat işinin əsas elmi-nəzəri və praktiki nəticələri aşağıdakı konfranslarda çıxış edilmiş və müzakirə olunmuşdur:

1) “Determination measure of efficiency using undesirable outputs of DEA” The Second International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications COIA-2008.

2) “New model for determination of practical frontier of decision making units in DEA” The Third International Conference on Mathematical Sciences- ICM 2008.

3) “Ranking Efficient DMUs by Bootstrapping Method ” PCI 2012.

4) “Using a super efficiency model for ranking units in DEA” The Second International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications COIA-2008.

5) “A new method for ranking in the cross-efficiency evaluation” / 1rd Regional Conference of Mathematics & Computer Science Shabestar - Iran, 2011.

**Çap olunmuş elmi əsərlər:** Dissertasiya işi üzrə 14 elmi əsər çap olunmuşdur ki onlardan 9-u elmi məqalə və 5-i tezisdır [1-14].

**Dissertasiyanın həcmi və quruluşu:** Dissertasiya işi girişdən, 4 fəsilədən, nəticədən, istinad olunan 85 ədəbiyyat siyahısından, 45 şəkil və 11 cədvəldən ibarət olmaqla 120 səhifəni əhatə edir.

## DİSSERTASIYA İŞİNİN MƏZMUNU

**Girişdə** mövzunun aktuallığı əsaslandırılmış, işin məqsədi elmi yenilikləri, tədqiqat işinin nəticələrinin tətbiqi, işin elmi və praktiki əhəmiyyəti göstərilmişdir.

**Birinci fəsildə** DEA və onun modelləri haqqında izahat verilmişdir. Göstərilmişdir ki, DEA qərar qəbul edən vahidlərin effektivliyini və məhsuldarlığını qiymətləndirmək üçün bir texniki vasitədir. DEA, Farrellin qeyri-parametrlı metodunun genişləndirilmişidir. Farrell qərar qəbul edən vahidlərin giriş və çıxışından və onlara hakim olan prinsiplərdən istifadə edərək, istehsal imkanı toplusunu müəyyən etdi, sonra isə onun sərhəddinin bir hissəsin istehsal funksiyasının təqribi qiymətləri toplusu kimi qəbul etdi.

Bu metodda funksional formaların (məsələn, reqressiya üsulu kimi) və ya aşkar istehsal funksiyalarının (bəzi parametri metodlar kimi), əvvəlcədən müəyyən olunması tələb olunmur. DEA, xətti proqramlaşdırma üsullarından istifadə edərək bir çox dəyişənlər və məhdudiyətləri öz daxilində saxlaya bilir və heç bir çətinliklə rastlaşmır. DEA, xətti proqramlaşdırmanın bir qolu olub ona sərbəst metod kimi baxmaq olar. DEA həmçinin təhlilədən və qərar qəbul edən vahidlərin arasında əməkdaşlıq üçün bir çox imkanlar yaradır.

Dissertasiyada bir sıra anlayışlardan istifadə olunmuşdur. Aşağıda onların izahatı verilir:

**Qərar vermə** - İdarəetmə və qərar vermə bir-birinə iki bərabər hüquqlu prosesdir. Qərar haqda müxtəlif təriflər mövcuddur: dar mənada qərar vermə, müxtəlif variantlar arasından birini seçməyə deyilir. Qərar vermə hər kəsin peşəkar və fərdi həyatının əhəmiyyətli bir hissəsidir. Qərar vermə əldə edilə bilən və əldə edilməsi mümkün olmayan dəyərlər arasında balans yaradılması səbəbindən çətin bir prosesdir. Bəzən bir məqsədi ən yaxşı şəkildə ödəyən alternativini seçmək, başqa bir məqsəddən güzəşt etməyi tələb edir. Bəzi qərarlarda nəzərə alınacaq faktorların çoxluğu baxımından çətin prosesdir.

**Qərar vermə prosesi** - Qərar vermə prosesində, qərar vermək üçün istifadə edilən texnika və üsulların hərəkət nizamını və izlənən yolu ifadə edilir. Qərar vermə prosesi ilə əlaqəsi olan qərar nəzəriyyəsi, iqtisadiyyat, statistika, psixologiya, idarəetmə elmlər və əməliyyat araşdırması (OR) kimi fərqli intizam qaydalarından əhəmiyyətli dərəcədə faydalanır.

**Qərar qəbul edən vahid** - Qərar qəbul edən vahid (DMU)<sup>3</sup> elə bir vahiddir ki, X kimi girişləri daxil etməklə Y kimi çıxışları istehsal edir. Vahidlərin giriş və çıxışları matris şəkilində qəbul edilir.

**Bircinsli qərar qəbul edən vahidlər** - elə vahidlərə deyilir ki, bir-birinə oxşar girişlərlə bir-birinə oxşar çıxışlar istehsal edirlər. Məsələn bir bankın filiallarını bircinsli qərar qəbul edən vahidlər kimi qəbul etmək olar.

**İstehsal funksiyası** - elə funksiyadır ki, hər bir giriş tərkibinə görə maksimum çıxışı verir. Bu funksiya iqtisadiyyatda mühüm amil kimi sayılır. Çünki onu əldə etməklə qərar qəbul edən vahidin haqqında hökm verilə bilər və vahidin effektiv olub-olmamasını müəyyənləşdirmək mümkün olur. Burada iki üsulla - parametrik və qeyri-parametrik üsulla tədqiqat aparmaq mümkündür:

**Parametrik üsulu ilə istehsal funksiyasının təqribi təyini** - İstehsal funksiyasının təqribi qurulması üçün xüsusi bir funksiyanı nəzərə alaraq, riyazi üsullardan istifadə etməklə onun parametrlərini müəyyən edilir. Fərz edək ki, verilənlər toplusu  $A = \{(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)\}$  şəkildə verilir. x (giriş) və y (çixış) arasında təqribi əlaqə yaratmaq lazımdır. x və y arasında ən sadə əlaqə, aşağıdakı kimi ifadə olunan xətti funksiyaadır:

$$y = \alpha x + \beta$$

Burada,  $\alpha$  və  $\beta$  verilənlərdən və riyazi metodlardan istifadə etməklə tapılan parametrlərdir. Müxtəlif metodlar  $\alpha$  və  $\beta$  parametrlərin müəyyən edir. Bu metodlar, xüsusi hallarda effektiv olsa da, ümumiyyətlə onlardan istifadə etmək bir sıra səbəblərə görə mümkün olmur. Ən böyük problemlərdən biri budur ki, bu metodlar bir çıxışı olan vahidlər üçün nəzərdə tutulmuşdur. Parametrik metodların digər problemi istehsal funksiyasının forması əvvəlcədən verilməsinin tələb olunmasıdır. Bu isə həmin metod üçün böyük bir qüsür sayılır. Bundan başqa parametrləri tapmaq üçün müxtəlif üsullardan istifadə etmək lazım gəlir. Müxtəlif parametr və funksiyaların tapılması və onların ən yaxşısının seçilməsi yeni bir problem yaradır.

---

<sup>3</sup> Decision Making Unit - Qərar Qəbul edən vahid

**Qeyri-Parametrik üsul ilə istehsal funksiyasının təqribi təyini** - 1957-ci ildə Farrell istehsal funksiyasını, qeyri-parametrik metodlar vasitəsilə əldə etmiş ilk alim idi. O, yalnız vahidlərin verilənlərdən istifadə edərək istehsal imkanı toplusunu (PPS)<sup>4</sup> əldə edib, onun sərhədini, istehsal funksiyası adlandırdı. Göstərdi ki, effektiv sərhəddin üzərində olan hər bir vahid effektiv və kənarında olanlar qeyri- effektiv sayılır. Charnz, Cooper və Rodos-un 1978-ci ildə yazdıqları bir məqalədə Farrellin birçığışlı və çoxgirişli vahidlər üzrə təhlilini çoxçığışlı və çoxgirişli vahidlər üçün genişləndirdilər. Daha sonra 1984-cü ildə Banker, Charnes və Cooper tərəfindən yeni bir model təklif olundu. Qeyd edilən bu iki məqalə DEA-da bir çox tədqiqatlar əsasını təşkil etmişdir.

Bu fəsildə vahidlərin effektivliyini qiymətləndirmək üçün DEA-nın mühüm modelləri olan CCR<sup>5</sup>, BCC<sup>6</sup> və Kollektiv<sup>7</sup> kimi modellərin izahı verilir. Buradaki CCR və BCC modelləri radial modellərdir, çünki onlarda girişlər bir radial istiqamətində azaldıb və ya çıxışlar bir radial istiqamətində çoxalır. Kollektiv model qeyri-radial modeldir. Bu model Cooper, Seiford və Tone tərəfindən 2002-ci ildə təklif edilmişdir.

Burada belə bir sual çıxır ki, ixtiyari bir vahidin effektivliyini hesablamaq üçün bu modellərdən hansını seçmək lazımdır? Bu mühüm suala düzgün cavab vermək üçün istehsal imkanları toplusununda miqyasa qaytarışı sabit olan yerdə CCR modeli istifadə olunmalı, miqyasa qaytarışı sabit olmayan yerdə isə BCC və ya Kollektiv modellərindən istifadə edilməlidir.

**İkinci fəsildə** bootstrap metodunun mahiyyəti və etibarlılıq intervallarının qurulma qaydası göstərilmişdir. Bu fəsildə qeyd edilir ki, DEA nisbi fəaliyyət analizindən istifadə edilən məşhur bir müqayisə üsuludur. Lakin burada yalnız bir qiyməti müqayisə etmək imkanı verilir və bu qiymətlərin nə qədər etibarlı olduğunu təyin etmək mümkün olmur. Beləliklə nəticələrin sağlam bir şəkildə qiymətləndirilməsi alınmır. Amma göstəririk ki bootstrap metodunun köməyi ilə effektivlik qiymətlərini dəqiqləşdirmək olar.

Bootstrap sözünün lüğət mənasını "öz işini özü görmək" ya "özü özünü qurtarmaq" kimi göstərmək olar. Bootstrap, ilk dəfə Efron

---

<sup>4</sup> (PPS) Production Possibility Set - İstehsal İmkanı Toplusunu

<sup>5</sup> Charnes, Cooper, Rhodes

<sup>6</sup> Banker, Charnes, Cooper

<sup>7</sup> The Additive Model – Kollektiv Model

tərəfindən 1979-cu ildə təklif edilmişdir. Bu metodun məqsədi, verilmiş orijinal qiymətlərdən istifadə edərək yeni qiymət paylanması almaqdır.

Son illərdə bootstrap metodundan, parametrlərin təqribi qiymətlərinin tapılmasında, verilənlərin empirik paylanmasının təyin edilməsində və etibarlılıq intervallarının hesablanmasında kifayət qədər istifadə olunur. Bunun səbəbi, bootstrapin çox sadə bir üsul olması, məlumatların paylaşması ilə bağlılığından, əvvəldən heç bir şərt tələb etməməsi, və başqa amillərdən asılı ola bilər.

Bootstrap metodundan tətbiqli statistikada geniş istifadə olunur. Bu metodun əsas məqsədi, mövcud məlumat toplusundan istifadə edərək daha böyük həcmli məlumat toplusu yaratmaq və yeni nümunə toplusu qurmaqdır. Beliklə kiçik həcmli məlumat topluları üçün də böyük həcmli verilənlər toplusu yaratmaq mümkün olur. Bootstrap metodu, mürəkkəb riyazi düsturlarından istifadə etmir, qabaqcadan tələb olunan şərtləri məhduddur, və istifadə edilməsi çox asan olan metoddur. Lakin bu üsulun köməyi ilə, verilənlər məhdud olduqda da etibarlı nəticələr almaq mümkün olur. Bootstrap metodu son illərdə kompüterin geniş tətbiqi nəticəsində inkişaf da olan üsullardan biridir.

**Üçüncü fəsildə** bootstrap metodunun köməyi ilə DEA-dan alınan effektivlik qiymətlərin dəqiqliyi, onların paylanması və etibarlılıq intervalları, tapılmışdır. Qeyd etdiyimiz kimi Farrellin texniki effektiviyi iki yolla hesablanır. Onlardan biri xətti proqramlaşdırma əsasına yaradılmış (CCR) qeyri parametrik və qeyri təsadüfi metodudur. Digəri isə iqtisadi üsullar əsasında qurulan parametrik metoddur. Hər iki metodda effektiv qiymətlərin dəqiqliyini statistika prinsipləri üzrə müəyyən etmək çətin və ya qeyri-mümkündür. Effektivliyin qiymətinin etibarlılıq intervallarını və statistika üzrə dəqiqliyini bilmək hər tədqiqatçıya və hər qərar qəbul edən şəxsə çox faydalı və vacibdir. Bu fəsildə riyazi proqramlaşdırma metodu ilə əldə edilən effektivlik qiymətinin, etibarlılıq intervalını, bootstrap metodundan istifadə etməklə təyin edilmişdir. Bildiyimiz kimi, istehsal funksiyasının sərhədi verilənlər əsasında tapılır və effektivliyin qiyməti bu sərhəd vasitəsi ilə təyin olunur. Əgər verilənlə, bootstrap metodunun vasitəsilə dəyişilərsə aydındır ki, istehsal funksiyasının sərhədi və ondan asılı olan effektivliyin qiyməti də dəyişiləcək. Beləliklə bootstrap metodundan istifadə etməklə verilənlər yenidən qurulur, istehsal funksiyasının sərhədi dəyişir və bununla bərabər effektivliyin qiyməti də yenidən hesablanır. Bu prosesi təkrarlamaqla, istənilən qədər effektivlik qiyməti

alına bilər. Bu qiymətlərin etibarlılıq intervalları, paylanması və verilənlərin başqa meyarlarının tapılması imkanı yaranır.

Bootstrap metodu DEA-nın hər bir modelindən alınan effektivlik qiymətlərinə tətbiq oluna bilər. Həyatın real məsələləri bir çox hallarda BCC modelinə daha uyğun olduğundan bu disertasiya işində, həmin modeldən alınan effektivlik qiymətlərini araşdırmışıq:

n sayılı vahid (DMU) üçün nəzərdə tutulan BCC modelinə baxaq:

$$\begin{aligned} \min \quad & \rho_t \\ \text{s.t.} \quad & \lambda Y \geq y_t \\ & \lambda X \leq \rho x_t \\ & \sum_t \lambda_t = 1 \\ & \lambda_t \geq 0 \\ & t = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Burada  $X_{n \times m}$  giriş verilənləri  $Y_{n \times s}$  isə çıxış verilənləri matrisləridir, və  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  məlum olmayan vektordur.

Əgər  $\{\rho_1^*, \rho_2^*, \dots, \rho_n^*\}$ , BCC modelinin həllindən alınan effektivlik qiymətlər olarsa, onlara bootstrap metodunu tətbiq etməklə etibarlılıq intervalı almaq olar və öz növbəsində bu intervalların koməyi ilə həmin effektiv qiymətlərin dəqiqliyini təyin etmək olar.

Bu araşdırmada bootstrap metodun, yalnız girişlərə tətbiq etməklə və çıxışları isə olduğu kimi saxlamaqla yeni effektiv qiymətlər alırıq.

Məqsədə çatmaq üçün bootstrap prosesi aşağıdakı dörd addımla ifadə edilir:

a) Əsas giriş və çıxışı  $X$  və  $Y$ , qəbul etməklə, onlara BCC modelinin tətbiq edərək effektivlik qiymətləri ( $P^* = \{\rho_1^*, \dots, \rho_t^*, \dots, \rho_n^*\}$ ) tapmaq.

b)  $X$  matrisi  $D$  matrisinin vasitəsilə  $X^* = D \times X$  şəkildə dəyişdirmək; Burada  $D$  elə bir diaqonal matrisdir ki, onun əsas diaqonalında ardıcıl olaraq orijinal effektivlik qiymətlər yerləşdirilib.

c) Hər bir  $DMU_t$  ( $t = 1, 2, \dots, n$ ) üçün:

1) Orijinal effektivlik qiymətlərinin  $n-1$  sayının yerdəyişməsi nəticəsində  $P_t(b) = \{\rho_1^b, \rho_2^b, \dots, \rho_t^*, \dots, \rho_n^b\}$  şəklində yeni effektivlik

qiymətlər toplusu əldə edilməsi; burada  $\rho_j^b \in P^*$ . Başqa sözlə bu həmən  $P^*$  toplusudur ki, onun  $t$ -ci qiymətindən başqa bütün qiymətlərin yeri təsadüfi halda dəyişilib.

2)  $X_t(b) = [D_t(b)]^{-1} \times X^*$  şəkildə yeni giriş matris yaratmaq; burada  $D_t(b)$  bir  $n \times n$ , əsas diaqonalında ardıcıl olaraq yeni effektivlik qiymətlər yerəşdirilmiş diaqonal matrisi dir.

Bu təbiidir ki, yeni nümunədə bəzi vahidlər effektiv və bəzisi qeyri-effektiv olacaq. Lakin aydındır ki,  $t$ -ci vahidin giriş vektoru  $x^t$ , dəyişilmədən olduğu kimi qalmalıdır. Başqa sözlə,  $X_t(b)$  -nin  $t$ -ci komponenti həmin  $x^t$  dir. Çünki aşağıdakı əməliyyatlar bu komponentlərlə aparılır:

$$(1/\rho_t^*) \cdot (\rho_t^* \cdot x^t) = x^t$$

3)  $t$ -ci vahidin effektivlik qiymətinin yeni giriş nümunəsilə aşağıdakı modeldin vasitəsilə hesablamaq:

$$\begin{aligned} \min \quad & \rho_t(b) \\ \text{s.t.} \quad & \lambda Y \geq y_t \\ & \lambda X_t(b) \leq \rho_t(b) \cdot x_t \\ & \sum_t \lambda_t = 1 \\ & \lambda_t \geq 0 \\ & t = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Beləliklə  $\rho_t^*(b)$  bootstrap olmuş effektivlik qiyməti əldə edilir.

Əgər 1,2 və 3-cü addımlar  $B$  dəfə təkrar olunarsa,  $t$ -ci vahidə  $\{\rho_t^*(1), \dots, \rho_t^*(B)\}$  bootstrap olunmuş effektivlik qiymətləri əldə edilir.

d) Əsas effektivlik  $\rho_t^*$ ;  $t = 1, 2, \dots, n$  qiymətlərin empirik paylanmasın, bootstrap olmuş effektivlik qiymətləri  $\rho_t^*(B) = \{\rho_t^*(1), \dots, \rho_t^*(B)\}$   $t = 1, 2, \dots, n$  vasitəsilə müəyyən etmək olar (məsələn, hər vahidin effektivlik qiyməti üçün histoqram qurmaqla).

Beləliklə, əsas effektiv  $\rho_t^*$ ;  $t = 1, 2, \dots, n$  qiymətlərinin dəqiqliyini və onların etibarlılıq intervalının, bootstrap olmuş effektivlik qiymətləri  $\rho_t^*(B) = \{\rho_t^*(1), \dots, \rho_t^*(B)\}$   $t = 1, 2, \dots, n$  vasitəsilə əldə etmək olar.

Əgər yeni nümunələrin ən böyük sayın  $B$  fərz etsək, cəmi  $B \times n$  sayda effektivlik qiyməti bu texnologiyada hesablanır.

Bootstrap olmuş effektivlik qiymətlər orijinal qiymətlərin təcrübi paylanması və etibarlılıq intervallarının qurmağında istifadə oluna bilər. Beləki, bootstrap olmuş effektivlik qiymətləri sıralamaqla, və istənilən faiz göstəricilərini tapmaqla etibarlılıq intervalları əldə etmək olar. Həmçinin aydındır ki bootstrap olmuş effektivlik qiymətlərin vasitəsilə bütün statistikada istənilən, (orta, çəpəli, və s.) faktorlar tapıla bilər.

**Dördüncü fəsildə** real verilənlərdən istifadə etməklə, həyati bir misala baxılmışdır. Bu təcrübi araşdırmada qərar qəbul edən vahid kimi, 74 məktəb götürülüb. Hər qərar qəbul etmə vahidinin giriş və çıxışları aşağıdakı kimi müəyyən edilmişdir. Hər vahidin (məktəbin) 4 girişi və 3 çıxışı vardır.

Girişlər aşağıdakılardır:

Birinci giriş məktəblərdəki təhsil mühiti (o bir neçə parametrin birləşməsindən ibarətdir).

İkinci giriş, məktəbdəki işçilərin sayı.

Üçüncü giriş, məktəbdəki müəllimlərin sayı.

Dördüncü giriş, məktəblərin keçən ildəki tədris effektivliyi.

Çıxışlar aşağıdakılardır:

Birinci çıxış, tələbələrin yeni tədris ilində ümumi sayı.

İkinci çıxış, məktəbdə oxuyan tələbələrin aldığı orta qiymətlər.

Üçüncü çıxış, məktəbi bitirmiş şagirdlərin ali məktəblərə daxil olanlarının sayı.

Sonra bu giriş və çıxışlar vasitəsilə BCC və kollektiv modellərin küməyi ilə, effektivlik qiymətləri hesablanır. Bu effektivlik qiymətlərin etibarlılığın təyin etmək üçün gərək dəfələrlə vahidlərin giriş və çıxışların, yenidən toplamaqla, hər bir vahidə çoxlu yeni effektivlik qiymətlər tapıb, və orijinal qiymətlərin etibarlı olub olmadığını müəyyən edək. Ancaq bu mümkün deyil. Çünki bu həddən çox, vaxt tələb edir. Lakin bootstrap metodunda  $B=1000$  fərz etməklə hər vahidə 1000 dənə bootstrap olmuş effektivlik qiyməti tapıb, və bu qiymətlərin təcrübi paylanmasını əldə edirik.

Təcrübi paylanmanı tapmaq üçün histogramdan əlavə effektivlik qiymətlərin faiz göstəricilərindən də istifadə oluna bilər. Belə ki, bootstrap olmuş effektivlik qiymətləri əvvəl  $\{\rho_i^*(1), \dots, \rho_i^*(B)\}$  şəkildə sıralanıb və P-faizlərin  $(H_p)$  hesablamaq üçün  $i = (P/100) \cdot (B + 1)$  əldə edib onun

tam hissəsini  $r$  və kəsr hissəsini  $w$  fərz etməklə  $H_p$  - nin miqdarını aşağıdakı düsturu ilə hesablayırıq:

$$H_p = (1 - w) \cdot \rho_r + w \cdot \rho_{r+1}$$

Bu faiz göstəricilərindən istifadə etməklə hər vahidin effektivlik qiymətlərinin etibarlılıq intervallarını tapmaq olar. Beləliklə o qiymətlərin nə qədər etibarlı olduğunda təyin etmək mümkün olur.

DEA-nın bir çox modellərində vahidlərin effektivlik qiymətləri 1 alınır. Demək belə vahidlərin hamısı effektiv kimi tanınır, ancaq təcrübə göstərir ki, vahidlərin effektivliyi eyni ola bilməz, və onların içində hər hansı biri mövcuddur ki, ən yaxşı effektivliyə malikdir. Bu effektiv vahidlərin arasında, müqayisə aparmaq maraqlı bir tədqiqatın mövzudur. Çox tədqiqatçılar, vahidlərin effektivliyinin keyfiyyətə sıralanması üçün metodlar təklif ediblər, amma bir çox hallarda effektiv vahidləri sıralaya bilməyiblər. Burada bootstrap metodundan istifadə edərək, bütün növ effektiv vahidlərdə sıralaya bilirik. Bu dissertasiyada təklif etdimiz sıralama üsulunun tətbiqini 74 ali məktəbdə aparmışıq.

## ƏSAS NƏTİCƏLƏR

Dissertasiya işində qoyulmuş məsələlərin həlli zamanı alınmış əsas elmi-nəzəri və praktiki nəticələr aşağıdakılardan ibarətdir:

1. DEA modellərinin qurulma qaydası müəyyən edilmişdir.
2. DEA modellərinin vasitəsilə birdən çox giriş və çıxışı olan vahidlərin effektivliyinin qiyməti müəyyən edilmişdir.
3. Elmi metodlardan istifadə etməklə, qərar qəbul edən vahidlərin effektiv olub olmadığı müəyyən edilmişdir.
4. DEA modellərinin həlli nəticəsində, hər bir vahid üçün yalnız bir effektivlik qiyməti almaq mümkündür, lakin bu qiymələrin nə qədər etibarlı olması bilinmir. Hətta dəfələrlə digər verilənlər yığaraq və onların əsasında yeni effektivlik qiymətlər tapmaq orijinal qiymətlərin nə qədər etibarlı olduğunu müəyyən etmək mümkün deyil, çünki təbiiqi statistikada böyük həcmli nümunələri toplamaq, çoxlu zaman və məsrəf sərfinə səbəb olur. Bu dissertasiyada aparılan tədqiqatların nəticəsində görünür ki, bootstrap metodu ilə əldə olunan məlumat toplusundan fərqli və yeni məlumat topluları əldə edilə bilər. Belə qərar vermə vahidi üçün dəfələrcə effektivlik qiyməti taparaq statistika formulalar üzrə etibarlılıq intervallarını tapmaq olur.
5. İndiyəcən bir çox tədqiqatçılar, qiymətləri eyni olan vahidlərin sıralanmasına bir çox metodlar təklif ediblər, lakin çox vaxt bu sıralamağa nail olmamışlar. Dissertasiya işində etibarlılıq intervallardan istifadə edərək, hər cür vahidlərin sıralanmasının mümkün olduğu göstərilmişdir.
6. Bu dissertasiya işində real verilənlər üçün konkret tədqiqatlar aparılmışdır. Bu zaman təcrübi tədqiqatda qərar qəbul edən vahidlər kimi 74 məktəb götürülür və DEA-nin iki (BCC və Kollektiv) modellərindən istifadə edərək, onların effektiv qiymətləri hesablanmışdır. Sonra həmin qiymətlərə bootstrap metodunu tətbiq edərək onların orta qiymətləri, və etibarlılıq intervalları hesablanmışdır. Nəhayət o etibarlılıq intervallarının köməyi ilə vahidləri sıraladıqdan sonra başqa sıralanma metodlarının nəticəsi ilə müqayisə edərək üstünlükləri aşkar edilmişdir.

## **Dissertasiya mövzusunə aid nəşr olunmuş əsərlərin siyahısı:**

- 1) Ebadi S. "Determination measure of efficiency using undesirable outputs of dea" The Second International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications COIA-2008.
- 2) Ebadi S. "New model for determination of practical frontier of decision making units in DEA" The Third International Conference on Mathematical Sciences- ICM 2008.
- 3) Ebadi S. "Ranking Efficient DMUs by Bootstrapping Method " PCI 2012.
- 4) Ebadi S. "Using a super efficiency model for ranking units in DEA" The Second International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications COIA-2008.
- 5) Ebadi S. "A new method for ranking in the cross-efficiency evaluation" / 1rd Regional Conference of Mathematics & Computer Science Shabestar - Iran, 2011.
- 6) Ebadi S. An Evaluation of Sections Efficiency in Bo-ali and Arta Hospitals Using Data Envelopment Analysis // Applied Mathematical Sciences, 2012, v.6, No 36, p. 1779 - 1789.
- 7) Ebadi S. New Model for Determination Practical of Decision Making Units in DEA // Applied Mathematical Sciences, 2012, v. 6, No. 36, p. 1791 - 1797.
- 8) Ebadi S., Jahanshahloo G.R. Confidence intervals for DEA Models Efficiency Scores by Bootstrapping Method // Appl. Comput. Math.,2013, V.12, N.1, p.8-19.
- 9) Ebadi S., Jahanshahloo G.R., Aliev F. A Method for Ranking Efficient DMUs // Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 2011, v. 5, No 11, p. 91-97.
- 10) Ebadi S. Using a Super Efficiency Model for Ranking Units in DEA // Applied Mathematical Sciences, 2012, v. 6, No. 41, p. 2043 - 2048.
- 11) Ebadi S., Jahanshahloo G.R., Monzeli A.A., Aliev F. Determination measure of efficiency using undesirable outputs of DEA // News of Baku University Physic– Mathematical sciences series, 2009, v. 4, p. 86-91.
- 12) Ebadi S. Ranking DMUs by Bootstrapping Method // lahijan Appl. Math. J. 2011, v2, p. 29-44.
- 13) Ebadi S., Zamiri A. Calculating technical efficiency scores using DEA in Sama college // Proceedings of IAM, 2013, V.2, No.1, p.83-89.

14) Monzely A., Ebadi S. Determination measure of efficiency using by undesirable inputs of DEA // Life Science Journal, 2012, v. 9, No 4, p. 4714-4718.

**Həmmüəlliflərlə dərc olunmuş işlərdə iddiaçının şəxsi rolu:**

[8] Effektiv qiymətlərin etibarlılıq intervallarını tapmaq üçün bootstrap metodunun istifadə etmək yollarını göstərmişdir.

[9] Bootstrap üsulu əsasında hər növ vahidlərin sıralamasını mümkün edən yeni metod təklif etmişdir və həmin metodu vahidlər kimi qəbul edilən 74 məktəbə tətbiq etmişdir.

[11] DEA modelindən arzuolunan çıxışları artırmaq və arzuolunmayan çıxışları azaltmaq vasitəsilə vahidlərin effektivliyini yaxşılaşdırmaq üçün metod təklif etmişdir.

[13] DEA metodunu tətbiq etməklə çoxölçülü giriş və çoxölçülü çıxışı olan vahidlərin effektivliyin necə hesablama yolunu bir kollecin üzərində göstərmişdir.

[14] DEA modelindən arzuolunan girişləri artırmaq və arzuolunmayan girişləri azaltmaq vasitəsilə vahidlərin effektivliyini yaxşılaşdırmaq üçün metod təklif etmişdir.

## **Saeed Abady Sharafabad**

### **Bootstrapping confidence intervals for efficiency scores in Radials and Non-Radials models in DEA**

#### **SUMMARY**

In this dissertation , the bootstrap methods for possibility linear programming were used in DEA and the accurate measurements of performance grades in radial and non-radial models were obtained by confidence intervals.

As an experimental study on real data, The BCC and Additive models for 74 schools were considered and their performance grades were evaluated. They were bootstrapped and hence, accurate measurements, confidence intervals and the distribution of efficiency scores were specified and finally ranked.

The following results were obtained:

1. The efficiency scores for radial and non-radial models of decision-making units in DEA were obtained.
2. Using the bootstrap method to generate multiple performance scores
3. Gain confidence interval for the efficiency scores
4. DMUs ranking.

## **АБАДИ ШАРАФАБАД САИД ГАСАН оглы**

### **Нахождение доверительных интервалов с методом BOOTSTRAP для эффективного оценивания радиальной и нерадиальной модели DEA**

#### **РЕЗЮМЕ**

В диссертации с помощью метода BOOTSTRAP и линейного программирования измеряются доверительные интервалы для эффективного оценивания радиальной и нерадиальной DEA модели.

В качестве экспериментального исследования на реальных данных, ВСС и аддитивные модели были рассмотрены для 74 школ и оценены их производительность. С помощью метода BOOTSTRAP были определены точность измерений, доверительные интервалы, распределение оценки эффективности и наконец рейтинг.

Были получены следующие результаты:

1. Получены эффективности оценки для радиальных и нерадиальных моделей принятия решений в DEA .
2. Используя метод BOOTSTRAP получены различные оценки производительности.
3. Получены доверительные интервалы для оценки эффективности.
4. Отсортированы рейтинги единиц принятия решений.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ РЕСПУБЛИКИ  
БАКИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**

---

---

*На правах рукописи*

**АБАДИ ШАРАФАБАД САИД ГАСАН ОГЛЫ**

**НАХОЖДЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ  
МЕТОДОМ ВООТСТРАП ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО  
ОЦЕНИВАНИЯ РАДИАЛЬНОЙ И НЕРАДИАЛЬНОЙ  
МОДЕЛЕЙ DEA**

**3338.01** – Системный анализ, управление  
и обработка информации

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора философии по математике

**БАКУ - 2013**