НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ им. акад. А.И.ГУСЕЙНОВА

На правах рукописи

ЗАМИНА АГАШ кызы САМЕДОВА

РАЗРАБОТКА МЕТОДА И АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА $3D$ – НЕЛИНЕЙНЫХ МОДУЛЯРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1203.01 – Компьютерные науки

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по математике

Баку - 2013

Работа выполнена на кафедре «Дифференциальные уравнения и математическая кибернетика» Сумгайытского Государственного Университета.

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук, профессор
Ф.Г.Фейзиев

Официальные оппоненты: доктор физ.-мат. наук, профессор
К.Ш.Мамедов

кандидат физ.-мат. наук, доцент
Г.Г.Мамедова

Ведущая организация: Азербайджанская Государственная Нефтяная Академия,
кафедра «Прикладная математика»

Зашита состоится 15 ноября 2013 г. в 13^{00} часов на заседании диссертационного совета Д01.121 при Институте Кибернетики НАН Азербайджана.

Адрес: AZ1141, г. Баку, ул. Б.Вахаб-заде, 9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Кибернетики НАН Азербайджана.

Автореферат разослан «____» ______________ 2013 г.

Ученый секретарь Диссертационного совета Д01.121, к.ф.-м.н., доцент **А.Б.Пашаев**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В последние десятилетия в результате высокого развития цифровая техника и новые информационные технологий внедрились в большинство областей человеческой деятельности. Развитие цифровой техники и новые информационные технологии стимулировали применение их к задачам проектирования, анализа и синтеза идентификации и управления, привлечения дискретных моделей в задачах принятие решения, исследования операций, системного анализа, математического моделирования различных процессов и, таким образом, уделение внимания теоретическим и прикладным задачам дискретных управляющих систем.

Конечные последовательностные машины (КПМ) являются одним из классов дискретных управляющих систем и входные, выходные последовательности и последовательности состояния принимают значения из конечного множества. В работах Я.З.Цыпкина, Д.А.Хаффмана, А.Гилла, В.Б.Кудрявцева, Ю.С.Попкова, Р.Г.Фараджева, Р.Х.Латыпова, С.Л.Блюмина, М.Ш.Байбатшаева, А.Т.Нагиева, Ф.Г.Фейзиева, К.С.Мамедова, Г.В.Шимиева, Н.Х.Аслановой, Я.Х.Гаджиева, Г.Ю.Меликова, Г.Г.Мамедовой и др. исследованы различные вопросы КПМ.

КПМ широко применяются в вычислительной технике, в системах диагностики, при кодировании и декодировании дискретных сообщений, в криптологии, для зашиты данных и программного обеспечения в компьютерных системах, при моделировании и управлении непрерывных и дискретных объектов и в других областях науки и техники.

Функции перехода и выхода КПМ таковы, что при изменении их аргументов в конечном множестве они принимают значения, являющиеся элементами того же конечного множества. Когда это конечное множество является конечным полем $GF(p)$ (или его расширением), функция перехода и функция выхода КПМ могут быть представлены с помощью операции сложения и умножения по $\mathrm{mod}\, p$ (или по mod простого многочлена, с помощью которого получено расширение конечного поля), где p - простое число. В этом случае КПМ можно также называть модулярной динамической системой (МДС).

В настоящее время широко исследованы однопараметрические и многопараметрические классы МДС. В монографиях и обзорных статьях, опубликованных А.Гиллом, Р.Г.Фараджевым, С.Л.Блюмин и

Р.Г.Фараджевым, Р.Г.Фараджев и Ф.Г.Фейзиевым, Ф.Г.Фейзиевым, Ф.Г.Фейзиев и М.Р.Фараджевой и других авторов широко излагаются теоретические результаты и вопросы применения МДС. На основе этих работ можно ознакомиться с результатами исследований в области МДС.

Отметим, что многопараметрические МДС являются подсистемом общих дискретных многопараметрических систем (или $nD-$ систем). Теория $nD-$ систем к современному времени широко исследована. В работах Г.Вунша, Т.Кацзорека, Е.Форназины, К.Галковского, Ли Ху, Р.Г.Фараджева, И.В.Гайшуна, С.Л.Блюмина, К.В.Мансимова, К.Ш.Мамедова и др. исследованы различные задачи этих систем.

Многопараметрические МДС (или $nD-$МДС) представляют собой обычные, т.е. однопараметрические МДС, но они эволюционируют не только в дискретном времени, а также и в клеточном пространстве. Поэтому $nD-$МДС по сравнению с обычными МДС имеют более широкие возможности применения. Однако несмотря на это $nD-$МДС в общем виде исследованы незначительно и эти исследования проводились в основном для $2D-$МДС. Поэтому исследование теоретических и прикладных задач для различных классов $nD-$МДС, например, линейных и нелинейных $3D-$МДС, $4D-$МДС и др. таких систем имеет большое теоретическое и прикладное значение. С этой точки-зрения тема диссертационной работы актуальна.

Цель работы. В работе рассматриваются следующие задачи:

- Нахождение общей формулы аналитического описания двоичных $3D-$нелинейных МДС ($3D-$НМДС);

- Разработка метода решения задачи оптимального синтеза – квадратичной оптимизации двоичных $3D-$НМДС;

- На основе метода решения задачи оптимального синтеза разработка алгоритма решения задачи оптимального синтеза двоичных $3D-$НМДС;

- Разработка программного обеспечения для решения задачи оптимального синтеза двоичных $3D-$НМДС.

Научная новизна. В работе получены следующие новые результаты:

- Получено выражения в виде двузначных аналогов полинома Вольтерры для описания двоичных $3D-$НМДС, заданных функциональном виде;

- Предложены рекуррентные соотношения для нахождения неизвестных коэффициентов двузначных аналогов полинома Вольтерры для описания двоичных 3D–НМДС с известными входными и выходными последовательностями;

- Предложен метод для решения задачи оптимального синтеза двоичных 3D–НМДС, основанный на ортогональных входных последовательностях;

- Найдены условия ортогональности входных последовательностей для двоичных 3D–НМДС;

- Разработан алгоритм для построения ортогональных входных последовательностей для двоичных 3D–НМДС.

Научная и практическая ценность работы. Формула полной реакции в виде двузначного аналога полинома Волтерры, полученная для двоичных 3D–НМДС, могут быть использована при постановке математических и прикладных задач для них. Рекуррентные соотношения, полученные для коэффициентов этих полиномиальных представлений, могут быть использованы при разработке программного обеспечения для автоматического вычисления значения коэффициентов. Методы и алгоритмы, предложенные для решения задачи оптимального синтеза двоичных 3D–НМДС, и условия ортогональности могут быть использованы при решении различных задач оптимизации общих нелинейных дискретных систем и т.д.

Методы исследования. Для достижения поставленной цели использованы теория конечных полей, теория матриц, теория дискретных управляющих систем, теория последовательностных машин, некоторые разделы дискретной математики, методы оптимизации, теория математической логики.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

- Выражения в виде двузначных аналогов полинома Вольтерры для описания двоичных 3D–НМДС;

- Рекуррентные формулы для нахождения неизвестных коэффициентов двузначных аналогов полинома Вольтерры для описания двоичных 3D–НМДС с известными входными и выходными последовательностями;

- Метод решения задачи оптимального синтеза двоичных 3D–НМДС;

- Условия ортогональности входных последовательностей двоичных 3D–НМДС;

- Алгоритм для построения ортогональных входных последовательностей двоичных 3D–НМДС.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы обсуждались на научном семинаре кафедры “Дифференциальные уравнения и математическая кибернетика” и научном семинаре “Математика” СГУ и докладывались в “The second International Conference “Problems of Cybernetics and Informatics” (PSI’2008) dedicated the 50^{th} Anniversary of the ICT in Azerbaijan (September 10-12, 2008, Baku, Azerbaijan)”, “XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС ’2009) (25-31мая 2009 г., Алушта)”, “III Congress of the World Mathematical Society of Turkic Countries (Almaty, Kazakhstan, 30 June-4 July, 2009)”, “The Third International Conference “Problems of Cybernetics and Informatics” (PSI’ 2010) (September 6-9, 2010, Baku, Azerbaijan)”, “Dayanıqlı inkişaf və idarəetmə modelləri: nəzəriyyə və praktika Beynəlxalq konfransı (23-25 dekabr 2011, Lənkəran Dövlət Universiteti)” и “Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları II Respublika Elmi Konfransı (Sumqayıt, 27-28 noyabr, 2012, SDU)”.

Публикации. Основное содержания диссертации опубликовано в 15 научных работах [1-15].

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложения. Основное содержание диссертации включая список литература из 130 наименование изложены на 154 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении изложены основные характеристики и краткое содержание диссертации.

Первая глава посвящена аналитическому представлению двоичных $3D$–НМДС. В параграфе 1.1 излагаются МДС, их уравнения и классификация, аналитическое представление двоичных НМДС, заданных входно-выходными соотношениями, в виде двузначных аналогов полинома Волтерры, задача оптимального синтеза для двоичных НМДС и применение двоичных НМДС в управлении непрерывных процессов.

В параграфе 1.2 рассматривается двоичная $3D-$НМДС с фиксированной памятью n_0 и ограниченной связью $P = P_1 \times P_2$, которая характеризуется следующим функциональным соотношением:

$$y[n, c_1, c_2] = \\ = G\{u[m, c_1 + p_1, c_2 + p_2] \| n - n_0 \le m \le n,\ p_1 \in P_1, p_2 \in P_2\}, GF(2). \tag{1}$$

Здесь $n \in T = \{0,1,2,...\}$, $c_i \in \{...,-1,0,1,...\}$, $i = \overline{1,2}$, $y[n, c_1, c_2]$ и $u[n, c_1, c_2]$ являются выходной и входной последовательностями НМДС соответственно,

$P_\alpha = \{p_\alpha(1),...,p_\alpha(r_\alpha)\}$, $p_\alpha(1) < ... < p_\alpha(r_\alpha)$, $p_\alpha(j) \in \{...,-1,0,1...\}$, $j = 1,...,r_\alpha$, и кроме того, $p_\alpha(1)$ и $p_\alpha(r_\alpha)$ конечные целые числа, $\alpha = \overline{1,2}$.

В (1) оператор $G\{...\}$ над полем $GF(2)$ записывается в виде

$$G\{...\} = f(u[n - n_0, c_1 + p_1(1), c_2 + p_2(1)], ... \\ ..., u[n - n_0, c_1 + p_1(r_1), c_2 + p_2(r_2)], ..., u[n, c_1 + p_1(r_1), c_2 + p_2(r_2)]) \tag{2}$$

Пусть $N_0 = (n_0 + 1) r_1 r_2$,

$$\Phi(i) = \{\overline{m} = (m_{1,1},...,m_{1,r_2},...,m_{r_1,r_2}) | m_{\ell,k} \in \{0,...,n_0 + 1\}, \ell = \overline{1, r_1}, k = \overline{1, r_2}, \\ m_{1,1} + ... + m_{1,r_2} + ... + m_{r_1,r_2} = i\}, \tag{3}$$

$$Q(i, \overline{m}) = \{(\alpha, \beta) | m_{\alpha,\beta} \text{ есть компоненты набора } \overline{m} \text{ и} \\ m_{\alpha,\beta} \ne 0, \quad \alpha = \overline{1, r_1}, \beta = \overline{1, r_2}\}, \tag{4}$$

$$\Gamma_1(m_{\alpha,\beta}) = \{\overline{n}_{\alpha,\beta} = (n_1(\alpha,\beta,1),...,n_1(\alpha,\beta,m_{\alpha,\beta})) | 0 \le n_1(\alpha,\beta,1) < ... \\ ... < n_1(\alpha,\beta,m_{\alpha,\beta}) \le n_0\}. \tag{5}$$

Множество всевозможных блочных векторов $\overline{n}_2$, образованных из векторов $\overline{n}_{\alpha,\beta} \in \Gamma_1(m_{\alpha,\beta})$ для всех $(\alpha,\beta) \in Q(\overline{m}, i)$, обозначается через $\Gamma(i, \overline{m})$. При $i \in \{1,..., N_0\}$ и $\overline{m} \in \Phi(i)$ на основе набора $\overline{m}$ строится матрица $A(\overline{m}) = (m_{\alpha,\beta})$, $\alpha = \overline{1, r_1}$, $\beta = \overline{1, r_2}$. Далее удаляя нулевые столбцы и строки из этой матрицы строится матрица $B(\overline{m})$. Размерность матрицы $B(\overline{m})$ обозначается через $\ell_1(\overline{m}) \times \ell_2(\overline{m})$. Ясно, что $\ell_1(\overline{m}) \le r_1$, $\ell_2(\overline{m}) \le r_2$. Для всех элементов множества $\Phi(i)$ таким же способом строятся соответствующую матрицу $B(\overline{m})$. Из элементов множества $\Phi(i)$ строятся специальные подмножества следующим образом: 1) любой элемент из множества $\Phi(i)$ входит в одно и только одно специальное подмножество; 2) если для элементов $\overline{m}_1$ и $\overline{m}_2$ из множества $\Phi(i)$, соответствующие матрицы $B(m_1)$ и $B(m_2)$, совпадают, тогда оба элемента входят в одно и то же специальное подмножество.

Если i_1-ому специальному подмножеству соответствует матрица $B=(m'_{\alpha,\beta})$, $\alpha=\overline{1,\ell_1}$, $\beta=\overline{1,\ell_2}$, тогда элементы этого подмножества можно определить следующим образом: $m_{j_\alpha,\tau_\beta}=m'_{\alpha,\beta}$, $\alpha=\overline{1,\ell_1}$, $\beta=\overline{1,\ell_2}$, $m_{\sigma,\gamma}=0$, $(\sigma,\gamma)\notin\{j_1,j_2,...,j_{\ell_1}\}\times\{\tau_1,\tau_2,...,\tau_{\ell_2}\}$.
Здесь наборы $\bar{j}=(j_1,...,j_{\ell_1})$ и $\bar{\tau}=(\tau_1,...,\tau_{\ell_2})$ суть наборы соответственно из множества $L_1(\ell_1)$ и $L_2(\ell_2)$, где

$$L_1(\ell_1)=\{(j_1,...,j_{\ell_1})\big|1\le j_1<...<j_{\ell_1}\le r_1\},$$

$$L_2(\ell_2)=\{(\tau_1,...,\tau_{\ell_2})\big|1\le \tau_1<...<\tau_{\ell_2}\le r_2\}. \tag{6}$$

Вводятся следующие множества:

$$F(i)=\{(\ell_1,\ell_2,\overline{m})\big|\ \overline{m}=(m_{1,1},...,m_{1,\ell_2},...,m_{\ell_1,\ell_2}),\ \sum_{\alpha=1}^{\ell_1}\sum_{\beta=1}^{\ell_2}m_{\alpha,\beta}=i;\quad m_{\alpha,\beta}\in\{0,...,n_0+1\},$$

$\alpha=\overline{1,\ell_1}$, $\beta=\overline{1,\ell_2}$; для всех $\alpha\in\{1,...,\ell_1\}$ существует такое $\beta\in\{1,...,\ell_2\}$, что $m_{\alpha,\beta}\ne 0$ и для всех $\beta\in\{1,...,\ell_2\}$ существует такое $\alpha\in\{1,...,\ell_1\}$, что $m_{\alpha,\beta}\ne 0$; $\ell_\sigma\in\{1,...,r_\sigma\}$, $\sigma=\overline{1,2}\}$, (7)

$Q_0[i,(\ell_1,\ell_2,\overline{m})]=\{(\alpha,\beta)\big|m_{\alpha,\beta}$ есть компонента $\overline{m}$ и

$$m_{\alpha,\beta}\ne 0,\quad \alpha=\overline{1,\ell_1},\quad \beta=\overline{1,\ell_2}\}, \tag{8}$$

$$\Gamma(\ell_1,\ell_2,\overline{m})=\prod_{(\alpha,\beta)\in Q_0[i,(\ell_1,\ell_2,\overline{m})]}\Gamma_1(m_{\alpha,\beta}),$$

$$\overline{m}=(m_{1,1},...,m_{1,\ell_2},...,m_{\ell_1,\ell_2}),\ \overline{n}_2=(\overline{n}_{1,1},...,\overline{n}_{1,\ell_2},...,\overline{n}_{\ell_1,\ell_2}). \tag{9}$$

Каждой тройке $(\ell_1,\ell_2,\overline{m})\in F(i)$ соответствует специальное подмножество множества $\Phi(i)$.

Теорема 1. Пусть имеют место обозначения (3)-(9). Тогда полная реакция 3*D*–НМДС с фиксированной памятью n_0, ограниченной связью $P=P_1\times P_2$ и характеризуемая функциональным соотношением (1) может быть представлена в виде полинома

$$y[n,c_1,c_2]=\sum_{i=0}^{(n_0+1)r_1r_2}\ \sum_{(\ell_1,\ell_2,\overline{m})\in F(i)}\ \sum_{\bar{j}\in L_1(\ell_1)}\ \sum_{\bar{\tau}\in L_2(\ell_2)}\ \sum_{\overline{n}_2\in\Gamma(\ell_1,\ell_2,\overline{m})} h_{i,(\ell_1,\ell_2,\overline{m})}[\bar{j},\bar{\tau},\overline{n}_2]\times$$

$$\times\prod_{(\alpha,\beta)\in Q_0[i,(\ell_1,\ell_2,\overline{m})]}\ \prod_{\sigma=1}^{m_{\alpha,\beta}}u[n-n_1(\alpha,\beta,\sigma),c_1+p_1(j_\alpha),c_2+p_2(\tau_\beta)],\quad GF(2) \tag{10}$$

или

$$y[n,c_1,c_2]=\sum_{i=1}^{(n_0+1)r_1r_2}\sum_{i_1=1}^{\lambda_i}\sum_{(\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2)\in\Gamma_0(\ell_1,\ell_2,\overline{m})} h_{i,i_1}[\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2]\prod_{(\alpha,\beta,\sigma)\in Q_1(i,i_1)} u[n- \tag{11}$$

$$-n_1(\alpha,\beta,\sigma),c_1+p_1(j_\alpha),c_2+p_2(\tau_\beta)]\ GF(2),$$

где через λ_i обозначено количество элементов множества $F(i)$, через $(\ell_1,\ell_2,\overline{m})_{i_1}$ обозначен i_1-ый элемент множества $F(i)$. В правой части равенства (11) начиная с третьей суммы считается, что используемые величине ℓ_1, ℓ_2 и $\overline{m}$ суть компоненты вектора $(\ell_1,\ell_2,\overline{m})_{i_1}$. Кроме того, $h_{i,i_1}[\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2]=h_{i,(\ell_1,\ell_2,\overline{m})}[\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2]$,

$$Q_1(i,i_1)=\{(\alpha,\beta,\sigma)|\sigma\in\{1,\dots,m_{\alpha,\beta}\},(\alpha,\beta)\in Q_0[i,(\ell_1,\ell_2,\overline{m})]\},$$

$$\Gamma_0(\ell_1,\ell_2,\overline{m})=\{(\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2)|\bar{n}_2\in\Gamma(\ell_1,\ell_2,\overline{m}),\ \bar{j}\in L_1(\ell_1),\bar{\tau}\in L_2(\ell_2)\}.$$

В параграфе 1.3 сначала в подпараграфе 1.3.1 для функций алгебры логики, зависящей от n переменных, найдена рекуррентная формула для определения коэффициентов полинома Жегалкина. В подпараграфе 1.3.2 для определения неизвестных коэффициентов в полиномиальном представлении полной реакции $2D-$НМДС найдена рекуррентная формула. В подпараграфе 1.3.3 при известных значениях входных и выходных последовательностей $3D-$НМДС для нахождения коэффициентов в полиноме (10) вводятся следующие обозначения:

$$x_{ij\tau}=u[n-i,c_1+p_1(j),c_2+p_2(\tau)],\ j=\overline{1,r_1},\ \tau=\overline{1,r_2},\ i=\overline{0,n_0},$$

$$X=\{x_{ij\tau}|i=0,\dots,n_0;\ \tau=1,\dots,r_2;\ j=1,\dots,r_1\}. \tag{12}$$

Тогда $y[n,c_1,c_2]=f(x_{0,1,1},\dots,x_{0,1,r_2},\dots,x_{n_0,r_1,r_2})$. Доказано, что

$$h_0=f(0,\dots,0,\dots,0,\dots,0), \tag{13}$$

$$h_{1,(1,1,(1))}[(j_1),(\tau_1),(i_1)]=h_0+f(x_{i_1,j_1,\tau_1}=1), \tag{14}$$

$$h_{m,(1,1,(m))}[(j_1),(\tau_1),(i_1,\dots,i_m)]=f(x_{i_t,j_1,\tau_1}=1|t=\overline{1,m})+$$

$$+\sum_{t=0}^{m-1}\sum_{(\sigma_1,\dots,\sigma_t)\in\Omega_t(m)} h_{t,(1,1,(t))}[(j_1),(\tau_1),(i_{\sigma_1},\dots,i_{\sigma_t})],\ GF(2), \tag{15}$$

$$h_{\ell,(\ell,1,(\underbrace{1,\dots,1}_{\ell}))}[(j_1,\dots,j_\ell),(\tau_1),(\underbrace{(i_1),\dots,(i_1)}_{\ell})]=f(x_{i_1,j_\eta,\tau_1}=1|\eta=\overline{1,\ell})+$$

$$+\sum_{\eta=0}^{\ell-1}\sum_{(s_1,\dots,s_\eta)\in Q_\eta(\ell)} h_{\eta,(\eta,1,(\underbrace{1,\dots,1}_{\eta}))}[(j_{s_1},\dots,j_{s_\eta}),(\tau_1),(\underbrace{(i_1),\dots,(i_1)}_{\eta})],\ GF(2), \quad (16)$$

$$h_{\ell,(1,\ell,(\underbrace{1,\dots,1}_{\ell}))}[(j_1),(\tau_1,\dots,\tau_\ell),(\underbrace{(i_1),\dots,(i_1)}_{\ell})] = f(x_{i_1,j_1,\tau_\gamma}=1 \mid \gamma=\overline{1,\ell}) +$$

$$+\sum_{\gamma=0}^{\ell-1}\sum_{(\xi_1,\dots,\xi_\gamma)\in N_\gamma(\ell)} h_{\gamma,(1,\gamma,(\underbrace{1,\dots,1}_{\gamma}))}[(j_1),(\tau_{\xi_1},\dots,\tau_{\xi_\gamma}),(\underbrace{(i_1),\dots,(i_1)}_{\gamma})],\ GF(2). \quad (17)$$

Здесь через $f(x_{i_1,j_1,\tau_1}=1)$, $f(x_{i_t,j_1,\tau_1}=1 \mid t=\overline{1,m})$, $f(x_{i_1,j_\eta,\tau_1}=1 \mid \eta=\overline{1,\ell})$ и $f(x_{i_1,j_1,\tau_\gamma}=1 \mid \gamma=\overline{1,\ell})$ обозначены значения $f(x_{0,1,1},\dots,x_{0,1,r_2},\dots,x_{n_0,r_1,r_2})$, которое из X соответственно x_{i_1,j_1,τ_1}, x_{i_t,j_1,τ_1} ($t=\overline{1,m}$), x_{i_1,j_η,τ_1} ($\eta=\overline{1,\ell}$) и x_{i_1,j_1,τ_γ} ($\gamma=\overline{1,\ell}$) имеет значения 1, а остальные переменные имеет значения 0. Кроме того, $\Omega_t(m)=\{(\sigma_1,\dots,\sigma_t) \mid 1\le\sigma_1<\dots<\sigma_t\le m\}$,

$$Q_\eta(\ell)=\{(s_1,\dots,s_\eta) \mid 1\le s_1<\dots<s_\eta\le\ell\},$$

$$N_\gamma(\ell)=\{(\xi_1,\dots,\xi_\gamma) \mid 1\le\xi_1<\dots<\xi_\gamma\le\ell\}.$$

Теорема 2. Пусть $x_{i_{\eta,\gamma,t},j_\eta,\tau_\gamma}$, $t=\overline{1,m_{\eta,\gamma}}$, $\eta=\overline{1,\ell_1}$, $\gamma=\overline{1,\ell_2}$ из X имеют значения 1, а остальные переменные имеют значения 0, где $0\le i_{\eta,\gamma,t}\le n_0$, $1\le j_\eta\le r_1$, $1\le\tau_\gamma\le r_2$, $1\le m_{\eta,\gamma}\le n_0+1$, $1\le\ell_1\le r_1$, $1\le\ell_2\le r_2$ В этом случае для определения коэффициентов полинома (10), вместе формулы (13)-(17) справедливо рекуррентное соотношение

$$h_{s^*,(\ell_1,\ell_2,(m_{1,1},\dots,m_{\ell_1,\ell_2}))}[(j_1,\dots,j_{\ell_1}),(\tau_1,\dots,\tau_{\ell_2}),(i_{1,1,1},\dots,i_{1,1,m_{1,1}},\dots,i_{\ell_1,1,m_{\ell_1,1}},\dots$$

$$\dots,i_{\ell_1,\ell_2,m_{\ell_1,\ell_2}})] = f(x_{i_{\eta,\gamma,t},j_\eta,\tau_\gamma}=1 \mid t=\overline{1,m_{\eta,\gamma}},\ \eta=\overline{1,\ell_1},\ \gamma=\overline{1,\ell_2}) + \quad (18)$$

$$+\sum_{k=0}^{s^*-1}\sum_{(\eta,\gamma,\bar v)\in F_1(\ell_1,\ell_2,\bar m,k)}\sum_{\bar s\in Q_\eta(\ell_1)}\sum_{\bar\xi\in N_\gamma(\ell_2)}\sum_{\bar\sigma'\in\Omega(\bar v,\bar m,\eta,\gamma)} h_{k,(\eta,\gamma,\bar v)}[\bar j_1(\bar s),\bar\tau_1(\bar\xi),\bar i_1'(\bar\sigma')],$$

где $s^*=m_{1,1}+\dots+m_{1,\ell_2}+\dots+m_{\ell_1,\ell_2}$,

$$F_1(\ell_1,\ell_2,\bar m,k)=\{(\eta,\gamma,\bar v) \mid \eta\in\{1,\dots,\ell_1\},\gamma\in\{1,\dots,\ell_2\},$$

$$\bar{v}=(v_{1,1},...,v_{1,\gamma},...,v_{\eta,\gamma}),\quad \sum_{\alpha=1}^{\eta}\sum_{\beta=1}^{\gamma}v_{\alpha,\beta}=k,\quad v_{\alpha,\beta}\in\{0,...,m_{s_\alpha,\xi_\beta}\},$$

$$\alpha=\overline{1,\eta},\ \beta=\overline{1,\gamma},\ \ (\alpha,\beta)\in Q_0(i,\ell_1,\ell_2,\bar{m})\},$$

$$\bar{j}(\bar{s})=(j_{s_1},j_{s_2},...,j_{s_\eta}),\quad \bar{\tau}(\bar{\xi})=(\tau_{\xi_1},\tau_{\xi_2},...,\tau_{\xi_\gamma}),$$

$$\Omega(\bar{v},\bar{m},\eta,\gamma)=\prod_{\alpha=1}^{\eta}\prod_{\beta=1}^{\gamma}\Omega'_{v_{\alpha,\beta}}(m_{s_\alpha,\xi_\beta}),$$

$$\Omega'_{v_{\alpha,\beta}}(m_{s_\alpha,\xi_\beta})=\{\bar{\sigma}_{\alpha,\beta}=(\sigma_{\alpha,\beta,1},...,\sigma_{\alpha,\beta,v_{\alpha,\beta}})\big|1\le\sigma_{\alpha,\beta,1}<...<\sigma_{\alpha,\beta,v_{\alpha,\beta}}\le m_{s_\alpha,\xi_\beta}\},$$

$$\bar{i}_1(\bar{\sigma}_{\alpha,\beta})=(i_{\alpha,\beta,\sigma_{\alpha,\beta,1}},...,i_{\alpha,\beta,\sigma_{\alpha,\beta,v_{\alpha,\beta}}}),$$

$$\bar{i}'_1(\bar{\sigma}')=(\bar{i}_1(\bar{\sigma}_{1,1}),...,\bar{i}_1(\bar{\sigma}_{1,\gamma}),...,\bar{i}_1(\bar{\sigma}_{\eta,\gamma})),$$

$$\Delta(\eta,\gamma,\bar{v})=\Big\{(\alpha,\beta)\Big|v_{\alpha,\beta}\ \text{есть компонента набора}\ \bar{v}\ \text{и}$$
$$v_{\alpha,\beta}\ne 0,\ \alpha=\overline{1,\eta},\beta=\overline{1,\gamma}\Big\}.$$

Теорема 3. Пусть имеют место обозначения (5)-(9) и $\bar{n}_2\in\Gamma(\ell_1,\ell_2,\bar{m})$, $\bar{j}\in L_1(\ell_1)$, $\bar{\tau}\in L_2(\ell_2)$, $(\ell_1,\ell_2,\bar{m})\in F(i)$, $i\in\{1,...,N_0\}$. Тогда в (10) для $h_{i,(\ell_1,\ell_2,\bar{m})}[\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2]$ справедливо:

$$h_{i,(\ell_1,\ell_2,\bar{m})}[\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2]=$$
$$=f(u[n-n_1(\alpha,\beta,\sigma_{\alpha,\beta}),c_1+p_1(j_\alpha),c_2+p_2(\tau_\beta)]=1\big|\sigma_{\alpha,\beta}=\overline{1,m_{\alpha,\beta}},\ \beta=\overline{1,\ell_2},\ \alpha=\overline{1,\ell_1})+$$
$$+\sum_{k=0}^{i-1}\ \sum_{(\eta,\gamma,\bar{v})\in F_1(\ell_1,\ell_2,\bar{m},k)}\ \sum_{\bar{s}\in Q_\eta(\ell_1)}\ \sum_{\bar{\xi}\in N_\gamma(\ell_2)}\ \sum_{\bar{\sigma}'\in\Omega(\bar{v},\bar{m},\eta,\gamma)}h_{k,(\eta,\gamma,\bar{v})}[\bar{j}(\bar{s}),\bar{\tau}(\bar{\xi}),\bar{n}_3(\bar{\sigma}')],\ GF(2).$$

Здесь $\bar{n}_3(\bar{\sigma}')=(\bar{n}_2(\bar{\sigma}_{1,1}),...,\bar{n}_2(\bar{\sigma}_{1,\gamma}),...,(\bar{n}_2(\bar{\sigma}_{\eta,1}),...,\bar{n}_2(\bar{\sigma}_{\eta,\gamma})))$,

$$\bar{n}_2(\bar{\sigma}_{\alpha,\beta})=(n_1(\alpha,\beta,\sigma_{\alpha,\beta,1}),...,n_1(\alpha,\beta,\sigma_{\alpha,\beta,v_{\alpha,\beta}})).$$

В подпараграфе 1.3.4 рассматривается пример построения формулы полной реакции для $2D$-НМДС и нахождения формулы определения коэффициентов.

Вторая глава посвящена задаче оптимального синтеза двоичных $3D$-НМДС. В параграфе 2.1 в подпараграфе 2.1.1 рассматривается двоичный $3D$-НМДС с фиксированной памятью n_0, ограниченной связью $P=P_1\times P_2$ и заданный следующим двузначным аналогом полинома Волтерры:

$$y[n,c_1,c_2]=\sum_{i=1}^{s}\sum_{i_1=1}^{\lambda_i}\sum_{(\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2)\in\Gamma_0(\ell_1,\ell_2,\overline{m})} h_{i,i_1}[\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2]\prod_{(\alpha,\beta,\sigma)\in Q_1(i,i_1)} u[n-$$
$$-n_1(\alpha,\beta,\sigma),c_1+p_1(j_\alpha),c_2+p_2(\tau_\beta)],\ GF(2). \qquad (19)$$

Здесь $n\in T=[0,\mathrm{N}]\equiv\{0,1,...,\mathrm{N}\}$, $c_\alpha\in[0,\hat{C}_\alpha]\equiv\{0,1,...,\hat{C}_\alpha\}$, $\alpha=\overline{1,2}$.

Задача оптимального синтеза двоичных $3D$–НМДС (19) заключается в определении для каждых $\bar{j}\in L_1(\ell_1)$, $\bar{\tau}\in L_2(\ell_2)$, $i_1\in\{1,...,\lambda_i\}$, $i\in\{1,...,s\}$ таких ее импульсных характеристик $h_{i,i_1}[\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2]$, при которых в случае поступления на ее вход последовательности

$$\{u[n,c_1,c_2]:n\in[0,N],c_1\in[0,\hat{C}_1],c_2\in[0,\hat{C}_2]\} \qquad (20)$$

на выходе получается реальная последовательность, совпадающая с желаемой выходной последовательностью $\{y_0[n,c_1,c_2]:n\in[0,N],$ $c_1\in[0,\hat{C}_1],\ c_2\in[0,\hat{C}_2]\}$, или достигает минимума функционал

$$J=\sum_{n=0}^{N}\sum_{c_1=0}^{\hat{C}_1}\sum_{c_2=0}^{\hat{C}_2}(y[n,c_1,c_2]-y_0[n,c_1,c_2])^2, \qquad (21)$$

указывающих расстояние между реальной и желаемой выходными последовательностями.

В подпараграфе 2.1.2 задача оптимального синтеза (19),(21) представляется в следующей матрично-векторной виде

$$Y=U\cdot H,\ GF(2),\qquad J=(Y-Y_0)^T\cdot(Y-Y_0)\to\min. \qquad (22)$$

Здесь $Y_0=(y_0[0,0,0],...,y_0[0,0,\hat{C}_2],...,y_0[0,\hat{C}_1,\hat{C}_2],...,y_0[N,\hat{C}_1,\hat{C}_2])^T$, $Y=(y[0,0,0],...,y[0,0,\hat{C}_2],...,y[0,\hat{C}_1,\hat{C}_2],...,y[N,\hat{C}_1,\hat{C}_2])^T$, матрица U строится по последовательности

$$U_0(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_{2,k})=\prod_{(\alpha,\beta,\sigma)\in Q_1(i,i_1)} u[n-n_1^{(k)}(\alpha,\beta,\sigma),c_1+p_1(j_\alpha),c_2+p_2(\tau_\beta)],$$

$$U_1(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau})=(U_0(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_{2,1})\ \dots\ U_0(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_{2,|\Gamma(\ell_1,\ell_2,\overline{m})|})), \qquad (23)$$

$$U_2(i,i_1)=(U_1(i,i_1,\bar{j}_1,\bar{\tau}_1)\ \dots\ U_1(i,i_1,\bar{j}_1,\bar{\tau}_{|L_2(\ell_2)|})\dots U_1(i,i_1,\bar{j}_{|L_1(\ell_1)|},\bar{\tau}_{|L_2(\ell_2)|})),$$

$$U_3(i)=(U_2(i,1)\ \dots\ U_2(i,\lambda_i)),\qquad U=(U_3(1)\ \dots\ U_3(s)),$$

а вектор H строится из импульсных характеристик $h_{i,(\ell_1,\ell_2,\overline{m})}[\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2]$, $\bar{n}_2\in\Gamma(\ell_1,\ell_2,\overline{m})$, $(\bar{j},\bar{\tau})\in L_1(\ell_1)\times L_2(\ell_2)$, $(\ell_1,\ell_2,\overline{m})\in F(i)$, $i\in\{0,...,s\}$, где $\bar{n}_{2,k}$ есть k-ый элемент множества $\Gamma(\ell_1,\ell_2,\overline{m})$, а $n_1^{(k)}(\alpha,\beta,\sigma)$

есть компонент вектора $\bar{n}_{2,k}$, соответствующий тройке $(\alpha,\beta,\sigma)\in Q_1(i,i_1)$. Из блочной матрицы U и блочного вектора H получается соответственно обыкновенную матрицу U размерностью $(N+1)(\ell_1+1)(\ell_2+1)\times r^*$ и обыкновенный вектор H размерности r^*, где $r^*=\sum_{i=1}^{s} C_{N_0}^{i}$.

Определение 1. Пусть входная последовательность (20) такова, что матрица U удовлетворяет условиям ортогональности

$$U^T\cdot U=diag\{d_{1,1},...,d_{r^*,r^*}\};\quad d_{\alpha,\alpha}>0,\ \alpha=1,...,r^*. \tag{24}$$

Тогда последовательность (20) называется ортогональной входной последовательностью для 3*D*–НМДС (19) .

В подпараграфе 2.1.3 рассматривается нахождение решения задачи оптимального синтеза следующей $3D$-НМДС:

$$y[n,c_1,c_2]=\sum_{i=1}^{s}\sum_{i_1=1}^{\lambda_i}\sum_{(\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2)\in\Gamma_0(\ell_1,\ell_2,\bar{m})} h_{i,i_1}[\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_2]\prod_{(\alpha,\beta,\sigma)\in Q_1(i,i_1)}\upsilon_{i,i_1}[n-$$
$$-n_1(\alpha,\beta,\sigma),c_1+p_1(j_\alpha),c_2+p_2(\tau_\beta)],\ GF(2). \tag{25}$$

Пусть матрицы $V_0(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau},\bar{n}_{2,k})$, $V_1(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau})$, $V_2(i,i_1)$, $V_3(i)$ и V строятся аналогично формуле (23) из последовательностей

$$\{\upsilon_{i,i_1}[n,c_1,c_2]: n\in[0,N], c_1\in[0,\ell_1], c_2\in[0,\ell_2]\},\ i_1\in\{1,...,\lambda_i\}, i\in\{1,...,s\} \tag{26}$$

и матрица V удовлетворяет условиям ортогональности

$$V^T\cdot V=diag\{d_{1,1},...,d_{r^*,r^*}\};\ d_{\alpha,\alpha}>0,\ \alpha=1,...,r^*. \tag{27}$$

Тогда входные последовательности (26) называются совместными ортогональными входными последовательностями для $3D$-НМДС (25).

Задача (25), (21) имеет следующий матричный вид:

$$Y=V\cdot H,\ GF(2),\quad J=(Y-Y_0)^T(Y-Y_0)\to\min. \tag{28}$$

Помимо задачи (28) рассматривается следующая задача непрерывной квадратичной оптимизации:

$$Y=V\cdot K,\qquad J=(Y-Y_0)^T(Y-Y_0)\to\min. \tag{29}$$

Здесь K суть неизвестной вектор размерностью r^*. При выполнении условия ортогональности (27) решение задачи (29) определяется по формуле $K=(V^T\cdot V)^{-1}\cdot V^T\cdot Y_0$. Если k_α и h_α являются α-ым компонентом вектора K и вектора H соответственно, тогда решение задачи (28) может быть определено по формуле:

$$h_\alpha = \begin{cases} 1 & , \text{ если } \quad k_\alpha > 0.5, \\ 0 \text{ или } 1 & , \text{ если } \quad k_\alpha = 0.5, \\ 0 & , \text{ если } \quad k_\alpha < 0.5. \end{cases}$$

В подпараграфе 2.1.4 рассматривается нахождение решения задачи оптимального синтеза $3D$–НМДС (19) с произвольными неизвестными двоичными последовательностями (20). В этом случае матрица U, образованная соотношениями (23) не удовлетворяет условиям ортогональности (24).

Пусть функционирование $3D$–НМДС (19) происходит в реальном масштабе времени. Рассмотрим какое-нибудь фиксированное значение n. В начале такта n из членов входной последовательности $\{u[\tau, c_1, c_2] : \tau \in [0, N], c_1 \in [0, \hat{C}_1], c_2 \in [0, \hat{C}_2]\}$ известны лишь те члены, которые поступают на входах $3D$–НМДС (19) в тактах $0, 1, 2, ..., \ n-1$. По этой причине решение рассмотренной задачи (22) синтеза на основе существующих методов невозможно, так как для решения задачи оптимизации этими методами должны быть известны значения элементов матрицы U или ее какие-либо свойства. Поэтому для решения поставленной задачи необходима разработка специального метода, учитывающего неизвестное значение членов входной последовательности, которые будут поступать на вход $3D$-НМДС в такте n и в будущих тактах $n+1, n+2, ..., N.$ Для этого предлагается для каждую пару (i, i_1) преобразовать входной последовательности (20) в соответствующую ортогональную входную последовательность и ввести ее в входах соответствующих блоков $3D$–НМДС (19).

Для каждых (i, i_1) в качестве преобразователя можно использовать линейную МДС, описываемую следующим уравнением:

$$\upsilon_{i,i_1}[n, c_1, c_2] = \sum_{m=0}^{n-1} g_{i,i_1}[n-m-1, c_1, c_2] u[m, c_1, c_2] + g_{i,i_1}[n, c_1, c_2], \ GF(2).$$

Здесь $g_{i,i_1}[n, c_1, c_2]$ является импульсной характеристикой соответствующего преобразователя. Если известна входная ортогональная последовательность $\upsilon_{i,i_1}[n, c_1, c_2]$, тогда импульсную характеристику $g_{i,i_1}[n, c_1, c_2]$ можно определить из последней формулы.

Таким образом, для решения задачи синтеза $3D$–НМДС (19),(21) сначала осуществляется ортогонализация входной последовательности $3D$–НМДС (19), а после этого применяя методику решения задачи (25), (21) для $3D$–НМДС с ортогональными входными последовательностями, рассмотренную в подпараграфе 2.1.3, находится решение поставленной задачи.

В параграфе 2.2 рассматривается нахождение условия ортогональности для $3D$–НМДС (25). Пусть, $r_1(i,i_1)$, $r_2(i,i_1)$ и $r_3(i)$ суть количество столбцов матрицы $V_1(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau})$, $V_2(i,i_1)$ и $V_3(i)$.

Теорема 4. Пусть матрица V образована из входных последовательностей (26) аналогично соотношениям (23). Для того, чтобы V удовлетворяло условию ортогональности (27), необходимо и достаточно, чтобы для всех $i_1=\overline{1,\lambda_i}$, $i=\overline{1,s}$ выполнялось условие собственной ортогональности

$$V_2(i,i_1)^T\cdot V_2(i,i_1)=diag\{d_{1,1}(2,i,i_1),...,d_{r_2(i,i_1),r_2(i,i_1)}(2,i,i_1)\},$$
$$d_{\alpha,\alpha}(2,i,i_1)>0,\ \alpha=1,...,r_2(i,i_1), \tag{30}$$

а для всех $i_1\in\{1,...,\lambda_i\}$, $i\in\{1,...,s\}$, $i'_1\in\{1,...,\lambda_{i'}\}$, $i'\in\{1,...,s\}$, $(i,i_1)\neq(i',i'_1)$ выполнялось условие взаимной ортогональности

$$V_2(i',i'_1)^T\cdot V_2(i,i_1)=0\ .$$

Теорема 5. Для собственной ортогональности последовательностей $\{\upsilon_{i,i_1}[n,c_1,c_2]:\ n\in[0,N],\ c_1\in[0,\mathcal{C}_1],\ c_2\in[0,\mathcal{C}_2]\}$ необходимо и достаточно, чтобы для всех $(\bar{j},\bar{\tau})\in L_1(\ell_1)\times L_2(\ell_2)$ выполнялось условие

$$V_1(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau})^T\cdot V_1(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau})=diag\{d_{1,1}(1,i,i_1),...,d_{r_1(i,i_1),r_1(i,i_1)}(1,i,i_1)\},$$
$$d_{\alpha,\alpha}(1,i,i_1)>0,\ \alpha=1,...,r_1(i,i_1), \tag{31}$$

а для всех $(\bar{j},\bar{\tau})\in L_1(\ell_1)\times L_2(\ell_2)$, $(\bar{j}',\bar{\tau}')\in L_1(\ell_1)\times L_2(\ell_2)$, $(\bar{j},\bar{\tau})\neq(\bar{j}',\bar{\tau}')$ выполнялось условие $V_1(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau})^T\cdot V_1(i,i_1,\bar{j}',\bar{\tau}')=0$.

Теорема 6. Пусть: а) Для каждых $i_1\in\{1,...,\lambda_i\}$, $i\in\{1,...,s\}$ тестовая последовательность $\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n,c_1,c_2]$ является $\{0,1\}$– последовательностью с периодом $T_{i,i_1}+1$, $A_1(i,i_1)+1$ и $A_2(i,i_1)+1$ соответственно по аргументам n,c_1 и c_2, и кроме того, выполняется

$$\overline{V}_2(i,i_1)^{\mathrm{T}}\cdot\overline{V}_2(i,i_1)=diag\{d_{1,1}(2,i,i_1),...,d_{r_2(i,i_1),r_2(i,i_1)}(2,i,i_1)\},$$
$$d_{\alpha,\alpha}(2,i,i_1)>0,\alpha=1,...,r_2(i,i_1), \tag{32}$$

где матрица $\overline{V}_2(i,i_1)$ образована из элементов последовательностей

$$\{\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n,c_1,c_2]:\ n\in[0,T_{i,i_1}],\ c_1\in[0,A_1(i,i_1)],\ \ c_2\in[0,A_2(i,i_1)]\}$$

соотношениями:

$$\overline{V}_0(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau},\overline{n}_{2,k})=$$

$$=\left\{\prod_{(\alpha,\beta,\sigma)\in Q_1(i,i_1)}\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n-n_1^{(k)}(\alpha,\beta,\sigma),c_1+p_1(j_\alpha),c_2+p_2(\tau_\beta)]\right\},$$

$$\overline{V}_1(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau})=(\overline{V}_0(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau},\overline{n}_{2,1})\ \ldots\ \overline{V}_0(i,i_1,\bar{j},\bar{\tau},\overline{n}_{2,|\Gamma(\ell_1,\ell_2,\overline{m})|}))\,, \qquad (33)$$

$$\overline{V}_2(i,i_1)=(\overline{V}_1(i,i_1,\bar{j}_1,\bar{\tau}_1)\ldots\overline{V}_1(i,i_1,\bar{j}_1,\bar{\tau}_{|L_2(\ell_2)|})\ldots\overline{V}_1(i,i_1,\bar{j}_{|L_1(\ell_1)|},\bar{\tau}_{|L_2(\ell_2)|}));$$

б) для каждых $i_1\in\{1,\ldots,\lambda_i\}$, $i\in\{1,\ldots,s\}$ и

$$(n,c_1,c_2)\in[0,T']\times[0,C_1']\times[0,C_2']\subset[0,N]\times[0,\hat{C}_1]\times[0,\hat{C}_2]$$

суть

$$\upsilon'_{i,i_1}[n,c_1,c_2]=\begin{cases}\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n,c_1,c_2], \text{если} & (n,c_1,c_2)\in F(i,i_1)\times G_1(i,i_1)\times G_2(i,i_2),\\ 0 \qquad\qquad\quad, \text{если} & (n,c_1,c_2)\notin F(i,i_1)\times G_1(i,i_1)\times G_2(i,i_2),\end{cases}$$

где

$$F(i,i_1)=[N_1(i,i_1)-\tau_{i,i_1},N_1(i,i_1)-\tau_{i,i_1}+T_{i,i_1}]\subset[0,T'],$$

$$G_1(i,i_1)=[D_1(i,i_1),D_1(i,i_1)+A_1(i,i_1)]\subset[0,C_1'],$$

$$G_2(i,i_1)=[D_2(i,i_1),D_2(i,i_1)+A_2(i,i_1)]\subset[0,C_2']$$

и

$$\tau_{i,i_1}=\begin{cases}\max\{m_{1,1},\ldots,m_{1,\ell_2},..,m_{\ell_1,\ell_2}\}-1, \text{если } N_1(i,i_1)>0,\\ 0 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad, \text{если } N_1(i,i_1)=0.\end{cases}$$

Для каждых $i_1\in\{1,\ldots,\lambda_i\}$, $i\in\{1,\ldots,s\}$ неотрицательные целые числа $N_1(i,i_1)$, $D_1(i,i_1)$, $D_2(i,i_1)$ и область $[0,T']\times[0,C_1']\times[0,C_2']$ таковы, что для любых $i_1\in\{1,\ldots,\lambda_i\}$, $i\in\{1,\ldots,s\}$, $i_1'\in\{1,\ldots,\lambda_{i'}\}$, $i'\in\{1,\ldots,s\}$ выполняются соотношения $F(i,i_1)\bigcap F(i',i_1')=\varnothing$ или (и) $G_1(i,i_1)\bigcap G_1(i',i_1')=\varnothing$ или (и) $G_2(i,i_1)\bigcap G_2(i',i_1')=\varnothing$, где $(i,i_1)\neq(i',i_1')$;

в) Для каждых $i_1\in\{1,\ldots,\lambda_i\}$, $i\in\{1,\ldots,s\}$ последовательность $\upsilon_{i,i_1}[n,c_1,c_2]$ является периодическим продолжением $\upsilon'_{i,i_1}[n,c_1,c_2]$ от $[0,T']\times[0,C_1']\times[0,C_2']$ в остальных частях области $[0,N]\times[0,\hat{C}_1]\times$ $\times[0,\hat{C}_2]$ с периодом соответственно по аргументам n, c_1 и c_2. Тогда матрица V ортогональна в смысле (27).

В подпараграфе 2.2.3 для построения ортогональных входных последовательностей $3D$–НМДС, предложена следующая методика на основе теоремы 6:

1. Для каждых $i_1 \in \{1,...,\lambda_i\}$, $i \in \{1,...,s\}$ по условию а) теоремы 6 построение вспомогательных тестовых последовательностей

$$\{\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n,c_1,c_2]:\ n \in [0,T_{i,i_1}],\ c_1 \in [0,A_1(i,i_1)], c_2 \in [0,A_2(i,i_1)]\} \qquad (34)$$

в отдельности, т.е. независимо от

$$\{\overline{\upsilon}_{i',i_1'}[n,c_1,c_2]:\ n \in [0,T_{i',i_1'}],\ c_1 \in [0,A_1(i',i_1')], c_2 \in [0,A_2(i',i_1')]\},$$
$$i_1' = 1,...,\lambda_i,\ \ i' = 1,...,s,\ \ (i',i_1') \neq (i,i_1).$$

Вспомогательная тестовая последовательность (34) должно быть таково, что бы матрица $\overline{V}_2(i,i_1)$, образованная из элементов этой последовательности по формуле (33), удовлетворяла условиям ортогональности (32).

2. Для каждых $i_1 \in \{1,...,\lambda_i\}$, $i \in \{1,...,s\}$ по условию б) теоремы 6 путем разделения области определения вспомогательной тестовой последовательности $\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n,c_1,c_2]$ по аргументу n или c_1 или c_2 или по двум или трем аргументам от остальных вспомогательных последовательностей $\overline{\upsilon}_{i',i_1'}[n,c_1,c_2]$, $i_1' = 1,...,\lambda_i$, $i' = 1,...,s$, $(i',i_1') \neq (i,i_1)$, строится последовательность $\upsilon'_{i,i_1}[n,c_1,c_2]$ в области $[0,T'] \times [0,C_1'] \times \times [0,C_2'] \subset [0,N] \times [0,\tilde{C}_1] \times [0,\tilde{C}_2]$. Отметим, что область $[0,T'] \times [0,C_1'] \times \times [0,C_2']$ суть область определения всех вспомогательных последовательностей $\upsilon'_{i',i_1'}[n,c_1,c_2]$, $i_1' = 1,...,\lambda_i$, $i' = 1,...,s$.

3. В соответствии условию в) теоремы 6 периодическим продолжением - расширением $\vartheta'_{i,i_1}[n,c_1,c_2]$, $i_1 = 1,...,\lambda_i$, $i = 1,..,s$, из области $[0,N] \times [0,\tilde{C}_1] \times [0,\tilde{C}_2]$ с периодом $T'+1$, $C_1'+1$ и $C_2'+1$ соответственно аргументам n, c_1 и c_2 в остальных частях области $[0,N] \times \times [0,C_1] \times [0,C_2]$ строится из них тест $\vartheta_{i,i_1}[n,c_1,c_2]$, $i_1 = 1,...,\lambda_i$, $i = 1,...,s$.

Таким образом, одной из основных задач построения входных тестовых последовательностей является построение вспомогательных тестовых последовательностей $\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n,c_1,c_2]$, $i_1 = 1,...,\lambda_i$, $i = 1,...,s$ в соответствии с условием ортогональности (32).

Теорема 7. Для того, чтобы выполнялось условие ортогональности (32) необходимо и достаточно, чтобы: а) для каждой (n, c_1, c_2) в соответствующей ей строке в не более одной матрице из множеств $\{\overline{V}_1(i, i_1, \bar{j}, \bar{\tau}) \mid (\bar{j}, \bar{\tau}) \in L_1(\ell_1) \times L_2(\ell_2)\}$ содержалось бы не более одного ненулевого элемента; б) для каждой пары $(\bar{j}, \bar{\tau}) \in L_1(\ell_1) \times L_2(\ell_2)$ все столбцы матрицы $\overline{V}_1(i, i_1, \bar{j}, \bar{\tau})$ содержали хотя бы один ненулевой элемент.

Для фиксированной пары (i, i_1) через $\theta(i, i_1)$ обозначается количество ненулевых компонентов вектора $\overline{m}$ из соответствующей тройки $(\ell_1, \ell_2, \overline{m})$ и вводятся следующие условия:

1°. Пусть $A_1(i, i_1)$ и $A_2(i, i_1)$ есть какие-либо натуральные числа и из элементов множества $[0, A_1(i, i_1)] \times [0, A_2(i, i_1)]$ образованы множества $R, M_1, \ldots, M_{\theta(i, i_1)}$. Числа $A_1(i, i_1)$ и $A_2(i, i_1)$ таковы, что:

а) для любой пары $(c_1, c_2) \in [0, A_1(i, i_1)] \times [0, A_2(i, i_1)]$ справедливо неравенство $K(c_1, c_2) \le \theta(i, i_1)$, где

$$K(c_1, c_2) = \left| \{(c_1, c_2) + P_1 \times P_2\} \cap \left(\bigcup_{\nu=1}^{\theta(i, i_1)} M_\nu \right) \right|;$$

б) если для какой-либо пары $(c_1, c_2) \in [0, A_1(i, i_1)] \times [0, A_2(i, i_1)]$ имеет место $K(c_1, c_2) = \theta(i, i_1)$, то найдется такая пара $(\bar{j}, \bar{\tau}) \in L_1(\ell_1) \times L_2(\ell_2)$ при которой для всех $\alpha = 1, \ldots, \ell_1$, $\beta = 1, \ldots, \ell_2$ суть $(c_1 + p_1(j_\alpha), c_2 + p_2(\tau_\beta)) \in M_\nu$, где $\nu = \eta_1 + \ldots + \eta_{\alpha-1} + \beta$ и для всех $(\alpha, \beta) \notin \{j_1, \ldots, j_{\ell_1}\} \times \{\tau_1, \ldots, \tau_{\ell_2}\}$ суть $(c_1 + p_1(\alpha), c_2 + p_2(\beta)) \in R$;

в) для любых $\bar{j} \in L_1(\ell_1)$ и $\bar{\tau} \in L_2(\ell_2)$ найдутся такие $c_1 \in [0, A_1(i, i_1)]$ и $c_2 \in [0, A_2(i, i_1)]$ при которых для всех $\alpha = 1, \ldots, \ell_1$, $\beta = 1, \ldots, \ell_2$ суть $(c_1 + p_1(j_\alpha), c_2 + p_2(\tau_\beta)) \in M_\nu$, где $\nu = \eta_1 + \ldots + \eta_{\alpha-1} + \beta$, и для всех $(\alpha, \beta) \notin \{j_1, \ldots, j_{\ell_1}\} \times \{\tau_1, \ldots, \tau_{\ell_2}\}$ суть $(c_1 + p_1(\alpha), c_2 + p_2(\beta)) \in R$;

2°. Для каждой $\nu \in \{1, \ldots, \theta(i, i_1)\}$ двухзначная функция $z_\ell[n]$ есть функция с периодом $T'_\nu + 1$ и при $\sigma > T'_\nu$ матрица

$$B_\nu(\sigma) = \left(\prod_{\ell=1}^{\delta_\nu} z_\nu[n - n'_k(\ell)] \right), \quad n = \overline{0, \sigma}, k = \overline{1, |L|}$$

удовлетворяет условиям ортогональности, где, $(n'_k(1), \ldots, n'_k(\delta_\nu))$ есть

k -ый элемент множества $L = \{(n'(1),...,n'(\delta_\nu)) | 0 \le n'(1) < ... < n'(\delta_\nu) \le n_0\}$ и $\delta_\nu = m_{\alpha,\beta}$, а между величинами ν, α и β справедливо соотношение

$$\nu = \nu_1 + ... + \nu_{\beta-1} + \alpha .$$

3°. Для каждой $(n, c_1, c_2) \in [0, T_{i,i_1}] \times [0, A_1(i,i_1)] \times [0, A_2(i,i_1)]$ суть

$$\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n, c_1, c_2] = \begin{cases} 0 & \text{, если } (c_1, c_2) \in R, \\ z_1[n] & \text{, если } (c_1, c_2) \in M_1, \\ \dots \; \dots \; \dots \; \dots & \dots \; \dots \; \dots \\ z_{\theta(i,i_1)}[n] & \text{, если } (c_1, c_2) \in M_{\theta(i,i_1)}, \end{cases}$$

где

$$T_{i,i_1} = \left(\prod_{\nu=1}^{\theta(i,i_1)} (T'_\nu + 1) \right) - 1 .$$

Теорема 8. Пусть для фиксированной пары (i, i_1) удовлетворяются условия $1^\circ - 3^\circ$ и $[0, T_{i,i_1}] \times [0, A_1(i,i_1)] \times [0, A_2(i,i_1)]$ есть область определения последовательностей (функций) $\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n, c_1, c_2]$. Если элементы из множества $\{T'_\nu + 1 | \nu = 1,...,\theta(i,i_1)\}$, тогда матрица $\overline{V_2}(i,i_1)$, определяемая по (33), удовлетворяет условиям ортогональности (32).

В параграфе 2.3 рассматривается разработка алгоритмов построения ортогональных входных последовательностей. Здесь в подпараграфе 2.3.1 для фиксированной пары (i, i_1) излагается построение вспомогательной последовательности $\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n, c_1, c_2]$. Это последовательность строится с помощью подалгоритма ортогонализации в клеточной области и во временной области. В подалгоритме ортогонализации в клеточной области для (i, i_1) определяется область определения последовательности $\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n, c_1, c_2]$ по клеточным аргументам c_1 и c_2. Далее для каждой (c_1, c_2) из этой найденной области определения $[0, C_1(i,i_1)] \times [0, C_2(i,i_1)]$ определяется степень нелинейности, т.е. количество множителей, которое будет из $\{\overline{\upsilon}_{i,i_1}[m, c_1, c_2] | n - n_0 \le m \le n\}$. В подалгоритме ортогонализации во временной области для каждой $(c_1, c_2) \in [0, C_1(i,i_1)] \times [0, C_2(i,i_1)]$ определяется область определения (длина) по временному аргументу n последовательности $\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n, c_1, c_2]$.

Кроме того, формируется последовательность $\overline{\upsilon}_{i,i_1}[n,c_1,c_2]$, т.е. для каждого n из области определения уточняется значение соответствующего члена. В подпараграфе 2.3.2 излагается алгоритм построения основных ортогональных входных последовательностей $\upsilon_{i,i_1}[n,c_1,c_2]$, $i_1=1,...,\lambda_i$, $i=1,...,s$.

Третья глава посвящена алгоритму и программному обеспечения решения задачи оптимального синтеза 3*D*–НМДС. Здесь в параграфе 3.1 излагается алгоритм решения задачи оптимального синтеза 3*D*–НМДС. В параграфе 3.2 рассматривается программный комплекс на языке Турбо Паскаль 7.0, разработанный на основе алгоритма решения задачи оптимального синтеза 3*D*–НМДС. Здесь излагается структура и функции, принцип построения, связь между последовательностями, множеств, переменных и других входных данных, используемых в задаче и в алгоритме ее решения, с программными константами, переменными, массивом. Также излагается правила определения граница массивов для каждых индексов. В параграфе 3.3 в качества примера рассматривается построение ортогональных входных последовательностей для одной индивидуальной 3*D*–НМДС.

В **заключении** излагаются основные результаты, полученные в работе.

В **приложении** приводится программный комплекс на языке Турбо Паскаль 7.0, разработанные на основе алгоритма решения задачи оптимального синтеза 3*D*–НМДС.

Основные результаты, полученные в работе заключаются в следующем:

- Предложена общая аналитическая формула в виде двузначного аналога полинома Вольтерры для 3*D*–НМДС, заданных входно-выходными функциональными соотношениями, и получена рекуррентная формула для определения неизвестных коэффициентов этого полинома при известных входных и выходных последовательностей;

- Рассмотрена задача оптимального синтеза двоичных 3*D*–НМДС и в случае удовлетворения входных последовательностей 3*D*–НМДС условия ортогональности приведена формула нахождения решения этой задаче, а в случае не удовлетворения входных последовательностей 3*D*–НМДС условия ортогональности предложен метод, основанный на ортогональной входной последовательности;

- Найдена условия ортогональности входных последовательностей двоичных 3*D*–НМДС;

- Приведены методика построения ортогональных входных последовательностей двоичных 3D–НМДС;
- Разработан алгоритм построения ортогональных входных последовательностей двоичных 3D–НМДС;
- Разработан алгоритм и программное обеспечение решения задачи оптимального синтеза двоичных 3D–НМДС.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Ф.Г.Фейзиев, З.А.Самедова, А.А.Мамиева. Рекуррентное соотношение для определения коэффициентов полинома Жегалкина// Научные известия Сумгайытского Государственного Университета, Раздел естественных и технических наук. Сумгайыт, 2008, Т. 8, №1, с. 18-21.
2. Feyziyev F.G., Samedova Z.A. About the description of 3D–nonlinear modular system in the form of two valued analogues of Volterra's polynomial. The second International Conference «Problems of Cybernetics and Informatics» (PSI'2008) dedicated the 50th Anniversary of the ICT in Azerbaijan (September 10-12, 2008, Baku, Azerbaijan). Baku, Volume II, p. 89-90.
3. Ф.Г.Фейзиев, З.А.Самедова. К определению коэффициентов полиномиальных представлений $2D$-нелинейных модулярных динамических систем// Научные известия Сумгайытского Государственного Университета, Раздел естественных и технических наук. Сумгайыт, 2008, Т. 8, № 4, с. 16-20.
4. Ф.Г.Фейзиев, З.А.Самедова. Аналитическое представление $3D$-нелинейных модулярных динамических систем// Изв. НАН Азербайджана, Сер. физ.-техн. и мат. наук: Информатика и проблемы управления, Баку, 2008, Т. XXVIII, №6, с. 25-30.
5. Ф.Г.Фейзиев, З.А.Самедова. К определению коэффициентов полиномиальных представлений последовательностно-клеточных машин. Материалы XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2009) 25-31 мая 2009 г., Алушта. М.: Изд-во МАИПРИНТ, 2009, с. 720-723.
6. Fikrat Feyziyev, Zamina Samedova. A problem of quadratic optimization for $3D$- nonlinear modular dynamical system. Abstracts of Third Congress of the World Mathematical Society of Turkic Countries (Almaty, June 30 – July 4, 2009). Almaty, Kazakhstan, Volume 2, p.78.
7. Ф.Г.Фейзиев, З.А.Самедова. Задача синтеза двоичных $3D$–нелинейных модулярных динамических систем // Известия НАН Азербайджана, Сер. физ.-техн. и мат. наук: Информатика и проблемы управления. Баку, 2009, Т. XXIX, №6, с.126-133.

8. Fikrat Feyziyev, Zamina Samedova. Technique of construction of one class orthogonal binary $3D$-sequences. The Third International Conference «Problems of Cybernetics and Informatics» (PSI'2010) (September 6-9, 2010, Baku, Azerbaijan). Baku, Volume II, p.74-78.
9. Ф.Г.Фейзиев, З.А.Самедова. Условия ортогональности для входных последовательностей двоичных $3D$–нелинейных модулярных динамических систем // Известия НАН Азербайджана, Сер. физ.-техн. и мат. наук: Информатика и проблемы управления. Баку, 2010, Т. XXX, №3, с.115-124.
10. Ф.Г.Фейзиев, З.А.Самедова. Полиномиальное соотношение для представления полной реакции $3D$- нелинейных модулярных динамических систем// г. Киев, Электронное моделирование. 2011, Т. 33, №2, с. 33-50.
11. Ф.Г.Фейзиев, З.А.Самедова. Алгоритм построения ортогональных входных последовательностей для двоичных $3D$- нелинейных модулярных динамических систем // Изв. НАН Азербайджана, Сер. физ.-техн. и мат. наук: Информатика и проблемы управления. Баку, 2011, Т. XXXI, № 3. с. 9-20.
12. Feyziyev F.G., Səmədova Z.A. İkilik 3*D*–qeyri-xətti modulyar dinamik sistemin optimal sintez məsələsi. "Dayanıqlı inkişaf və idarəetmə modelləri: nəzəriyyə və praktika" Beynəlxalq konfransın məruzə tezisləri (23-25 dekabr 2011, Lənkəran Dövlət Universiteti). Lənkəran, 2011, s. 32-33.
13. Səmədova Z.A. İkilik 3*D*–qeyri-xətti modulyar dinamik sistemin optimal sintez məsələsinin həll alqoritmi // Sumqayıt Dövlət Universitetinin Elmi xəbərləri, Təbiət və texniki elmlər bölməsi. Sumqayıt, 2011, Cild 11, № 4, s.117-122.
14. Səmədova Z.A. İkilik 3D–qeyri-xətti modulyar dinamik sistemin optimal sintez məsələsinin həllinin proqram təminatının işlənməsi // Sumqayıt Dövlət Universitetinin Elmi xəbərləri, Təbiət və texniki elmləri bölməsi. Sumqayıt, 2012, Cild 12, №2, s. 42-50.
15. Səmədova Z.A. İkilik modulyar dinamik sistemlərin giriş ardıcıllıqlarının ortoqonallıq şərti. "Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları" II Respublika Elmi Konfransının materialları (Sumqayıt, 27-28 noyabr, 2012). Sumqayıt, 2012, s. 45-46.

Личный вклад соискателя в совместно опубликованных научных работах:

В работах [1-12] доказательство теорем, вывод основных формул, разработка алгоритмов, их обоснование и проверка, построения программного обеспечения принадлежит соискателю.

SƏMƏDOVA ZƏMİNƏ AĞAŞ qızı
$3D -$ QEYRİ-XƏTTİ MODULYAR DİNAMİK SİSTEMLƏRİN OPTİMAL SİNTEZ MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİ ÜSULUNUN VƏ ALQORİTMLƏRİNİN İŞLƏNMƏSİ

XÜLASƏ

Dissertasiya işi $3D -$ qeyri-xətti modulyar dinamik sistemlərin ($3D -$ QMDS) Volterra polinomlarının ikiqiymətli analoqu şəklində analitik təsvirinə və onlar üçün optimal sintez məsələsinin həll üsulunun və alqoritmlərinin işlənməsinə həsr olunmuşdur. İşin elmi yeniliyi yuxarıda adı çəkilən işlərin, təklif olunan üsul və alqoritmlərin riyazi əsaslandırılmasından ibarətdir. Dissertasiyada alınan nəticələr 15 elmi işdə çap olunmuşdur.

Dissertasiya işi giriş, üç fəsil, nəticə, ədəbiyyat siyahısı və əlavədən ibarətdir.

Birinci fəsildə $3D -$ QMDS-lərin tam reaksiyasının Volterra polinomlarının ikiqiymətli analoqu şəklində təsvirinə və baxılan sistemin giriş və çıxış ardıcıllıqları məlum olduqda bu polinomun naməlum əmsallarının tapılmasına baxılır.

İkinci fəsildə Volterra polinomlarının ikiqiymətli analoqu şəklində verilən $3D -$ QMDS-lərin optimal sintez məsələsinin həll edilməsinə baxılır. $3D -$ QMDS-lərin giriş ardıcıllıqları üçün optoqonallıq şərtlərinin alınması və bu sistemlər üçün ortoqonal giriş ardıcıllıqlarının qurulması metodikası və alqoritmi şərh olunur. Ortoqonal giriş ardıcıllıqlarının qurulması alqoritmi iki hissədən ibarətdir: köməkçi ortoqonal giriş ardıcıllıqlarının qurulması altalqoritmi və əsas ortoqonal giriş ardıcıllıqlarının qurulması altalqoritmi.

Üçüncü fəsildə $3D -$ QMDS-lərin optimal sintez məsələsinin həlli üçün alqoritm və Turbo Paskal 7.0 dilində proqram təminatının qurulmasına baxılır.

Nəticədə dissertasiya işində alınan əsas nəticələrin şərhi verilir.

Əlavədə $3D -$ QMDS-lərin optimal sintez məsələsinin həlli üçün Turbo Paskal 7.0 dilində proqram təminatı verilir.

SAMEDOVA ZAMINA AGASH gizi

THE DESIGN OF METHODS AND ALGORITHMS FOR SOLVING PROBLEMS OF OPTIMAL SYNTHESIS $3D$-NON-LINEAR MODULAR DYNAMICAL SYSTEMS

SUMMARY

The dissertation work is devoted to the analytical description of $3D$-non-linear modular dynamic systems ($3D$-NMDS) in the form of two values analogue polynomials Volterra and design of methods and algorithms for solving the problem of optimal synthesis for them. Scientific innovation of work consists of mathematical justification above mentioned works, the proposed methods and algorithms. The results obtained in the dissertation work, published in 15 scientific papers.

The dissertation consists of introduction, 3 charters, conclusion, references and appendix.

The first chapter the description of the full reaction of $3D$-NMDS in a form of two values analogue polynomial Volterra and determination of unknown coefficients of this polynomial with known input and output sequences is considered.

The second chapter the solving of problem optimal synthesis of $3D$-NMDS given in the form of two values analogue polynomials Volterra is considered. Is devoted the condition for orthogonality of input sequences of binary $3D$-NMDS and the design of a methodology and algorithm for construction orthogonally input sequence. The algorithm consists of two parts: sub algorithm construction orthogonal auxiliary input sequences and sub algorithm construction of major sub algorithms orthogonal input sequences.

The third chapter the design of the algorithm and software in the Turbo Pascal 7.0 for solution of the problem of optimal synthesis of $3D$-NMDS is considered.

In conclusion the main results in dissertation are given.

In the appendix complex software in the language Turbo Pascal 7.0 for solving the problem of optimal synthesis $3D$-NMDS are given.

AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
AKADEMİK Ə.İ. HÜSEYNOV adına KİBERNETİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

ZƏMİNƏ AĞAŞ QIZI SƏMƏDOVA

$3D$ – QEYRİ-XƏTTİ MODULYAR DİNAMİK SİSTEMLƏRİN OPTİMAL SİNTEZ MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİ ÜSULUNUN VƏ ALQORİTMLƏRİNİN İŞLƏNMƏSİ

1203.01 – Kompüter elmləri

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru alimlik dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2013