

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ**

На правах рукописи

РАШАД АБУЛЬФАЗ оглы АЛЛАХВЕРДИЕВ

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ
И РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН В ПОЛОСЕ**

2002.01-Механика деформируемого твердого тела

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по механике

Баку – 2014

**AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU**

Əlyazması hüququnda

RƏŞAD ƏBÜLFƏZ OĞLU ALLAHVERDİYEV

**ZOLAQDA ÇATLARIN ƏMƏLƏ GƏLMƏSİNİN VƏ
İNKİŞAFININ MODELLEŞDİRİLMƏSİ VƏ HESABATI**

2002.01-Deformasiya olunan bərk cism mexanikası

mexanika üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2014

**AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU**

Əlyazması hüququnda

RƏŞAD ƏBÜLFƏZ oğlu ALLAHVERDİYEV

**ZOLAQDA ÇATLARIN ƏMƏLƏ GƏLMƏSİNİN VƏ
İNKİŞAFININ MODELLEŞDİRİLMƏSİ VƏ HESABATI**

2002.01-Deformasiya olunan bərk cism mexanikası

mexanika üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı - 2014

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ**

На правах рукописи

РАШАД АБУЛЬФАЗ оглы АЛЛАХВЕРДИЕВ

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ
И РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН В ПОЛОСЕ**

2002.01-Механика деформируемого твердого тела

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по механике

Баку – 2014

Dissertasiya işi **AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun** «Sürüncəklik nəzəriyyəsi» şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Vaqif M.Mirsəlimov**

Rəsmi opponətlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Fəxrəddin Q.İsayev**
(Qafqaz Universiteti, Bakı ş.);

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dos. **Ramiz Ə.İsgəndərov**
(Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti).

Aparıcı təşkilat:

Bakı Dövlət Universiteti

«Tətbiqi analizin riyazi üsulları» kafedrası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 07 noyabr 2014-cü il saat 16⁰⁰-da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün D 01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat göndərilib 03 oktyabr 2014-cü il.

AMEA RMİ-nin D 01.111

Dissertasiya Şurasının

elmi katibi

dosent Tamilla Həsənova

Работа выполнена в отделе «Теория ползучести» **Института Математики и Механики НАН Азербайджана.**

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук

Вагиф М.Мирсалимов

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, проф. **Фахрадин К.Исаев**
(Кавказский Университет, г.Баку);

кандидат физико-математических наук, доц. **Рамиз А.Искендеров**
(Институт Математики и Механики НАНА).

Ведущая организация:

Бакинский Государственный Университет

кафедра «Математические методы прикладного анализа».

Защита диссертации состоится 07 ноября 2014 г. в 16⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 01.111 по присуждению ученой степени доктора наук и доктора философии при Институте Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

Адрес: AZ 1141, г.Баку, ул.Б.Вагабзаде, 9.

Автореферат разослан 03 октября 2014 года.

**Ученый секретарь
Диссертационного Совета
Д 01.111 ИММ НАНА**

доцент Тамилла Гасанова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Полосы постоянной толщины являются конструктивными элементами различных деталей машин, строительных конструкций, летательных аппаратов, гидротехнических сооружений.

Одной из важнейших задач механики деформируемого тела является разработка и внедрение новейших методов оценки сопротивления материалов разрушению. В связи с широким использованием в технике высокопрочных материалов и крупногабаритных конструкций, сооружений в различных областях современной техники теория распространения трещин в твердых телах приобрела особую актуальность. Создание любых изделий и сооружений неизбежно приводит к вопросу о величине их несущей способности, превышение которой часто именуется нарушением прочности. В реальных материалах всегда имеется большое количество различного рода дефектов типа трещин, развитие которых под действием внешней нагрузки приводит к локальному или полному разрушению материала. Это особенно сказывается при изготовлении различных деталей машин, конструкций и аппаратов современной техники.

Механика разрушения, изучающая равновесие деформируемых тел с трещинами, является разделом нелинейной механики сплошных сред. Нелинейность ее задач вызвана тем, что контур трещин неизвестен заранее и его нужно определить в ходе решения задачи.

Причинами аварий в различных элементах конструкций в большинстве случаев являются дефекты типа трещин, а также недостаточное сопротивление материалов зарождению и развитию в нем трещин при воздействии заданных эксплуатационных факторов. Объясняется это тем, что при изготовлении различных видов современной техники, наибольшее применение находят высокопрочные конструкционные материалы, склонные к хрупкому разрушению. Применение разнообразных конструкционных материалов в технике при высоких уровнях нагружения и температуры придают проблемам механики разрушения твердых деформируемых тел особую актуальность.

Необходимость решения практических вопросов о прочности элементов конструкций и сооружений с трещинами вызвала большой интерес многих исследователей к изучению процесса деформирования и разрушения реальных твердых тел.

На современном этапе развития науки о прочности материалов и конструкций значительное внимание уделяется концепциям механики разрушения материалов. Причем, процесс разрушения, т.е. потеря прочности, трактуется как процесс зарождения и распространения трещины в деформируемом твердом теле.

Исследование вопросов зарождения трещин в полосах постоянной толщины при различных силовых нагружениях и неравномерном нагреве имеет важное значение для прогнозирования срока службы деталей машин и конструкций. В связи с этим необходимы исследования по построению математической расчетной модели, описывающей зарождение трещин в полосах постоянной толщины при различных условиях эксплуатации конструкций.

Данная диссертационная работа посвящена вопросам моделирования и решения задач о зарождении и развитии трещин в полосах постоянной толщины при различных силовых нагружениях и неравномерном нагреве.

Цель работы состоит в исследовании: напряженно-деформированного состояния полос постоянной толщины с прямолинейной сквозной трещиной; зарождения и роста трещин в полосе постоянной толщины при действии силовой и тепловой нагрузок.

Научная новизна. Развита эффективная методика решения задач механики разрушения для полос постоянной толщины при воздействии силовой и тепловой нагрузок;

Впервые решен класс плоских задач механики разрушения для полос постоянной толщины, ослабленных сквозными прямолинейными трещинами со связями между берегами в концевых зонах.

Исследовано влияние сил сцепления материала в концевых зонах трещины на рост сквозной трещины в полосе постоянной толщины при действии силовой и тепловой нагрузок;

Получены зависимости коэффициентов интенсивности напряжений, контактных напряжений, зон действия сил сцепления и зоны контакта берегов трещины, усилий в связях между берегами трещины и раскрытие трещин в ее конце в зависимости от приложенной нагрузки, длины трещины, характеристик связей материала полосы, и также геометрических параметров полосы.

Методика исследования. Решение задач осуществляется аналитическими методами теории функций комплексного переменного и его приложениями к плоской задаче теории упругости. Предлагаемый способ решения поставленных в диссертации задач представляет собой комбинацию различных аналитических и численных методов.

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректностью математической постановки задач и методов их решения, применением фундаментальных законов механики и сравнением получаемых результатов с уже имеющимися известными решениями в частных случаях.

Практическая ценность. Практическая значимость работы определяется широким кругом отмеченных выше практических приложений использования пластинчатых элементов в современной технике. Полученные результаты могут быть использованы непосредственно в инженерных расчетах прочности и долговечности пластинчатых конструкций, позволяют проанализировать зарождение и развитие трещины (разрушение) в пластинчатых конструкциях, достоверно устанавливать их основные параметры, обосновывать пути повышения живучести листовых конструкций, прогнозировать скорость роста трещин и несущую способность поврежденных пластинчатых элементов конструкций, на стадии проектирования конструкций обосновано выбирать конструктивные параметры.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались:

– на II Международной научной конференции «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов» DFMN 2007, Москва, 2007 г.;

– Международной научной конференции, посвященной 50-летию Института Математики и механики НАН Азербайджана Баку, 2009;

– на III Международной научной конференции «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов» DFMN – 2009, Москва, 2009 г.;

– на научном семинаре кафедры «Соппротивление материалов» Азербайджанского Технического Университета;

– на объединенном семинаре по механике Института Математики и Механики НАН Азербайджана.

Личный вклад автора. Все основные положения диссертации получены автором лично. В работах, написанных в соавторстве, соавтору принадлежит только постановка задач.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 11 работ.

Структура и объем работ. Диссертация состоит из введения, двух глав, выводов и списка использованной литературы, содержащей 139 наименований. Объем диссертации 140 страниц машинописного текста, 19 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** определены цель и актуальность рассматриваемой проблемы, дается обзор работ по теме исследуемых задач, указан круг обсуждаемых вопросов и в краткой форме изложены основные результаты работы.

Первая глава диссертации посвящена исследованию изгиба полос (балок) постоянной толщины, ослабленных сквозными прямолинейными трещинами. В первом параграфе на основе методов теории упругости проводится математическое описание расчетной модели зарождения трещины в полосе (балке) постоянной толщины, когда полоса изгибается в ее плоскости заданной системой внешних нагрузок (постоянными изгибающими моментами, равномерно распределенным давлением и другими). По мере нагружения полосы силовой

нагрузкой в материале полосы будут возникать зоны предразрушения, которые моделируются как области ослабленных межчастичных связей материала. В изучаемом случае возникновение трещины представляет собой процесс перехода области предразрушения в область разорванных связей между поверхностями материала. При этом размер зоны предразрушения заранее неизвестен и должен быть определен в процессе решения задачи. В зоне предразрушения взаимодействие ее берегов моделируется путем введения между берегами зоны предразрушения связей, имеющих заданную диаграмму деформирования. Принято, что закон деформирования связей задан. Зона предразрушения ориентирована в направлении максимальных растягивающих напряжений, полученных из решения упругой задачи. Задача заключается в определении напряженно-деформированного состояния полосы (балки), а также в определении предельной нагрузки по достижении которой произойдет появление трещины.

Под действием внешних нагрузок на полосу в связях, соединяющих берега зоны предразрушения, будут, в общем случае, возникать нормальные $q_y(x)$ и касательные усилия $q_{xy}(x)$. Значения этих напряжений заранее неизвестны и подлежат определению в процессе решения задачи механики разрушения.

Граничное условие задачи о зарождении трещины в балке в зоне предразрушения имеет вид

$$\sigma_y + i\tau_{xy} = q(x) \quad \text{при } y = 0, \quad a \leq x \leq b \quad (1)$$

Напряженно-деформированное состояние в окрестности зоны предразрушения определяем приближенно в том смысле, что будем удовлетворять граничным условиям задачи на контуре зоны предразрушения (условие (1)), и требовать, чтобы на значительном расстоянии от зоны предразрушения напряженное состояние в балке совпадало с напряженным состоянием, определяемым функциями:

$$\Phi_0(z) = A_0 z^3 + A_1 z^2 + A_2 z + A_3; \quad (2)$$

$$\Psi_0(z) = B_0 z^3 + B_1 z^2 + B_2 z + B_3.$$

Эти функции (2) в зависимости от значений коэффициентов A_j и B_j ($j = 0, 1, 2, 3$) определяют состояние в полосе (балке) без зоны предразрушения.

Основные соотношения рассматриваемой задачи дополняются соотношением, связывающим раскрытие берегов зоны предразрушения и усилия в связях

$$v^+(x, 0) - v^-(x, 0) = C(x, q(x))q(x), \quad (3)$$

где $(v^+ - v^-)$ – раскрытие берегов зоны предразрушения, x – абсциссы точек берегов зоны предразрушения; $C(x, q)$ представляет эффективную податливость связей, зависящую от натяжения связей.

Для прогнозирования предельного состояния полосы (балки), когда в материале полосы появится трещина, используется критерий критического раскрытия берегов зоны предразрушения. Математическая модель зарождения трещины в полосе (балке) состоит из уравнений теории упругости, соотношения, связывающего раскрытие берегов зоны предразрушения и усилий в связях, граничных условий на поверхности полосы и берегах зоны предразрушения, а также критерия появления трещины.

Сведением к задаче линейного сопряжения граничных значений получено решение соответствующей краевой задачи, при этом комплексные потенциалы, описывающие напряженно-деформированное состояние, выражены через усилия в связях между берегами зоны предразрушения. Для определения усилий в связях, препятствующих раскрытию берегов зоны предразрушения, получена система двух сингулярных интегродифференциальных уравнений с ядром Коши.

$$-\frac{1}{\pi}\sqrt{(x-a)(b-x)}\left[\int_a^b\frac{q_y(t)dt}{\sqrt{(t-a)(b-t)(t-x)}}+f_y(x)\right]= \quad (4)$$

$$=\frac{2\mu}{1+\chi}\frac{d}{dx}\left[C(x,\sigma)q_y(x)\right]$$

$$-\frac{1}{\pi}\sqrt{(x-a)(b-x)}\left[\int_a^b\frac{q_{xy}(t)dt}{\sqrt{(t-a)(b-t)(t-x)}}+f_{xy}(x)\right]= \quad (5)$$

$$=\frac{2\mu}{1+\chi}\frac{d}{dx}\left[C(x,\sigma)q_{xy}(x)\right]$$

$$\text{Здесь } f_y(x) = \operatorname{Re}\left[2P_n(x) - \frac{1}{2}F_n(x)\right],$$

$$f_{xy}(x) = \operatorname{Im}\left[2P_n(x) - \frac{1}{2}F_n(x)\right].$$

$$P_n(z) = D_n z^n + D_{n-1} z^{n-1} + \dots + D_0$$

$$D_2 + \frac{1}{2}(A_0 - B_0) = A_0, \quad (6)$$

$$D_1 - \frac{1}{2}(a+b)D_2 + \frac{1}{2}(A_1 - B_1) = A_1,$$

$$D_0 - \frac{1}{2}(a+b)D_1 - \frac{1}{8}(a-b)^2 D_2 + \frac{1}{2}(A_2 - B_2) = A_2,$$

$$-C_1 - \frac{1}{2}(a+b)D_0 - \frac{1}{2}(a-b)^2 D_1 + \frac{1}{2}(A_3 - B_3) = A_3,$$

$$\frac{1}{2}(a+b)C_1 - C_2 - \frac{1}{8}(a-b)^2 D_0 = 0,$$

$$D_n = 0, \quad n \geq 3,$$

$$\text{где } C_1 = \frac{1}{2\pi i} \int_a^b \frac{q(t)dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)}}; \quad C_2 = \frac{1}{2\pi i} \int_a^b \frac{tq(t)dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)}}. \quad (7)$$

Последние два уравнения в (6) служат для нахождения размеров (параметров a и b) зоны предразрушения.

$$F_n(z) = d_3 z^3 + d_2 z^2 + d_1 z + d_0. \quad (8)$$

$$d_0 = -\frac{iQ}{16I}(b+a)\left[(b-a)^2 - 8c^2\right];$$

$$d_1 = -\frac{iQ}{8I}\left[8c^2 + (b-a)^2\right]; \quad d_3 = \frac{iQ}{I};$$

$$d_2 = -\frac{iQ}{2I}(b+a),$$

где Q – поперечная сила, приложенная на ее свободном конце; I – момент инерции полосы.

В результате алгебраизации вместо каждого интегродифференциального уравнения с дополнительными условиями разрешимости краевой задачи получено $M+2$ алгебраических уравнений для нахождения неизвестных усилий в узловых точках и размера зоны предразрушения. Даже в частном случае линейно-упругих связей полученные системы уравнений оказываются нелинейными из-за неизвестного размера зоны предразрушения. В случае нелинейного закона деформирования связей для нахождения усилий в зоне предразрушения использовался также итерационный алгоритм, подобный методу упругих решений. Условие возникновения трещины формируется с учетом критерия предельной вытяжки связей материала полосы. Получено условие для определения критических внешних нагрузок, вызывающих трещинообразование в полосе (балке).

Во втором параграфе этой главы рассматривается задача о взаимодействии зон предразрушения в полосе (балке). Пусть однородная изотропная полоса изгибается в ее плоскости системой внешних нагрузок. По мере нагружения полосы силовой нагрузкой в материале полосы будут возникать зоны предразрушения, которые моделируются как области ослабленных межчастичных связей материала. Считается, что в полосе имеется N прямолинейных зон предразрушения. Под действием внешних нагрузок на полосу в связях, соединяющих берега зоны предразрушения, будут возникать нормальные $q_{y_k}(x_k)$ и касательные $q_{x_k y_k}(x_k)$ ($k = 1, 2, \dots, N$) усилия. Значения этих усилий заранее неизвестны и подлежат определению.

Задача о равновесии полосы с системой N зон предразрушения при действии внешних нагрузок и усилий в связях, препятствующих раскрытию берегов зоны предразрушения, сводится к системе N сингулярных интегродифференциальных уравнений с ядром Коши. Из решения этой системы уравнений находятся нормальные и касательные усилия в связях. Получено условие, связывающее силовые и геометрические характеристики, при которых происходит трещинообразование в полосе.

В третьем параграфе этой главы рассматривается однородная изотропная полоса, ослабленная прямолинейной трещиной с концевыми зонами. Используется модель трещины со связями между берегами в концевых зонах. По мере нагружения полосы силовой нагрузкой в концевых областях трещины будут возникать зоны предразрушения, которые моделируем как области ослабленных межчастичных связей материала. Рассматривается случай, когда трещина направлена перпендикулярно к боковым граням полосы. Принято, что зона процесса разрушения представляет собой слой конечной длины, содержащей материал с частично нарушенными связями между его отдельными структурными элементами, рассматриваемый как часть трещины. Анализ предельного равновесия трещины в полосе под действием силовой нагрузки включает:

- 1) установление зависимости сил сцепления от раскрытия берегов трещины с учетом внешних нагрузок и сил сцепления;
- 2) оценку напряженного состояния вблизи трещины с учетом внешних нагрузок и сил сцепления;
- 3) нахождение зависимости критических внешних нагрузок от длины трещины.

Задача о равновесии полосы с трещиной со связями между берегами в концевой зоне при действии внешних нагрузок и усилий в связях, препятствующих ее раскрытию, сводится к системе нелинейных сингулярных интегродифференциальных уравнений с ядром Коши. Из решения этой системы уравнений находятся нормальные и касательные усилия в связях.

В четвертом параграфе этой главы рассматривается задача о взаимодействии зоны предразрушения и когезионной трещины в однородной изотропной полосе при силовом нагружении. Считается, что полоса ослаблена одной сквозной прямолинейной трещиной. Используется модель трещины с силами сцепления (связями), непрерывно распределенными в узкой концевой зоне трещины и имеющими заданную диаграмму деформирования. Рассматривается нагружение полосы с трещиной с концевыми зонами, при котором возникает дополнительная удаленная от кончика трещины зона предразрушения, которая моделируется как область ослабленных межчастичных связей материала. Сведением к задаче линейного сопряжения граничных значений получено решение краевой задачи, при этом комплексные потенциалы выражены через усилия в связях между берегами зоны предразрушения и концевых зон трещины. Для определения усилий в связях между берегами в концевых зонах трещины получена система двух сингулярных интегродифференциальных уравнений с ядром Коши. Для нахождения усилий в связях между берегами зоны предразрушения получено комплексное сингулярное интегральное уравнение. С помощью процедуры алгебраизации построена замкнутая система алгебраических уравнений и условие роста трещины, позволяющая путем численного расчета для каждого конкретного материала полосы прогнозировать предельно допустимый размер трещины, учитывать влияние накопления

повреждений в материале на раскрытие и рост трещины в полосе, а также прогнозировать появление в материале полосы новой трещины.

Пятый параграф этой главы посвящен исследованию взаимодействия трещин со связями между берегами в концевых зонах при изгибе полосы (балки). Считается, что в полосе имеется N сквозных прямолинейных трещин. Берега трещин вне концевых зон свободны от нагрузок. Рассматривается модель трещины при наличии областей, в которых берега трещин взаимодействуют. Полагается, что эти области примыкают к вершинам трещины, а их размеры могут быть сравнимы с размером трещины.

Решение задачи сводится к системе N сингулярных интегральных уравнений с дополнительными условиями, обеспечивающими однозначность смещений при обходе контура трещины. Система сингулярных интегральных уравнений при дополнительных условиях с помощью замены переменных и процедуры алгебраизации сводится к системе $N \times M$ алгебраических уравнений для определения $N \times M$ неизвестных $g_k(t_m)$ ($k = 1, 2, \dots, N$; $m = 1, 2, \dots, M$). В правую часть этой системы входят неизвестные значения усилий $q_{y_k}(x_k)$ и $q_{x_k y_k}(x_k)$ в узловых точках, принадлежащих соответствующим концевым зонам. Для определения неизвестных усилий q_{y_k} и $q_{x_k y_k}$ в связях концевых зон используются дополнительные соотношения, связывающие раскрытие берегов трещин в концевых зонах и усилия в связях. Для построения недостающих алгебраических уравнений требуем выполнения этих дополнительных условий в узловых точках, принадлежащих концевым зонам. Из решения полученной алгебраической системы найдены усилия в связях, раскрытие берегов трещин.

В шестом параграфе этой главы рассматривается задача механики разрушения для полосы (балки), ослабленной сквозной прямолинейной трещиной с частично контактирующими берегами, когда полоса изгибается в ее плоскости заданной системой внешних нагрузок (постоянным изгибающим моментом, равномерно распределенным давлением и другими). Под действием внешней нагрузки в зоне сжимающих напряжений берега трещины на некотором участке $\lambda_1 \leq x \leq \lambda_2$, где $a \leq \lambda_1$ и $\lambda_2 \leq b$, войдут в контакт, что приведет к появлению контактных напряжений на данном участке берегов трещины. Вне этого участка берега трещины свободны от контактных напряжений. Размеры зоны контакта берегов трещины заранее неизвестны и подлежат определению.

Материал полосы принимается однородным и изотропным. Декартовы координаты (x, y) в срединной плоскости полосы являются плоскостью симметрии и в плоскости xOy когезионная трещина расположена вдоль оси Ox при $a \leq x \leq b$, где a, b - абсциссы концов трещины. Полоса с трещиной со связями между берегами в концевых зонах находится в обобщенном плосконапряженном состоянии.

Пусть на рассматриваемую полосу действуют внешние нагрузки (изгибающие моменты, равномерно распределенное по длине полосы давление или сосредоточенные силы), расположенные в срединной плоскости полосы. Грани полосы, параллельные плоскости Oxy , приняты свободными от внешних напряжений.

Под действием внешней нагрузки в зоне сжимающих напряжений берега трещины на некотором неизвестном заранее участке войдут в контакт. Рассматривается случай, когда концевая область, в которой действуют силы сцепления (связи) больше контактной зоны трещины.

Параметры λ_1, λ_2 , характеризующие границу зоны контакта между берегами трещины должны быть определены в процессе решения задачи механики разрушения. Следует отметить, что для рассматриваемой задачи можно заранее сказать, что зона контакта между берегами трещины будет всегда начинаться с концевой точки трещины, находящейся в области сжимающих напряжений. Следовательно, один из параметров λ_1 или λ_2 будет заранее известен.

Рассматриваемая задача состоит в определении контактных напряжений на участке контакта берегов трещины, усилия в связях, а также напряженно-деформированного состояния полосы вне трещины.

Для рассматриваемой задачи на контуре трещины с концевыми зонами имеем следующие граничные условия:

на участке контакта, т. е. при $y = 0$, $\lambda_1 \leq x \leq \lambda_2$,

$$\sigma_y^+(x,0) = \sigma_y^-(x,0), \quad v^+(x,0) - v^-(x,0) = 0,$$

$$\tau_{xy}^+(x,0) = \tau_{xy}^-(x,0), \quad u^+(x,0) - u^-(x,0) = 0,$$

где $\sigma_y^+(x,0) = \sigma_y(x,+0)$; $\sigma_y^-(x,0) = \sigma_y(x,-0)$

$$v^\pm(x,0) = v(x,\pm 0); \quad u^\pm(x,0) = u(x,\pm 0);$$

на участках действия сил сцепления между берегами трещины

$$\sigma_y = q_y(x), \quad \tau_{xy} = q_{xy}(x);$$

$$(v^+(x,0) - v^-(x,0)) - i(u^+(x,0) - u^-(x,0)) = C(x, \sigma)[q_y(x) - iq_{xy}(x)]$$

на участках берегов трещины свободных от внешних напряжений

$$\sigma_y = 0, \quad \tau_{xy} = 0,$$

где $q_y(x)$ и $q_{xy}(x)$ - нормальные и касательные усилия в связях, соответственно; $\sigma_y^+(x,0)$, $\tau_{xy}^+(x,0)$ - нормальные и касательные напряжения соответственно.

Величины напряжений $\sigma_y^+(x,0)$, $\tau_{xy}^+(x,0)$, $q_y(x)$ и $q_{xy}(x)$ заранее неизвестны и подлежат определению.

Сведением к задаче линейного сопряжения граничных значений получено решение соответствующей краевой задачи, при этом комплексные потенциалы, описывающие напряженно-деформированное состояние, выражены через контактное напряжение и усилия в связях. Для определения контактных напряжений получено сингулярное интегральное уравнение. Условие ограниченности контактных напряжений при $x = \lambda$ служит для определения неизвестного параметра λ , характеризующего длину зоны контакта. Для определения усилий в связях между берегами трещины в концевых зонах, в общем случае, получена система двух сингулярных интегродифференциальных уравнений.

Вторая глава диссертации посвящена решению задач механики разрушения полос при неравномерном нагреве.

Первый параграф этой главы посвящен математическому моделированию зарождения трещины в полосе постоянной толщины при неравномерном нагреве. Считается, что температура является только функцией координаты x и не зависит от других координат.

Рассматриваемая задача заключается в определении напряженно-деформированного состояния полосы постоянной толщины, а также в нахождении предельной интенсивности неравномерного нагрева (тепловой нагрузки), по достижению которой произойдет появление трещины. По мере нагружения полосы тепловой нагрузкой будут возникать в материале полосы зоны предразрушения, которые моделируются на области ослабленных межчастичных связей материала. Исследование зарождения трещины в полосе под действия неравномерного нагрева проводится на базе модели зоны предразрушения со связями между берегами. При этом размер зоны предразрушения заранее неизвестен и подлежит определению.

Сведением к задаче линейного сопряжения граничных значений получено решение соответствующей краевой задачи. Получено уравнение, позволяющее определить длину зоны предразрушения. Установлено соотношение, которое дает возможность (при заданных характеристиках материала) найти критическое тепловое состояние (перепад температуры), при котором происходит зарождение трещины в полосе при неравномерном нагреве.

Во втором параграфе этой главы рассматривается задача механики разрушения для полосы постоянной толщины при неравномерном нагреве для случая, когда полоса ослаблена одной сквозной прямолинейной трещиной со связями между берегами в концевых зонах. Задача о равновесии полосы с трещиной со связями между берегами в концевой зоне при действии тепловой нагрузки (неравномерного нагрева) и усилий в связях, препятствующих ее раскрытию, сводится к нелинейному сингулярному интегродифференциальному уравнению с ядром Коши. Из решения этого уравнения находятся усилия в связях. Найдены коэффициенты интенсивности напряжений. На основе полученного решения проведен анализ характера развития трещины в полосе.

В § 2.3 исследовано напряженно-деформированное состояние полосы постоянной толщины, ослабленной сквозной прямолинейной трещиной с частично контактирующими берегами, при неравномерном нагреве. Считается, что однородная изотропная полоса с нецентрально расположенной когезионной трещиной подвергается неравномерному нагреву по ширине поперечного сечения.

Под действием тепловой нагрузки в зоне сжимающих напряжений берега когезионной трещины на некотором неизвестном участке $\lambda_1 \leq x \leq \lambda_2$ войдут в контакт, что приведет к появлению контактных напряжений на данном участке трещины. Вне этого участка берега трещины свободны от внешних нагрузок. Размеры зоны контакта берегов трещины и концевых зон трещины заранее неизвестны и подлежат определению. Рассматриваемая задача заключается в определении контактных напряжений на участке контакта берегов трещины, усилий в связях между берегами трещины в концевых зонах, напряженно-деформированного состояния вне трещины, а также в нахождении критической тепловой нагрузки, при которой трещина начинает расти по сечению полосы.

Граничные условия задачи механики разрушения о частичном закрытии берегов трещины со связями между берегами в концевых зонах имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \sigma_y - i\tau_{xy} &= 0 && \text{на свободных берегах трещины} \\ \sigma_y - i\tau_{xy} &= q(x) && \text{на берегах концевых зон трещины} \\ \sigma_y - i\tau_{xy} &= p(x) && \text{на участке контакта берегов трещины} \end{aligned}$$

Основные уравнения рассматриваемой задачи необходимо дополнить соотношениями, связывающими раскрытие берегов трещины и усилий в связях, а также условие отсутствия раскрытия трещины в контактной зоне.

Эти соотношения представим в следующем виде

$$(v^+ - v^-) - i(u^+ - u^-) = C(x, q(x))q(x)$$

в концевых зонах трещины

$$(v^+ - v^-) - i(u^+ - u^-) = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad \lambda_1 \leq x \leq \lambda_2$$

Сведением к задаче линейного сопряжения граничных значений получено решение соответствующей краевой задачи, при этом комплексные потенциалы, описывающие напряженно-деформированное состояние, выражены через контактное напряжение и усилия в связях между берегами трещин в концевых зонах. Для определения контактных напряжений получено сингулярное интегральное уравнение. Решение сингулярного интегрального уравнения получено в замкнутом виде. Удовлетворяя условиям ограниченности контактных напряжений при $x = \lambda_1$ и $x = \lambda_2$ получены соотношения для определения неизвестных величин λ_1 и λ_2 , характеризующие зону контакта берегов трещины. Для определения усилий в связях между берегами трещины в концевых зонах получено нелинейное сингулярное интегродифференциальное уравнение с дополнительными условиями разрешимости задачи.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Создана эффективная методика решения класса задач механики разрушения о зарождении и развитии трещин в полосе при действии силовой и тепловой нагрузок.
2. На основе разработанной расчетной модели:
 - а) исследовано трещинообразование в полосах при действии силовой и тепловой нагрузок;
 - б) предложен метод расчета усилий, возникающих между берегами зон ослабленных межчастичных связей материала в полосе;
 - в) исследовано напряженно-деформированное состояние полосы (балки) с системой произвольно размещенных зон ослабленных межчастичных связей материала;
 - г) разработан метод расчета раскрытия берегов зон предразрушения и когезионных трещин в полосе при действии силовой и тепловой нагрузок.
3. Решен новый класс задач механики разрушения о зарождении и развитии трещин со связями между берегами в концевых зонах в полосе при действии силовой и тепловой нагрузок.
4. Показано, что при определенном соотношении геометрических параметров полосы с трещиной возникают зоны сжимающих напряжений, в которых берега трещины входят контакт. Получены зависимости для контактных напряжений и длины зоны контакта берегов трещины в зависимости от приложенной нагрузки, длины трещины.
5. Сформулированы критерии зарождения и развития трещин в полосах при действии силовой и тепловой нагрузок. Разработана методика расчета критических параметров нагружения полосы, при которых возможно зарождение и развитие трещин в полосах. Получены соотношения для нахождения предельной нагрузки, при которой происходит появление и развитие трещин в полосе.
6. Получены зависимости для коэффициентов интенсивности напряжений, размеров зон предразрушения, усилий в связях, раскрытие берегов зон предразрушения и когезионных трещин от внешней силовой и тепловой нагрузки, геометрических и механических характеристиках полосы, закона деформирования связей;
7. Полученные научные результаты по определению хрупкой прочности полосы могут составить научную основу для разработки мер по предотвращению внезапных разрушений полос при действии силовой и тепловой нагрузок, установления допустимого уровня (нормы) дефектности и максимальных значений рабочих нагрузок, обеспечивающих достаточный запас прочности.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах.

1. Аллахвердиев Р.А. Трещина со связями между берегами в полосе (стержне) при неравномерном нагреве // *Elmi əsərlər – fundamental elmlər*. 2007, №2, с. VI(22), s. 72 – 75.
2. Аллахвердиев Р.А. Зарождение трещины в полосе при неравномерном нагреве // *Механика. Машиностроение*. 2007, №3, с. 6 – 8.
3. Аллахвердиев Р.А. Моделирование трещинообразования в полосе (балке) // *The second intern. conf. «Deformation and Fracture of Materials and Nanomaterials» DFMN – 2007*, p. 713 – 714.
4. Мирсалимов В.М., Аллахвердиев Р.А. Зарождение трещины в полосе (балке)//*Вестник Тульского гос. университета. Серия: Актуальные вопросы механики*. 2008, вып. 4, с. 72 – 77.
5. Аллахвердиев Р.А. Трещина с концевыми зонами предразрушения в полосе (балке) // *The third Intern. Conf. «Deformation and Fracture of Materials and Nanomaterials» DFMN – 2009*, v. 2, p. 283 – 284.
6. Allagverdiev R.A. Interaction of cracks with bonding between the lips at the end zones in a bending of a strip (beam) // *Proc. of Inst. Math. and Mech.*, 2009, v. XXXI, p. 177 – 182.
7. Аллахвердиев Р.А., Заркеш Дж. Трещина с концевыми зонами предразрушения в полосе (стержне) при неравномерном нагреве // *Тез. докл. Межд. конф. по математике и механике, посвященной 50-летию Института Математики и Механики НАН Азербайджана, Баку, 2009*, с. 32 – 33.

8. Аллаxвердиев Р.А. Когезионная трещина в полосе (балке) // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2010, №3(281), с. 3 – 6.
9. Аллаxвердиев Р.А. Когезионная трещина в полосе при силовом нагружении // Elmi əsərlər – fundamental elmlər. 2011, №2, с. X(38), s. 94 – 97.
10. Аллаxвердиев Р.А. Контактное взаимодействие берегов прямолинейной трещины в полосе при неравномерном нагреве // Elmi əsərlər – fundamental elmlər.. 2012, №4, с. XI(44), s. 106-110.
11. Mirsalimov V.M., Allahverdiyev R.A. Cracks with Interfacial Bonds Bending of a Strip (Beam) by Non-linear Singular Integrodifferential Equations, Universal Journal of Fracture Mechanics 1 (2013), 27-40, www.paperscieces.com

RƏŞAD ƏBÜLFƏZ oğlu ALLAHVERDIYEV

ZOLAQDA ÇATLARIN ƏMƏLƏ GƏLMƏSİNİN VƏ İNKİŞAFININ MODELLEŞDİRİLMƏSİ VƏ HESABATI

XÜLASƏ

Dissertasiya işi müxtəlif qüvvə yükləmələri və qeyri-bərabər qızdırılma zamanı sabit qalınlıqlı zolaqlarda çatların əmələ gəlməsi və inkişafı haqqında məsələlərin modelləşdirilməsi və həllinə həsr olunmuşdur. Qüvvə və istilik yükləmələrin təsiri zamanı sabit qalınlıqlı çat üçün qeyri-xətti dağılma mexanikası məsələlərinin effektiv həlli metodikası inkişaf etdirilmişdir.

İşlənib hazırlanmış hesabat modeli əsasında:

- 1) qüvvə və istilik yükləmələrinin təsiri zamanı zolaqlarda çatəmələgəlmə tədqiq olunmuşdur;
- 2) zolaqda materialın hissəciklərarası rabitələri zəiflədilmiş zonalarının sahilləri arasında meydana gələn qüvvələrin hesablanma metodu təklif edilmişdir;
- 3) materialın hissəciklərarası rabitələri zəiflədilmiş zonalarının ixtiyari yerləşdiyi sistemə malik olan zolağın (tirin) yüklü-deformasiya vəziyyəti tədqiq olunmuşdur;
- 4) qüvvə və istilik yükləmələrinin təsiri zamanı zolaqda dağılmadan əvvəlki zonaların və kohezivliyi çatların sahillərinin açılışının hesablanma metodu işlənib hazırlanmışdır.

İlk dəfə olaraq, uc zonalarındakı sahilləri arasında rabitələri olan iki tərəfə çıxan düzxətli çatlarla zəiflədilmiş sabit qalınlıqlı zolaqlar üçün mexaniki dağılmanın müstəvi məsələləri sinfi həll edilmişdir

Tətbiq olunmuş yüklənmədən, çatların uzunluğundan, zolaq materialının rabitə xarakteristikalarından, həmçinin zolağın həndəsi parametrlərindən asılı olaraq gərginliklərin intensivlik əmsallarının, kontakt gərginliklərinin, ilişmə qüvvələrinin təsir zonalarının və çatın sahillərinin kontakt zonalarının, çatın sahilləri arasındakı rabitə qüvvələrinin və çatların ucunda onların açılışının asılılıqları alınmışdır.

RASHAD ABULYFAZ oğlu ALLAHVERDIYEV

MODELLING AND CALCULATION FRACTURING AND DEVELOPMENTS OF CRACKS IN THE BAND

SUMMARY

Dissertational work is devoted to questions of modelling and the solution of problems on nucleation and development of cracks in strips of constant thickness at various force loadings and non-uniform heating.

The effective technique of the solution of problems of nonlinear mechanics of fracture for bands of constant thickness is advanced at influence of force and thermal loadings.

On the basis of the developed settlement model:

- 1) It is investigated fracturing in bands at action of force and thermal loadings;
- 2) The method of calculation of efforts of zones of the weakened interpartial bonds of a material arising between surfaces in a band is offered;
- 3) It is investigated the condition of a band (beam) with system of any way placed zones of the weakened interpartial bonds of a material is loaded - deformed;
- 4) The method of calculation of disclosing of faces of zones of prefracture and cohesive cracks in a band is developed at action of force and thermal loadings.

For the first time the class of plane problems of mechanics of fracture for the bands of constant thickness weakened by through rectilinear bridged cracks.

Dependences of stresses of factors of intensity, contact stresses, operative ranges of forces of cohesive and zone of contact of faces of a crack, effort in bonds between beach of a crack and disclosing of cracks in its end are received depending on the enclosed loading, length of a crack, characteristics of bonds of a material of a band, and also geometrical parameters of a band.