

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ**

На правах рукописи

ГЮЛЬНАР РОВШАН кызы ШАМИЛОВА

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ
НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ
ПРИЗМАХ И ЦИЛИНДРАХ**

2002.01-Механика деформируемого твердого тела

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по механике

Баку – 2014

AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

GÜLNAR RÖVŞƏN QIZI ŞAMİLOVA

DÜZBUCAQLI PRİZMALARDA VƏ SİLİNDİRLƏRDƏ
QEYRİ-STASİONAR DALĞALARIN YAYILMASI
PROSESİNİN TƏDQIQI

2002.01-Deformasiya olunan bərk cism mexanikası

mexanika üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2014

AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

GÜLNAR RÖVŞƏN qızı ŞAMİLOVA

DÜZBUCAQLI PRİZMALARDA VƏ SİLİNDİRLƏRDƏ
QEYRİ-STASİONAR DALĞALARIN YAYILMASI
PROSESİNİN TƏDQIQI

2002.01-Deformasiya olunan bərk cism mexanikası

mexanika üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı - 2014

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ**

На правах рукописи

ГЮЛЬНАР РОВШАН КЫЗЫ ШАМИЛОВА

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ
НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ
ПРИЗМАХ И ЦИЛИНДРАХ**

2002.01-Механика деформируемого твердого тела

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по механике

Баку – 2014

Dissertasiya işi **AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu-nun** «Elastiklik və plastiklik nəzəriyyəsi» şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru **Nazilə B.Rəsulova**

Rəsmi opponetlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Rafael Y.Əmənəzadə**
(Bakı Dövlət Universiteti);

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dos. **Əlizadə İ.Seyfullayev**
(AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu).

Aparıcı təşkilat:

Azərbaycan Dövlət Neft Akademiyası

«Tətbiqi mexanika» kafedrası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 21 noyabr 2014-cü il saat 14⁰⁰-da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün D 01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat göndərilib 17 oktyabr 2014-cü il.

AMEA RMI-nın D 01.111

**Dissertasiya Şurasının
elmi katibi**

dosent Tamilla Həsənova

Работа выполнена в отделе «Теория упругости и пластичности» **Института Математики и Механики НАН Азербайджана.**

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук **Назиля Б.Расулова**

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, проф. **Рафаэль Ю.**

Амензаде

(Бакинский Государственный Университет);

кандидат физико-математических наук, доц. **Ализаде**

И.Сейфуллаев

(Институт Математики и Механики НАНА).

Ведущая организация:

Азербайджанская Государственная Нефтяная Академия
кафедра «Прикладная механика».

Защита диссертации состоится 21 ноября 2014 г. в 14⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 01.111 по присуждению ученой степени доктора наук и доктора философии при Институте Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

Адрес: AZ 1141, г.Баку, ул.Б.Вагабзаде, 9.

Автореферат разослан 17 октября 2014 года.

Ученый секретарь

Диссертационного Совета

Д 01.111 ИММ НАНА

доцент Тамилла Гасанова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Многие актуальные научные и технические проблемы связаны с исследованием процессов распространения волн в сплошных средах, с расчетом ударных воздействий на тела.

Аналитические исследования дают возможность отыскивать точные решения задачи, что имеет большое значение, ибо точные решения позволяют оценить основные особенности решения в общем случае – характер и меру влияния на него различных задаваемых параметров. С другой стороны точные решения всегда остаются эталонными и необходимы, в частности для отработки численных методов для более сложных случаев.

В динамической теории упругости, задачи гармонических колебаний занимают значительно более скромное место по сравнению с нестационарными задачами. Но в большинстве случаев, источниками возбуждения волновых процессов в упругих средах оказываются воздействия ударного и взрывного характера. В связи, с чем возрастает актуальность решений задач нестационарной динамики, т.к. в приложениях приходится иметь дело, как правило, с такими задачами.

С другой стороны, арсенал аналитических решений пространственных задач довольно скуден. Здесь, кроме решений задачи Лэмба можно указать всего несколько работ [30,96] из динамики прямоугольных брус.

Поэтому исследование и разработка методов аналитических решений неоднородных задач динамики актуальны с теоретической точки зрения. Несмотря на имеющиеся в этой области исследования, до настоящего времени полностью отсутствуют аналитические методы решения нестационарных задач для тел с цилиндрической симметрией. До сих пор известны только асимптотические решения нестационарной задачи для круглого цилиндра.

Диссертация посвящена в основном восполнению этих пробелов: построение и разработка методов точных аналитических пространственных задач нестационарной динамики, в том числе, и для цилиндрических тел различной конфигурации.

В этом контексте, исследования, содержащейся в диссертации относятся к самым актуальным проблемам динамики деформируемого твердого тела.

Цель работы. Решение некоторых пространственных задач нестационарной динамики теории упругости.

Объектом исследований выбраны полубесконечные прямоугольные призмы и слоистые цилиндрические области.

Методика выполнения исследований. При решении задач использованы методы теории математической физики и дифференциальных уравнений, методы теории функции комплексного переменного, и операционного исчисления, замены неизвестных функций, а также методы динамической теории упругости.

Научная новизна исследований заключается в следующем: в диссертации получены аналитические решения пространственных задач динамической теории упругости, разработан метод решения задач цилиндрических волновых движений и впервые получены некоторые точные решения.

- Разработан метод решения трехмерной системы Ляме в задаче касательного удара по торцу полубесконечной прямоугольной призмы.

- Разработан метод решения нестационарных задач теории упругости для тел с цилиндрических симметрий.

- Впервые получено точное решение задачи об ударе по цилиндру для начального и конечного интервала времени.

- Разработан метод решения задач цилиндрических волновых движений и впервые получены точные решения задач для некоторых видов областей.

Практическая ценность. Полученные в работе научные результаты и построенные решения представляют в первую очередь большую научно – теоретическую ценность. Но кроме того этого, эти результаты представляют практический интерес для ряда технических приложений. Таковыми являются проблемы проектирования и расчета динамических тормозных систем, проблемы проектирования высотных зданий и др.

Апробация работы. Работа обсуждалась на семинарах и конференциях: «Материалы научной конференции аспирантов НАНА», «Материалы конференции посвященные 100-летию профессора Ю.А. Амензаде» и в «International Baku forum of young

scientists dedicated to the 90th anniversary of national leader Heydar Aliyev.»

Публикации. По теме диссертации опубликовано 8 научных работ, из них 5 статей.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы, содержащего 107 наименований, 15 рисунков. Объем работы 125 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ.

Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы.

Во введении обоснована актуальность выполненной работы, цель и научная новизна, дан обзор работ по теме диссертации и краткое содержание работы.

В первой главе рассматривается распространение нестационарных волн в призмах прямоугольного поперечного сечения, полубесконечной длины.

Изучаются различные аспекты динамики прямоугольных брус, получены аналитические решения многочисленных задач. Построены графики распределения различных величин для последующих значений времени нагружения, что позволяет составить почти видеосюжет процесса распространения этих величин.

В 1.1 изучено действие знаменитого принципа Сен-Венана для нестационарной динамики прямоугольных балок. Были использованы известные задачи из динамики прямоугольных призм, полученные Н.Б. Расуловой в [30], которые справедливы для любой конечно интегрируемой функцией нагружения $\sigma_0(x, y)H(t)$ действующих на торцевой площадке полубесконечной балки. Наличие функции $\sigma_0(x, y)$ в решениях, имеющей довольно широкий диапазон определения, позволило построить решение для различных функций нагружения, а затем сравнить результаты в последовательных значениях времени, начиная с нуля. Построены графики функции осевой скорости частиц центральной оси от координаты z , при

заданных значениях безразмерного времени $\tau_0 = \frac{c_1}{a} t$ и для различных статически эквивалентных функций нагружения.

Первая столба графиков соответствует равномерному распределению нагрузок по всей торцевой площади:

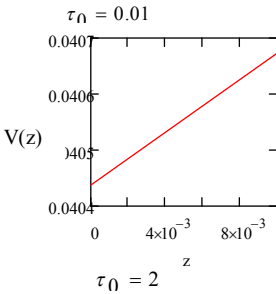
$$\sigma_0(x, y) = \sigma_0, \quad -a \leq x \leq a, \quad -a \leq y \leq a, \quad a = b$$

Во втором столбе, графики демонстрируют случай, когда общая нагрузка распределена в центральной части торца по области $-0,1a \leq x \leq 0,1a, \quad -0,1a \leq y \leq 0,1a$ и имеет величину:

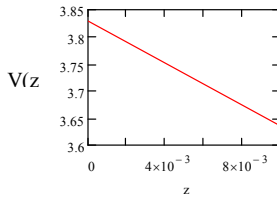
$$\sigma_0(x, y) = 100\sigma_0.$$

Третья столба соответствует случаю равномерного распределения нагрузок $\sigma_0(x, y) = 400\sigma_0$ по области $-0,05a \leq x \leq 0,05a, \quad -0,05a \leq y \leq 0,05a$.

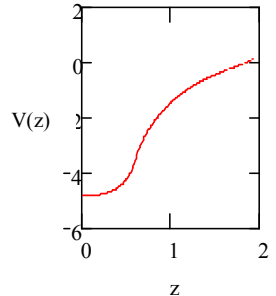
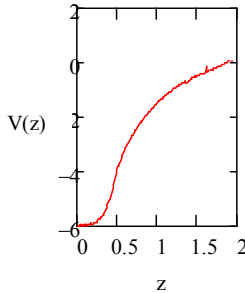
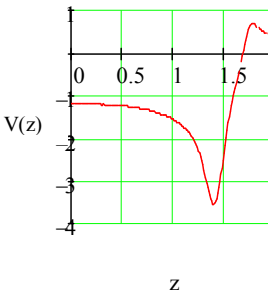
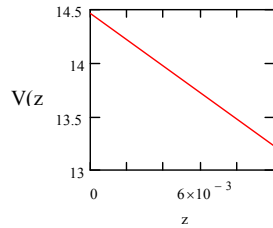
I



II

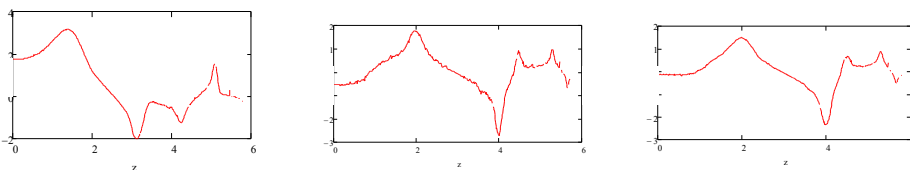


III

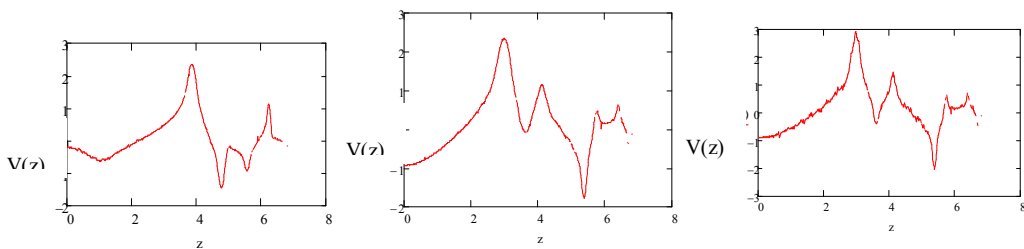


Фиг. 1 Графики распределения продольных скоростей частиц центральной оси в моментах $\tau_0 = 0.01 \frac{a}{c_1}$ и $\tau_0 = 2 \frac{a}{c_1}$.

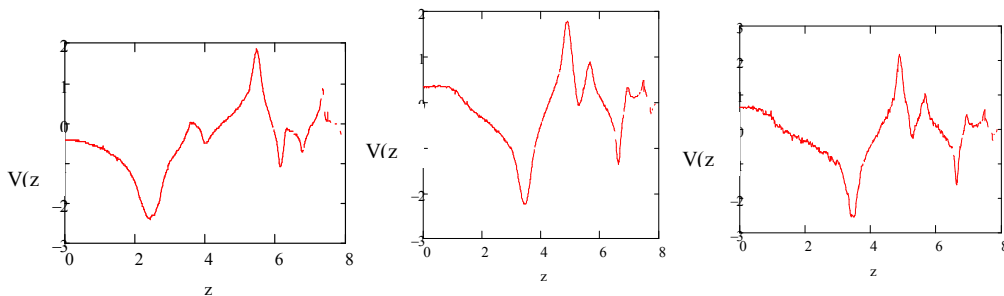
$\tau_0 = 6$



$\tau_0 = 7$



$\tau_0 = 8$



Фиг. 2 Графики распределения продольных скоростей частиц центральной оси в моментах $\tau_0 = 6 \frac{a}{c_1}$, $\tau_0 = 7 \frac{a}{c_1}$ и $\tau_0 = 8 \frac{a}{c_1}$.

Полученные графики позволяют сделать следующие выводы:

а) как и следовало ожидать, в начальный момент, решения, соответствующие разному распределению нагрузок, резко отличаются друг от друга. Этот статус сохраняется до времени $\tau_0 = 2$.

б) после этого момента, на переднем фронте решения начинают совпадать, и эта область постепенно расширяется.

в) процесс расширения продолжается до времени $\tau_0 = 7$, когда решения по всей области, исключая близлежащую область к торцу, почти совпадают, а затем это совпадение сохраняется до конца нагружения.

г) поскольку нагружения во втором и третьем случаях более близки друг к другу, процесс совпадения решений формируется намного раньше, почти в моменте $\tau_0 = 1$.

В 1.2 исследуется процесс распространения нестационарных волн в полубесконечной призме, подвергающей действие ударных касательных сил, распределенной по торцевой площадке. Материал призмы считается упругим, изотропным и однородным. В таком случае, рассматриваемая задача представляется следующей начально-краевой задачей математической физики:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{U} + \mu \Delta \vec{U}$$

$$\vec{U} = \vec{U}(u, v, w)$$
(1)

где \vec{U} - вектор перемещений, ρ - плотность материала, λ, μ - постоянные Ляме.

Начальные условия нулевые:

$$\left. \begin{aligned} u = \vartheta = w = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \end{aligned} \right\} t = 0 \quad (2)$$

Торцевые условия соответствуют касательному удару следующего вида:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zx} = \tau_1(y)f_1(t) \\ \sigma_{zy} = \tau_2(x)f_2(t) \\ w = 0 \end{aligned} \right\} \text{при } z = 0 \quad (3)$$

Боковые поверхности покрыты гибкой нерастяжимой мембраной, что соответствует следующим граничным условиям:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} = 0 \\ \vartheta = w = 0 \end{aligned} \right\} \text{при } x = \pm a \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{yy} = 0 \\ u = w = 0 \end{aligned} \right\} \text{при } y = \pm b$$

Применим преобразования Лапласа по t , а затем преобразования Фурье по осевому координату z , что и дает:

$$(\lambda + \mu) \left[\frac{\partial^2 \bar{u}_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_c}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \bar{w}_s}{\partial x} \right] + \mu \left[\frac{\partial^2 \bar{u}_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_c}{\partial y^2} - q^2 \bar{u}_c \right] = -\tau_1(y) \bar{f}_1(p) + \rho p^2 \bar{u}_c$$

$$(\lambda + \mu) \left[\frac{\partial^2 \bar{u}_c}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \bar{v}_c}{\partial y^2} + \frac{\partial \bar{w}_s}{\partial y} \right] + \mu \left[\frac{\partial^2 \bar{v}_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_c}{\partial y^2} - q^2 \bar{v}_c \right] = -\tau_2(x) \bar{f}_2(p) + \rho p^2 \bar{v}_c$$

$$(\lambda + \mu) \left[-q \frac{\partial \bar{u}_c}{\partial x} - q \frac{\partial \bar{v}_c}{\partial y} - q^2 \bar{w}_s \right] + \mu \left[\frac{\partial^2 \bar{w}_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}_s}{\partial y^2} - q^2 \bar{w}_s \right] = \rho p^2 \bar{w}_s$$

Заменяя функций $\overline{u_c}, \overline{v_c},$ и $\overline{w_s}$ с тремя новыми функциями

φ, ψ_1 и $\psi_2,$

$$\overline{u_c} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_1}{\partial y} + q \frac{\partial \psi_2}{\partial x},$$

$$\overline{v_c} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} + q \frac{\partial \psi_2}{\partial y},$$

$$\overline{w_s} = -q\varphi - \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2},$$

и, после несложных операций эту систему можно привести к весьма удобной и упрощенной форме:

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + 2\mu)H_1\varphi + qH_2\psi_2 &= 0, \\ H_2\psi_1 &= -\frac{\overline{f_1}(p)}{\mu}\tau_0 y \\ H_0H_2\psi_2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

для случая $\tau_1 = \tau_0 = const,$ и $\tau_2 = 0$

Здесь $H_i, i = 1,2$ операторы Гельмгольца,

$$H_i = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \left(\frac{p^2}{c_i^2} + q^2 \right), \quad i = 1,2$$

$$H_0 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - q^2$$

Наличия боковых условий в виде (4) позволяют представить искомые решения в следующем виде:

$$\varphi = \sum_{k,m} A_{km} \sin \alpha_k x \cos \beta_k y ;$$

$$\psi_1 = \sum_{k,m} B_m \cos \alpha_k x \sin \beta_m y ; \quad \alpha_k = \frac{k\pi}{a} ;$$

$$\psi_2 = \sum_{k,m} C_{km} \sin \alpha_k x \cos \beta_k y ; \quad \beta_m = \left(\frac{1}{2} + m \right) \frac{\pi}{b} .$$

Решения в этом случае представлены одним поперечным потенциалом ψ_1 вызывающими единственные перемещения:

$$U = \begin{cases} \frac{\tau_0 c_2}{\mu b} f(t) * \sum_m \frac{(-1)^m}{\beta_m} J_0 \left[\beta_m \sqrt{c_2^2 t^2 - z^2} \right] \cos \beta_m y & 0 < z \leq c_2 t \\ 0 & z > c_2 t \end{cases}$$

Полученные решения показывают следующую волновую картину: по призме в направлении оси z распространяется изгибающая волна со скоростью c_2 ; Отражения этой волны от боковых поверхностей опять же являются волны этого же типа.

Построены графики и они соответствуют результатам, непротиворечащим здравой логике.

В 1.3 посвящена изучению нестационарного распространения волн в прямоугольной призме, возникших под влиянием ударных сдвиговых сил, действующих в торцевой площадке, когда одна пара боковых поверхностей свободна от усилий.

Задача о касательном ударе по торцу полубесконечного прямоугольного бруса, когда все боковые поверхности подвергнуты действию смещенных условий, была решена в предыдущем параграфе. Но существования хотя бы одной пары свободных боковых условий, намного усложняет процесс интегрирования и поэтому требует отдельного рассмотрения.

Рассматриваемая начально-краевая задача предполагает интегрирование системы трехмерных уравнений Ляме; в этом случае систему (1)-(3) присоединяются следующие краевые условия

$$c) \sigma_{xx} = \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = 0, \quad \text{при} \quad x = \pm a \quad (5)$$

$$d) \left. \begin{array}{l} \sigma_{yx} = 0 \\ \sigma_{yx} = 0 \\ v = 0 \end{array} \right\}, \quad \text{при } y = \pm b \quad (6)$$

Решение этой системы представлено в виде:

$$\phi = \sum_m A_m(x) \cos \beta_m y;$$

$$\psi_1 = \sum_m B_m(x) \sin \beta_m y;$$

$$\psi_2 = \sum_m C_m(x) \cos \beta_m y;$$

где $\beta_m = \frac{m\pi}{b}$ ($m = 1, \infty$) и

$$A_m(x) = A_m \operatorname{sh} v_{1m} x$$

$$B_m(x) = B_m \operatorname{ch} v_{2m} x - \frac{b \tau_0 f_1(p)}{\mu} \frac{(-1)^m}{\beta_m v_{2m}^2},$$

$$C_m(x) = C_m \operatorname{sh} v_{2m} x \quad m = 1, \infty$$

Коэффициенты A_m , B_m и C_m являются решений следующей линейной, алгебраической системы:

$$\{A_m, B_m, C_m\} \{D\}_m = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix},$$

где

$$\{D\}_m = \begin{vmatrix} [(\lambda + 2\mu)v_{1m}^2 - \lambda(\beta_m^2 + q^2)] \operatorname{sh} v_{1m} a & 2\mu v_{2m} \beta_m \operatorname{sh} v_{2m} a & 2\mu q v_{2m}^2 \operatorname{sh} v_{2m} a \\ -2v_{1m} \beta_m \operatorname{ch} v_{1m} a & -(\beta_m^2 + v_{2m}^2) \operatorname{ch} v_{2m} a & -2q v_{2m} \beta_m \operatorname{ch} v_{2m} a \\ -2q v_{1m} \operatorname{ch} v_{1m} a & -q \beta_m \operatorname{ch} v_{2m} a & -(q^2 + v_{2m}^2 - \beta_m^2) \operatorname{ch} v_{2m} a \end{vmatrix},$$

$$d_1 = 0$$

$$d_2 = \frac{b\tau_0 \bar{f}_1(p)}{\mu} \cdot \frac{(-1)^m}{v_{2m}^2} \beta_m.$$

$$d_3 = -\frac{b\tau_0 \bar{f}_1(p)}{\mu} \cdot \frac{(-1)^m}{v_{2m}^2} q$$

Найдены обратные преобразования этих функций для начальных стадий процесса.

В 1.4 исследован процесс распространения нестационарных волн в прямоугольном брусе, при усложненных боковых условиях. Движение возникает вследствие действий ударных нормальных сил, приложенных в торцевую площадку полубесконечного бруса, все четыре боковые поверхности которого свободны от усилий. Именно эти однотипные условия выступают усложняющими факторами в решении этой задачи. В ранее известных решениях боковые стороны частично или полностью подвергаются условиям смешанного типа, благодаря которым удается разделить граничные значения различных волн на этих поверхностях. При отсутствии этого упрощающего фактора, сделать дизайн решений, удовлетворяющих все свободные боковые условия, оказывается проблематичной.

Данная работа посвящена исследованию нестационарных волновых процессов в прямоугольных призмах, со сводными боковыми сторонами, подвергающихся действию внезапно приложенных на торцевой области нормальных сил. В отличие от предыдущих работ, где рассматривались и строились решения для довольно широкого класса функций нагрузок в данной работе, с учетом сложности задачи, предполагается постоянство этой функции вдоль поверхности торцевой области.

На основе полученных решений построены графики распределения осевой скорости частиц центральной линии на одной из боковых поверхностей, в зависимости от координаты z и в последующих значениях времени. Результаты блестяще подтверждают и теоретических ожиданий и экспериментальных результатов.

В графиках отчетливо видны образования квазифронта волн, распространяющихся со скоростью $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ (стержневая скорость). Ближе

к торцевой части, вследствие неоднократных отражений волн, почти осуществляется решение, которое дает элементарная теория стержней. Этот результат примерно в таком же виде обнаружен и в [96], который получен для центральной линии $x=0, y=0$.

В 1.5 рассматривается задача об ударе по торцевой области полубесконечной прямоугольной призмы, боковые стороны которой подвержены условиям скользящего контакта.

Представленный в [30] новый метод решения системы трехмерных уравнений Ляме, позволяет легко довести эту задачу, до полного и точного решения. Получен результат что, при рассмотренных боковых условиях и при постоянстве ударных сил, призматический брус ведет себя как обыкновенный стержень, с той лишь разницей, что передний фронт волн распространяется со скоростью C_1 , а не со стержневой

скоростью $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$.

Во второй главе диссертации рассматриваются нестационарные динамические задачи теории упругости для тел, обладающих цилиндрической симметрией.

Существующие аналитические решения цилиндрических задач динамической теории упругости довольно скудны, известны только асимптотические решения задачи об ударе по цилиндру [99].

Цель настоящей главы, предоставить методы построения решения упругой задачи нестационарной динамики в общем виде для цилиндрических волновых движений.

В 2.1 рассматривается задача о распространении волн в полубесконечном круговом цилиндре радиуса a , под действием ударных осевых сил, приложенных на торцевой площадке цилиндра.

В цилиндрической системе координат z, φ, z связанной с торцом цилиндра, решение рассматриваемой осесимметричной задачи связано с решением следующей системы:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{r} = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}$$
(7)

$$\sigma_{rr} = 2\mu\varepsilon_{rr} + \lambda e; \quad \sigma_{\theta\theta} = 2\mu\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda e; \quad \sigma_{zz} = 2\mu\varepsilon_{zz} + \lambda e.$$

$$\sigma_{rz} = 2\mu\varepsilon_{rz}; \quad e = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{\theta\theta};$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r};$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r};$$
(8)

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z};$$

$$\varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right);$$

$$\varepsilon_{z\theta} = \varepsilon_{r\theta} = 0.$$

Здесь u_r и u_z радиальное и осевое перемещение частиц, ρ плотность.

Этой системе присоединяются соответствующие начальные и граничные условия.

Задача решается применением интегральных преобразований Лапласа и Фурье.

Вся сложность связано именно с процессом нахождения обратных, двукратных преобразований полученных решений. Новизна этой главы состоит в представлении новых методов обращения подобных преобразований. Этот метод является видоизменным методом, ранее успешно примененным в [96] при решении нестационарной задачи для упругого слоя, и он позволяет получить решения даже для слоистого цилиндрического тела.

В диссертации получены решения для полубесконечного круглого цилиндра и для полупространства со встроенным упругим

цилиндром Найдены аналитические решения и они иллюстрированы в графиках.

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в следующих работах:

1. Г. Р. Шамилова. Распространение волн в призматическом брусе, подверженном действию одной сосредоточенной силы. АМЕА Aspirantların elmi konfransının materialları. 2009. səh. 87.
2. Shamilova G.R. On Saint-Venant principle in dynamics of elastic beams. Proceed.of IMM of NASA, Vol. XXXIV (XLII), Baku-2011, p. 123-129.
3. Н. Б. Расулова, Г. Р. Шамилова. Исследования касательного удара по торцу полубесконечного прямоугольного бруса. Механика və Maşınqayırma. 2011, №2, səh. 103-108.
4. Н. Б. Расулова, Г. Р. Шамилова. Исследования касательного удара по торцу полубесконечного прямоугольного бруса. Научные труды Азербайджанской Государственной морской Академии №2, 2012 стр. 44-48.
5. Shamilova G.R. A problem on dynamics of a rectangular beam. Abstracts collection on new challenges in the European area: international Baku forum of young scientists dedicated to the 90-th anniversary of national leader Heydar Aliyev, 2013, p. 35.
6. Г. Р. Шамилова. Об одной задаче, о динамике прямоугольных брус. Elmi əsərlər, Fundamental elmlər. 2013, №1 Cild XII (45), səh. 83-87.
7. Расулова Н.Б., Г. Р. Шамилова. О методе решений нестационарных задач слоистых цилиндрических тел. Azərbaycanın görkəmli alimi, АМЕА-nın müxbir üzvi, f-r.e.d., professor Y.Ə. Əmənzadənin anadan olmasının 100-illik yubleyinə həsr olmuş "Məxanikanın klassik və müasir problemləri"adlı Respublika elmi konfransının materialları. BDU. 2014.səh.255-258.

8. Расулова Н. Б., Г. Р. Шаилова. Распространение волн в прямоугольном брусе, подверженном действию ударных касательных сил. Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 3/7 (69) 2014. стр.26-30.

ЗАКЛЮЧЕНИЯ И ВЫВОДЫ

В диссертации исследованы нестационарные задачи механики деформируемого твердого тела для упругих тел. В математическом отношении задачи, решенные в диссертации, являются достаточно сложными, и порой нестандартными. Полученные результаты могут быть внедрены в производстве при проектировании специальных конструкций. Они могут быть применены также в других областях, где существуют ударные воздействия на различные машины, конструкции и оборудования.

В диссертации получены следующие результаты.

1. Теоретически исследован принцип Сен-Венана в динамике балок для нестационарного движения.
2. Разработан метод решения трехмерной системы Ляме в задаче касательного удара по торцу полубесконечной прямоугольной призмы.
3. Найдено компактное решение сложнейшей задачи о нестационарном движении прямоугольного бруса, когда все боковые поверхности свободные.
4. Разработан метод решения нестационарных задач теории упругости для тел с цилиндрических симметрий.
5. Впервые получено точное решение задачи об ударе по цилиндру, для начального и конечного интервала времени.
6. Исследованы и решены задачи о нестационарном движении полупространства со встроенным в нем цилиндром.
7. Почти всё полученные аналитические решения иллюстрированы в виде серийных графиков последующими значениями времени, что позволяет, составить видеоленту процесса распространения.

Резюмируя результаты, полученные в диссертации, можно сделать следующие выводы:

- 1) Получены аналитические решения нескольких пространственных задач динамики деформируемых тел.
- 2) Разработан метод решения задач цилиндрических волновых движений и впервые получены точные решения задач для некоторых видов областей.

GÜLNAR RÖVŞƏN qızı ŞAMİLOVA

DÜZBUCAQLI PRİZMALARDA VƏ SİLİNDİRLƏRDƏ QEYRİ-STASİONAR DALĞALARIN YAYILMASI PROSESİNİN TƏDQIQI

XÜLASƏ

Dissertasiya işində aşağıdakı yeniliklər alınmışdır.

- Üçölçülü fəza məhlərinin qeyri-stasionar dinamikası araşdırılmış bir çox məsələlərin dəqiq həlləri alınmışdır.
- Yarımsonsuz düzbucaqlı prizmanın uc kəşiyinə toxunan zərbə məsələsində üçölçülü Lamé sisteminin həll metodu işlənib hazırlanıb.
- Silindrik simmetriyaya malik cisimlər üçün elastiklik nəzəriyyəsinin qeyri-stasionar məsələlərinin həll metodları hazırlanıb.

GULNAR ROVSHAN gizi SHAMILOVA

**THE INVESTIGATION OF PROPAGATION OF
NONSTATIONARY WAVES IN RECTANGULAR PRISMS AND
CYLINDERS.**

SUMMARY

In the dissertation the following important results were obtained.

- Was to investigate the dynamics of space, three-dimensional, nonstationary movements and find the exact solution of some problems
- A method for solving the Lamé three-dimensional system in the problem of tangential impact on prism the and face of a semi-infinite rectangular prism was worked out.
- A method for solving nonstationary problems of elasticity theory for bodies with cylindrical symmetry was elaborated.