

# AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

*Əlyazması hüququnda*

## **İÇİ BOŞ SİLİNDİR VƏ ONU ƏHATƏ EDƏN ELASTİK MÜHİTDƏN İBARƏT OLAN SİSTEMƏ TƏSİR EDƏN HƏRƏKƏTLİ VƏ TİTRƏYİŞLİ YÜKÜN DİNAMİKASI**

Elm sahəsi: Mexanika

İxtisas: 2002.01– Deformasiya olunan bərk cisim mexanikası

İddiaçı: **Mahir Əliqulu oğlu Mehdiyev**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim edilmiş  
dissertasiyanın

### **AVTOREFERATI**

**Bakı – 2025**

Dissertasiya işi Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun «Elastiklik və plastiklik nəzəriyyəsi» şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi: AMEA-nın müxbir üzvü, texnika elmləri doktoru, professor  
**Surxay Cabbar oğlu Əkbərov**

Rəsmi opponətlər: Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor  
**Qabil Qəribxanoviç Əliyev**



Mexanika elmləri doktoru, dosent  
**Yusif Məmmədəli oğlu Sevdimaliyev**

Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor  
**Asəf Dağbəyi oğlu Zamanov**

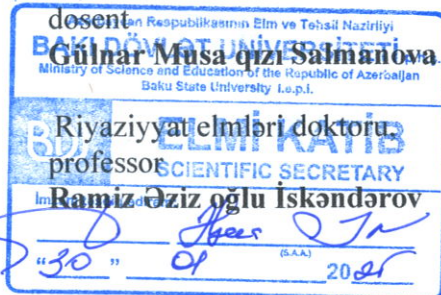
Riyaziyyat elmləri doktoru, professor  
**Muğan Salman oğlu Quliyev**

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin bazasında fəaliyyət göstərən birdəfəlik Dissertasiya Şurası \_\_ BED 4.23 \_\_.

Dissertasiya şurasının sədri:  AMEA-nın həqiqi üzvü, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor  
**Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Dissertasiya şurasının elmi katibi:  Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent  
**Gülnar Musa qızı Salmanova**

Elmi seminarın sədri:  Riyaziyyat elmləri doktoru, professor  
**Ramiz Əziz oğlu İskəndərov**



"30" 09 (S.A.A.) 2025

## İŞİN ÜMUMİ XÜSUSİYYƏTLƏRİ

**Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi.** Metro, tunel və sair kimi yüksək sürətli nəqliyyat kommunikasiyaları üçün yeraltı yolların yaradılması, həmçinin, yüksək sürətli mərmə və raketlərlə atəş açmaq üçün uzun qatlı (laylı) silah barelinin hazırlanması elastodinamikanın müvafiq məsələlərinin öyrənilməsinə tələb edir. Bu tədqiqatlardan, həmçinin, qatarların yeraltı metroda və tunellərdə hərəkəti zamanı yaranan titrəyişdən (vibrasiyadan) yaxınlıqdakı tikinti qurğularının təhlükəsizliyini təmin etmək də tələb olunur. Bu göstərilənlər radial istiqamətdə sonlu və sonsuz qalınlığa malik olan elastiki mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili hissəsinə təsir edən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün dinamikasının tədqiqinin öyrənilməsinə gətirib çıxaran məsələlərin tam olmayan siyahısıdır. Dissertasiya işi elastodinamikanın xətti və xəttiləşdirilmiş dəqiq üçölçümlü tənliliklərinin və münisbətlərinin cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modeli çərçivəsində məhz bu tədqiqatlara həsr olunmuşdurki, buda baxılan məsələnin aktuallığını göstərir. Bu tədqiqatların nəzəri əsasını elastodinamikanın müasir inkişaf səviyyəsi təşkil edir və bu sahəyə bir çox alimlər öz töhfələrini vermişlər. Bu sıraya C.H. Ağalarovun S. C. Əkbərovun, Y.Ə. Əmənzadənin, A. N. Quzun, A. A. İlyuşinin, M. X. İlyasovun, V. D. Kubenkonun, M. F. Mehdiyevin, N.B. Rəsulovanın, V. P. Tamujun, L.X. Talıblının, N.A. Şulqanın, X. A. Raxmatullinin, J. D. Achenbach, A. C. Eringen, E. S. Suhubi, C. Truettell, R. W. Ogden və bir sıra digər tədqiqatçıların araşdırmalarını aid etmək olar. Qeyd edək ki, elastiyət nəzəriyyəsinin dinamik məsələləri arasında elastik konstruksiyalara təsir edən hərəkətli yükün dinamikasına aid problemlər (məsələlər) xüsusi yer tutur. Həmçinin, qeyd etmək lazımdır ki, bu tədqiqatların başlanması 1847-ci ildə Çester körpüsünün (İngiltərə) dağılmasından sonrakı dövrə təsadüf edir. O zamandan, bu istiqamətdə müvafiq araşdırmalar davam edir və təkmilləşdirilir. Bu tədqiqatlara aid məsələlərin təsnifatını elastiki konstruksiyaların hündəsi formalarını nəzərə almaqla aparmaq olar:

I) çubuqlara aid olan məsələlər (problemlər); II) plitələrə aid olan məsələlər; III) müstəvi-qatlı sistemə aid olan məsələlər və IV)

silindrik qatlı sistemlərə aid olan məsələlər.

Qeyd edək ki, I) və II) tip məsələlərə aid araşdırmalar (Quyang) Moving load dynamic problems: A tutorial (with a brief overview). *Mech. Syst. Signal Pr.*, 25, 2011, p.2039-2060 məqaləsində yerinə yetirilmişdir. III) tipə aid olan məsələlərin icmalları (Akbarov S. D.) Dynamics of pre-strained bi-material elastic systems: Linearized three – dimensional approach. *Springer, New-York, 2015* monoqrafiyada verilmişdir<sup>1</sup>. Bu müddəaya əsasən dissertasiya işində IV) tip məsələlərə aid olan tədqiqatların və bu dissertasiya işinin mövzusu ilə bilavasitə əlaqəsi olan III) tip məsələlərə aid olan hissəsinin ətraflı icmalları (təhlilləri) verilmişdir.

Bu icmallar baxılan, elastik mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün dinamikası haqqında nəzəriyyənin işlənməsinə, elastodinamikanın dəqiq üçölçülü və xəttilləşdirilmiş tənliklərinin cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modelinə əsasən müvafiq sərhəd məsələlərinin analitik-ədədi üsullarının təkmilləşdirilməsinə həsr olunmuş, hazırki dissertasiya işinin yeniliyinə və aktuallığına dəlalət edir.

**Tədqiqatın məqsədi və mövzusu.** Araşdırmanın məqsədi aşağıdakılardır:

- a) sonsuz elastik mühitlə əhatə olunmuş içi boş dairəvi silindr;
- b) ikiqatlı içi boş dairəvi silindr.

Tədqiqat mövzusu aşağıdakılardır:

a) sonsuz mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli dairəvi yükün dinamikasına dair oxasimmetrik məsələlər;

b) sonsuz mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli lokal paylanmış yükün dinamikasına dair oxasimmetrik olmayan üçölçülü məsələlər;

c) ikiqatlı içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli yükün dinamikasına dair oxasimmetrik və oxasimmetrik olmayan

---

<sup>1</sup> Akbarov, S.D. Dynamics of Pre-Strained Bi-Material Elastic Systems: Linearized Three-Dimensional Approach / S.D. Akbarov. Heidelberg, New-York: Springer, - 2015. -1004p.

üçölçülü məsələlər;

d) silindr daxilində zamana görə harmonik şəkildə dəyişən qüvvələrin təsiri altında «içi boş silindr + sonsuz ətraf mühit» və ikiqatlı içi boş silindrlər sisteminin məcburi rəqslərinə dair oxasimmetrik və oxasimmetrik olmayan üçölçülü məsələlər.

### **Tədqiqatın məqsədi və vəzifələri.**

İşin məqsədi elastodinamikanın dəqiq üçölçülü tənliklərinin və başlanğıc gərginlikli cisimlərdə elastiki dalğaların üçölçülü xəttilləşdirilmiş nəzəriyyəsinin (BGEDÜXN) cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modeli əsasında sonsuz və sonlu elastiki mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli, titrəyişli və titrəmə-hərəkətli yükün dinamikası nəzəriyyəsinin yaradılmasıdır.

### **Tədqiqatın məqsədi aşağıdakılardır:**

a) içi boş silindrdən və sonsuz elastik mühitdən ibarət olan sistemin məcburi rəqsləri, habelə ikiqatlı içi boş silindrlərin məcburi rəqslərinin oxasimmetrik və oxasimmetrik olmayan üçölçülü məsələləri;

b) sonsuz elastik mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindr daxilində təsir göstərən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün dinamikasının oxasimmetrik və oxasimmetrik olmayan üçölçülü məsələlər, habelə ikiqatlı içi boş silindirə aid müvafiq məsələlər.

**Tədqiqat metodları.** Dissertasiya işində aparılan tədqiqatlarda riyazi fizikanın aşağıdakı üsulları tətbiq edilmiş və təkmilləşdirilmişdir:

a) zamana nəzərən invariant olan hərəkətli koordinat sisteminə keçid;

b) silindrin oxu üzərindəki nöqtənin hərəkətli yükə uzaqlığını göstərən koordinata görə Furiye çevirməsi;

c) axtarılan kəmiyyətlərin Furiye çevirmələrinin Furiye sıralarına ayrılışı;

d) axtarılan kəmiyyətlərin dəyişənlərə ayrılması;

e) Furiyenin tərs çevirməsini (orjinalı) tapmaq üçün ədədi alqoritmi təkmilləşdirmək məqsədi ilə «Zommerfeld konturu» üsulu;

f) ədədi nəticələr əldə etmək üçün MATLAB proqram dilində

PK (personal kompüter) proqramlarının yaradılması.

### **Müddafiyyə çıxarılan əsas müddəalar.**

Dissertasiyada elastodinamikanın dəqiq üçölçülü tənliklərinin və BGDÜXN cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modelinə əsasən elastiki mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün dinamikası haqqında nəzəriyyə işlənib hazırlanmışdır, o cümlədən:

a) dinamik gərginlik-deformasiya vəziyyəti ilə bağlı müvafiq problemlərin həlli üçün məsələlərin qoyuluşu və analitik-ədədi üsulların işlənməsi (hazırlanması);

b) hərəkətli yükün sürətinin və titriyisinin silindr və ətraf mühit materiallarının sərhədlərinin səthindəki gərginliklərin paylanmasına təsirinin müəyyən edilməsi haqqında ikiölçülü və üçölçülü məsələlərin müxtəlif siniflərinin tədqiqi;

c) hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün kritik sürətlərinin təyin edilməsi və məsələnin parametrlərinin bu kritik sürətlərin qiymətlərinə təsiri;

d) «giroskop effektinin» (və ya «Koriolis təcil effektinin») kritik sürətin qiymətinə və interfeys gərginliyinin paylanmasına təsirinin müəyyən edilməsi;

e) «içi boş silindr+ətraf mühit» sisteminin məcburi rəqslərinin öyrənilməsi;

f) bircins başlanğıc gərginliyinin kritik sürətin qiymətinə və interfeys gərginliyinin paylanmasına təsirinin tədqiq edilməsi;

g) hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yüklərin oxasimmetrik olmayan halının kritik sürətlərin qiymətinə təsirinin təyin edilməsi.

**Tədqiqatın elmi yeniliyi.** Elmi yenilik və işin nəticələrinin əhəmiyyəti aşağıdakılardan ibarətdir:

✓ elastiki mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir göstərən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yüklərin dinamikasının tədqiqi məsələlərinin qoyuluşundan;

✓ fəza koordinatları üzrə Furiye çevirməsinin və bu çevirmələrin Furiye sırasına ayrılması ilə müvafiq sərhəd məsələlərinin həlli üçün metodların işlənilməsi və hazırlanmasından;

✓ kritik sürətin təyini və interfeys gərginliklərinin paylanması haqqında konkret ədədi nəticələr əldə etmək üçün alqoritmlərin və

PK proqramlarının hazırlanmasından;

✓ hərəkətli yükün titrəyişi və baxılan məsələnin oxasimmetrik olmadığı ilə bağlı bir sıra effektlərin aydınlaşdırılmasından;  
✓ silindrin və ətraf mühitin mexaniki və həndəsi xassələrinin kritik sürətin qiymətinə və interfeys gərginliklərin paylanmasına təsirinin müəyyən edilməsindən.

### **Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.**

İşin nəzəri əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, elastodinamikanın dəqiq üçölçülü tənliklərinin və BGEDÜXN cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modelinə əsasən sonsuz elastiki mühitlə (radial istiqamətdə sonlu qalınlıqlı) əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün dinamikası haqqında baxılan bütün məsələlər ilk dəfə həll edilmişdir.

**Alınmış nəticələrin nəzəri əhəmiyyəti aşağıdakılarla təsdiq edilir:**

1) Hissə-hissə bircins cisim modeli çərçivəsində üçölçülü elastodinamika nəzəriyyəsinin dəqiq üçölçülü tənliklərinin və münasibətlərinin və həmçinin, BGEDÜXN tətbiqi ilə;

2) Qoyulmuş problemin korrekliyi və müvafiq dalğa tənliyinin analitik həllinin dəqiqliyi ilə;

3) Alınmış nəticələrin öz aralarında, fiziki-mexaniki mülahizələrlə və xüsusi hallarda məlum nəticələrlə uzlaşdırılması ilə.

Bu işin nəticələrinin praktiki əhəmiyyəti yeraltı nəqliyyat qurğularında və çoxqatlı silah barelində hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yüklərin yaradacağı fəlakətli hadisələrin proqnozlaşdırılması və qarşısının alınması üçün nəzəri əsasların yaradılmasından ibarətdir.

**Aprobasiya və tətbiqi.** Dissertasiyanın nəticələri müxtəlif vaxtlarda aşağıdakı konfranslarda məruzə olunmuşdur:

• The World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics (ASEM17), 28 August - 1 September, 2017, Ilsan (Seoul), South Korea.

• VII International Joint Conference of Georgian Mathematical Union & Georgian Mechanical Union. Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis dedicated to 125-th birthday anniversary of academician N. Muskhelishvili, Sept. 5-9, 2016. Batumi, Georgia.

• 1-st International Conference on Innovations in Natural Science and Engineering (ICINSE 2018), 3-6 January 2018, Turkish Republic of Northern Cyprus.

• The 6<sup>th</sup> International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications Engineering (COIA-2018), 11-13 July 2018, Baku, Azerbaijan.

• 21. Ulusal Mekanik Kongresi, 02-06 Eylül 2019, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Turkey.

Dissertasiyanın nəticələri Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Ümumitut seminarlarında, həmçinin «Deformasiya olunan bərk cisim mexanikası», «Dalğa dinamikası» və «Tətbiqi Riyaziyyat» şöbələrinin seminarlarında müzakirə olunmuşdur.

**Müəllifin şəxsi töhfəsi** konkret məsələləri formalaşdırmaqdan və tədqiqat istiqamətlərini seçməkdən ibarətdir. Bundan əlavə, həmin məsələlərin həlli üsullarının hazırlanması, əldə edilmiş ədədi nəticələr, həmçinin hazırlanmış nəticələr və mühəndislik tövsiyələri şəxsən müəllifə məxsusdur.

**Müəllifin nəşrləri.** Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK-ın tövsiyə etdiyi nəşrlərdə dərc olunan nəşrlər 12 (onlardan 7 – si Web of Science), konfrans materialları-1, məruzələrin tezisləri – 5.

**Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.**

İş Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun «Elastiklik və plastiklik nəzəriyyəsi» şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

**Dissertasiyanın strukturu və həcmi.** Dissertasiya girişdən, üç fəsildən, nəticədən, istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından və əlavələrdən ibarətdir.

Dissertasiya işinin ümumi həcmi – 435740 işarə (Titul səhifəsi - 2000 işarə, mündəricat cədvəli – 2700 işarə, giriş - 30400 işarə, birinci fəsil – 154700 işarə, ikinci fəsil – 163800 işarə, üçüncü fəsil – 60000 işarə, nəticə – 22140 işarə). İstifadə olunan ədəbiyyatın siyahısı 114 addan ibarətdir. Dissertasiya 234 şəkildən və 19 cədvəldən ibarətdir.



## DİSSERTASIYANIN ƏSAS MƏZMUNU

**Girişdə** işdə nəzərdən keçirilən problemə aid tədqiqat işlərinin icmalı verilmişdir. Burada dissertasiya işinin mövzusu və məqsədi formalaşdırılmış, onun aktuallığı, əldə edilmiş nəticələrin yeniliyi və düzgünlüyü, onların praktiki əhəmiyyəti əsaslandırılmışdır. İşin əsas məzmunu fəsilər üzrə qıscaca təsvir edilmişdir.

**Dissertasiya işinin birinci fəsl**i elastiki mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli dairəvi yükün dinamikasının oxasimmetrik məsələlərinin öyrənilməsinə həsr edilmişdir.

Silindrin və ətraf mühitin bircins başlanğıc gərginliklərə məruz qaldığı halda (baxılan sistemin sonsuzluqda dartılması və ya sıxılması nəticəsində yaranmış), başlanğıc gərginliyin dairəvi yükün kritik sürətinə təsiri də nəzərdən keçirilir<sup>2</sup>. Həmçinin, silindr və ətraf mühit arasında əlaqənin ideal olmadığı halın kritik sürətin qiymətinə və interfeys gərginliklərə təsiri də öyrənilir<sup>3</sup>. Bütün bunlarla yanaşı, baxılan sistemin məcburi harmonik rəqsləri məsələsi də araşdırılır. Bütün dissertasiya işi boyu istifadə olunan tərs Furrye çevirməsinin ədədi araşdırılması üçün alqoritm tərtib edilir. Kritik sürətə və interfeys gərginliklərin paylanmasına aid bir çox ədədi nəticələr verilmişdir və təhlil edilmişdir.

Birinci fəsildə aparılan tədqiqatların bəzi fraqmentlərini nəzərdən keçirək və bu məqsədlə sonsuz elastiki mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir göstərən titrəmə-hərəkətli dairəvi yükün dinamikasını qeyd edək.

Beləliklə, Şəkil 1-də təsvir olunan sistemi nəzərdən keçirək: sonsuz elastiki mühitlə əhatə olunmuş qalınlığı  $h$  olan içi boş silindrin daxili səthində təsir göstərən titrəmə-hərəkətli dairəvi yük  $V$  sürəti ilə silindrin oxu boyu hərəkət edir. Silindrin bu oxu ilə silindrik  $Or\theta z$  və

---

<sup>2</sup> Babich, S.Y., Glukhov, Y.P., Guz, A.N. Dynamics of a layered compressible pre-stressed halfspace under the influence of moving load// - New York: International Applied Mechanics, - 1986, , 22, № 6. - p. 808-815.

<sup>3</sup> Abdulkadirov, S.A. Low-frequency resonance waves in a cylindrical layer surrounded by an elastic medium/ Novosibirsk: Journal of Mining Science, - 1981, 80, - p. 229-234.

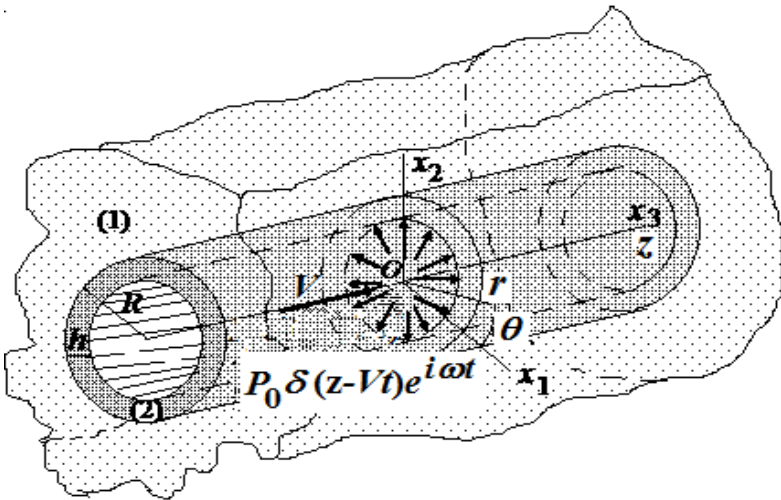
Dekart  $Ox_1x_2x_3$  koordinat sistemlərini əlaqələndirək.

Burada və dissertasiyanın bütün şərtlərindəki təsvirlərdə silindirə aid olan kəmiyyətlər yuxarı (2) indeksi ilə, ətraf mühitə aid olan kəmiyyətlər isə yuxarı (1) indeksi ilə göstərilmişdir.

Tədqiqat elastodinamikanın dəqiq tənliklərinin cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modeli çərçivəsində oxasimmetrik hal üçün aparılmışdır. Bu hal üçün hərəkət tənliyi, elastiklik və həndəsi münisibətlər aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr}^{(k)} - \sigma_{\theta\theta}^{(k)}) &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(k)} &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial t^2}. \quad k = 1, 2. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(k)} &= \lambda^{(k)} \varepsilon^{(k)} + 2\mu^{(k)} \varepsilon_{rr}^{(k)}, \\ \sigma_{\theta\theta}^{(k)} &= \lambda^{(k)} \varepsilon^{(k)} + 2\mu^{(k)} \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)}, \\ \sigma_{zz}^{(k)} &= \lambda^{(k)} \varepsilon^{(k)} + 2\mu^{(k)} \varepsilon_{zz}^{(k)}, \quad \sigma_{rz}^{(k)} = 2\mu^{(k)} \varepsilon_{rz}^{(k)}. \end{aligned} \quad (2)$$



Şəkil 1.

$$\varepsilon_{rr}^{(k)} = \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)} = \frac{u_r^{(k)}}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^{(k)} = \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z},$$

$$\varepsilon^{(k)} = \varepsilon_{rr}^{(k)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)} + \varepsilon_{zz}^{(k)}, \quad \varepsilon_{rz}^{(k)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \right) \quad (3)$$

Şəkil 1-ə əsasən, içi boş silindrin daxili səthində aşağıdakı sərhəd şərtlərini yazırıq:

$$\sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = -P_0 \delta(z - Vt) e^{i\omega t}, \quad \sigma_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = 0, \quad (4)$$

burada  $\delta(x)$  – Dirakin delta funksiyası,  $V$  – dairəvi yükün hərəkət sürəti,  $\omega$  – bu yükün titrəmə tezliyidir. Materialların səthlərinin əlaqələrinin tam (mükəmməl) olduğunu qəbul edək

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R} &= \sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R}, \quad \sigma_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R} = \sigma_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R}, \\ u_r^{(1)} \Big|_{r=R} &= u_r^{(2)} \Big|_{r=R}, \quad u_z^{(1)} \Big|_{r=R} = u_z^{(2)} \Big|_{r=R} \end{aligned} \quad (5)$$

Aşağıdakı şərtlərin də yerinə yetirilməsini nəzərə alaq:

$$\begin{aligned} \left| \sigma_{rr}^{(k)} \right|; \left| \sigma_{\theta\theta}^{(k)} \right|; \dots; \left| u_r^{(k)} \right|; \left| u_z^{(k)} \right| < M = \text{const}; \\ \sqrt{r^2 + z^2} \rightarrow \infty \text{ olduqda.} \end{aligned} \quad (6)$$

(1) – (6) problemi elastodinamika tənliklərinin ümumi həlləri üçün Lamé təqdimatından istifadə etməklə həll edilir ki, bu da oxasimmetrik məsələlər üçün aşağıdakı şəkildə yazıla bilər:

$$u_r^{(k)} = \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi^{(k)}}{\partial r \partial z}, \quad u_z^{(k)} = \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Psi^{(k)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi^{(k)}}{\partial r}, \quad (7)$$

burada  $\Phi^{(k)}$  və  $\Psi^{(k)}$  funksiyaları aşağıdakı tənlikləri ödəyir:

$$\nabla^2 \Phi^{(k)} - \frac{1}{(c_1^{(k)})^2} \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2 \Psi^{(k)} - \frac{1}{(c_2^{(k)})^2} \frac{\partial^2 \Psi^{(k)}}{\partial t^2} = 0,$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$c_1^{(k)} = \sqrt{(\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)})/\rho^{(k)}}, \quad c_2^{(k)} = \sqrt{\mu^{(k)}/\rho^{(k)}}. \quad (8)$$

Hərəkətli yüklə əlaqəli və aşağıdakı düsturlar vasitəsilə müəyyən edilən hərəkətli koordinat sistemi daxil edilir<sup>4</sup>:

$$r' = r, \quad z' = z - Vt, \quad (9)$$

---

<sup>4</sup> Achenbach, J.D., Keshava, S.P., Hermann, G. Moving load on a plate resting on an elastic half-space// USA: Trans ASME. Series of Engineering Journal of Applied Mechanics, - 1967, 34, № 4, - p. 183-189.

(9) münasibətinə əsasən, bütün axtarılan kəmiyyətlər  $g(r', z', t) = \check{g}(r', z')e^{i\omega t}$  şəklində təqdim olunur ((bundan sonra  $r'$  və  $z'$ , həmçinin  $\check{g}$  üzərindəki işarələməni yazmayacağıq), buna görə  $\Phi^{(k)}$  və  $\Psi^{(k)}$  üçün aşağıdakı tənlikləri alırıq:

$$\nabla^2 \Phi^{(k)} - \frac{1}{(c_1^{(k)})^2} \left( V^2 \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial z^2} - 2i\omega V \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial z} - \omega^2 \Phi^{(k)} \right) = 0,$$

$$\nabla^2 \Psi^{(k)} - \frac{1}{(c_2^{(k)})^2} \left( V^2 \frac{\partial^2 \Psi^{(k)}}{\partial z^2} - 2i\omega V \frac{\partial \Psi^{(k)}}{\partial z} - \omega^2 \Psi^{(k)} \right) = 0. \quad (10)$$

Bundan başqa, hərəkətli koordinat sistemində (4) sərhəd şərtinin birinci ifadəsi aşağıdakı şərtə çevrilir:

$$\sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = -P_0 \delta(z). \quad (11)$$

Axtarılan kəmiyyətlərin amplitudaları üçün (4) – (6) münasibətlərinin qalan şərtləri qüvvəsində qalır.

(10) tənliyinin həlli üçün  $z$  koordinatı üzrə eksponensial Furye çevirməsi tətbiq edilir, buna əsasən, axtarılan bütün kəmiyyətlər aşağıdakı kimi təqdim olunur:

$$\left\{ \Phi^{(k)}; \Psi^{(k)}; u_z^{(k)}; \dots; \sigma_{rz}^{(k)} \right\} =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \Phi_F^{(k)}; \Psi_F^{(k)}; u_{zF}^{(k)}; \dots; \sigma_{rZF}^{(k)} \right\} e^{+isz} ds. \quad (12)$$

(12)-dən istifadə edərək,  $\Phi_F^{(k)}$  və  $\Psi_F^{(k)}$  Furye çevirmələri üçün aşağıdakı tənlikləri alırıq:

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \left( s^2 - \frac{W^2 (c_2^{(2)})^2}{(c_1^{(k)})^2} \right) \right] \Phi_F^{(k)} = 0,$$

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \left( s^2 - \frac{W^2 (c_2^{(2)})^2}{(c_2^{(k)})^2} \right) \right] \Psi_F^{(k)} = 0, \quad (13)$$

burada

$$W = \Omega - sc, \quad \Omega = \omega h / c_2^{(2)}, \quad c = V / c_2^{(2)}. \quad (14)$$

(13) tənlikliyinin həlli aşağıdakı formada tapılır:

$$\Phi_F^{(2)} = A_1 H_0^{(1)}(r_1) + A_2 H_0^{(2)}(r_1),$$

$$\Psi_F^{(2)} = B_1 H_0^{(1)}(r_2) + B_2 H_0^{(2)}(r_2),$$

$$\Phi_F^{(1)} = C_2 H_0^{(2)}(r_{11}),$$

$$\Psi_F^{(1)} = D_2 H_0^{(2)}(r_{21}), \quad (15)$$

burada  $H_0^{(1)}(x)$  və  $H_0^{(2)}(x)$  sıfır tərtibli birinci və ikinci növ Xankel funksiyalarıdır, və

$$\begin{aligned} r_1 &= r\sqrt{W^2\delta_1^2 - s^2}, \quad \delta_1 = c_2^{(2)}/c_1^{(2)}, \quad r_2 = r\sqrt{W^2 - s^2}, \\ r_{11} &= r\sqrt{W^2\delta_2^2 - s^2}, \quad \delta_2 = c_2^{(2)}/c_1^{(1)}, \\ r_{21} &= r\sqrt{W_1^2 - s^2}, \quad W_1 = W c_2^{(2)}/c_2^{(1)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Beləliklə, (15) həllini Furye çevirməsi ifadəsində (7), sonra isə yerdəyişmə üçün Furye çevirməsini (3) və (2) münisbətlərinin Furye çevirməsində yerinə yazaraq gərginliklər üçün Furye çevirməsinin ifadəsini alırıq. Nəhayət, bu ifadələri Furye çevirməsinin sərbəhd şərtlərində (4) və kontakt şərtlərində (5) yerinə yazaraq, Furye çevirməsinə daxil olan  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  və  $D_2$  naməlum sabitlərin müəyyən edilməsi üçün tənlik əldə edirik. Bu naməlum sabitləri müəyyən etdikdən sonra göstərilən tənliklərdən axtarılan kəmiyyətlərin Furye çevirmələrini tamamilə təyin edirik. Bu çevirmələrin orijinallarını müəyyən etmək üçün dissertasiya işində (12) inteqrallarının hesablanması üçün Zommerfeldin kontur üsulundan istifadəyə əsaslanan alqoritm təkmilləşdirilmişdir.

Yuxarıda göstərilənlərə əsasən, xüsusi hallarda, yəni. I.  $\omega = 0$ ,  $V > 0$ ; II.  $V = 0$ ,  $\omega > 0$  və III.  $V \cdot \omega > 0$  olduqda hərəkətli dairəvi yükə (I hal), harmonik dairəvi yükün təsirindən sistemin məcburi rəqslərinə (II hal) və titrəmə-hərəkətli dairəvi yükə (III hal) aid nəticələr əldə edə bilirik. Qeyd edək ki, I halda kritik sürət müvafiq dispersiya əyrilərdən müəyyən edilir və eyni zamanda kontakt şərtlərinin qeyri-ideallığının bu dəyərlərə təsiri də nəzərdən keçirilir. Bununla yanaşı, kontakt şərtlərinin qeyri-ideallığı (5) ifadəsinin sonuncu şərtinin aşağıdakı şərtlə əvəz edilməsi ilə ifadə edilir

$$\left(u_z^{(1)} - u_z^{(2)}\right)\Big|_{r=R} = \frac{FR}{\mu^{(1)}} \sigma_{rZ}^{(1)}\Big|_{r=R}. \quad (17)$$

Kontakt şərtinin bu növ qeyri-ideallığı «toxunan-yaylı» növ qeyri-ideallıq adlanır və  $F$  ( $0 \leq |F| \leq \infty$ ) müvafiq ideal şərtlərdən sapma (yayınma) dərəcəsini xarakterizə edən parametrdir. Bu zaman,  $F = 0$  halı ideal kontakt halına,  $|F| = \infty$  halı isə mühitlərin

arasındakı səthdə tam sürüşməyə uyğun gəlir. III halda «giroskop effekti» adlanan (və ya «Koriolisın təcil effekti») təsir yaranır. Bu fakt (10) tənliyinə daxil olan  $2\omega V$  həddi hesabına yaranır. Məhz bu təsirin sayəsində  $z/h = 0$  nöqtəsinə nəzərən  $Oz$  oxu boyunca gərginliyin və yerdəyişmənin paylanması simmetriyası və asimetriyası pozulur. Bundan başqa, III halda, müvafiq dalğaların dispersiya əyrilərindən kritik sürəti təyin etmək mümkün olmur və buna görə də, həmin sürət interfeys normal gərginlik və titrəmə-hərəkətli yükün sürəti arasındakı asılılıq vasitəsilə müəyyən edilir. Bu zaman, normal gərginliyin mütləq qiymətlərinin sonsuz olduğu hala uyğun gələn sürət, kritik sürət kimi qəbul edilir. Birinci fəsildə əldə edilmiş ədədi nəticələrin bəzi fraqmentlərini nəzərdən keçirək. Cədvəl 1 və 2-də, həmin cədvəllərin başlıqlarında göstərilən məsələnin parametrləri üçün, I halda alınmış ölçüsüz kritik sürət  $V_{kp}/c_2^{(2)}$  dəyərləri göstərilir. Bundan əlavə, interfeys normal gərginlik  $\sigma_{rr}h/P_0$  və  $c (= V/c_2^{(2)})$  arasındakı asılılıqların qrafikləri Şəkil 2 və 3-də (həmin şəkillərdə göstərilən məsələnin parametrləri üçün I halda) verilir.

Qeyd edək ki, bu və buna oxşar digər nəticələrdən qaynaqlanan burada göstərilməyən nəticələr aşağıda veriləcəkdir.

Həmçinin,  $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.3$  və  $\rho^{(1)}\mu^{(2)}/\rho^{(2)}\mu^{(1)} = 1$  olduqda,  $E^{(1)}/E^{(2)}$  (Şəkil 4:  $R/h = 10$ ) və  $R/h$  münasibətlərinin müxtəlif qiymətlərində (Şəkil 5:  $E^{(1)}/E^{(2)} = 0.5$  və  $1.2$ ),  $\sigma_{rr}h/P_0$  və  $\Omega$  arasındakı asılılıqdan interfeys normal gərginliyin  $\sigma_{rr}h/P_0$  tezlik xüsusiyyətlərini göstərən ədədi nəticələri nəzərdən keçirək.

Yuxarıda qeyd olunanlara əsasən, bu nəticələr II hala aiddir və buna əlavə olaraq, III hal üçün alınmış yuxarıda göstərilən tezlik xarakteristikasına «giroskop effektinin» təsirini əks etdirən ədədi nəticələrdən nümunələri nəzərdən keçirək.  $E^{(1)}/E^{(2)} = 0.5$ ,  $\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.5$ ,  $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.3$  və  $h/R = 0.05$  olduqda,  $c(= V/c_2^{(2)})$ -nin müxtəlif qiymətlərində bu nəticələr Şəkil 6-da verilir.

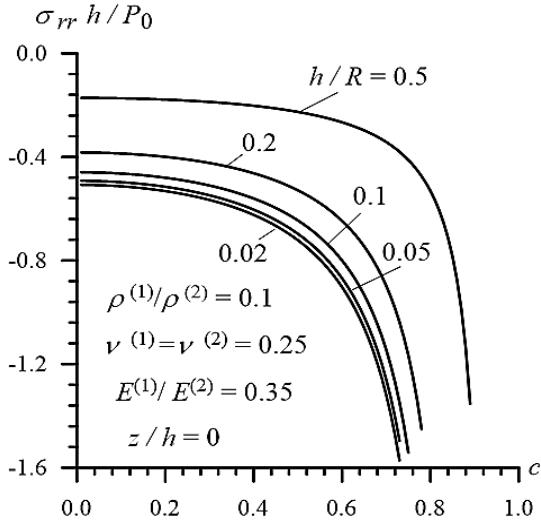
**Cədvəl 1.**

$\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.1, \nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.25, E^{(1)}/E^{(2)} = 0.35$ olduqda $h/R$ münasibətinin müxtəlif qiymətlərində ölçüsüz kritik sürətin $V_{kp}/c_2^{(2)}$ qiymətləri: $F = 0$ (sürət) və $F = \infty$ (məxrəc)							
$h/R$							
0.5	0.2	0.1	0.05	0.04	0.0333	0.0125	0.01
$\frac{0.9355}{0.8809}$	$\frac{0.8242}{0.7642}$	$\frac{0.8437}{0.7311}$	$\frac{0.8360}{0.7186}$	$\frac{0.8347}{0.7166}$	$\frac{0.8339}{0.7154}$	$\frac{0.8317}{0.7120}$	$\frac{0.8315}{0.7116}$

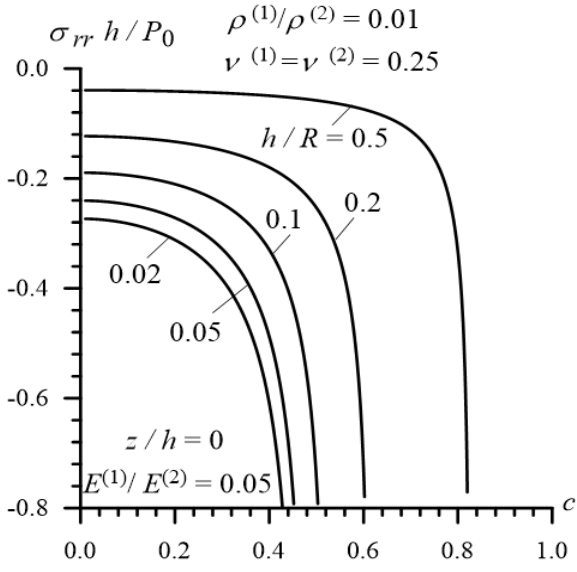
**Cədvəl 2.**

$\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.1, \nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.25, E^{(1)}/E^{(2)} = 0.05$ olduqda $h/R$ münasibətinin müxtəlif qiymətlərində ölçüsüz kritik sürətin $V_{kp}/c_2^{(2)}$ qiymətləri: $F = 0$ (sürət) və $F = \infty$ (məxrəc)							
$h/R$							
0.5	0.2	0.1	0.05	0.04	0.0333	0.0125	0.01
$\frac{0.8261}{0.8101}$	$\frac{0.6176}{0.5876}$	$\frac{0.5291}{0.4900}$	$\frac{0.4885}{0.4437}$	$\frac{0.4821}{0.4360}$	$\frac{0.4781}{0.4314}$	$\frac{0.4690}{0.4205}$	$\frac{0.4683}{0.4196}$

Dissertasiya işində, həmçinin, hərəkətli və titrəmə-hərəkətli dairəvi yükün oxasimmetrik hərəkəti zamanı məsələnin parametrlərinin baxılan sistemin dinamikasına təsiri haqqında çoxsaylı digər ədədi nəticələr də verilmişdir. Birinci fəsilə həmçinin biricins başlanğıc gərginliyin kritik sürətlərin dəyərlərinə və interfeys gərginliklərin paylanmasına təsiri barədə ədədi nəticələr nəzərdən keçirilmişdir və əldə olunmuşdur.

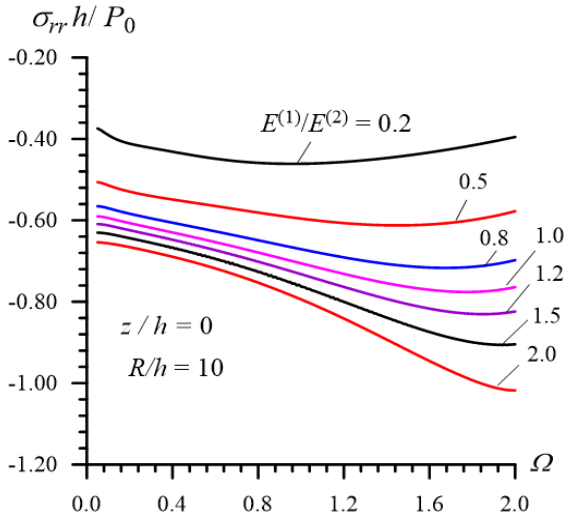


Şekil 2.

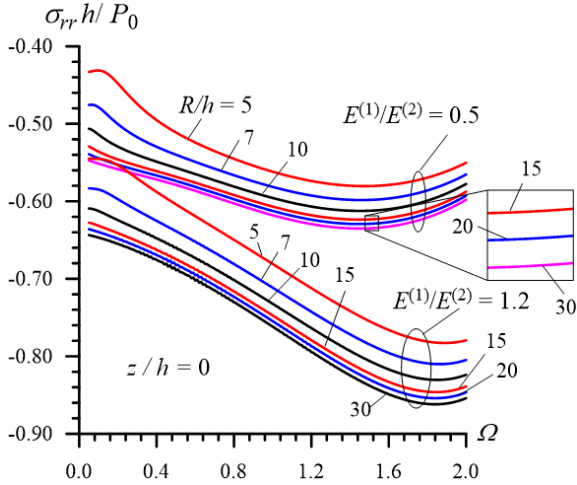


Şekil 3.

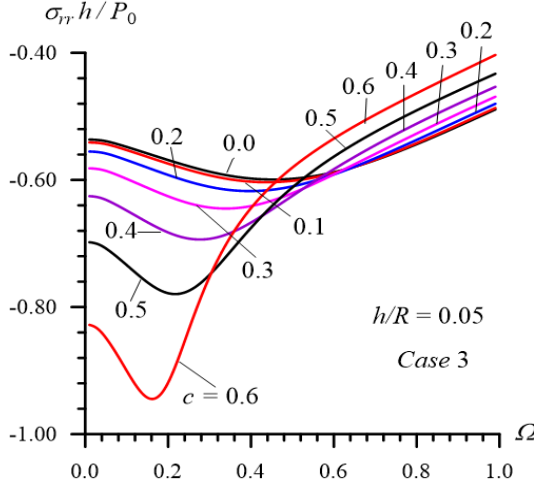




Şekil 4.



Şekil 5.



Şəkil 6.

**Dissertasiya işinin ikinci fəsl**i sonsuz elastiki mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün oxasimmetrik olmayan üçölçülü məsələlərin dinamikasının öyrənilməsinə həsr edilmişdir. Bu tədqiqatlar elastodinamikanın dəqiq üçölçülü tənliklərinin və münasibətlərinin cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modeli çərçivəsində aparılmışdır.

Silindrin daxili səthinə təsir edən yüklərin silindrin en kəsiyinin daxili çevrəsi boyunca oxasimmetrik olmayan şəkildə paylandığı və silindrin oxuna nəzərən nöqtəvi-cəmlənmiş olduğu qəbul edilir. Aşağıdakı üç hal nəzərdən keçirilir:

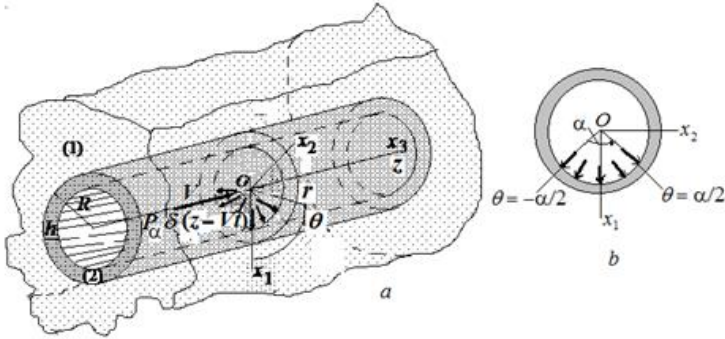
- bu qüvvələrin silindrin oxu boyu sabit sürətlə hərəkət etdiyi hal;
- bu qüvvələrin zamana görə harmonik dəyişdiyi hal;
- bu qüvvələrin zamana görə harmonik dəyişdikdə və eyni zamanda, silindr oxu boyunca sabit sürətlə hərəkət etdikdə.

İkinci fəsildə nəzərdən keçirilmiş və tədqiq olunmuş məsələlər də, birinci fəsildə araşdırılmış məsələlərin üçölçülü oxasimmetrik olmayan halına ümumiləşməsi kimi qəbul edilə bilər. Bu zaman, konkret ədədi nəticələr əldə edərəkən, müvafiq üçölçülü məsələlərin həlli metodları və alqoritmləri təkmilləşdirilmişdir.

Üçölçülü məsələlərin qoyuluşunu və onların həll üsullarını

əks etdirən ayrı-ayrı fraqmentləri sərgiləyək. Bu məqsədlə, qalınlığı  $h$  olan içi boş silindrin en kəsiyinin xarici radiusunu  $R$ -lə işarə edək. Silindrin sonsuz mühtlə əhatə olunduğunu və onun daxili səthində, silindrin daxili en kəsiyinin çevrəsi üzrə oxasimmetrik olmayan şəkildə paylanan və zamana görə harmonik şəkildə titrəyişli, eyni zamanda sabit  $V$  sürətli yük təsir göstərdiyini qəbul edək. Baxılan sistemdə yuxarıda qeyd olunan halların (qüvvələrin) təsirinin yaratdığı dinamik gərginlik-deformasiya vəziyyətinin müəyyən edilməsi tələb olunur. Araşdırılan sistemin eskizləri və təsir edən qüvvələr Şəkil 7-də verilir. Həmin eskizə əsasən,  $O r \theta z$  silindrik və  $O x_1 x_2 x_3$  Dekart koordinat sistemləri silindrin mərkəzi oxu ilə əlaqələndirilir. Bundan başqa, şəkilə əsasən qəbul edilir ki, qüvvələr  $\alpha$  mərkəzi bucağına müvafiq olan qövs üzrə paylanmışdır, özü də  $Oz$  oxu boyunca bu qüvvələrin paylanması nöqtəvidir və bu nöqtə silindrin həmin oxu boyunca  $V$  sürəti ilə hərəkət edir.

Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, tədqiqat silindrik koordinat sistemində yazılmış elastodinamikanın üçölçülü tənliklərinin və münisbətlərinin cəlb edilməsi ilə aparılır və aşağıda göstərilir:



Şəkil 7.

Hərəkət tənlikləri:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_{rr}^{(m)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(m)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(m)}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^{(m)} - \sigma_{\theta\theta}^{(m)}) &= \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_r^{(m)}}{\partial t^2}, \\
 \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(m)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(m)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{z\theta}^{(m)}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta}^{(m)} &= \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_{\theta}^{(m)}}{\partial t^2}, \\
 \frac{\partial \sigma_{rz}^{(m)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}^{(m)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(m)}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(m)} &= \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_z^{(m)}}{\partial t^2}. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Elastiklik münasibətləri:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}^{(m)} &= (\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}) \frac{\partial u_r^{(m)}}{\partial r} + \lambda^{(m)} \left( \frac{\partial u_\theta^{(m)}}{r \partial \theta} + \frac{u_r^{(m)}}{r} \right) + \\
 &\quad + \lambda^{(m)} \frac{\partial u_z^{(m)}}{\partial z}, \\
 \sigma_{\theta\theta}^{(m)} &= \lambda^{(m)} \frac{\partial u_r^{(m)}}{\partial r} + (\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}) \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\theta^{(m)}}{\partial \theta} + u_r^{(m)} \right) + \\
 &\quad + \lambda^{(m)} \frac{\partial u_z^{(m)}}{\partial z}, \\
 \sigma_{zz}^{(m)} &= \lambda^{(m)} \frac{\partial u_r^{(m)}}{\partial r} + \lambda^{(m)} \left( \frac{\partial u_\theta^{(m)}}{r \partial \theta} + \frac{u_r^{(m)}}{r} \right) + \\
 &\quad + (\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}) \frac{\partial u_z^{(m)}}{\partial z}, \\
 \sigma_{r\theta}^{(m)} &= \mu^{(m)} \frac{\partial u_\theta^{(m)}}{\partial r} + \mu^{(m)} \left( \frac{\partial u_r^{(m)}}{r \partial \theta} - \frac{1}{r} u_\theta^{(m)} \right), \\
 \sigma_{z\theta}^{(m)} &= \mu^{(m)} \frac{\partial u_\theta^{(m)}}{\partial z} + \mu^{(m)} \frac{\partial u_z^{(m)}}{r \partial \theta}, \\
 \sigma_{zr}^{(m)} &= \mu^{(m)} \frac{\partial u_r^{(m)}}{\partial z} + \mu^{(m)} \frac{\partial u_z^{(m)}}{\partial r}. \tag{19}
 \end{aligned}$$

Qeyd edək ki, (18), (19) tənliklərində və sonra  $m=1$  ilə ətraf mühitə aid olan kəmiyətlər,  $m=2$  ilə isə içi boş silindrə aid kəmiyətlər işarələnir.

Şəkil 7-yə əsasən, içi boş silindrin daxili səthi üçün aşağıdakı sərhəd şərtlərini yazırıq:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R-h} &= \begin{cases} -P_\alpha \delta(z - Vt) & \text{при } -\frac{\alpha}{2} \leq \theta \leq \frac{\alpha}{2}, \\ 0 & \text{при } \theta \in \left( [-\pi, \pi] - \left( -\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2} \right) \right), \end{cases} \\
 \sigma_{r\theta}^{(2)} \Big|_{r=R-h} &= 0, \quad \sigma_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = 0, \tag{20}
 \end{aligned}$$

burada,  $P_\alpha$  aşağıdakı münasibətdən təyin olunur:

$$\int_{-\alpha/2}^{+\alpha/2} P_\alpha (R - h) \cos\theta d\theta = (R - h)P_0 = const \Rightarrow$$

$$P_\alpha = P_0/2\sin(\alpha/2), \quad (21)$$

burada mərkəzi bucaq  $\alpha$  Şəkil 7-də göstərilir.

Qəbul edilir ki, silindr və ətraf mühitin materialları arasındakı səthdə aşağıdakı formada yazıla bilən tam yapışma (əlaqə) şərti yerinə yetirilir:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R} &= \sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R}, & \sigma_{r\theta}^{(2)} \Big|_{r=R} &= \sigma_{r\theta}^{(1)} \Big|_{r=R}, \\ \sigma_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R} &= \sigma_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R}, & u_r^{(2)} \Big|_{r=R} &= u_r^{(1)} \Big|_{r=R}, \\ u_\theta^{(2)} \Big|_{r=R} &= u_\theta^{(1)} \Big|_{r=R}, & u_z^{(2)} \Big|_{r=R} &= u_z^{(1)} \Big|_{r=R}. \end{aligned} \quad (22)$$

Səs sürətinə yaxın (subsonic) rejim nəzərdən keçirilir, yəni qəbul edilir ki,

$$V < \min\{c_2^{(1)}; c_2^{(2)}\}, c_2^{(m)} = \sqrt{\mu^{(m)}/\rho^{(m)}}, m = 1, 2. \quad (23)$$

Aşağıdakı sönmə şərtlərinin yerinə yetirilməsi də nəzərdə tutulur:

$$\left\{ \left| \sigma_{rr}^{(m)} \right|; \dots; \left| \sigma_{r\theta}^{(m)} \right|; \left| u_r^{(m)} \right|; \dots; \left| u_z^{(m)} \right| \right\} < M = const,$$

$$\sqrt{r^2 + (z - Vt)^2} \rightarrow +\infty \text{ olduqda.} \quad (24)$$

Yuxarıda göstərilənlərlə məsələnin riyazi qoyuluşunu tamamlayırıq. Qeyd edək ki, göstərilən qoyuluş  $\omega = 0$  olduqda ( $\omega$  – xarici qüvvələrin rəqs tezliyidir) baxılan sistemin hərəkətli yük məsələlərinə uyğundur,  $V = 0$  olduqda isə oxasimmetrik olmayan halın məcburi rəqs məsələlərinə uyğundur.

Qarşıya qoyulmuş məsələni həll etmək məqsədilə elastodinamikanın dəqiq üçölçülü tənliklərinin ümumi həlləri üçün A.N. Quzun təqdimatından istifadə olunur. Bu təqdimatlar aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} u_r^{(m)} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \Psi^{(m)} - \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \chi^{(m)}, \\ u_\theta^{(m)} &= -\frac{\partial}{\partial r} \Psi^{(m)} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial z} \chi^{(m)}, \\ u_z^{(m)} &= (\lambda^{(m)} + \mu^{(m)})^{-1} \left( (\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}) \Delta_1 + \right. \end{aligned}$$

$$+ \mu^{(m)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \rho^{(m)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \chi^{(m)},$$

$$\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}, \quad m = 1, 2. \quad (25)$$

Burada  $\Psi^{(m)}$  və  $\chi^{(m)}$  funksiyaları aşağıdakı tənliklərin həllidir:

$$\left( \Delta_1 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\rho^{(m)}}{\mu^{(m)}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Psi^{(m)} = 0,$$

$$\left[ \left( \Delta_1 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left( \Delta_1 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - \rho^{(m)} \frac{\lambda^{(m)} + 3\mu^{(m)}}{\mu^{(m)}(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)})} \times \right. \\ \left. \times \left( \Delta_1 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{(\rho^{(m)})^2}{\mu^{(m)}(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)})} \frac{\partial^4}{\partial t^4} \right] \chi^{(m)} = 0. \quad (26)$$

(26) tənliklərini həll etmək üçün aşağıdakı münasibətlərlə müəyyən edilmiş hərəkətli koordinat sistemə keçirik:

$$r' = r, \quad \theta = \theta', \quad z' = z - Vt \quad (27)$$

$O'r'\theta'z'$  hərəkətli koordinat sistemə keçərkən yuxarıda göstərilən tənliklərdəki  $\partial/\partial r$ ,  $\partial/\partial \theta$  və  $\partial/\partial z$  operatorları, müvafiq olaraq,  $\partial/\partial r'$ ,  $\partial/\partial \theta'$  və  $\partial/\partial z'$  operatorları ilə əvəz olunurlar.  $g(r', \theta', z', t) = \bar{g}(r', \theta', z') e^{i\omega t}$  təqdimatından istifadə edərək alırıq ki, hərəkətli  $O'r'\theta'z'$  koordinat sistemində  $\partial/\partial t$  operatoru  $(V \partial/\partial z' - i\omega)$  operatoru ilə,  $\partial^2/\partial t^2$  və  $\partial^4/\partial t^4$  operatorları isə müvafiq olaraq,  $(V \partial/\partial z' - i\omega)^2$  və  $(V \partial/\partial z' - i\omega)^4$  əvəz olunurlar.

Bundan əlavə,  $O'r'\theta'z'$  hərəkətli koordinat sistemində yazılmış tənliklər və münasibətlər üçün  $z$  koordinatına görə Furiyenin eksponensial çevirməsi tətbiq olunur, yəni axtarılan kəmiyyətin amplitudasını təqdim edirik:

$$g(r, \theta, z, ) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g_F(r, \theta, s) e^{isz} dz. \quad (28)$$

(28) ifadəsində və sonra koordinatlar üzərindəki ştrixlər və amplituda simvolları üzərindəki çizgi düşür. Bundan əlavə, (28) ifadəsində və sonra F-in aşağı indeksi müvafiq kəmiyyətin amplitudasının Furiye çevirməsini göstərir. Təqdim olunmuş prosedurlar nəticəsində,  $\Psi_F^{(m)}$  və  $\chi_F^{(m)}$  çevirmələrini tapmaq üçün aşağıdakı tənlikləri alırıq:

$$\left( \Delta_1^2 - s^2 - \frac{\rho^{(m)}}{\mu^{(m)}} (h\omega - sV)^2 \right) \Psi_F^{(m)}(r, \theta, s) = 0,$$

$$\left[ (\Delta_1 - s^2)(\Delta_1 - s^2) + \rho^{(m)} \frac{\lambda^{(m)} + 3\mu^{(m)}}{\mu^{(m)}(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)})} \times \right. \\ \left. \times (\Delta_1 - s^2)(h\omega - sV)^2 + \frac{(\rho^{(m)})^2}{\mu^{(m)}(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)})} \times \right. \\ \left. \times (h\omega - sV)^4 \right] \chi_F^{(m)}(r, \theta, s) = 0. \quad (29)$$

$\theta$  koordinatına nəzərən dövrülyüyü nəzərə alaraq,  $\Psi_F^{(m)}$  və  $\chi_F^{(m)}$  funksiyalarını  $\theta$  koordinatı üzrə Furye sıralarına ayırıraq:

$$\Psi_F^{(m)}(r, s, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \Psi_{Fn}^{(m)}(r, s) \sin n\theta, \\ X_F^{(m)}(r, s, \theta) = \frac{1}{2} X_{F0}^{(m)}(r, s) + \sum_{n=1}^{\infty} X_{Fn}^{(m)}(r, s) \cos n\theta, \quad (30)$$

(30) ifadəsini (29) tənliyində nəzərə alsaq,  $\Psi_{Fn}^{(m)}(r, s)$ ,  $X_{Fn}^{(m)}(r, s)$  ( $n \geq 1$ ) və  $X_{F0}^{(m)}(r, s)$  funksiyalarının əmsalları üçün aşağıdakı tənlikləri əldə edirik:

$$\left( \Delta_{1n} - (\zeta_1^{(m)})^2 \right) \psi_{Fn}^{(m)} = 0, \\ \left( \Delta_{1n} - (\zeta_2^{(m)})^2 \right) \left( \Delta_{1n} - (\zeta_3^{(m)})^2 \right) X_{Fn}^{(m)} = 0, \\ \Delta_{1n} = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{d}{rdr} - \frac{n^2}{r^2}, \quad (31)$$

burada

$$\left( \xi_1^{(m)} \right)^2 = s^2 - \frac{\rho^{(m)}}{\mu^{(m)}} (h\omega - sV)^2, \quad (32)$$

$\left( \xi_2^{(m)} \right)^2$  və  $\left( \xi_3^{(m)} \right)^2$  aşağıdakı bikvadrat tənliyin həlli kimi müəyyən edilir:

$$\left( \xi^{(m)} \right)^4 - \left( \xi^{(m)} \right)^2 \left[ -\rho^{(m)} (h\omega - sV)^2 - s^2 (\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}) + \right. \\ \left. + \frac{\mu^{(m)}}{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}} \left( -\rho^{(m)} (h\omega - sV)^2 - s^2 \mu^{(m)} \right) + s^2 \frac{(\lambda^{(m)} + \mu^{(m)})^2}{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}} \right] + \\ \left. + \left( \frac{-\rho^{(m)} (h\omega - sV)^2}{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}} - s^2 \right) \left( -\rho^{(m)} (h\omega - sV)^2 - s^2 \mu^{(m)} \right) = 0. \quad (33)$$

Beləliklə, (33) tənliyinin həlli aşağıdakı kimi tapılır.

İçə boş silindr üçün:

$$\psi_{Fn}^{(2)} = A_{1n}^{(2)} I_n(\zeta_1^{(2)} r) + B_{1n}^{(2)} K_n(\zeta_1^{(2)} r),$$

$$\chi_{Fn}^{(2)} = \left[ A_{2n}^{(2)} I_n(\zeta_2^{(2)} r) + A_{3n}^{(2)} I_n(\zeta_3^{(2)} r) + B_{2n}^{(2)} K_n(\zeta_2^{(2)} r) + B_{3n}^{(2)} K_n(\zeta_3^{(2)} r) \right] i. \quad (34)$$

Ətraf mühit üçün:

$$\psi_{Fn}^{(1)} = B_{1n}^{(1)} K_n(\zeta_1^{(1)} r),$$

$$\chi_{Fn}^{(1)} = \left[ B_{2n}^{(1)} K_n(\zeta_2^{(1)} r) + B_{3n}^{(1)} K_n(\zeta_3^{(1)} r) \right] i. \quad (35)$$

(34) və (35) ifadələrində  $I_n(x)$  və  $K_n(x)$   $n$  tərtibli saf xəyali argumentli birinci və ikinci növ modifikasiya olunmuş Bessel funksiyalarıdır, və  $i = \sqrt{-1}$ .  $\chi_F$  ifadələrini «i» vasitəsilə yazmaq gələcəkdəki riyazi prosedurların sadələşdirilməsi ilə bağlıdır.

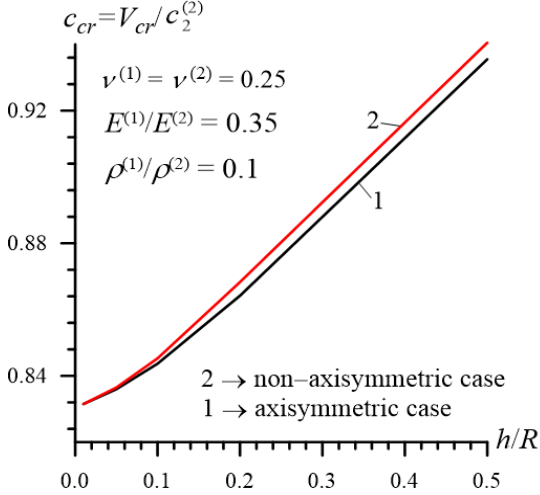
Beləliklə, (34) və (35) həllərini (25) təqdimatında yazaraq, yerdəyişmələrin Furye çevirmələri üçün ifadəni alırıq və sonra, həmin ifadələrin elastiyət münasibətlərində (19) nəzərə alaraq gərginliyin Furye çevirməsi üçün ifadəni əldə edirik. Nəhayət, alınmış ifadələri (20) Furye sərhəd şərti çevirmələrində və (22) kontakt şərtlərində əvəzləyərək naməlum  $A_{20}^{(2)}$ ,  $A_{30}^{(2)}$ ,  $B_{20}^{(2)}$ ,  $B_{30}^{(2)}$ ,  $A_{1n}^{(2)}$ ,  $B_{1n}^{(2)}$ ,  $A_{2n}^{(2)}$ ,  $B_{2n}^{(2)}$ ,  $A_{3n}^{(2)}$ ,  $B_{3n}^{(2)}$ ,  $B_{1n}^{(1)}$ ,  $B_{2n}^{(1)}$  və  $B_{3n}^{(1)}$  sabitlərini təyin etmək üçün müvafiq cəbri tənliklər alırıq. Bütün naməlumları tapmaqla, bu tənliklərdən (30) sırasındakı bütün əmsallar tamamilə müəyyənləşdirilir.

Əvvəlki fəsilə hazırlanmış alqoritmdən istifadə edərək, kritik sürətə və interfeys gərginliklərin paylanmasına dair ədədi nəticələr əldə edirik. Alınmış ədədi nəticələrin bəzi fraqmentlərini nəzərdən keçirək.

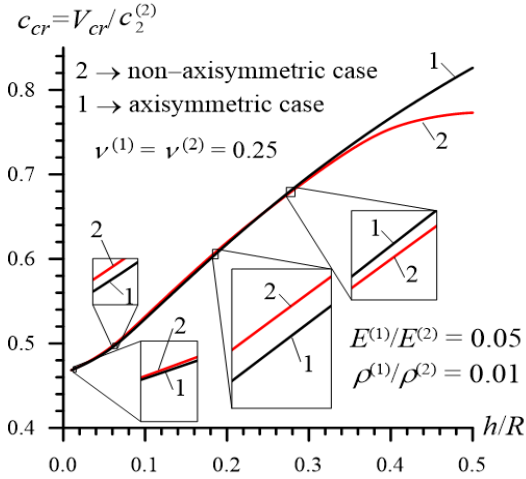
$\omega = 0$  olduqda içi boş silindr və ətraf mühitin müxtəlif cut materialları üçün ölçüsüz kritik sürət  $c_{kp} (= V/c_2^{(2)})$  və  $h/R$  münasibətləri arasındakı asılılıq qrafikləri Şəkil 8 – Şəkil 12-də göstərilmişdir. Bu qrafiklər hərəkətli yükün oxasimmetrik olmamasının kritik sürətə təsirini göstərir.  $\omega = 0$  olduqda interfeys normal gərginlik  $\sigma_{rr} h/P_0$  və ölçüsüz kritik sürət  $c_{kp} (= V/c_2^{(2)})$  arasındakı asılılıq qrafikləri  $h/R = 0.05$  və  $0.1$  olduqda, müvafiq olaraq, Şəkil 13 və Şəkil 14-də göstərilmişdir. Bu qrafikləri qurarkən,  $\sigma_{rr}$  gərginliyinin qiyməti  $z/h = 0$ ,  $\theta = 0$  olduqda hesablanır. Dissertasiya işində yalnız  $V > 0$ ,  $\omega = 0$  halı



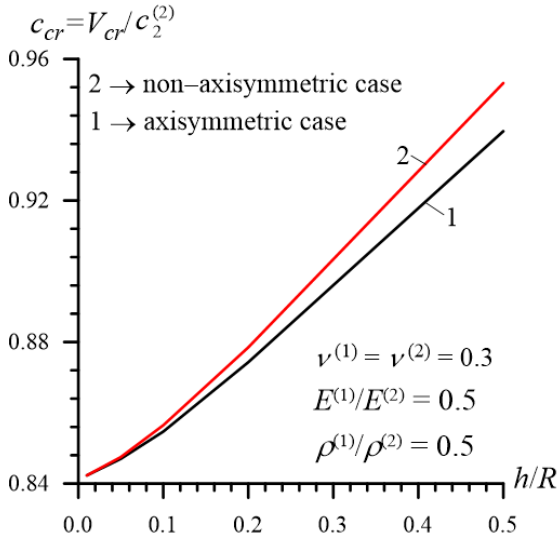
üçün deyil, həmçinin  $V = 0$ ,  $\omega > 0$  və  $\omega \cdot V > 0$  olduğu hallar üçün çoxlu sayda digər ədədi nəticələr də əldə edilmişdir. Bütün bu nəticələr əldə edilən zaman Furrye sıralarında ilk 20 hədd götürülmüşdür. Bu tədqiqatlar əsasında edilən ümumiləşmələr aşağıda göstəriləcəkdir.



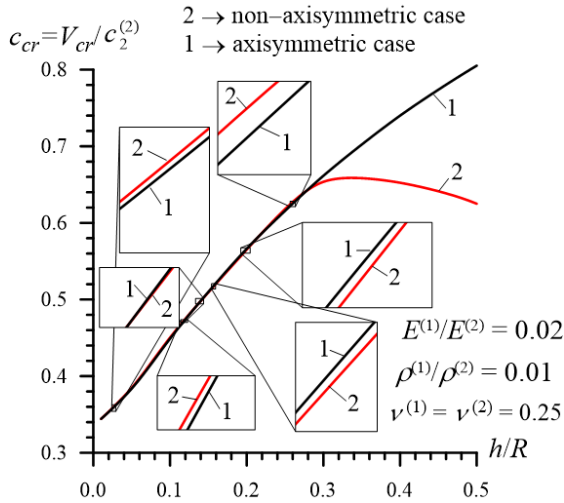
Şəkil 8.



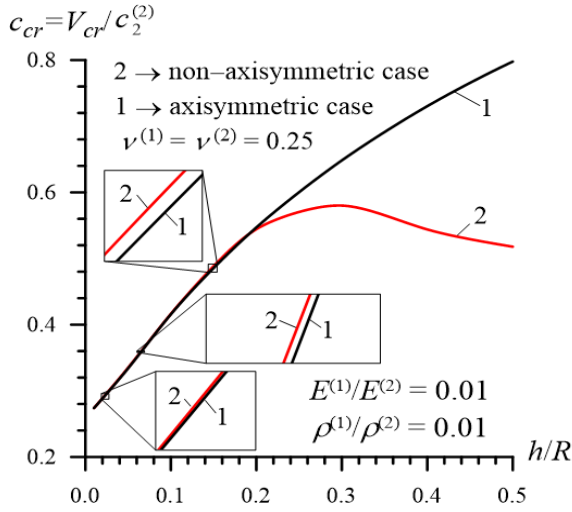
Şəkil 9.



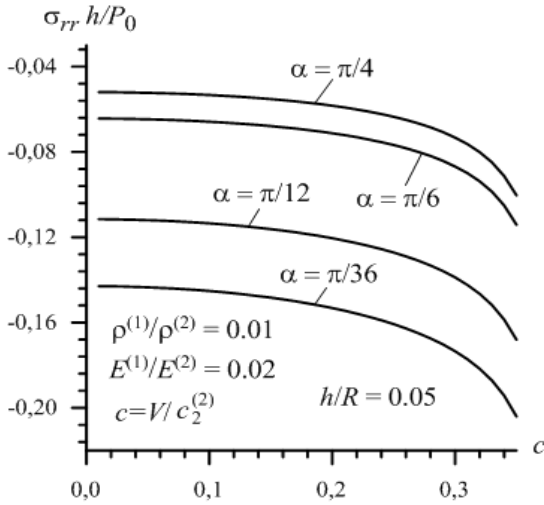
Şəkil 10.



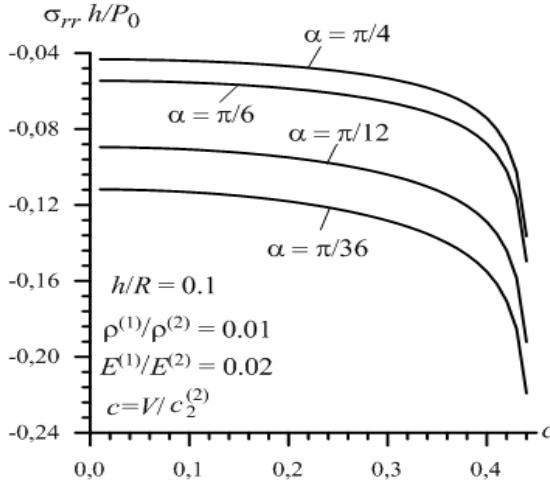
Şəkil 11.



Şekil 12.



Şekil 13.



Şəkil 14.

**Üçüncü fəsilə** ikiqatlı içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün dinamikası ilə bağlı məsələlər araşdırılır. Oxasimmetrik məsələlərlə yanaşı oxasimmetrik olmayan üçölçülü məsələlər də nəzərdən keçirilmişdir. Oxasimmetrik halda sabit sürətlə hərəkət edən, ikiqatlı içi boş silindrin daxili səthinə təsir edən dairəvi yükün dinamikası araşdırılır. Üçölçülü oxasimmetrik olmayan halda isə yalnız hərəkətli yükün oxasimmetrik olmayan halının dinamikası deyil, həmçinin, ikiqatlı silindrin daxili səthinə təsir edən zamana görə harmonik dəyişən oxasimmetrik olmayan yükün təsiri altında məcburi rəqsləri tədqiq olunur.

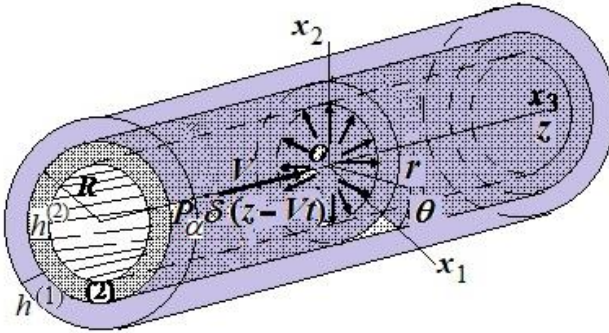
Oxasimmetrik hal üçün məsələni tərtib edərkən (Şəkil 15) (1)-(3) tənlik və münasibətlərindən,  $\omega = 0$  olduqda (4) sərhəd şərtlərindən və (5) kontakt şərtlərindən istifadə olunur. Bu zaman daxili qatın qalınlığı  $h_2$  ilə, xarici qatın qalınlığı isə  $h_1$  vasitəsilə işarə olunur. Buna görə, (4) sərhəd şərtlərində  $h$  əvəzinə  $h_2$  yazılır. Bundan əlavə, bu şərtlərə xarici səthdə yerinə yetirilən (ödənilən) aşağıdakı sərhəd şərtləri əlavə olunur:

$$\sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R+h_1} = 0, \quad \sigma_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R+h_1} = 0, \quad (36)$$

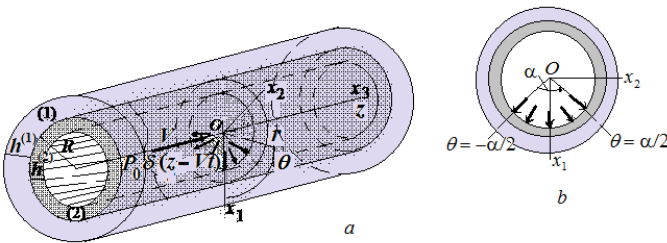
Oxasimmetrik hal üçün eyni üçölçülü məsələni tərtib etdikdə isə (Şəkil 16), (18)-(19) tənlik və münasibətlərindən, qalınlığı ifadə edən  $h$  kəmiyyətini  $h_2$  ilə əvəz etməklə, (20) sərhəd şərtlərindən və (18) kontakt şərtlərindən istifadə olunur. Bu şərtlərə silindrin xarici səthində ödənilən aşağıdakı sərhəd şərtləri əlavə olunur:

$$\sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R+h_1} = 0, \quad \sigma_{r\theta}^{(1)} \Big|_{r=R+h_1} = 0, \quad \sigma_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R+h_1} = 0. \quad (37)$$

Baxılan məsələnin həlli də yuxarıda qeyd olunmuş oxasimmetrik və oxasimmetrik olmayan üçölçülü məsələlərin həlləri kimi yerinə yetirilir. Bu zaman silindrin xarici qatı üçün bütün həll və ifadələr, yeni müvafiq naməlum sabitlərin əlavə hədlərinin daxil edilməsi ilə, yuxarı indeks (1)-lə yenidən yazılır. Alınan analitik ifadələrə əsaslanaraq, axtarılan kəmiyyətlərin Furrye çevirmələrindən kritik sürət və səth təbəqələri arasında təsir edən interfeys gərginliklərin paylanması haqqında ədədi nəticələr əldə edilir.



Şəkil 15.



Şəkil 16.

Oxasimmetrik yükləmə halında  $h_2/R$  münasibətinin müxtəlif qiymətlərində  $h_1/R$  kəmiyyətinin kritik sürətə təsirini əks etdirən ədədi nəticələrin bəzi fraqmentləri Cədvəl 3 və 4-də sərgilənir.

**Cədvəl 3.**

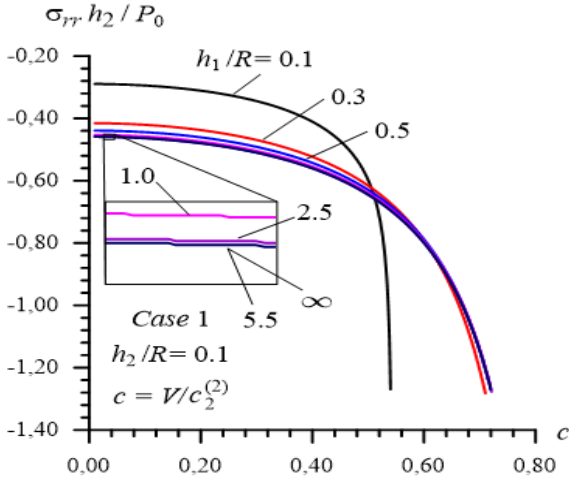
$\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.1, \nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.25, E^{(1)}/E^{(2)} = 0.35$ olduqda $h_1/R$ və $h_2/R$ münasibətlərinin müxtəlif qiymətlərində ikiqatlı içi boş silindr üçün ölçüsüz kritik sürətin $V_{kp}/c_2^{(2)}$ qiymətləri: $F = 0$ (sürət) və $F = \infty$ (məxrəc)							
$h_2/R$	$h_1/R$						
	0.1	0.3	0.5	1.0	2.5	5.5	$\infty$
0.5	0.8375	0.9160	0.9350	0.9355	0.9355	0.9355	0.9355
	0.7903	0.8133	0.8559	0.8807	0.8809	0.8809	0.8809
0.3	0.7064	0.8369	0.8864	0.8881	0.8881	0.8881	0.8881
	0.6396	0.6930	0.7729	0.8027	0.8028	0.8028	0.8028
0.1	0.5439	0.8159	0.8437	0.8437	0.8437	0.8437	0.8437
	0.4177	0.6592	0.7310	0.7311	0.7311	0.7311	0.7311

**Cədvəl 4.**

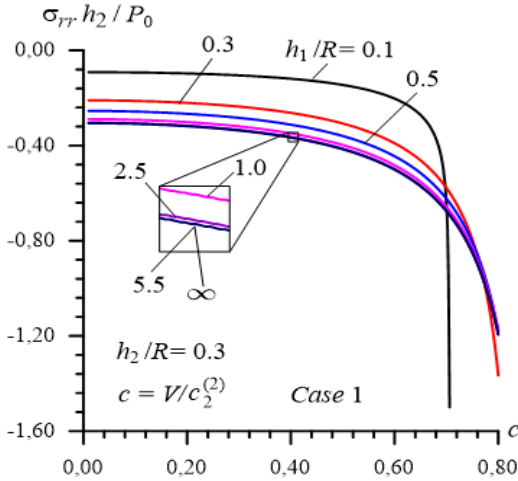
$\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.01, \nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.25, E^{(1)}/E^{(2)} = 0.05$ olduqda $h_1/R$ və $h_2/R$ münasibətlərinin müxtəlif qiymətlərində ikiqatlı içi boş silindr üçün ölçüsüz kritik sürətin $V_{kp}/c_2^{(2)}$ qiymətləri: $F = 0$ (sürət) və $F = \infty$ (məxrəc)							
$h_2/R$	$h_1/R$						
	0.1	0.3	0.5	1.0	2.5	5.5	$\infty$
0.5	0.8003	0.8173	0.8238	0.8260	0.8261	0.8261	0.8261
	0.7917	0.7961	0.8037	0.8099	0.8101	0.8101	0.8101
0.3	0.6501	0.6801	0.6930	0.6977	0.6977	0.6977	0.6977
	0.6374	0.6472	0.6624	0.6735	0.6738	0.6738	0.6738
0.1	0.4223	0.5112	0.5279	0.5291	0.5291	0.5291	0.5291
	0.3869	0.4502	0.4867	0.4900	0.4900	0.4900	0.4900

Şəkil 17-də, həmçinin, oxasimmetrik hal üçün interfeys normal gərginliklərin paylanması əks etdirən ədədi nəticələrin fraqmentləri sərgilənir. Bu nəticələr  $E^{(1)}/E^{(2)} = 0.35, \nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.25, \rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.1, c_2^{(1)}/c_2^{(2)} = \sqrt{3} \approx 1.8708$  olduqda,

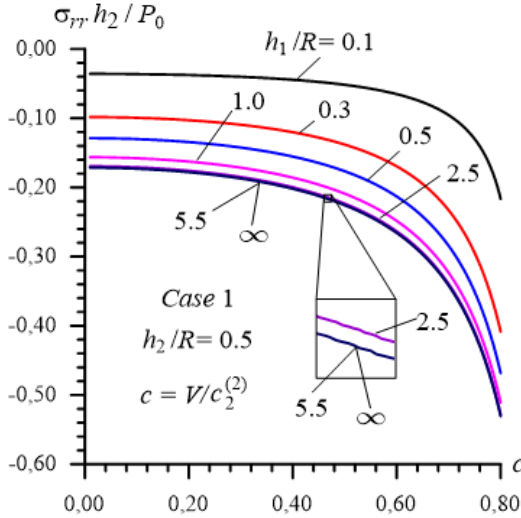
$h_1/R$  münasibətinin müxtəlif qiymətlərində  $h_2/R = 0.1$  (a), 0.3 (b) və 0.5 (c) olduqda əldə edilmişdir. Belə nəticələr oxasimmetrik olmayan hal üçün də əldə edilmişdir.



Şəkil 17a.



Şəkil 17b.



Şəkil 17c.

Sonda, aparılan tədqiqatların müvafiq təhlilləri əsasında hazırlanmış ümumiləşdirilmiş şəkildə əldə edilmiş nəticələr verilmişdir.

### Əsas nəticələr

Beləliklə, hazırkı dissertasiya işində elastodinamikanın dəqiq üçölçülü tənliklərinin və BGEDÜXN cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modelinə əsasən sonsuz elastiki mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün dinamikası haqqında nəzəriyyə işlənmişdir, o cümlədən:

- 1) dinamik gərginlik-deformasiya vəziyyəti haqqında müvafiq məsələlərin həlli üçün analitik-ədədi üsulların yaradılması və işlənməsi;
- silindr və ətraf mühit materialları aralarındakı səthdə təsir göstərən gərginliklərin paylanmalarına hərəkətli yükün sürətinin və titrəməsinin təsirinin müəyyən edilməsi ilə əlaqədar ikiölçülü (oxasimmetrik) və üçölçülü (oxasimmetrik



olmamasının) problemlərinin müxtəlif sinif məsələlərinin tədqiqi;

- hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün kritik sürətinin təyini və məsələyə daxil olan parametrlərin bu kritik sürətin dəyərinə təsiri;
- «giroskop effekti»nin ( və ya «Koriolis təcil effekti» nin) kritik sürətin qiymətinə və interfeys gərginliklərin paylanmalarına təsiri;
- «içi boş silindr+ətraf mühit» sisteminin məcburi rəqslərinin öyrənilməsi;
- bircins başlanğıc gərginliklərin kritik sürətlərin qiymətinə təsirinin öyrənilməsi;
- hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün oxasimmetrik olmamasının kritik sürətin qiymətinə təsirinin öyrənilməsi (təyini).

## **II. İşdə aşağıdakı konkret nəticələr əldə edilmişdir:**

1. Oxasimmetrik hal üçün, elastodinamikanın dəqiq tənliliklərinin və münasibətlərinin cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modelinə əsasən elastiki mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən dairəvi hərəkətli yükün dinamikası öyrənilmişdir. Qəbul edilir ki, içi boş silindrin və ətraf mühitin səthləri arasında «toxunan-yaylı» növ  $F$  ( $0 \leq F \leq \infty$ ) parametrlə qeyri-ideal əlaqə mövcuddur.

Kritik sürətə aid nəticələr, həmçinin silindrlə ətraf mühitin səthləri arasında təsir göstərən gərginliklərin paylanmasını əks etdirən nəticələr müzakirə olunub və təqdim edilib.

Aşağıdakı konkret nəticələr əldə edilmişdir:

– kritik sürətin qiyməti kontakt şərtlərinin qeyri-ideallıq dərəcəsinə xarakterizə edən  $F$  parametridən əhəmiyyətli dərəcədə asılıdır və kontakt şərtlərinin göstərilən qeyri-ideallığı kritik sürətin qiymətinin azalmasına gətirib çıxarır;

– sabit qalınlıqlı içi boş silindrin en kəsiyinin xarici radiusu  $R$  artdıqca kritik sürətin qiyməti azalır və örtük qatından və yarımüstəvidən ibarət sistem üçün alınan müvafiq kritik sürətə yaxınlaşır;

– içi boş silindr materialının elastiklik modulunun artması

ölçüsüz kritik sürətin  $V_{kp}/c_2^{(2)}$  qiymətinin azalmasına gətirib çıxarır, burada  $c_2^{(2)}$  – içi boş silindrin materialında eninə dalğaların sürəti,  $V_{kp}$  – hərəkətli yükün kritik sürətidir;

– içi boş silindrlə ətraf mühitin səthləri arasında təsir göstərən normal və toxunan gərginliklərin mütləq qiymətləri hərəkətli yükün sürətinin artması ilə monoton şəkildə artırlar;

– ətraf mühitin elastiklik modulunun azaldılması yuxarıda göstərilən gərginliklərin mütləq qiymətlərinin azalmasına gətirib çıxarır;

– sabit qalınlıqlı içi boş silindrin en kəsiyinin xarici radiusu  $R$ -in artması interfeys gərginliklərin və yerdəyişmələrin mütləq qiymətlərinin artmasına gətirir.

2. BGEDÜXN-in dəqiq tənliklərinin və münasibətlərinin cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modelinə əsasən «içi boş silindr+sonsuz ətraf mühit» sistemində bircins başlanğıc gərginliklərin sonsuz elastiki mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən dairəvi hərəkətli yükün kritik sürətinə təsiri tədqiq edilmişdir. Qəbul olunur ki, sonsuzluqda silindrin oxu boyunca bərabər paylanmış normal dartıcı (və ya sıxıcı) qüvvənin təsiri nəticəsində cisimdə başlanğıc gərginliklər yaranır. Başlanğıc gərginliklərin kritik sürətin və interfeys gərginliklərin qiymətinə təsiri haqqında ədədi nəticələr təqdim edilib və müzakirə olunub. Bunlara əsasən aşağıdakı əsas nəticələr verilir:

– içi boş silindrin və ətraf mühitin başlanğıc dartılması (sıxılması) kritik sürətin qiymətinin artmasına (azalmasına) gətirib çıxarır;

–  $h/R$ -in azalması ilə yuxarıda qeyd olunmuş təsirin dəyəri artır, burada  $h$  – içi boş silindrin qalınlığı,  $R$  isə həmin silindrin en kəsiyinin xarici radiusudur. Bundan əlavə,  $h/R$  nisbətinin azalması ilə kritik sürətin qiyməti azalır.

3. İçi boş silindrdən və ətraf mühitdən ibarət olan sistemin daxilinə təsir edən zamana görə harmonik dəyişən, dairəvi istiqamətdə bərabər (müntəzəm) paylanmış və silindrin oxuna nəzərən nöqtəvi paylanan normal gərginliyin təsirindən

yanmış məcburi harmonik rəqsləri məsələsi tədqiq edilmişdir. Silindr və ətraf mühit materialları aralarındakı səthdə «toxunayay» tipli qeyri-ideal kontakt qüvvələrin təsir etdiyi qəbul olunur. İnterfeys gərginliklərin tezlik xüsusiyyətlərinin ədədi nəticələri təqdim edilib və müzakirə olunub. Bu nəticələr əsasında aşağıdakı əsas ümumiləşmələr verilir:

– interfeys gərginliklərinin tezlik xüsusiyyətləri qeyri-monoton xarakter daşıyır, yəni xarici qüvvələrin titrəmə tezliyinin elə qiymətləri var ki (bu tezlikləri  $\Omega^*$  vasitəsilə ifadə edək və onları «rezonans» tezlikləri adlandıraraq), bu zaman gərginliyin mütləq qiymətləri maksimum olur (gərginliklərin bu maksimal qiymətlərini «rezonans» qiymətlər adlandıraraq). Buna görə də, « içi boş silindr + ətraf sonsuz mühit» sisteminin məcburi rəqslərinin xarakteri «yay+kütlə+dempfir» sisteminin məcburi rəqsləri ilə oxşardır;

– silindr materialının elastiklik modulunun artması ilə «rezonans» tezlikləri və gərginliyin «rezonans» qiymətləri azalırlar.

4. Sonsuz mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxilində təsir göstərən titrəmə-hərəkətli dairəvi yükün dinamikasına dair oxasimmetrik məsələ tədqiq edilmişdir və bu zaman əsas diqqət hərəkət edən yükün titrəmə tezliyinin kritik sürətə təsirinə yönəldilmişdir. Həmçinin, koordinatlardan və hərəkət edən yükün sürətindən asılı olaraq, göstərilən tezliyin interfeys gərginliklərinin paylanmasına təsiri ətraflı tədqiq olunmuşdur. Hərəkət edən yükün titrəmə tezliyinin kritik sürətin qiymətinə və interfeys gərginliklərin paylanmasına yuxarıda göstərilən təsirini əks etdirən ədədi nəticələr təqdim olunur və müzakirə edilir. Bunlara əsaslanaraq, aşağıdakı əsas nəticələr verilir:

– hərəkət edən dairəvi yükün titrəmədiyi halda, bu yük yalnız bir kritik sürətə malik olur və onun qiyməti  $h/R$  nisbətinin azalması ilə azalır;

– hərəkət edən yükün titrədiyi hallarda isə bir neçə kritik sürət yaranır ki, onların bir hissəsi titrəmə olmadıqda alınan kritik sürətin qiymətindən çoxdur, bir hissəsi isə azdır;

– hərəkətli yükün titrəmə tezliyi nisbətən böyük olduqda, kritik sürətlərin yaranması və yaranmaması, həmçinin, seçilmiş sistemin material cütlərinin mexaniki xüsusiyyətlərindən və  $h/R$

nisbətindən asılıdır;

– hərəkətli yükün bütün nəzərdən keçirilmiş titrəmə tezlikləri üçün alınmış kritik sürətlər  $h/R$  nisbətinin azalması ilə azalır;

– interfeys gərginliklərin tezlik xarakteristikası yalnız hərəkətli yükün sürətindən asılı deyil, həm də, əhəmiyyətli dərəcədə baxılan sistem üçün seçilmiş materiallar cütlərinin mexaniki xassələrindən də asılıdır.

5. Elastodinamikanın dəqiq üçölçülü tənliklərinin və münasibətlərinin cəlb edilməsi ilə sonsuz elastiki mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli yükün dinamikasının oxasimmetrik olmayan üçölçülü məsələləri tədqiq edilmişdir. Bu zaman qəbul olunur ki, hərəkətli yük ox koordinatına nəzərən nöqtəvi cəmlənmişdir və ümumi yükün sabit şaquli tərkib hissəsi vasitəsilə içi boş silindrin en kəsiyinin daxili dairəsi üzrə mərkəzi  $\alpha$  bucağı daxilində oxasimmetrik olmayan şəkildə paylanmışdır. Hərəkətli koordinat sisteminə keçidə, Furye çevirməsinin tətbiqinə və axtarılan kəmiyyətlərin Furye çevirmələrinin bucaq koordinatlara nəzərən Furye sırası şəklində təqdimatına əsaslanan məsələlər baxılmışdır və həll üsulları təkmilləşdirilmişdir. Furye sırasının əmsalları üçün analitik ifadələr əldə etmək mümkün olmuşdur, bununla da axtarılan kəmiyyətlərin Furye çevirmələrini təyin etmək mümkün olmuşdur. Axtarılan kəmiyyətlərin orijinaları ədədi üsulla müəyyən edilmişdir. Kritik sürət və interfeys gərginliklərin paylanmasına dair ədədi nəticələr təqdim olunur və təhlil edilir. Bunlara əsaslanaraq aşağıdakı əsas ümumiləşmələr hazırlanmışdır:

- hərəkətli yükün oxasimmetrik olmamasının kritik sürətin dəyərini əhəmiyyətli dərəcədə azalda bilər və bu azalmanın miqdarı  $h/R$  nisbətindən (burada  $h$  – silindrin qalınlığı,  $R$  isə silindrin en kəsiyinin xarici radiusudur) və  $E^{(1)}/E^{(2)}$  nisbətindən əhəmiyyətli dərəcədə asılıdır, burada  $E^{(1)}$  ( $E^{(2)}$ ) ətraf mühit (silindrin) materialının elastiklik moduludur;
- $h/R$  və  $E^{(1)}/E^{(2)}$  nisbətlərinin kiçik qiymətlərində  $0.01 \leq h/R \leq 0.5$  olduqda hərəkətli yükün qeyri-

oxasimetrikliyi minimal kritik sürətə təsir etmir və həmin kritik sürət müvafiq oxasimetrik hal üçün əldə edilən kritik sürətlə üst-üstə düşür;

- kritik sürətin dəyəri  $\alpha$  bucağından asılı deyil;
- kəmiyyət baxımından interfeys gərginliklər arasında dominant rol radial normal gərginliyə məxsusdur;
- interfeys normal gərginliyin paylanması təbiəti (xarakteri) dairəvi  $\theta$  koordinatından asılı olaraq  $\alpha$  bucağının qiymətindən asılıdır və sairə.

6. İçi boş silindrdən və onu əhatə edən sonsuz mühitdən ibarət olan sistemin məcburi rəqslərinin üçölçülü oxasimetrik olmayan üçölçülü məsələləri tədqiq edilmişdir. Bu zaman silindrin daxili səthində zamana görə harmonik şəkildə dəyişən və silindrin oxuna nəzərən nöqtəvi şəkildə yerləşən qüvvələrin təsir etdiyi və silindrin en kəsiyinin daxili dairəsi boyunca oxasimetrik olmayan şəkildə paylandığı nəzərdə tutulur. Bu tədqiqat üçün də əvvəlki bənddə göstərilən həll metodu tətbiq edilmişdir. İnterfeys gərginliklərin tezlik xarakteristikaları və həmin gərginliklərin mühitlə silindrin səthləri arasındakı hissədə paylanmasını əks etdirən ədədi nəticələr təqdim edilib və müzakirə olunub. Bunlara əsaslanaraq, aşağıdakı əsas nəticələr hazırlanmışdır:

– silindr materialının elastiklik modulu ( $E^{(2)}$ ) ətraf mühit materialının elastiklik modulundan ( $E^{(1)}$ ) əhəmiyyətli dərəcədə böyük olduğu halda (məsələn,  $E^{(1)}/E^{(2)} \leq 0.5$  olduqda), normal gərginliyin tezlik xarakteristikası mürəkkəb xarakterə malikdir və müvafiq qrafiklər ətraf mühit səthindən dalğaların əks olunmasından yaranmış «qalxma-enmə» intervallarına malikdirlər;

– silindr materialının elastiklik modulunun ətraf mühit materialının elastiklik modulundan bir qədər böyük olduğu halda (məsələn,  $E^{(1)}/E^{(2)} \leq 0.8$  olduqda), normal gərginliyin tezlik xarakteristikası qeyri-monoton xarakterlidir;

– baxılan sistemin materialları eyni olduqda (yəni  $E^{(1)}/E^{(2)} = 1$  olduqda), normal gərginliyin tezlik xarakteristikası çox rəvan dəyişir və aydın (açıq-aşkar) ifadə edilmiş qeyri-monoton xarakterə malikdir, buradan alırıq ki, elə bir tezlik qiyməti var ki,

həmin anda gərginlik öz maksimal qiymətini əldə edir;

– ətraf mühit materialının elastiklik modulunun silindri materialının elastiklik modulundan daha böyük olduğu halda da (yəni  $E^{(1)}/E^{(2)} > 1$  olduqda), tezlik xarakteristikalarının yuxarıda qeyd olunmuş qeyri-monotonluğu mövcuddur və sairə.

7. Elastodinamikanın dəqiq üçölçülü tənliklərinin və münasibətlərinin cəlb edilməsilə içi boş silindrin daxili səthində təsir edən titrəmə-hərəkətli yükün dinamikasının oxasimmetrik olmayan üçölçülü məsələləri tədqiq edilmişdir. Titrəmə-hərəkətli yükün paylanması əvvəlki bənddə olduğu kimi nəzərdə tutulmuşdur və müvafiq sərhəd məsələlərinin həlli üçün 5-ci və 6-cı bəndlərdə göstərilən üsullar tətbiq edilmişdir. Kritik sürətə və silindrlə ətraf mühit materiallarının səthləri arasındakı hissədə təsir göstərən normal və toxunan gərginliklərin paylanmasına «giroskop effektin» təsirini əks etdirən ədədi nəticələr təqdim olunmuş və müzakirə edilmişdir. Bunlara əsaslanaraq aşağıdakı əsas nəticələr verilmişdir:

- kritik sürəti müəyyən etmək üçün, axtarılan kəmiyyətlərin Furry çevirmələrinin Furry sıralarına ayrılışında sıfırıncı və birinci hədləri istifadə etmək (götürmək) kifayətdir. Bu zaman sıfırıncı həddən müəyyən edilmiş kritik sürət müvafiq oxasimmetrik haldakı kritik sürətlə üst-üstə düşür, birinci həddən müəyyən edilmiş kritik sürət isə oxasimmetrik olmayan haldakı kritik sürətlə üst-üstə düşür;
  - «giroskop effektin» sayəsində ola bilər bir neçə və bir çox hallarda iki kritik sürət yarana bilər, onlardan birincisi (ikincisi), titrəmə olmadığı təqdirdə əldə edilən kritik sürətdən azdır (çoxdur);
  - titrəmə-hərəkətli yükün tezliyinin artması ilə birinci (ikinci) kritik sürət azalır (artır);
  - interfeys normal gərginliyin paylanması titrəmə-hərəkətli yükün tezliyindən yalnız kəmiyyətcə deyil, həm də keyfiyyət baxımından asılıdır.
8. Oxasimmetrik hal üçün içi boş ikiqatlı silindrin daxili səthində təsir edən dairəvi hərəkətli yükün dinamikası öyrənilmişdir. Qəbul edilir ki, silindrin qatlarının səthləri arasında «toxunan-

yaylı» növ  $F$  ( $0 \leq F \leq \infty$ ) parametrlı qeyri-ideal əlaqə mövcuddur. Kritik sürət və interfeys gərginliklərin paylanması əks etdirən ədədi nəticələr əldə edilmişdir ki, bunlara əsasən aşağıdakı əsas ümumiləşmələr hazırlanmışdır:

- kritik sürətin qiyməti ikiqatlı içi boş silindrin bütün qalınlığından əhəmiyyətli dərəcədə asılıdır və bu qalınlığın artması ilə kritik sürət də artır;
  - silindrin xarici qatının qalınlığının artması kritik sürətin qiymətlərində artıma səbəb olur və bu qiymətlər içi boş silindrin sonsuz mühitlə əhatə olunduğu hal üçün alınmış müvafiq sürətin qiymətlərinə yaxınlaşırlar;
  - $F$  parametrinin dəyərlərinin artımı kritik sürətin monoton azalmasına gətirib çıxarır;
  - yükün hərəkət sürətinin dəyəri müvafiq kritik sürətdən kifayət qədər «fərqli» («uzaq») olduqda, silindrin xarici qatının qalınlığının artması ilə interfeys normal gərginliyin qiyməti artır. Lakin, yükün hərəkət sürəti müvafiq kritik sürətə kifayət qədər «yaxın» olduğu hallarda, silindrin xarici qatının qalınlığının azalması ilə göstərilən normal gərginliyin mütləq qiyməti artır və sairə.
9. Elastodinamikanın üçölçülü dəqiq tənliklərinin və münasibətlərinin cəlb edilməsi ilə ikiqatlı içi boş silindrin daxili səthində təsir göstərən dairə üzrə oxasimmetrik olmayan paylanmış və ox istiqamətində nöqtəvi-cəmlənmiş hərəkətli qüvvələrin dinamikası tədqiq edilmişdir. Kritik sürətə və interfeys normal gərginliyə aid ədədi nəticələr verilmişdir. Tədqiqat zamanı əsas diqqət  $h_1/h_2$  (burada  $h_1$  – silindrin xarici qatının qalınlığı,  $h_2$  isə daxili qatının qalınlığıdır) nisbətinin kritik sürətin qiymətinə və eləcə də interfeys normal gərginliyin qiymətinə təsirinə yetirilir. Bu araşdırma-lara əsasən aşağıdakı əsas nəticələr verilir:
- $V/c_2^{(2)} < 1$  olduğu halda (burada  $V$  – yükün hərəkət sürəti,  $c_2^{(2)}$  isə silindrin daxili qat materialında enmə dalğasının sürətidir) iki kritik sürət əldə edilir: qiyməti az olan sürət minimal, çox olanı isə maksimal adlandırmaq olar;
  - $h_2/R$  münasibətinin nisbətən kiçik qiymətlərində (burada  $R$  –

silindrin daxili qatının en kəsiyinin xarici radiusudur), məsələn,  $h_2/R = 0.1, 0.2$  və  $0.3$  olduqda, minimal kritik sürət, oxasimmetrik haldakı əldə edilən kritik sürətə uyğun gəlir;

- $h_2/R$  münasibətinin nisbətən böyük qiymətlərində, məsələn,  $h_2/R = 0.5$  olduqda, minimal kritik sürət oxasimmetrik olmayan haldakı kritik sürətə uyğun gəlir,  $h_1/h_2$  nisbəti artdıqca, bu kritik sürət «içi boş silindr + sonsuz ətraf mühit» sistemi üçün əldə edilən müvafiq kritik sürətlərə yaxınlaşır;
- baxılan bütün hallarda  $h_1/h_2$  nisbəti artdıqca kritik sürətlərin qiymətləri artır və «içi boş silindr + sonsuz ətraf mühit» sistemi üçün alınan müvafiq kritik sürətlərə yaxınlaşır;
- $h_1/h_2$  nisbətinin artması ilə interfeys normal gərginliklərin mütləq qiymətləri artır və içi boş silindrin sonsuz mühitlə əhatə olunduğu halda əldə edilən müvafiq qiymətlərə yaxınlaşır;
- həmçinin, ikiqatlı içi boş silindrin dairəvi istiqamətdə qeyri-oxasimmetrik paylanmış və ox istiqamətində nöqtəvi-cəmlənmiş, zamana görə harmonik şəkildə dəyişən qüvvələrin təsiri nəticəsində yaranmış üçölçülü məcburi rəqsləri də tədqiq edilmişdir. Silindrin daxili qatının materialı poladdan, xarici qatının materialı isə alüminiumdan hazırlandığı halda, interfeys normal gərginliyin tezlik xarakteristikasının ədədi tədqiqatları aparılmışdır.

Alınmış ədədi nəticələrə əsasən aşağıdakı ümumiləşmələri etmək olar:

- qat materialları eyni olduqda, ikiqatlı içi boş silindrin xarici səthindən dalğaların əks olunması səbəbindən, tezlik xarakteristikası mürəkkəb xarakterə malikdir;
- qatların materialları müxtəlif olduqda, yuxarıda göstərilən tezlik xarakteristikası yalnız içi boş silindrin xarici səthindən dalğaların əks olunması ilə deyil, həmçinin materialların təbəqələrinin səthindən dalğanın əks olunması səbəbindən daha da mürəkkəbləşir;
- yuxarıda göstərilənlərlə yanaşı, baxılan halda alınan tezlik xarakteristikasının mürəkkəbliyi də rezonans hadisələrinin yaranmasından qaynaqlana bilər və s.

III. Radial istiqamətdə qalınlığı sonsuz və sonlu olan elastik



mühitlə əhatə olunmuş içi boş silindrin daxili səthində təsir edən hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün dinamikası haqqında baxılmış bütün məsələlər ilk dəfə olaraq elastodinamikanın və BGEDÜXN-in dəqiq üçölçülü tənliklərinin cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modeli çərçivəsində həll edilmişdir.

IV. Dissertasiya işində əldə olunan nəticələri elastodinamikanın və BGEDÜXN-in dəqiq üçölçülü tənliklərinin cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modeli çərçivəsində yeraltı nəqliyyat qurğularında və ikiqatlı silah barelində hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yüklərin hərəkət sürətinin kritik dəyərlərini müəyyən etməyə imkan verən böyük bir elmi-texniki məsələnin həlli kimi qiymətləndirilə bilər. Eyni zamanda, əsas elmi nəticələri elastodinamikanın və BGEDÜXN-in dəqiq üçölçülü tənliklərinin cəlb edilməsi ilə hissə-hissə bircins cisim modeli çərçivəsində hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yükün dinamikası nəzəriyyəsinin işlənilib hazırlanmasında, yeni elmi istiqamət kimi də nəzərdən keçirmək olar.

V. Bu işin nəticələrinin praktiki dəyəri yeraltı nəqliyyat qurğularında və çoxqatlı silah barelində hərəkətli və titrəmə-hərəkətli yüklərin yaradacağı fəlakətli hadisələrin proqnozlaşdırılması və qarşısının alınması üçün nəzəri əsasların yaradılmasından ibarətdir.

#### **Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunub:**

1. Mehdiyev, M.A., Akbarov, S.D. On the forced vibration of the bi-material elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium // VII International Joint Conference of Georgian Mathematical Union & Georgian Mechanical Union. Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis dedicated to 125-th birthday anniversary of academician N.Muskhelishvili, – Batumi: 5-9 September, –2016, –p. 153-154.

2. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. Forced vibration of the elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium under perfect and imperfect contact// –Seoul: Structural Engineering & Mechanics, –2017, 62, № 1, –p. 113-123.

3. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. On the influence of the initial stresses on the critical velocity of the moving ring load acting in the interior of the hollow cylinder surrounded by an infinite elastic medium// The 2017 World Congress on Advances in Structural Engineering & Mechanics (ASEM17). Volume of Abstracts, - Ilsan (Seoul), Korea: 28 August-1 September, - 2017, - p. 47.

4. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. On the influence of the initial stresses on the critical velocity of the moving ring load acting in the interior of the hollow cylinder surrounded by an infinite elastic medium// In proceeding of the «World Congress on Advances in Structural Engineering & Mechanics (ASEM17)», - Ilsan (Seoul), Korea: 28 August-1 September, - 2017, - 24p.

5. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. The interface stress field in the elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium under 3D non-axisymmetric forced vibration//—USA: Computers, Materials & Continua,—2018, 54, № 1, —p. 61-81.

6. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. Mathematical modeling and theoretical study on the tunnel+soil system // 1st International Conference on Innovations in Natural Science & Engineering (ICINSE 2018), Volume of Abstracts, — Turkish Republic of Northern Cyprus: 3-6 January, — 2018, — p. 5-6.

7. Ozisik, M., Mehdiyev, M.A., Akbarov, S.D. The influence of the imperfectness of contact conditions on the critical velocity of the moving load acting in the interior of the cylinder surrounded with elastic medium// —USA: Computers, Materials & Continua,—2018, 54, № 2, —p. 103-136.

8. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. Influence of initial stresses on the critical velocity of the moving load acting in the interior of the hollow cylinder surrounded by an infinite elastic medium//—Seoul: Structural Engineering & Mechanics,—2018, 66, № 1, —p. 45-59.

9. Mehdiyev, M.A., Akbarov, S.D. Parametric resonance of the system consisting the circular hollow cylinder and surrounding elastic medium under action in the interior// Proceedings of the 6<sup>th</sup>

International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications Engineering (COIA-2018), Volume I, – Baku: 11-13 July– 2018, –p. 270-272.

10. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A., Ozisik, M. Three-dimensional dynamics of the moving load acting on the interior of the hollow cylinder surrounded by the elastic medium//–Seoul: Structural Engineering & Mechanics, –2018, 67, № 2, –p. 185-206.

11. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. Dynamics of the system consisting of the hollow cylinder and surrounding infinite elastic medium under acting an oscillating moving ring load on the interior of the cylinder// Coupled Systems Mechanics,–2018, 7, № 5, –p. 525-554.

12. Mehdiyev, M.A. 3D non-axisymmetric dynamic interface shear stress field in the elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium// – Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, Series of Physical-Technical & Mathematical Sciences, Issue Mechanics, –2018, 38, № 7, –p. 43-55.

13. Mehdiyev, M.A. On the parametric resonance cases of the system consisting of the circular cylinder and surrounding elastic medium under action in the interior of the cylinder time-harmonic oscillating moving load// – Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology & Economics, –2018, 6, № 2, –p. 90-98.

14. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. 3D Dynamics of the oscillating-moving ring load acting in the interior of the hollow cylinder surrounded with elastic medium// –Seoul: Structural Engineering & Mechanics,–2019, 71, № 6, –p. 713-738.

15. Mehdiyev, M.A., Akbarov, S.D. The «gyroscopic effect» on interface stresses in a «hollow cylinder + surrounding medium» system under action of the oscillating-moving ring load in the interior of the cylinder// 21.Ulusal Mekanik Kongresi, – Niğde, Ömer Halisdemir Üniversitesi, 02-06 Eylül,– 2019, –p. 368-371.

16. Mehdiyev, M.A. On the 3D dynamic normal stress field on the interface of the bi-layered hollow cylinder under action a moving load in the interior of that// – Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology & Economics, –2019, 7, № 1, –p.

56-64.

17. Mehdiyev, M.A. On the critical velocity of the moving load acting in the interior of the bi-layered hollow cylinder in the 3D dynamic state//— Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, Series of Physical-Technical & Mathematical Sciences, Issue Mechanics, —2020, 40, № 7, —p. 20-27.

18. Mehdiyev, M.A. On the frequency response of the interface normal stress in the bi-layered hollow cylinder in the 3D dynamic state//—Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, Series of Physical-Technical & Mathematical Sciences, Issue Mechanics, —2020, 40, № 8, —p. 14-21.



Dissertasiyanın müdafiəsi 03 mart 2025-ci il tarixində saat 12<sup>00</sup>-da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən BED 4.23 Birdəfəlik Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ1148, Bakı şəh., akad.Z.Xəlilov küç., 23, Əsas tədris korpusu, Elmi kitabxana.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya işi və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 31 yanvar 2025-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 24.01.2025  
Kağızın formatı: 60×84 1/16  
Həcm: 62199  
Tiraj: 30