

АЗЕРБАЙДЖАНСКАЯ РЕСПУБЛИКА

На правах рукописи

**ДИНАМИКА ДВИЖУЩЕЙСЯ И ВИБРО-
ДВИЖУЩЕЙСЯ НАГРУЗКИ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА
ВНУТРЕННЮЮ ПОВЕРХНОСТЬ ПОЛОГО
ЦИЛИНДРА, ОКРУЖЕННОГО УПРУГОЙ СРЕДОЙ**

Специальность: 2002.01– Механика деформируемого
твёрдого тела

Отрасль науки: Механика

Соискатель: **Махир Аликулу оглы Мехтиев**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора наук

Баку – 2025

Диссертационная работа выполнена в отделе «Теория эластичности и пластичности» Института Математики и Механики Министерства Науки и Образования Азербайджанской Республики

Научный консультант: Член корр. НАНА, доктор технических наук, профессор
Сурхай Джаббар оглы Акбаров

Официальные оппоненты: Доктор физико-математических наук, профессор
Габиль Гарибханович Алиев



Доктор наук по механике, доцент
Юсиф Мамедали оглы Севдималиев

Доктор физико-математических наук, профессор
Асаф Дагбейи оглы Заманов

Доктор наук по математике, профессор
Муган Салман оглы Гулиев

Диссертационный совет ___ ВЕД 4.23 ___ Высшей Аттестационной Комиссии при Президенте Азербайджанской Республики, действующий на базе Бакинского Государственного Университета

Председатель диссертационного совета: Действительный член НАНА, д.ф.-м.н., профессор

Магомед Фарман оглы Мехтиев

Ученый секретарь диссертационного совета: 
Гюльнар Муса кызы Салманова

Председатель научного семинара: 
Рамиз Азиз оглы Искендеров



ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы и степень разработки.

Строительство подземных дорог для высокоскоростных транспортных коммуникаций, таких как метро, тоннель и т.п., а также создание длинных слоистых орудийных стволов для стрельбы высокоскоростными снарядами и ракетами требуют изучения соответствующих задач эластодинамики. Эти исследования требуются также для обеспечения безопасности близлежащих строительных сооружений от воздействия вибрации, которая появляется при движении поездов в подземных метро и тоннелях. Вот далеко неполный перечень задач, изучение которых связано с исследованием динамики движущейся и вибро-движущейся нагрузки, действующей на внутреннюю часть полого цилиндра, окруженного упругой средой с конечной и бесконечной толщиной в радиальном направлении. Именно этим исследованиям, проведенным в рамках модели кусочно-однородного тела с привлечением точных трехмерных уравнений и соотношений линейной и линеаризированной эластодинамики, посвящена настоящая диссертационная работа, чем и объясняется ее актуальность. Теоретической основой этих исследований является современный уровень развития эластодинамики, вклад в который внесли многие ученые, к числу которых можно отнести исследования Дж.Г. Агаларова С.Д. Акбарова, Ю.А. Амензаде, А.Н. Гузя, А.А. Ильюшина, М.Х. Ильясова, В.Д. Кубенко, М.Ф. Мехтиева, Н.Б. Расуловой, В.П. Тамужа, Л.Х. Талыблы, Н.А. Шульги, Х.А. Рахматулина, J.D. Achenbach, A.C. Eringen, E.S. Suhubi, C. Truostell, R.W. Ogden и целого ряда других исследователей. Отметим, что среди динамических задач теории упругости особое место занимают задачи, относящиеся к динамике движущихся нагрузок, действующих на упругие конструкции и, вследствие этого, рассмотрим уровень разработок в соответствующем направлении. Следует отметить, что начало этим исследованиям положено при изучении причин обрушения Честерского моста (Англия) в 1847

году, которое вызвало серьезную тревогу у инженеров-строителей. С тех пор продолжают и развиваются соответствующие исследования в этом направлении. Классификацию задач, относящихся к этим исследованиям, можно провести относительно геометрической формы упругих конструкций: I) задачи, относящиеся к стержням; II) задачи, относящиеся к пластинам; III) задачи, относящиеся к плоско-слоистым системам и IV) задачи, относящиеся к цилиндрическим слоистым системам.

Отметим, что обзор исследований, относящийся к задачам I) и II) проведен в статье (Quyang) Moving load dynamic problems: A tutorial (with a brief overview). Mech. Syst. Signal Pr., 25, 2011, p.2039-2060. Обзор работ, относящихся к задачам III) был сделан в монографии (Akbarov S.D.) Dynamics of pre-strained bi-material elastic systems: Linearized three – dimensional approach. Springer, New-York, 2015¹. Исходя из этого положения в диссертационной работе сделан детальный обзор исследований, относящиеся к задачам IV) типа и к части задач, относящихся к задачам III) типу, который имеет непосредственную связь с темой настоящей диссертационной работы.

Из этих обзоров следует новизна и актуальность настоящей диссертационной работы, которая посвящена разработке теории динамики движущейся и вибро-движущейся нагрузки, действующей на внутреннюю поверхность полого цилиндра, окруженного упругой средой, развитию аналитико-численных методов решения соответствующих краевых задач на основе модели кусочно-однородного тела с привлечением точных трехмерных уравнений эластодинамики и линеаризированной эластодинамики.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются:

¹ Akbarov, S.D. Dynamics of Pre-Strained Bi-Material Elastic Systems: Linearized Three-Dimensional Approach / Heidelberg, New-York: Springer, - 2015. -1004p.

а) полый круговой цилиндр, окруженный бесконечной упругой средой;

б) двухслойный полый круговой цилиндр.

Предметом исследования являются:

а) осесимметричные задачи о динамике движущейся и вибро-движущейся кольцевой нагрузки, действующих внутри полого цилиндра, окруженного бесконечной средой;

б) неосесимметричные трехмерные задачи о динамике движущейся и вибро-движущейся локально распределенной нагрузки, действующей внутри полого цилиндра, окруженного бесконечной средой;

с) осесимметричные и неосесимметричные трехмерные задачи о динамике движущейся нагрузки, действующей на внутренней поверхности двухслойного полого цилиндра;

д) осесимметричные и неосесимметричные задачи о вынужденном колебании системы «полый цилиндр + окружающая бесконечная среда» и двухслойного полого цилиндра под действием гармонически изменяющихся во времени сил, действующих внутри цилиндра.

Цель и задачи исследования. Целью работы является создание теории о динамике движущейся, вибрирующей и вибро-движущейся нагрузки, действующей на внутреннюю поверхность полого цилиндра, окруженного бесконечной и конечной упругой средой на основе модели кусочно-однородного тела с привлечением точных трехмерных уравнений эластодинамики и трехмерной линеаризованной теории упругих волн в телах с начальными напряжениями (ТЛГУВНН).

Задачами исследования являются следующие:

а) осесимметричные и неосесимметричные трехмерные задачи о вынужденном колебании системы, состоящей из полого цилиндра и окружающей бесконечной упругой среды, а также о вынужденном колебании двухслойного полого цилиндра;

б) осесимметричные и неосесимметричные задачи о динамике движущейся и вибро-движущейся нагрузки,

действующей внутри полого цилиндра, окруженного бесконечной упругой средой, а также соответствующие задачи, относящиеся к двухслойному полому цилиндру.

Методы исследования. В исследованиях, проведенных в диссертационной работе применены и развиты следующие методы математической физики:

- а) переход к координатной системе, инвариантной по времени;
- б) преобразования Фурье по осевым координатам;
- с) ряды Фурье для представления преобразований Фурье искомых величин;
- д) разделения переменных искомых величин;
- е) контур Зоммерфельда для разработки численного алгоритма для реализации определения обратного преобразования Фурье;
- ф) создание ПК программ на программном языке MATLAB для получения численных результатов.

Основные положения, выносимые на защиту.

В диссертации разработана теория о динамике движущейся и вибро-движущейся нагрузки, действующей на внутреннюю поверхность полого цилиндра, окруженного упругой средой на основе модели кусочно-однородного тела с привлечением точных трехмерных уравнений эластодинамики и ТЛТУВНН, включая:

- а) постановку задач и разработку аналитико-численных методов решения соответствующих задач о динамическом напряженно-деформированном состоянии;
- б) исследование различных классов двумерных и трехмерных задач об определении влияния скорости и вибрации движущейся нагрузки на распределение напряжений, действующих на поверхности раздела сред материалов цилиндра и окружающей среды;
- в) определение критических скоростей движущейся и вибро-движущейся нагрузки и влияние параметров задачи на значение этих критических скоростей;
- г) выявление «гироскопических эффектов» (или «эффекта Кориолисова ускорения») на значение критических скоростей и на

распределение интерфейсных напряжений;

д) изучение вынужденных колебаний системы «полый цилиндр+ окружающая среда»;

е) изучение влияния однородных начальных напряжений на значение критических скоростей и интерфейсных напряжений;

ж) определение влияние неосесимметричности движущейся и вибро-движущейся нагрузки на значение критических скоростей.

Научная новизна. Научная новизна результатов работы заключается:

✓ в постановке задач исследования динамики движущейся и вибро-движущейся нагрузки, действующей на внутренней поверхности полого цилиндра, окруженного упругой средой;

✓ в разработке методов решения соответствующих краевых задач с привлечением преобразования Фурье по пространственным координатам и с разложением в ряд Фурье этих преобразований;

✓ в разработке алгоритмов и ПК программ для получения конкретных численных результатов о критической скорости и о распределение интерфейсных напряжений;

✓ в установлении ряда эффектов, связанных с вибрацией движущейся нагрузки и неосесимметричности рассматриваемых задач;

✓ в определении влияния механических и геометрических свойств полого цилиндра и окружающей среды на значение критической скорости и на распределение интерфейсных напряжений.

Теоретическая и практическая ценность исследования. Теоретическая ценность работы заключается в том, что все рассмотренные задачи о динамике движущейся и вибро-движущейся нагрузки, действующей на внутреннюю поверхность полого цилиндра, окруженного бесконечной и конечной по толщине в радиальном направлении упругой средой, решены впервые в рамках модели кусочно-однородного тела с привлечением точных трехмерных уравнений эластодинамики и ТЛТУВНН.

Теоретическая ценность полученных результатов и выводов подтверждается:

1) применением точных трехмерных уравнений и соотношений трехмерной теории эластодинамики и ТЛТУВНН в рамках модели кусочно-однородного тела;

2) корректностью постановок задач, точностью аналитических решений соответствующих волновых уравнений;

3) согласованностью полученных результатов между собой, физико-механическими соображениями и известными результатами в частных случаях.

Практическая ценность результатов настоящей работы заключается в создании теоретических основ для прогнозирования и предотвращения катастрофических явлений, вызванных движущимися и вибро-движущимися объектами в подземных транспортных сооружениях и в многослойных орудийных стволах.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались в разное время на следующих конференциях:

- The World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics (ASEM17), 28 August - 1 September, 2017, Irsan (Seoul), South Korea.

- VII International Joint Conference of Georgian Mathematical Union & Georgian Mechanical Union. Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis dedicated to 125-th birthday anniversary of academician N. Muskhelishvili. Batumi: Sept. 5-9, 2016.

- 1-st International Conference on Innovations in Natural Science and Engineering (ICINSE 2018), 3-6 January 2018, Turkish Republic of Northern Cyprus.

- The 6th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications Engineering (COIA-2018), 11-13 July 2018, Baku.

- 21.Ulusal Mekanik Kongresi, 02-06 Eylül 2019, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi.

Полученные результаты обсуждались на Общеинститутских семинарах Института Математики и

Механики, а также на семинарах отделов «Механика деформируемого твёрдого тела», «Волновая динамика» и «Прикладная математика».

Личный вклад автора заключается в формулировке конкретных задач и выборе направления исследования. Кроме того, разработка методов их решения, полученные численные результаты, а также сформулированные выводы и инженерные рекомендации принадлежат лично автору.

Публикации автора. Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК при Президенте Азербайджанской Республики – 12 (из них 7 – Web of Science), материалы конференций – 1, тезисы докладов – 5.

Наименование учреждения, где выполнена диссертационная работа. Работа выполнена в отделе «Теория эластичности и пластичности» Института Математики и Механики.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка используемой литературы и приложения.

Общий объем диссертационной работы – 435740 знаков (титульная страница - 2000 знаков, оглавление – 2700 знаков, введение - 30400 знаков, первая глава – 154700 знаков, вторая глава – 163800 знаков, третья глава – 60000 знаков, заключение – 22140 знаков). Список используемой литературы состоит из 114 наименований. Диссертация содержит 234 рисунка и 19 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении приведен обзор работ исследований, относящихся к рассматриваемой в работе проблеме. Здесь сформулированы тема и цель диссертационной работы, обосновывается ее актуальность, новизна и достоверность полученных результатов, их практическая ценность. Кратко изложено основное содержание работы по главам.

Первая глава диссертационной работы посвящена изучению осесимметричных задач динамики движущейся и

вибро-движущейся кольцевой нагрузки, действующей на внутренней поверхности полого цилиндра, окруженного упругой средой. Рассматривается также влияние однородных начальных напряжений в цилиндре и в окружающей среде (вызванных растяжением или сжатием в бесконечности рассматриваемой системы) на критическую скорость кольцевой нагрузки². Изучается также влияние неидеальности контактных условий между цилиндром и окружающей средой на значение критической скорости и на интерфейсные напряжения³. Помимо всего этого, исследуется также задача о вынужденном гармоническом колебании рассматриваемой системы. Излагается алгоритм для численного определения обратного преобразования Фурье, который используется по всей протяженности диссертационной работы. Приводится и анализируется целый ряд численных результатов, относящиеся к критической скорости и к распределению интерфейсных напряжений.

Рассмотрим некоторые фрагменты исследований, проведенных в первой главе и для этой цели, выделим задачу о динамике вибро-движущейся кольцевой нагрузки, действующей на внутренней поверхности полого цилиндра, окруженного бесконечной упругой средой.

Итак, рассмотрим систему, схематически изображенную на Рис. 1, согласно которой на внутренней поверхности полого цилиндра толщиной h , окруженного, бесконечной упругой средой, действуют вибро-движущая кольцевая нагрузка движущейся вдоль оси цилиндра со скоростью V . С этой осью цилиндра связаны цилиндрическая $O r \theta z$ и Декартова $O x_1 x_2 x_3$ системы координат.

² Babich, S.Y., Glukhov, Y.P., Guz, A.N. Dynamics of a layered compressible pre-stressed halfspace under the influence of moving load// - New York: International Applied Mechanics, - 1986, , 22, № 6. - p. 808-815.

³ Abdulkadirov, S.A. Low-frequency resonance waves in a cylindrical layer surrounded by an elastic medium/ Novosibirsk: Journal of Mining Science, - 1981, 80, - p. 229-234.

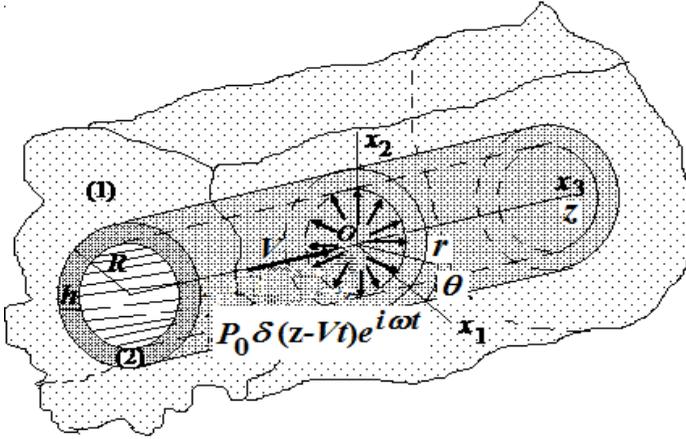


Рис. 1

Во всех изложениях в диссертации и здесь верхним индексом (2) обозначены величины, относящиеся к полому цилиндру, а верхним индексом (1) - к окружающей среде.

Исследование проводится в рамках модели кусочно-однородного тела с привлечением точных уравнений эластодинамики в осесимметричном случае, для которого имеют место следующие уравнение движения, соотношения упругости и геометрические соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^{(k)} - \sigma_{\theta\theta}^{(k)}) &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(k)} &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial t^2}. \quad k = 1, 2. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(k)} &= \lambda^{(k)} \varepsilon^{(k)} + 2\mu^{(k)} \varepsilon_{rr}^{(k)}, \\ \sigma_{\theta\theta}^{(k)} &= \lambda^{(k)} \varepsilon^{(k)} + 2\mu^{(k)} \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)}, \\ \sigma_{zz}^{(k)} &= \lambda^{(k)} \varepsilon^{(k)} + 2\mu^{(k)} \varepsilon_{zz}^{(k)}, \quad \sigma_{rz}^{(k)} = 2\mu^{(k)} \varepsilon_{rz}^{(k)}. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}^{(k)} &= \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)} = \frac{u_r^{(k)}}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^{(k)} = \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z}, \\ \varepsilon^{(k)} &= \varepsilon_{rr}^{(k)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)} + \varepsilon_{zz}^{(k)}, \quad \varepsilon_{rz}^{(k)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Согласно Рис. 1, запишем следующие граничные условия на внутренней поверхности полого цилиндра:

$$\sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = -P_0 \delta(z-Vt) e^{i\omega t}, \quad \sigma_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = 0. \quad (4)$$

здесь $\delta(x)$ – дельта функция Дирака, V – скорость движения кольцевой нагрузки, ω – частота вибрации этой нагрузки. Примем, что на поверхности раздела сред выполняется условие полного сцепления:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R} &= \sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R}, \quad \sigma_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R} = \sigma_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R}, \\ u_r^{(1)} \Big|_{r=R} &= u_r^{(2)} \Big|_{r=R}, \quad u_z^{(1)} \Big|_{r=R} = u_z^{(2)} \Big|_{r=R} \end{aligned} \quad (5)$$

Предполагаем также выполнение следующих условий:

$$\begin{aligned} \left| \sigma_{rr}^{(k)} \right|; \left| \sigma_{\theta\theta}^{(k)} \right|; \dots; \left| u_r^{(k)} \right|; \left| u_z^{(k)} \right| < M = const; \\ \text{при } \sqrt{r^2 + z^2} \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (6)$$

Задача (1) - (6) решается с использованием представления Ламе для общих решений уравнений эластодинамики, которые для осесимметричных задач можно записать в следующем виде:

$$u_r^{(k)} = \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi^{(k)}}{\partial r \partial z}, \quad u_z^{(k)} = \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Psi^{(k)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi^{(k)}}{\partial r}, \quad (7)$$

где функции $\Phi^{(k)}$ и $\Psi^{(k)}$ удовлетворяют следующему уравнению:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Phi^{(k)} - \frac{1}{(c_1^{(k)})^2} \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2 \Psi^{(k)} - \frac{1}{(c_2^{(k)})^2} \frac{\partial^2 \Psi^{(k)}}{\partial t^2} = 0, \\ \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \\ c_1^{(k)} = \sqrt{(\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)})/\rho^{(k)}}, \quad c_2^{(k)} = \sqrt{\mu^{(k)}/\rho^{(k)}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Вводится движущаяся система координат, связанная с движущейся нагрузкой и определенные через следующие формулы⁴:

$$r' = r, \quad z' = z - Vt, \quad (9)$$

Исходя из (9), все искомые величины представляются в виде $g(r', z', t) = \check{g}(r', z')e^{i\omega t}$ (далее штрихи над r' и z' , а также черточку над \check{g} опустим), согласно которому получим

⁴ Achenbach, J.D., Keshava, S.P., Hermann, G. Moving load on a plate resting on an elastic half-space// USA: Trans ASME. Series of Engineering Journal of Applied Mechanics, - 1967, 34, № 4, - p. 183-189.

следующие уравнения для $\Phi^{(k)}$ и $\Psi^{(k)}$:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Phi^{(k)} - \frac{1}{(c_1^{(k)})^2} \left(V^2 \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial z^2} - 2i\omega V \frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial z} - \omega^2 \Phi^{(k)} \right) &= 0, \\ \nabla^2 \Psi^{(k)} - \frac{1}{(c_2^{(k)})^2} \left(V^2 \frac{\partial^2 \Psi^{(k)}}{\partial z^2} - 2i\omega V \frac{\partial \Psi^{(k)}}{\partial z} - \omega^2 \Psi^{(k)} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Кроме этого, в движущейся системе координат, первое граничное условие в (4) превращается в следующее условие:

$$\sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = -P_0 \delta(z). \quad (11)$$

Остальные же условия в (4) - (6) остаются в силе и для амплитуд искоемых величин.

Для решения уравнения (10) применяется экспоненциальное преобразование Фурье по координатам z , согласно которому, все искоемые величины представлены в виде

$$\begin{aligned} &\left\{ \Phi^{(k)}; \Psi^{(k)}; u_z^{(k)}; \dots; \sigma_{rz}^{(k)} \right\} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \Phi_F^{(k)}; \Psi_F^{(k)}; u_{zF}^{(k)}; \dots; \sigma_{rzF}^{(k)} \right\} e^{+isz} ds. \end{aligned} \quad (12)$$

Используя (12), получаем следующие уравнения для преобразования Фурье $\Phi_F^{(k)}$ и $\Psi_F^{(k)}$:

$$\begin{aligned} &\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \left(s^2 - \frac{W^2 (c_2^{(2)})^2}{(c_1^{(k)})^2} \right) \right] \Phi_F^{(k)} = 0, \\ &\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \left(s^2 - \frac{W^2 (c_2^{(2)})^2}{(c_2^{(k)})^2} \right) \right] \Psi_F^{(k)} = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$W = \Omega - sc, \quad \Omega = \omega h / c_2^{(2)}, \quad c = V / c_2^{(2)}. \quad (14)$$

Решение уравнений (13) находим в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Phi_F^{(2)} &= A_1 H_0^{(1)}(r_1) + A_2 H_0^{(2)}(r_1), \\ \Psi_F^{(2)} &= B_1 H_0^{(1)}(r_2) + B_2 H_0^{(2)}(r_2), \\ \Phi_F^{(1)} &= C_2 H_0^{(2)}(r_{11}), \\ \Psi_F^{(1)} &= D_2 H_0^{(2)}(r_{21}), \end{aligned} \quad (15)$$

где $H_0^{(1)}(x)$ и $H_0^{(2)}(x)$ являются функциями Ханкеля первого и второго рода с нулевого порядка и

$$\begin{aligned}
r_1 &= r\sqrt{W^2\delta_1^2 - s^2}, \quad \delta_1 = c_2^{(2)}/c_1^{(2)}, \quad r_2 = r\sqrt{W^2 - s^2}, \\
r_{11} &= r\sqrt{W^2\delta_2^2 - s^2}, \quad \delta_2 = c_2^{(2)}/c_1^{(1)}, \\
r_{21} &= r\sqrt{W_1^2 - s^2}, \quad W_1 = W c_2^{(2)}/c_2^{(1)}. \quad (16)
\end{aligned}$$

Таким образом, подставляя решение (15) в Фурье-преобразование выражение (7), и далее, подставляя Фурье-преобразований для перемещений в Фурье-преобразований соотношения (3) и (2), получаем выражение для преобразований Фурье-напряжений. Наконец, подставляя эти выражение в Фурье-преобразования граничных условий (4) и контактных условий (5), получаем уравнение для определения неизвестных постоянных A_1, A_2, B_1, B_2, C_2 и D_2 , входящих в Фурье-преобразование искомых величин. После нахождения этих неизвестных постоянных, из указанных уравнений полностью определяем преобразования Фурье искомых величин. Для определения же оригиналов этих преобразований, в диссертационной работе развит алгоритм, основанный на использовании контура Зоммерфельда для вычисления интегралов (12).

Исходя из вышеизложенного, в частных случаях, т.е. в случаях, когда I. $\omega = 0, V > 0$; II. $V = 0, \omega > 0$ и III. $V \cdot \omega > 0$ можем получить результаты, относящиеся к движущейся кольцевой нагрузке (Случае I), к вынужденному колебанию системы, вызванного гармонической кольцевой нагрузкой (Случае II) и к вибро-движущейся кольцевой нагрузке (Случае III). Отметим, что в Случае I критические скорости определяются из соответствующих дисперсионных кривых и при этом рассматривается также влияние неидеальности контактных условий на эти значения. Причем, неидеальность контактных условия выражается через замену последнего условия в (5) с условием

$$\left(u_z^{(1)} - u_z^{(2)}\right)\Big|_{r=R} = \frac{FR}{\mu^{(1)}} \sigma_{rz}^{(1)}\Big|_{r=R}. \quad (17)$$

Указанный тип неидеальность контактного условия называется «касательно-пружинным» тип неидеальности и F ($0 \leq |F| \leq \infty$) есть параметр, характеризующий степень отклонения условия от соответствующих идеальных условий.

При этом, случай $F = 0$ соответствует идеальному контакту, а случай $|F| = \infty$ — полному скольжению на поверхности раздела сред. В случае III появляется, так называемый, «гироскопический эффект» (или «эффект Кориолисового ускорения»). Этот факт появляется за счет члена $2\omega V$ в уравнение (10). Именно, за счет этого эффекта нарушается симметрия и асимметрия распределения напряжений и перемещений вдоль оси Oz относительно точки $z/h = 0$. Кроме этого, в случае III, критических скоростей невозможно определить из дисперсионных кривых, соответствующих волн и поэтому, эти скорости определяются через зависимости между интерфейсным нормальным напряжением и вибродвижущейся нагрузкой. При этом, значение скорости, для которых абсолютные значения нормального напряжения становятся бесконечными, принимаются за критические скорости. Рассмотрим некоторые фрагменты численных результатов, полученных в первой главе. В Таблицах 1 и 2 показаны значения безразмерной критической скорости $V_{кр}/c_2^{(2)}$, полученные в Случае I для параметров задачи, показанных в заглавиях этих таблиц. Кроме этого, на Рис. 2 и 3 приведены графики зависимостей между интерфейсным нормальным напряжением $\sigma_{rr}h/P_0$ и $c (= V/c_2^{(2)})$ в Случае I для параметров задачи, показанной на этих же рисунках. Отметим, что выводы, исходящие из этих и других подобных результатов, которые здесь не приведены, будут изложены ниже.

Таблица 1.

Значение безразмерной критической скорости $V_{кр}/c_2^{(2)}$, полученные для различных значениях h/R при $\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.1; \nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.25$ и $E^{(1)}/E^{(2)} = 0.35$ в случаях когда $F = 0$ (верхние значение) и $F = \infty$ (нижние значение)							
h/R							
0.5	0.2	0.1	0.05	0.04	0.0333	0.0125	0.01
0.9355	0.8242	0.8437	0.8360	0.8347	0.8339	0.8317	0.8315
0.8809	0.7642	0.7311	0.7186	0.7166	0.7154	0.7120	0.7116

Таблица 2.

Значение безразмерной критической скорости $V_{кр}/c_2^{(2)}$, полученные для различных значениях h/R при $\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.1; \nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.25$ и $E^{(1)}/E^{(2)} = 0.05$ в случаях, когда $F = 0$ (верхние значения) и $F = \infty$ (нижние значения)							
h/R							
0.5	0.2	0.1	0.05	0.04	0.0333	0.0125	0.01
$\frac{0.8261}{0.8101}$	$\frac{0.6176}{0.5876}$	$\frac{0.5291}{0.4900}$	$\frac{0.4885}{0.4437}$	$\frac{0.4821}{0.4360}$	$\frac{0.4781}{0.4314}$	$\frac{0.4690}{0.4205}$	$\frac{0.4683}{0.4196}$

Рассмотрим также численные результаты, показывающие частотные характеристики интерфейсного нормального напряжения $\sigma_{rr}h/P_0$, полученные при зависимости между $\sigma_{rr}h/P_0$ и Ω в случае, когда $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.3$ и $\rho^{(1)}\mu^{(2)}/\rho^{(2)}\mu^{(1)} = 1$ при различных значениях $E^{(1)}/E^{(2)}$ (Рис.4 при $R/h = 10$) и при различных значениях R/h (Рис. 5 при $E^{(1)}/E^{(2)} = 0.5$ и 1.2). Согласно изложенному выше, эти результаты относятся к Случаю II и дополнительно к этому рассмотрим примеры из численных результатов, показывающие влияние «гироскопического эффекта» на указанную выше частотную характеристику полученной в Случай III. Эти результаты приведены на Рис. 6, которые были получены при $E^{(1)}/E^{(2)} = 0.5$, $\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.5$, $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.3$ для различных значений $c(=V/c_2^{(2)})$ в случае, когда $h/R = 0.05$.

В диссертационной работе также приведены многочисленные иные численные результаты о влиянии параметров задачи на динамику рассматриваемой системы при ее осесимметричном движении под действием движущейся и вибро-движущейся кольцевой нагрузки. В первой главе также рассмотрены и получены численные результаты о влиянии начальных однородных напряжений на значения критических скоростей и на распределение интерфейсных напряжений.

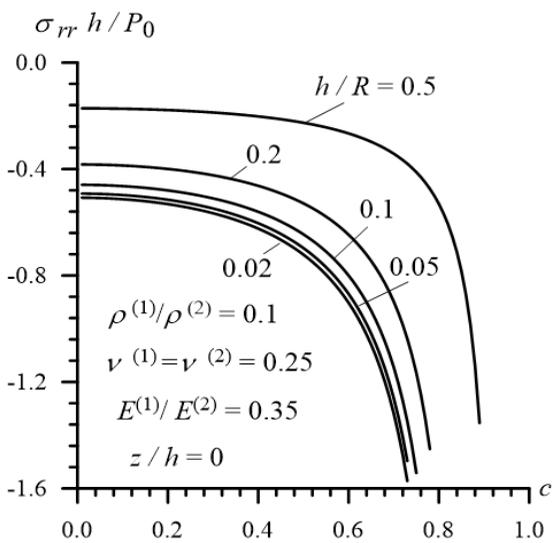


Рис. 2.

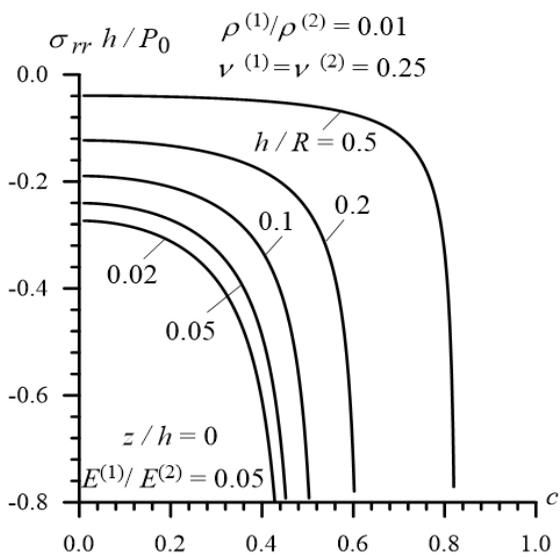


Рис. 3.

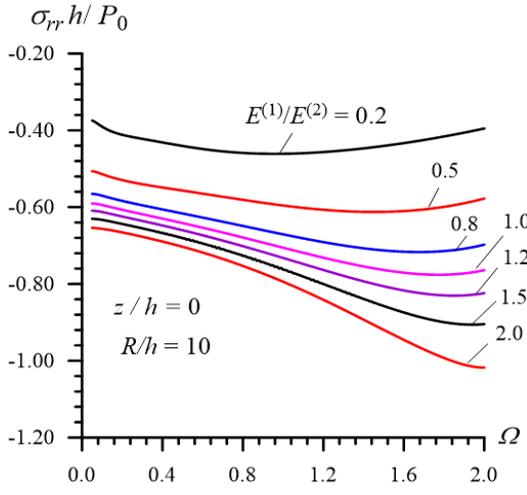


Рис. 4.

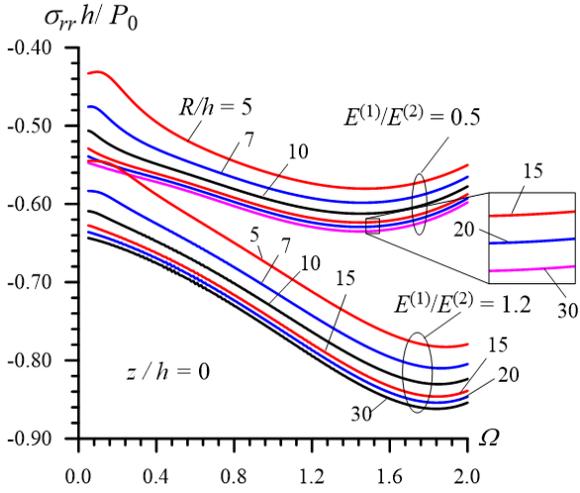


Рис. 5.

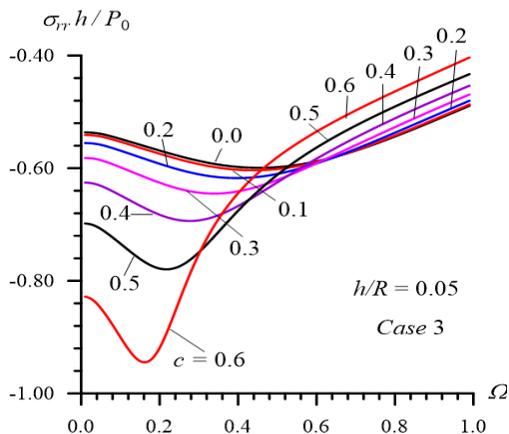


Рис. 6.

Вторая глава диссертационной работы посвящена изучению трехмерных неосесимметричных задачи о динамике движущейся и вибродвижущейся нагрузки, действующей на внутренней поверхности полого цилиндра, окруженного бесконечной упругой средой. Эти исследования проводились в рамках модели кусочно-однородного тела, с привлечением точных трехмерных уравнений и соотношений эластодинамики. Предполагалось, что нагрузки, действующие на внутреннюю поверхность цилиндра не осесимметрично распределенного по внутренней окружности поперечного сечения цилиндра и точечно-сосредоточены относительно оси цилиндра. Рассмотрены следующие три случая:

а) случай, когда эти силы движутся вдоль оси цилиндра с постоянной скоростью;

б) случай, когда эти силы изменяются гармонически по времени;

с) случай, когда эти силы изменяются гармонически по времени и одновременно движутся с постоянной скоростью вдоль оси цилиндра.

Рассмотренные и исследованные во второй главе задачи также можно рассматривать, как обобщение задач, исследованных в первой главе, на трехмерный неосесимметричный случай. При этом развиваются методы решения

соответствующих трехмерных задач и алгоритм при получении конкретных численных результатов.

Изложим отдельные фрагменты, иллюстрирующие постановку трехмерных задач и методы их решений. Для этой цели рассмотрим полый цилиндр толщиной h и через R обозначим внешний радиус поперечного сечения этого цилиндра. Примем, что этот полый цилиндр окружен бесконечной средой и на внутренней поверхности цилиндра действуют неосесимметрично распределенные по окружности внутреннего поперечного сечения цилиндра, вибрирующие гармонически по времени силы, которые одновременно движутся с постоянной скоростью V . Требуется определение динамического напряженно-деформированного состояния в рассматриваемой системе, вызванного вышеуказанными усилиями. Эскизы исследуемой системы и действующие усилия приведены на Рис. 7, согласно которому с центральной осью цилиндра связаны цилиндрическая $Or\theta z$ и Декартова $Ox_1x_2x_3$ системы координат. Кроме того, согласно рисунку, предполагается, что усилия распределены на дуге, которая соответствует центральному углу α , причем, распределение этих усилий вдоль оси Oz является точечным и эта точка движется со скоростью V вдоль этой оси цилиндра.

Как отмечено выше, исследование проводится с привлечением трехмерных уравнений и соотношений эластодинамики, записанных в цилиндрической системе координат, которые приведены ниже:

Уравнение движения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}^{(m)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(m)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(m)}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^{(m)} - \sigma_{\theta\theta}^{(m)}) &= \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_r^{(m)}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(m)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(m)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{z\theta}^{(m)}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta}^{(m)} &= \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_\theta^{(m)}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}^{(m)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}^{(m)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(m)}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(m)} &= \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_z^{(m)}}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Соотношение упругости:

$$\sigma_{rr}^{(m)} = (\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}) \frac{\partial u_r^{(m)}}{\partial r} + \lambda^{(m)} \left(\frac{\partial u_\theta^{(m)}}{r \partial \theta} + \frac{u_r^{(m)}}{r} \right) +$$

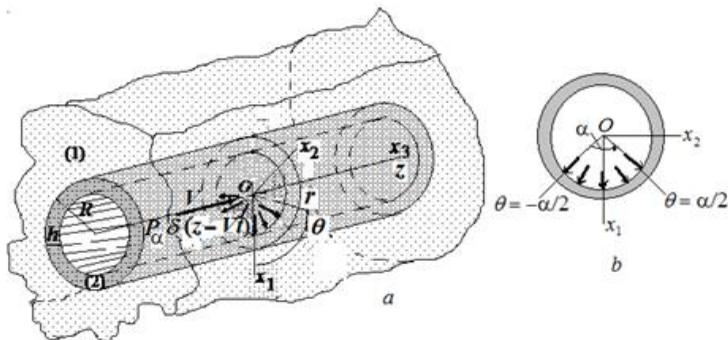


Рис. 7

$$\begin{aligned}
 & +\lambda^{(m)} \frac{\partial u_z^{(m)}}{\partial z}, \\
 \sigma_{\theta\theta}^{(m)} &= \lambda^{(m)} \frac{\partial u_r^{(m)}}{\partial r} + (\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}) \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\theta^{(m)}}{\partial \theta} + u_r^{(m)} \right) + \\
 & +\lambda^{(m)} \frac{\partial u_z^{(m)}}{\partial z}, \\
 \sigma_{zz}^{(m)} &= \lambda^{(m)} \frac{\partial u_r^{(m)}}{\partial r} + \lambda^{(m)} \left(\frac{\partial u_\theta^{(m)}}{r \partial \theta} + \frac{u_r^{(m)}}{r} \right) + \\
 & + (\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}) \frac{\partial u_z^{(m)}}{\partial z}, \\
 \sigma_{r\theta}^{(m)} &= \mu^{(m)} \frac{\partial u_\theta^{(m)}}{\partial r} + \mu^{(m)} \left(\frac{\partial u_r^{(m)}}{r \partial \theta} - \frac{1}{r} u_\theta^{(m)} \right), \\
 \sigma_{z\theta}^{(m)} &= \mu^{(m)} \frac{\partial u_\theta^{(m)}}{\partial z} + \mu^{(m)} \frac{\partial u_z^{(m)}}{r \partial \theta}, \\
 \sigma_{zr}^{(m)} &= \mu^{(m)} \frac{\partial u_r^{(m)}}{\partial z} + \mu^{(m)} \frac{\partial u_z^{(m)}}{\partial r}. \tag{19}
 \end{aligned}$$

Отметим, что в (18), (19) и далее, $m = 1$ означает, что величины относятся к окружающей среде, $m = 2$ — к полому цилиндру. Согласно Рис. 7, запишем следующие граничные условия на внутренней поверхности полого цилиндра:

$$\sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = \begin{cases} -P_\alpha \delta(z - Vt) & \text{при } -\frac{\alpha}{2} \leq \theta \leq \frac{\alpha}{2}, \\ 0 & \text{при } \theta \in \left([-\pi, \pi] - \left(-\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}\right) \right), \end{cases}$$

$$\sigma_{r\theta}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = 0, \quad \sigma_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = 0, \quad (20)$$

где P_α в (20) определяется из следующего соотношения:

$$\int_{-\alpha/2}^{+\alpha/2} P_\alpha (R - h) \cos\theta d\theta = (R - h)P_0 = const \Rightarrow$$

$$P_\alpha = P_0/2\sin(\alpha/2), \quad (21)$$

где центральный угол α указан на Рис. 7.

Принимается, что на поверхности раздела сред материалов цилиндра и окружающей среды выполняются условие полного сцепления, которые могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R} &= \sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R}, & \sigma_{r\theta}^{(2)} \Big|_{r=R} &= \sigma_{r\theta}^{(1)} \Big|_{r=R}, \\ \sigma_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R} &= \sigma_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R}, & u_r^{(2)} \Big|_{r=R} &= u_r^{(1)} \Big|_{r=R}, \\ u_\theta^{(2)} \Big|_{r=R} &= u_\theta^{(1)} \Big|_{r=R}, & u_z^{(2)} \Big|_{r=R} &= u_z^{(1)} \Big|_{r=R}. \end{aligned} \quad (22)$$

Рассматривается дозвуковой режим, т.е. предполагается, что

$$V < \min\{c_2^{(1)}; c_2^{(2)}\}, c_2^{(m)} = \sqrt{\mu^{(m)}/\rho^{(m)}}, m = 1, 2. \quad (23)$$

Предполагается, также выполнение следующих условий затухания:

$$\left\{ \left| \sigma_{rr}^{(m)} \right|; \dots; \left| \sigma_{r\theta}^{(m)} \right|; \left| u_r^{(m)} \right|; \dots; \left| u_z^{(m)} \right| \right\} < M = const,$$

$$\text{при } \sqrt{r^2 + (z - Vt)^2} \rightarrow +\infty. \quad (24)$$

С изложенными выше завершаем математическую формулировку задачи. Отметим, что изложенная постановка в случае $\omega = 0$ (где ω – частота вибрации внешних усилий) соответствует к задачам о движущейся нагрузке, а в случае $V = 0$ соответствует к неосесимметричному вынужденному колебанию рассматриваемой систему.

Для решения поставленной задачи используется

представление Гузя для общих решений трехмерных точных уравнений эластодинамики. Эти представление имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 u_r^{(m)} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \Psi^{(m)} - \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \chi^{(m)}, \\
 u_\theta^{(m)} &= -\frac{\partial}{\partial r} \Psi^{(m)} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial z} \chi^{(m)}, \\
 u_z^{(m)} &= (\lambda^{(m)} + \mu^{(m)})^{-1} \left((\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}) \Delta_1 + \right. \\
 &\quad \left. + \mu^{(m)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \rho^{(m)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \chi^{(m)}, \\
 \Delta_1 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}, \quad m = 1, 2,
 \end{aligned} \tag{25}$$

где функции $\Psi^{(m)}$ и $\chi^{(m)}$ являются решением следующих уравнений:

$$\begin{aligned}
 & \left(\Delta_1 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\rho^{(m)}}{\mu^{(m)}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Psi^{(m)} = 0, \\
 & \left[\left(\Delta_1 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\Delta_1 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - \rho^{(m)} \frac{\lambda^{(m)} + 3\mu^{(m)}}{\mu^{(m)}(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)})} \times \right. \\
 & \left. \times \left(\Delta_1 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{(\rho^{(m)})^2}{\mu^{(m)}(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)})} \frac{\partial^4}{\partial t^4} \right] \chi^{(m)} = 0.
 \end{aligned} \tag{26}$$

Для решения уравнений (26) переходим к движущейся системе координат, определенной следующими соотношениями:

$$r' = r, \quad \theta = \theta', \quad z' = z - Vt \tag{27}$$

При переходе к движущейся системе координат $O'r'\theta'z'$, операторы $\partial/\partial r$, $\partial/\partial \theta$ и $\partial/\partial z$ в указанных выше уравнениях заменяются операторами $\partial/\partial r'$, $\partial/\partial \theta'$ и $\partial/\partial z'$, соответственно. Используя представления $g(r', \theta', z', t) = \bar{g}(r', \theta', z') e^{i\omega t}$ получается, что в движущейся системе координат $O'r'\theta'z'$ операторы $\partial/\partial t$ заменяется оператором $(V \partial/\partial z' - i\omega)$, следовательно, операторы $\partial^2/\partial t^2$ и $\partial^4/\partial t^4$ — операторами $(V \partial/\partial z' - i\omega)^2$ и $(V \partial/\partial z' - i\omega)^4$, соответственно. Далее, к уравнениям и соотношениям, записанными в движущейся системе координат $O'r'\theta'z'$ применяется экспоненциальное преобразование Фурье по координатам z , т.е. представляем амплитуды искомых величин в виде:

$$g(r, \theta, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g_F(r, \theta, s) e^{isz} dz, \quad (28)$$

где, в (28) и далее штрих над координатами и черточки над символами амплитуд опускаются. Причем, нижний индекс F в (28) и далее обозначает Фурье преобразований амплитуд соответствующих величин. В результате изложенных процедур получается следующие уравнения для определения преобразований $\Psi_F^{(m)}$ и $\chi_F^{(m)}$:

$$\begin{aligned} & (\Delta_1^2 - s^2 - \frac{\rho^{(m)}}{\mu^{(m)}}(h\omega - sV)^2) \Psi_F^{(m)}(r, \theta, s) = 0, \\ & \left[(\Delta_1 - s^2)(\Delta_1 + s^2) + \rho^{(m)} \frac{\lambda^{(m)} + 3\mu^{(m)}}{\mu^{(m)}(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)})} \times \right. \\ & \quad \times (\Delta_1 - s^2)(h\omega - sV)^2 + \frac{(\rho^{(m)})^2}{\mu^{(m)}(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)})} \times \\ & \quad \left. \times (h\omega - sV)^4 \right] \chi_F^{(m)}(r, \theta, s) = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Учитывая периодичность решений относительно угловой координаты θ , которая следует из геометрии рассматриваемой системы, функции $\Psi_F^{(m)}$ и $\chi_F^{(m)}$ представляются в виде ряда Фурье по координатам θ в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Psi_F^{(m)}(r, s, \theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} \Psi_{Fn}^{(m)}(r, s) \sin n\theta, \\ X_F^{(m)}(r, s, \theta) &= \frac{1}{2} X_{F0}^{(m)}(r, s) + \sum_{n=1}^{\infty} X_{Fn}^{(m)}(r, s) \cos n\theta, \end{aligned} \quad (30)$$

Подставляя выражение (30) в уравнение (29), получаем следующие уравнения для коэффициентов функции $\Psi_{Fn}^{(m)}(r, s)$, $X_{Fn}^{(m)}(r, s)$ ($n \geq 1$) и $X_{F0}^{(m)}(r, s)$:

$$\begin{aligned} & (\Delta_{1n} - (\xi_1^{(m)})^2) \psi_{Fn}^{(m)} = 0, \\ & (\Delta_{1n} - (\xi_2^{(m)})^2) (\Delta_{1n} - (\xi_3^{(m)})^2) X_{Fn}^{(m)} = 0, \\ & \Delta_{1n} = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{d}{rdr} - \frac{n^2}{r^2}, \end{aligned} \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} & (\xi_1^{(m)})^2 = s^2 - \frac{\rho^{(m)}}{\mu^{(m)}}(h\omega - sV)^2, \quad (32) \\ & (\xi_2^{(m)})^2 \text{ и } (\xi_3^{(m)})^2 \text{ определяются как решение следующего} \end{aligned}$$

биквадратного уравнения:

$$\begin{aligned} & (\xi^{(m)})^4 - (\xi^{(m)})^2 [-\rho^{(m)}(h\omega - sV)^2 - s^2(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}) + \\ & + \frac{\mu^{(m)}}{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}} (-\rho^{(m)}(h\omega - sV)^2 - s^2\mu^{(m)}) + s^2 \frac{(\lambda^{(m)} + \mu^{(m)})^2}{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}}] + \\ & + \left(\frac{-\rho^{(m)}(h\omega - sV)^2}{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}} - s^2 \right) (-\rho^{(m)}(h\omega - sV)^2 - s^2\mu^{(m)}) = 0. \end{aligned} \quad (33)$$

Таким образом, решение уравнения (33) находим в следующем виде.

Для полого цилиндра:

$$\begin{aligned} \psi_{Fn}^{(2)} &= A_{1n}^{(2)} I_n(\zeta_1^{(2)} r) + B_{1n}^{(2)} K_n(\zeta_1^{(2)} r), \\ \chi_{Fn}^{(2)} &= \left[A_{2n}^{(2)} I_n(\zeta_2^{(2)} r) + A_{3n}^{(2)} I_n(\zeta_3^{(2)} r) + \right. \\ & \left. + B_{2n}^{(2)} K_n(\zeta_2^{(2)} r) + B_{3n}^{(2)} K_n(\zeta_3^{(2)} r) \right] i. \end{aligned} \quad (34)$$

Для окружающей среды:

$$\begin{aligned} \psi_{Fn}^{(1)} &= B_{1n}^{(1)} K_n(\zeta_1^{(1)} r), \\ \chi_{Fn}^{(1)} &= \left[B_{2n}^{(1)} K_n(\zeta_2^{(1)} r) + B_{3n}^{(1)} K_n(\zeta_3^{(1)} r) \right] i. \end{aligned} \quad (35)$$

В (34) и (35) функции $I_n(x)$ и $K_n(x)$ являются модифицированными функциями Бесселя n -го порядка с чисто мнимым аргументом первого и второго рода, соответственно, и $i = \sqrt{-1}$. Запись выражения χ_F через « i » связана с облегчением дальнейших математических процедур.

Итак, подставляя решение (34) и (35) в представление (25), получаем выражение для преобразований перемещений и далее, подставляя выражение преобразований Фурье-перемещений в преобразования Фурье упругих соотношений (19) получаем выражение для преобразований Фурье напряжений. Наконец, подставляя полученные выражение в преобразования Фурье граничных усилий (20) и контактное условие (22) получаем соответствующие алгебраические уравнение для определения неизвестных постоянных $A_{20}^{(2)}, A_{30}^{(2)}, B_{20}^{(2)}, B_{30}^{(2)}, A_{1n}^{(2)}, B_{1n}^{(2)}, A_{2n}^{(2)}, B_{2n}^{(2)}, A_{3n}^{(2)}, B_{3n}^{(2)}, B_{1n}^{(1)}, B_{2n}^{(1)}$ и $B_{3n}^{(1)}$. Находя эти неизвестные, из этих уравнений полностью определяем все коэффициенты в рядах (30).

Применяя алгоритм, разработанный в предыдущей главе, получаем численные результаты, относящиеся к критической

скорости и к распределению интерфейсных напряжений. Рассмотрим некоторые фрагменты полученных численных результатов.

На Рис. 8 - Рис. 12 показаны графики зависимостей безразмерной скорости $c_{кр} (= V/c_2^{(2)})$ и отношения h/R , полученные для различных пар материалов полого цилиндра и окружающей средой в случае, когда $\omega = 0$. Эти графики показывают влияние неосесимметричности движущихся нагрузок на критические скорости. На Рис. 13 и 14 показаны графики зависимостей между интерфейсным нормальным напряжением $\sigma_{rr}h/P_0$ и безразмерной скоростью $c_{кр} (= V/c_2^{(2)})$, построенные при $h/R = 0.05$ и 0.1 , соответственно, полученные в случае, когда $\omega = 0$. При построении этих графиков значение напряжения σ_{rr} вычисляется при $z/h = 0, \theta = 0$.

В диссертации также получены многие другие численные результаты не только для случаев, когда $V > 0, \omega = 0$, а также для случаев, когда $V = 0, \omega > 0$ и $\omega \cdot V > 0$. При получении всех этих результатов в рядах Фурье выбираются первый 20 членов. Выводы, сделанные исходя из этих результатов, будут приведены ниже.

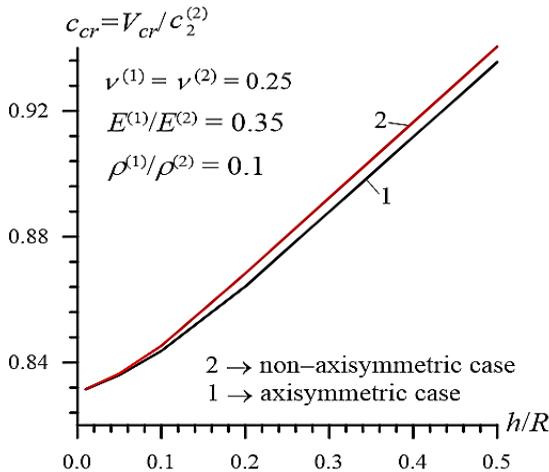


Рис. 8

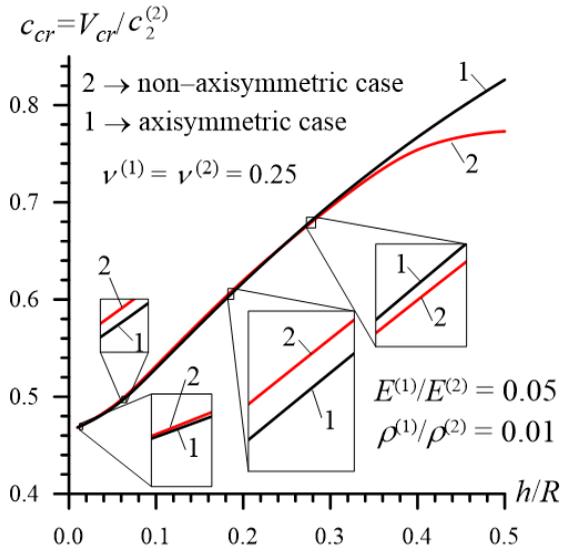


Рис. 9

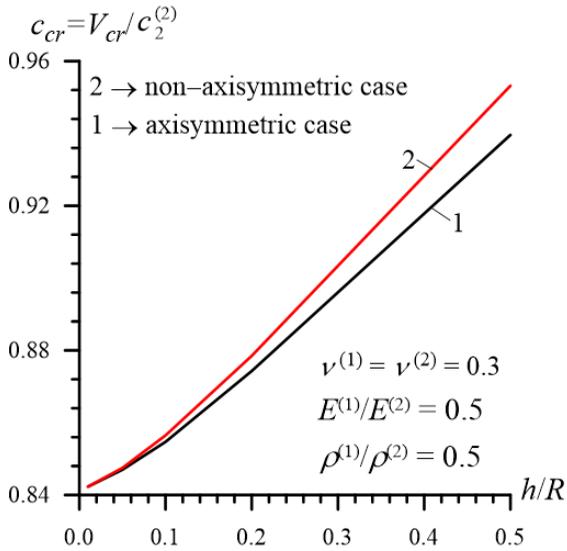


Рис. 10

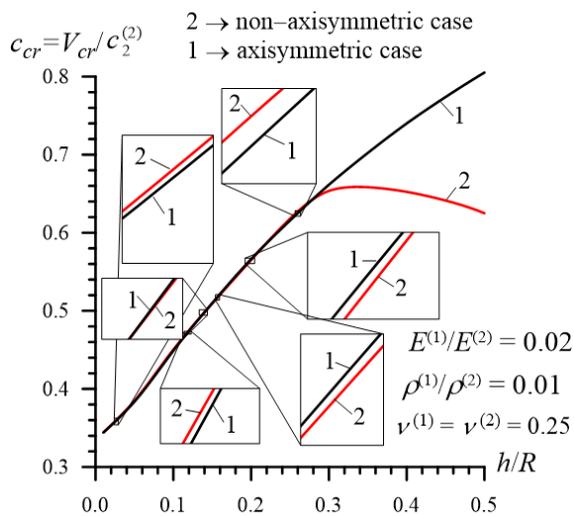


Рис. 11

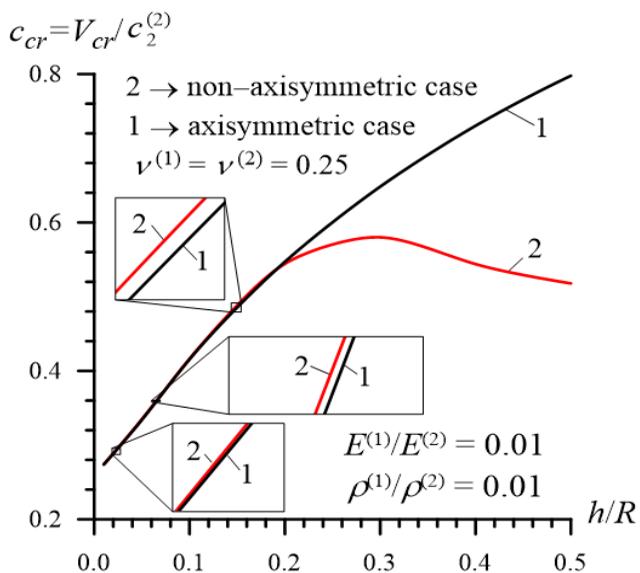


Рис. 12

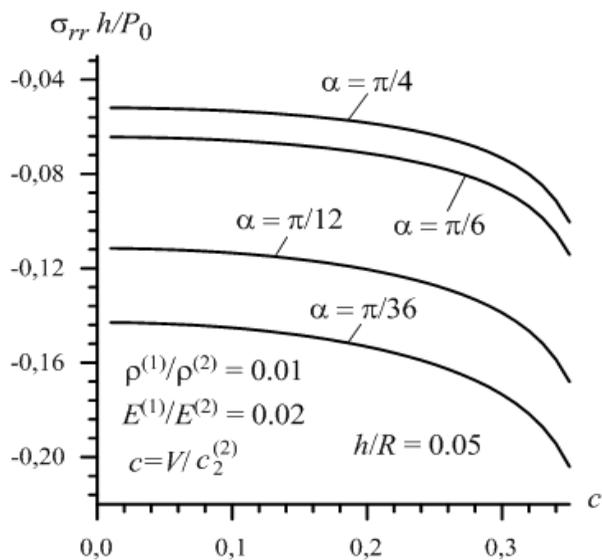


Рис. 13

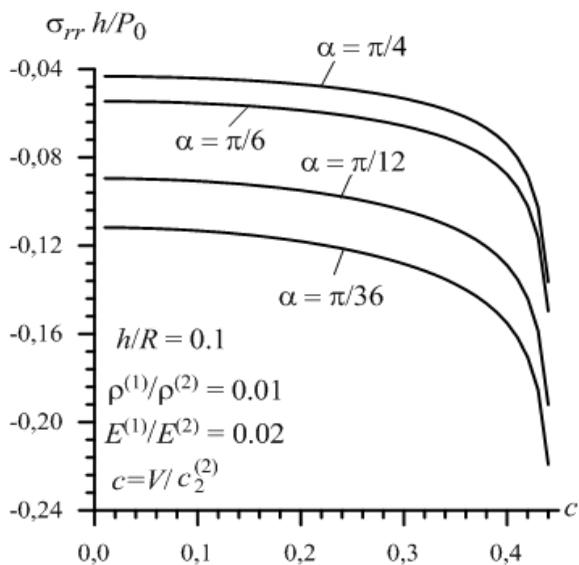


Рис. 14

В третьей главе исследуются задачи о динамике движущейся и вибро-движущейся нагрузке, действующей на внутреннюю поверхность двухслойного полого цилиндра. Рассматриваются не только осесимметричные, а также неосесимметричные задачи. В осесимметричном случае исследуется динамика движущейся с постоянной скорости кольцевой нагрузки, действующей на внутреннюю поверхность двухслойного полого цилиндра. В трехмерном неосесимметричном же случае исследуются не только динамика неосесимметричной движущейся нагрузки, а также вынужденное колебание под действием гармонически изменяющихся по времени неосесимметричных нагрузок, действующих на внутреннюю поверхность двухслойного цилиндра.

При формулировании задач, относящихся к осесимметричному случаю (Рис.15), используются уравнение и соотношение (1) – (3), граничные условия (4) при $\omega = 0$ и контактные условия (5). При этом толщина внутреннего слоя обозначается через h_2 , а толщина внешнего слоя – (через h_1). Поэтому, в граничных условиях (4) вместо h записывается h_2 . Кроме того, к этим условиям добавляются следующие граничные условия, выполняющиеся на внешней поверхности:

$$\sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R+h_1} = 0, \quad \sigma_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R+h_1} = 0, \quad (36)$$

При формулировании же задачи, относящиеся к трехмерному осесимметричному случаю (Рис.16), используются уравнение и соотношение (18), (19), граничные условия (20) с заменой h на h_2 , и контактные условия (18). К этим условиям добавляются следующие граничные условия, выполняющиеся на внешней поверхности полого цилиндра:

$$\sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R+h_1} = 0, \quad \sigma_{r\theta}^{(1)} \Big|_{r=R+h_1} = 0, \quad \sigma_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R+h_1} = 0. \quad (37)$$

Получение решений проводится точно так же, как вышеизложенное для осесимметричных и неосесимметричных задач. При этом, решение и выражение с верхним индексом (1) переписываются для внешнего слоя цилиндра с введением соответствующих дополнительных членов с новыми неизвестными постоянными. Исходя из полученных

аналитических выражений преобразований Фурье искомых величин получаются численные результаты о критической скорости и о распределении интерфейсных напряжений, действующих на поверхности раздела сред слоев.

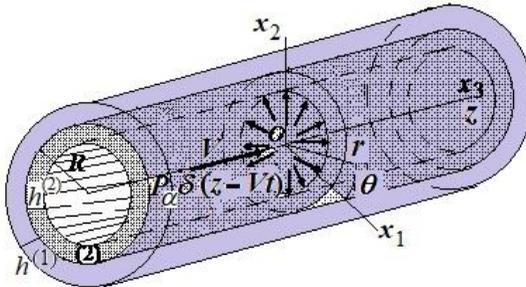


Рис. 15

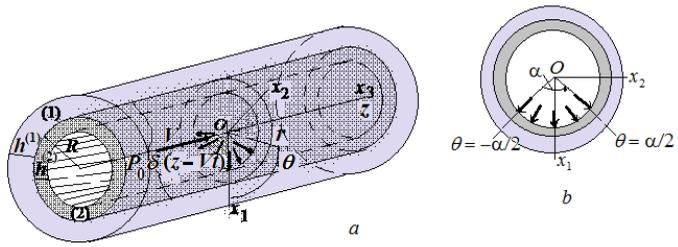


Рис. 16

Рассмотрим фрагменты численных результатов приведенных в Таблицах 3 и 4, которые показывают влияние отношения h_1/R на значение критических скоростей, полученных для различных значений отношения h_2/R в случае осесимметричного нагружения.

Рассмотрим также фрагменты численных результатов в осесимметричном случае, относящиеся к интерфейсному нормальному напряжению, которые приведены на Рис.17. Эти результаты были получены при $E^{(1)}/E^{(2)} = 0.35$, $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.25$, $\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.1$, $c_2^{(1)}/c_2^{(2)} = \sqrt{3} \approx 1.8708$ при различных значениях отношения h_1/R в случаях $h_2/R = 0.1$ (а), 0.3 (б) и 0.5 (с). Такие результаты получены и для неосесимметричного случая.

Таблица 3.

Значения безразмерной критической скорости,
 $V_{кр}/c_2^{(2)}$ полученных для двухслойного полого цилиндра
 для различных значений h_1/R и h_2/R при
 $\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.1$, $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.25$ и $E^{(1)}/E^{(2)} = 0.35$ в
 случаях, когда $F = 0$ (числитель) и $F = \infty$ (знаменатель)

h_2/R	h_1/R						
	0.1	0.3	0.5	1.0	2.5	5.5	∞
0.5	0.8375	0.9160	0.9350	0.9355	0.9355	0.9355	0.9355
	0.7903	0.8133	0.8559	0.8807	0.8809	0.8809	0.8809
0.3	0.7064	0.8369	0.8864	0.8881	0.8881	0.8881	0.8881
	0.6396	0.6930	0.7729	0.8027	0.8028	0.8028	0.8028
0.1	0.5439	0.8159	0.8437	0.8437	0.8437	0.8437	0.8437
	0.4177	0.6592	0.7310	0.7311	0.7311	0.7311	0.7311

Таблица 4.

Значения безразмерной критической скорости,
 $V_{кр}/c_2^{(2)}$ полученных для двухслойного полого цилиндра для
 различных значений h_1/R и h_2/R при $\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0.01$,
 $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.25$ и $E^{(1)}/E^{(2)} = 0.05$ в случаях, когда $F = 0$
 (числитель) и $F = \infty$ (знаменатель)

h_2/R	h_1/R						
	0.1	0.3	0.5	1.0	2.5	5.5	∞
0.5	0.8003	0.8173	0.8238	0.8260	0.8261	0.8261	0.8261
	0.7917	0.7961	0.8037	0.8099	0.8101	0.8101	0.8101
0.3	0.6501	0.6801	0.6930	0.6977	0.6977	0.6977	0.6977
	0.6374	0.6472	0.6624	0.6735	0.6738	0.6738	0.6738
0.1	0.4223	0.5112	0.5279	0.5291	0.5291	0.5291	0.5291
	0.3869	0.4502	0.4867	0.4900	0.4900	0.4900	0.4900

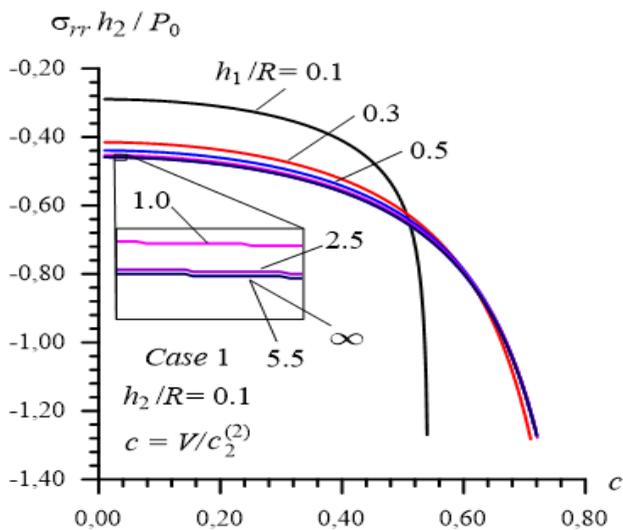


Рис. 17а

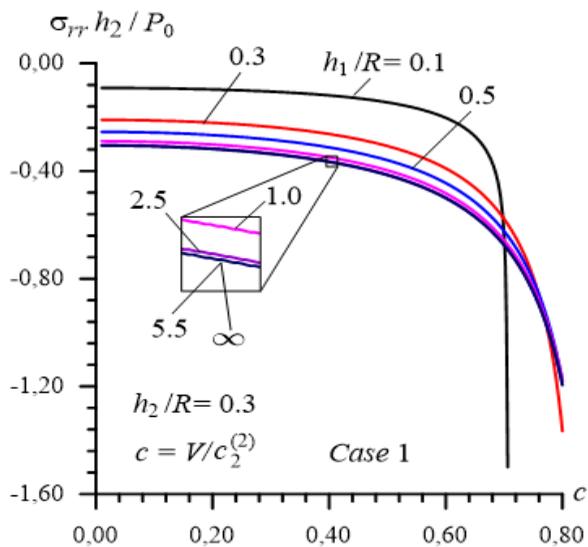


Рис. 17б

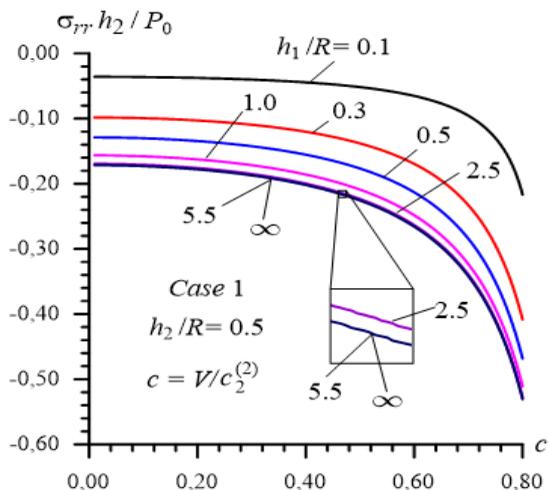


Рис. 17с

В заключение в обобщенном виде приведены полученные в работе результаты и выводы, сделанные на основе соответствующих анализов.

Основные результаты и выводы

Таким образом, в настоящей диссертационной работе на основе модели кусочно-однородного тела с привлечением точных трехмерных уравнений эластодинамики и ТЛТУВНН разработана теория о динамике движущейся и вибро-движущейся нагрузки, действующей на внутреннюю поверхность полого цилиндра, окруженного упругой средой, включая:

- постановку задач и разработку аналитико-численных методов решения соответствующих задач о динамическом напряженно-деформированном состоянии;
- исследование различных классов двухмерных (осесимметричных) и трехмерных (неосесимметричных) задач об определении влияния скорости и вибрации движущейся нагрузки на распределение напряжений, действующих на поверхности раздела сред материалов цилиндра и окружающей среды;
- определение критических скоростей движущейся и вибро-движущейся нагрузки и влияния параметров задачи на значение этих критических скоростей;

- выявление «гироскопических эффектов» (или «эффекта Кориолисового ускорения») на значениях критических скоростей и на распределение интерфейсных напряжений;
- изучение вынужденных колебаний системы «полый цилиндр+окружающая среда»;
- изучение влияния однородных начальных напряжений на значение критических скоростей и интерфейсных напряжений;
- определение влияние неосесимметричности движущейся и вибро-движущейся нагрузки на значение критических скоростей.

II. В работе получены следующие конкретные результаты:

1. Изучалась динамика движущейся кольцевой нагрузки, действующей на внутренней поверхности полого цилиндра, окруженной упругой средой в рамках модели кусочно-однородного тела с привлечением точных уравнений и соотношений эластодинамики, соответствующие к осесимметричному случаю. Предполагалось, что на поверхности раздела сред полого цилиндра и окружающей среды имеет место «касательно-пружинный» тип неидеальный контакт с параметром F ($0 \leq F \leq \infty$).

Представлены и обсуждены численные результаты о критической скорости и распределении напряжений, действующих на поверхности раздела сред полого цилиндра и окружающей среды.

Получены следующие конкретные результаты:

– значение критической скорости значительно зависит от параметра F , который характеризует степень неидеальности контактных усилий и указанная неидеальность контактных усилий приводит к уменьшению значений критической скорости;

– значение критической скорости уменьшается с увеличением внешнего радиуса R поперечного сечения полого цилиндра при его постоянной толщине и приближаются к соответствующим критическим скоростям, полученными для системы, состоящей из покрывающего слоя и полуплоскости;

– увеличение модуля упругости материала полого цилиндра приводит к уменьшению безразмерного значения критической скорости $V_{кр}/c_2^{(2)}$, где $c_2^{(2)}$ – скорость сдвиговой волны в

материале полого цилиндра, $V_{кр}$ — критическая скорость движущейся нагрузки;

– абсолютные значения нормального и касательного напряжений, действующих на поверхности раздела сред полого цилиндра и окружающей упругой среды монотонно увеличиваются с ростом скорости движущейся нагрузки;

– уменьшение модуля упругости окружающей среды приводит к уменьшению абсолютных значений, указанных выше напряжений;

– абсолютные значения интерфейсных напряжений и перемещений увеличиваются с ростом внешнего радиуса R поперечного сечения полого цилиндра при фиксированной толщине этого цилиндра.

2. В рамках модели кусочно-однородного тела с привлечением точных уравнений и соотношений трехмерной линейризованной теории упругих волн в телах с начальными напряжениями исследовалось влияние однородных начальных напряжений в системе «полый цилиндр+окружающая бесконечная среда» на значение критической скорости движущейся кольцевой нагрузки, действующая на внутренней поверхности полого цилиндра, окруженного бесконечной средой. Предполагается, что начальные напряжения в теле появляются в результате действия в бесконечности равномерно распределенных нормальных растягивающих (или сжимающих) усилий в направлении оси цилиндра. Представлены и обсуждены численные результаты о влиянии начальных напряжений на величины критической скорости и на величины интерфейсных напряжений. По этим результатам сделаны следующие основные выводы:

– начальное растяжение (сжатие) полого цилиндра и окружающей среды приводит к увеличению (уменьшению) значений критической скорости;

– величина вышеуказанного влияния увеличивается с уменьшением отношения h/R , где h — толщина полого цилиндра, R — внешний радиус поперечного сечения полого цилиндра. Причем, значения критической скорости уменьшаются с уменьшением отношения h/R .

3. Исследовалась осесимметричная задача о вынужденном гармоническом колебании системы, состоящей из полого цилиндра и окружающей среды при действии гармонически-изменяющиеся по времени кольцевых равномерно распределенных по окружном направлению и точно распределенных относительно оси цилиндра нормальных усилий, действующих на внутреннюю поверхность цилиндра. Предполагается, что на поверхности раздела сред выполняются неидеальные контактные усилия «касательно-пружинного» типа. Представлены и обсуждены численные результаты о частотной характеристике интерфейсных напряжений. На основе этих результатов сделаны следующие основные выводы:

– частотные характеристики интерфейсных напряжений имеют немонотонный характер, т.е. существуют такие значение частоты вибрации внешних усилий (обозначим эти частоты через Ω^* и назовем их «резонансные» частоты) при которых абсолютные значение напряжений становятся максимальными (эти максимальные значение напряжений назовем «резонансными» значениями). Следовательно, характер вынужденного колебания системы «полый цилиндр + окружающая бесконечная среда» подобно к вынужденному колебанию системы «пружина+ масса+демпфир»;

– «резонансные» частоты и «резонансные» значения напряжения уменьшаются с ростом модуля упругости материала цилиндра;

4. Исследована осесимметричная задача о динамике вибро-движущейся кольцевой нагрузки, действующей внутри полого цилиндра, окруженного бесконечной средой и при этом исследовании основное внимание уделено влиянию частоты вибрации движущейся нагрузки на значение критической скорости. Также, подробно исследовано влияние указанной частоты на распределение интерфейсных напряжений в зависимости от координат и от скорости движущейся нагрузки. Представлены и обсуждены численные результаты, иллюстрирующие указанное выше влияние частоты вибрации движущихся сил на величину критической скорости и на

распределение на распределение интерфейсных напряжений. На основе этих результатов сделаны следующие основные выводы:

– в случае, когда движущаяся кольцевая нагрузка не вибрирует, тогда эта нагрузка имеет только одну критическую скорость и ее величина уменьшается с уменьшением отношения h/R ;

– в случае, когда движущая нагрузка вибрирует, появляются несколько критических скоростей, часть из которых больше, а часть из которых меньше, чем критическая скорость, полученная при отсутствии вибрации нагрузки;

– появление и не появление критических скоростей при сравнительно больших значениях частоты вибрации движущейся нагрузки зависит также от механических свойств выбранных пар материалов рассматриваемой системы и от отношения h/R ;

– критические скорости, полученные для всех рассмотренных частот вибрации движущейся нагрузки, уменьшаются с уменьшением отношения h/R ;

– частотная характеристика интерфейсных напряжений зависит не только от скорости движущейся нагрузки, а также значительно зависит от отношения механических свойств выбранных пар материалов для рассматриваемой системы.

5. Исследована трехмерная неосесимметричная задача о динамике движущейся нагрузки, действующей на внутренней поверхности полого цилиндра, окруженного бесконечной упругой средой с привлечением точных трехмерных уравнений и соотношений эластодинамики. При этом предполагалось, что движущаяся нагрузка точечно-сосредоточенна относительно осевой координаты и неосесимметрично распределена по внутренней окружности поперечного сечения полого цилиндра в пределах центрального угла α и через постоянную вертикальную составляющую суммарной нагрузки. Разработан метод решения рассматриваемых типов задач, который основывается на переходе к движущейся системе координат, с применением преобразования Фурье и представления Фурье-преобразований искомых величин через ряды Фурье относительно угловой координаты. Удалось получить аналитические выражения для коэффициентов ряды

Фурье и тем самым определить Фурье-преобразования искомым величин. Оригиналы искомым величин определяются численно. Представляются и анализируются численные результаты о критической скорости и о распределении интерфейсных напряжений. На основе этих результатов сформулированы следующие основные выводы:

- неосесимметричность движущейся нагрузки могут значительно уменьшить значения критической скорости и величина этого уменьшения существенно зависит от отношения h/R (где h – толщина цилиндра, R – внешний радиус поперечного сечения цилиндра) и от отношения $E^{(1)}/E^{(2)}$ где, $E^{(1)}$ ($E^{(2)}$) – модуля упругости материала окружающей среды (цилиндра);

- при относительно малых значениях отношения h/R и $E^{(1)}/E^{(2)}$ для $0.01 \leq h/R \leq 0.5$ неосесимметричность движущейся нагрузки не влияет на минимальную критическую скорость и эта критическая скорость совпадает с критической скоростью, полученной в соответствующем осесимметричном случае;

- значение критических скоростей не зависит от угла α ;

- среди интерфейсных напряжений в количественном смысле доминирующая роль принадлежит радиальному нормальному напряжению;

- характер распределения интерфейсного нормального напряжения в зависимости от окружного координата θ зависит от значения угла α и т.д.

6. Исследована трехмерная неосесимметричная задача о вынужденном колебании системы, состоящей из полого цилиндра и окружающей его бесконечной среды. При этом предполагалось, что на внутренней поверхности цилиндра действуют гармонически изменяющиеся по времени и точечно расположенные относительно оси цилиндра силы, которые неосесимметрично распределены по внутренней окружности поперечного сечения цилиндра. Метод решения, изложенный в предыдущем пункте, применялся и для этого исследования. Представлены и обсуждены численные результаты о частотных характеристиках интерфейсных напряжений и о распределении этих напряжений на поверхности раздела сред. Исходя из этих

результатов сформулированы следующие основные выводы:

– в случае, когда модуль упругости материала цилиндра ($E^{(2)}$) существенно больше, чем модуль упругости материала окружающей среды ($E^{(1)}$) (например, при $E^{(1)}/E^{(2)} \leq 0.5$), частотная характеристика нормального напряжения имеет сложный характер и соответствующие графики имеют интервалы «подъема-спуска», которые вызываются отражением волн с поверхности раздела сред;

– в случае, когда модуль упругости материала цилиндра незначительно больше, чем модуль упругости материала окружающей среды (например, при $E^{(1)}/E^{(2)} \leq 0.8$), частотная характеристика нормального напряжения имеет немонотонный характер;

– в случае, когда материалы рассматриваемой системы одинаковые (т.е. при $E^{(1)}/E^{(2)} = 1$), частотная характеристика нормального напряжения изменяется очень плавно и имеет явно выраженный немонотонный характер, из которого следует, что существует такое значение частоты, при котором напряжения получают свое абсолютно максимальное значение;

– вышеуказанная немонотонность частотных характеристик, также имеет место и в случае, когда модуль упругости материала окружающей среды больше, чем модуль упругости материала цилиндра (т.е. при $E^{(1)}/E^{(2)} > 1$), и т.д.

7. Исследована динамика неосесимметрично распределенной вибро-движущейся нагрузки, действующей на внутренней поверхности полого цилиндра с привлечением точных трехмерных уравнений и соотношений эластодинамики. Распределение вибро-движущейся силы предполагалось как в предыдущем пункте и для решения соответствующих краевых задач применялись методы, указанные в пунктах 5 и 6. Представлены и обсуждены численные результаты о влиянии так называемого «гироскопического эффекта» на критическую скорость и на распределение нормального и касательных напряжений, действующих на поверхности раздела сред материалов цилиндра и окружающей среды. Основываясь на этих результатах, сделаны следующие основные выводы:

- для определения критической скорости, достаточно

использовать нулевой и первый члены в разложения ряда Фурье преобразований Фурье искомым величин. При этом, критическая скорость, определенная через нулевой член, совпадает с критической скоростью, относящейся к соответствующим осесимметричным случаям, а критические скорости, определенные через первый член, являются критическими скоростями, соответствующими не осесимметричному случаю;

- за счет «гироскопического эффекта» могут появиться несколько, а во многих случаях две критические скорости, первая (вторая) из которых меньше (больше) критической скорости, полученной при отсутствии вибрации;

- первая (вторая) критическая скорость уменьшается (увеличивается) с ростом частоты вибро-движущейся нагрузки;

- распределение интерфейсного нормального напряжения зависит от частоты вибро-движущейся нагрузок не только в количественном, но и в качественном смысле.

8. Изучалась осесимметричная задача о динамике движущейся кольцевой нагрузки, действующей на внутренней поверхности полого двухслойного кругового цилиндра. Предполагалось, что между слоями цилиндра имеет место неидеальные контактные соотношение «касательно-пружинного» типа с параметром F ($0 \leq F \leq \infty$). Получены численные результаты о критической скорости и о распределение интерфейсных напряжений, согласно которым сделаны следующие основные выводы:

- значение критической скорости существенно зависит от всей толщины двухслойного полого цилиндра и увеличиваются с ростом этой толщины;

- рост в толщинах внешнего слоя цилиндра вызывает увеличение в значениях критической скорости и эти значения приближаются к соответствующим значениям этой скорости, полученной для случая, когда полый цилиндр окружен бесконечной средой;

- увеличение в значениях параметра F приводит к монотонному уменьшению критической скорости;

- в случаях, когда значение скорости движения нагрузки достаточно «далеко» от соответствующей критической скорости, значения интерфейсного нормального напряжения увеличиваются с ростом толщины внешнего слоя цилиндра. Однако, в

случаях, когда скорость движения нагрузки достаточно «близка» к соответствующей критической скорости, абсолютные значения указанного нормального напряжения увеличиваются с уменьшением толщины внешнего слоя цилиндра и т.п.

9. С привлечением трехмерных точных уравнений и соотношений эластодинамики исследована динамика не осесимметрично-распределенной по окружному направлению и точечно-сосредоточенной в осевом направлении движущейся сил, действующей на внутренней поверхности двухслойного полого цилиндра. Приводятся численные результаты, относящиеся к критической скорости и интерфейсному нормальному напряжению. При этом исследовании основное внимание уделяется влиянию отношения h_1/h_2 (где h_1 – толщина внешнего слоя, h_2 – толщина внутреннего слоя) на значение критической скорости, а также на значение интерфейсного нормального напряжения. На основе этих исследований сделаны следующие основные выводы:

– в случаях (при) $V/c_2^{(2)} < 1$ (где V – скорость движения нагрузки, $c_2^{(2)}$ – скорость волны сдвига в материале внутреннего слоя) получаются две критические скорости: скорость меньшей по величине назовем минимальной, а скорость большей по величине – максимальной;

– при относительно малых значениях отношения h_2/R (где R – внешний радиус поперечного сечения внутреннего слоя цилиндра), например, при $h_2/R = 0.1, 0.2$ и 0.3 минимальные критические скорости соответствуют критическим скоростям, полученным в осесимметричном случае;

– при относительно больших значениях отношения h_2/R , например, при $h_2/R = 0.5$, минимальные критические скорости соответствуют неосесимметричному случаю и с ростом отношения h_1/h_2 эти критические скорости приближаются к соответствующим критическим скоростям, полученным для системы «полый цилиндр + окружающая бесконечная среда»;

– во всех рассмотренных случаях с ростом отношения h_1/h_2 значение критических скоростей увеличиваются и приближаются соответствующим критическим скоростям, полученными для системы «полый цилиндр + окружающая бесконечная среда»;

– с ростом отношения h_1/h_2 абсолютные значения интерфейсного нормального напряжения увеличиваются и приближаются к соответствующим значениям, полученным в случае, когда полый цилиндр окружен бесконечной средой;

– исследовалось также трехмерное вынужденное колебание двухслойного полого цилиндра, вызванное неосесимметрично распределенной по окружному направлению и точечно-сосредоточенной в осевом направлении гармонически изменяющиеся по времени усилий. Проведены численные исследования о частотной характеристике интерфейсного нормального напряжения в случае, когда материал внутреннего слоя из стали, а материал внешнего слоя – из алюминия.

Полученные численные результаты позволяют сделать следующие основные выводы:

– в случае, когда материалы слоев одинаковы, за счет отражения волн от внешней поверхности двухслойного полого цилиндра частотная характеристика имеет сложный характер;

– в случае, когда материалы слоев различные, указанная выше частотная характеристика еще более усложняется за счет не только отражение волн от внешней поверхности полого цилиндра, а также, за счет отражения волны от поверхности раздела сред материалов слоев;

– помимо вышеуказанных, сложность частотной характеристики, полученной в рассматриваемом случае, могут также вызван от появления резонансных случаев и т.д.

III. Все рассмотренные задачи о динамике движущейся и вибро-движущейся нагрузки, действующей на внутреннюю поверхность полого цилиндра, окруженного бесконечной и конечной по толщине в радиальном направлении упругой средой, решены впервые в рамках модели кусочно-однородного тела с привлечением точных трехмерных уравнений эластодинамики и ГЛТУВНН.

IV. Полученные в работе результаты можно квалифицировать как решение крупной научно-технической задачи, заключающейся в создании методики, позволяющей на основе модели кусочно-однородного тела с привлечением точных трехмерных уравнений эластодинамики и ГЛТУВНН определить критические скорости движущейся и вибро-движущейся объектов

на подземных транспортных сооружениях и в двухслойном орудийном стволе. В то же время, основные научные результаты можно рассматривать как новое научное направление, заключающееся в разработке теории динамики движущейся и вибро-движущейся нагрузки, действующей на внутреннюю поверхность полого цилиндра, окруженного упругой средой на основе модели кусочно-однородного тела с привлечением точных трехмерных уравнений эластодинамики и ТЛТУВНН.

V. Практическая ценность результатов настоящей работы заключается в создании теоретических основ для прогнозирования и предотвращения катастрофических явлений, вызванных движущейся и вибро-движущейся объектами в подземных транспортных сооружениях и в многослойных орудийных стволах.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Mehdiyev, M.A., Akbarov, S.D. On the forced vibration of the bi-material elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium // VII International Joint Conference of Georgian Mathematical Union & Georgian Mechanical Union. Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis dedicated to 125-th birthday anniversary of academician N.Muskhelishvili, – Batumi: 5-9 September, –2016, –p. 153-154.

2. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. Forced vibration of the elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium under perfect and imperfect contact// –Seoul: Structural Engineering & Mechanics, –2017, 62, № 1, –p. 113-123.

3. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. On the influence of the initial stresses on the critical velocity of the moving ring load acting in the interior of the hollow cylinder surrounded by an infinite elastic medium// The 2017 World Congress on Advances in Structural Engineering & Mechanics (ASEM17). Volume of Abstracts, - Ilsan (Seoul), Korea: 28 August-1 September, - 2017, - p. 47.

4. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. On the influence of the initial stresses on the critical velocity of the moving ring load acting in the interior of the hollow cylinder surrounded by an infinite elastic medium// In proceeding of the «World Congress on Advances in Structural Engineering & Mechanics (ASEM17)», - Ilsan (Seoul), Korea: 28 August-1 September, - 2017, - 24p.

5. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. The interface stress field in the elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium under 3D non-axisymmetric forced vibration//—USA: Computers, Materials & Continua,—2018, 54, № 1, —p. 61-81.

6. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. Mathematical modeling and theoretical study on the tunnel+soil system // 1st International Conference on Innovations in Natural Science & Engineering (ICINSE 2018), Volume of Abstracts, — Turkish Republic of Northern Cyprus: 3-6 January, — 2018, — p. 5-6.

7. Ozisik, M., Mehdiyev, M.A., Akbarov, S.D. The influence of the imperfectness of contact conditions on the critical velocity of the moving load acting in the interior of the cylinder surrounded with elastic medium// —USA: Computers, Materials & Continua,—2018, 54, № 2, —p. 103-136.

8. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. Influence of initial stresses on the critical velocity of the moving load acting in the interior of the hollow cylinder surrounded by an infinite elastic medium//—Seoul: Structural Engineering & Mechanics,—2018, 66, № 1, —p. 45-59.

9. Mehdiyev, M.A., Akbarov, S.D. Parametric resonance of the system consisting the circular hollow cylinder and surrounding elastic medium under action in the interior// Proceedings of the 6th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications Engineering (COIA-2018), Volume I, — Baku: 11-13 July— 2018, —p. 270-272.

10. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A., Ozisik, M. Three-dimensional dynamics of the moving load acting on the interior of the hollow cylinder surrounded by the elastic medium//—Seoul: Structural Engineering & Mechanics, —2018, 67, № 2, —p. 185-206.

11. Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. Dynamics of the system consisting of the hollow cylinder and surrounding infinite elastic medium under acting an oscillating moving ring load on the interior of the cylinder// Coupled Systems Mechanics,—2018, 7, № 5, —p. 525-554.

12. Mehdiyev, M.A. 3D non-axisymmetric dynamic interface shear stress field in the elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium// — Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, Series of Physical-Technical & Mathematical Sciences, Issue Mechanics, —2018, 38, № 7, —p. 43-55.

13.Mehdiyev, M.A. On the parametric resonance cases of the system consisting of the circular cylinder and surrounding elastic medium under action in the interior of the cylinder time-harmonic oscillating moving load// – Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology & Economics, –2018, 6, № 2, –p. 90-98.

14.Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A. 3D Dynamics of the oscillating-moving ring load acting in the interior of the hollow cylinder surrounded with elastic medium// –Seoul: Structural Engineering & Mechanics, –2019, 71, № 6, –p. 713-738.

15.Mehdiyev, M.A., Akbarov, S.D. The «gyroscopic effect» on interface stresses in a «hollow cylinder + surrounding medium» system under action of the oscillating-moving ring load in the interior of the cylinder// 21.Ulusal Mekanik Kongresi, – Niğde, Ömer Halisdemir Üniversitesi, 02-06 Eylül, – 2019, –p. 368-371.

16.Mehdiyev, M.A. On the 3D dynamic normal stress field on the interface of the bi-layered hollow cylinder under action a moving load in the interior of that// – Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology & Economics, –2019, 7, № 1, –p. 56-64.

17.Mehdiyev, M.A. On the critical velocity of the moving load acting in the interior of the bi-layered hollow cylinder in the 3D dynamic state//– Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, Series of Physical-Technical & Mathematical Sciences, Issue Mechanics, –2020, 40, № 7, –p. 20-27.

18.Mehdiyev, M.A. On the frequency response of the interface normal stress in the bi-layered hollow cylinder in the 3D dynamic state//–Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, Series of Physical-Technical & Mathematical Sciences, Issue Mechanics, –2020, 40, № 8, –p. 14-21.



Защита диссертации состоится 03 марта 2025 года в 12⁰⁰ на заседании Диссертационного совета ВЕД 4.23, действующего на базе Бакинского Государственного Университета.

Адрес: AZ1148, город Баку, улица акад. З.Халилова, 23., Главный учебный корпус, Научная библиотека.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Бакинского Государственного Университета.

Электронная версия диссертации и автореферата размещена на официальном сайте Бакинского Государственного Университета.

Автореферат разослан по соответствующим адресам 31 января 2025 года.

Подписано в печать: 24.01.2025
Формат бумаги: 60x84_1/16
Объём: 62787
Тираж: 70