

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

ALİ TƏHSİL MÜƏSSİSƏLƏRİNDƏ İNFORMATİKANIN TƏDRİSİNDƏ CƏBRİ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ YOLLARI

İxtisas: 5801.01 – “Təlim və tərbiyənin nəzəriyyəsi və metodikası
(İnformatikanın tədrisi metodikası)”

Elm sahəsi: Pedagogika

İddiaçı: **Natiqə Şikar qızı Aslanova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2026

Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin Informatika və cəbr kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
Rövşən Zülfüqar oğlu Hümbətəliyev

Rəsmi opponentlər:

pedaqogika elmləri doktoru, professor
Ramazan Mecidoviç Abdülqalimov

texnika elmləri doktoru, dosent
Mübariz Sevdimalı oğlu Xəlilov

pedaqogika üzrə fəlsəfə doktoru
Elnarə Məhərrəm qızı Orucova

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.15 Dissertasiya Şurası.

Dissertasiya Şurasının
sədri:

tarix elmləri doktoru, professor
Cəfər Məmməd oğlu Cəfərov

Dissertasiya Şurasının
elmi katibi:

pedaqogika üzrə fəlsəfə doktoru,
dosent
Mələk Əlislam qızı Zamanova

Elmi seminarın
sədri:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor
İlham Cumayıl oğlu Mərdanov

İŞİN ÜMUMİ SƏCİYYƏSİ

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Müstəqillik dönməndə Azərbaycan təhsil sisteminin inkişafının əsas istiqamətləri ulu öndər Heydər Əliyev tərəfindən müəyyən olunmuşdur. Dünyəvi, təhsil sistemində beynəlxalq prioritetlərlə səsleşən və onların mütərəqqi ideyalarını özündə əks etdirən bir təhsil sisteminin qurulması Heydər Əliyev tərəfindən sadəcə elan olunmaqla qalmadı və onun tövsiyələri sayəsində əməli işdə həyata keçirilməyə başladı. Respublika Prezidentin 1999-cu il 15 iyun tarixli 168 nömrəli Sərəncamı ilə “Azərbaycan Respublikasının Təhsil sahəsində İslahat proqramı” adlı sənəd qəbul olundu ki, bu sərəncamda təhsil islahatları proqramının əsas məqsədi məktəbəqədər, orta ixtisas, ali, bakalavriat və orta təhsildən sonrakı təhsildə toplanmış potensialı qorumaq və inkişaf etdirmək kimi müəyyən olundu.

Azərbaycan təhsilini inkişaf etdirilməsi istiqamətində görülmüş işlərin nəticəsi kimi yeni “Təhsil haqqında Azərbaycan Respublikasının Qanunu” meydana gəldi. Həmin qanunda dünya təhsil sistemində qəbul olunmuş başlıca prinsiplər özünə yer tapmışdır: humanistlik, demokratiklik, bərabərlik, millilik, keyfiyyətlik, ən başlıcası isə, liberallaşma və inteqrasiya. Məhz bu iki anlayış (liberallaşma və inteqrasiya) təhsildə informasiya texnologiyalarının yüksək iştirakını təmin etmədən təmin edilə bilməzdi.

Dünya təhsil standartlarına əməli şəkildə inteqrasiya etmək üçün mühüm bir sənəd Azərbaycan Respublikası Nazirlər Kabinetinin 30 oktyabr 2006-cı il 233 nömrəli “Azərbaycan Respublikasında Ümumi Təhsilin Konsepsiyası (Milli Kurikulum)” qərarı oldu. Azad cəmiyyət fonunda, yeni müəllim-tələbə münasibətlərinin yaranması, təhsilin məzmununda əzbərçilik meyllərindən analitik əqli fəaliyyətə əsaslanan təhsilə keçilməsi yeni konsepsiyanın mühüm xüsusiyyətlərindən oldu.

Azərbaycanda ali təhsilin qarşısında duran əsas məsələlərdən biri günün tələblərinə cavab verən təlim texnologiyalarına yiyələnmis yüksək ixtisaslı pedaqoji kadrların hazırlanmasından ibarətdir. Təlim prosesinin müvəffəqiyyətli təşkili üçün ən vacib şərt təlimin yüksək

keyfiyyətini təmin etməkdən ibarətdir [1]. Müasir dövrdə bu tələblərə cavab verən təlim texnologiyası kimi elektron təlimin (qısaca e-təlim) psixoloji və pedaqoji xüsusiyyətlərinin öyrənilməsi zəruridir. Ali təhsil müəssisələrində e-təlimin tətbiqinin zəruri qanunvericilik aktları Azərbaycan Respublikasının Təhsil qanununda təsbit olunmuşdur (maddə 12.1.3, 13.1.3, 13.2, 13.3). Azərbaycan Respublikasının Prezidentinin 24 oktyabr 2013-cü il tarixli “Azərbaycan Respublikasında təhsilin inkişafı üzrə Dövlət Strategiyası” [33] adlı sərəncamında təhsilin keyfiyyəti başlıca strateji prioritet kimi elan olunmuşdur. Təhsilalanların dövrün çağırışlarına uyğun keyfiyyətli təhsillə əhatə olunması, onların cəmiyyətdə faydalı şəxsiyyət, vətənpərvər ruhlu yetkin vətəndaş kimi tərbiyəsi mühüm vəzifə hesab olunmuşdur.

Qanuna müvafiq olaraq, bu vəzifənin icrası üçün əsas tələblər bunlardır: informasiya resurslarının əlçatan olması, elmi informasiyanın bitkinliyinin və effektivliyinin təmin olunması; müasir informasiya texnologiyalarının tətbiqi; yerli şəbəkənin olması; oxu zalında istifadəyə verilən ədəbiyyatın kifayət qədər sayı, iş terminallarının kifayət qədər olması, İnternetə giriş ilə (virtual) kompüter laboratoriyalarından istifadənin təşkili; pedaqoji personalın komplektləşdirilməsi, elmi kitabxanaların istinad informasiyası elektron fondları ilə təmin olunması və s.

İnformasiya və kommunikasiya texnologiyalarının gündəlik həyatımıza durmadan genişlənən nüfuzu tədrisin bütün pillələrində müxtəlif fənlərin tədrisində daha effektiv üsulların meydana gəlməsinə səbəb olmuşdur. İnteraktiv təlim üsulunun kompüterlərdən istifadə edilməklə həyata keçirilməsi tədris prosesini daha da səmərəli etmişdir [4-6]. Kompüterlərdən istifadə olunmasına, öncə əyaniliyin daha yüksək səviyyədə həyata keçirilməsini tələb edən həndəsə fənninin tədrisində istifadə olunmağa başlamışdır. Fəza fiqurlarının kəsiklərinin qurulması fəza təsəvvürlərinin inkişaf etdirilməsinə kömək edir. Kompüterlərin daha mükəmməl nəsillərinin meydana gəlməsi, hesablama sürətinin böyük dərəcədə yüksəlməsi onların riyaziyyatın və digər təbiət elmlərinin qarşısında duran məsələlərin həllində geniş istifadə olunmasına təkan verdi. Əvvəllər mümkün olmayan məsələlərin müasir dövrdə kompüter vasitəsi ilə həlli artıq

mümkün olmuşdur. Müasir dövrdə elə sahələr vardır ki, onların inkişafını kompüterlərsiz təsəvvür etmək belə mümkün deyil.

Kompüterlərdən tədris prosesində istifadə olunması da müasir dövrün tələblə-rindən birinə şevrilmişdir. Ali cəbri strukturların müxtəlif növlərinin öyrənilməsində kompüter texnologiyaları inkar olunmaz üstünlüklərə malikdirlər. Əvvəllər böyük hesablamalar tələb edən və bu səbəbdən də öyrənilməsi böyük çətinliklər yaradan məsələlərin daha sadə həll üsulları yaranmışdır. Bu sahədə davamlı inkişafın məntiqi nəticəsi kimi elektron təlim üsulları yaranmışdır.

Tədqiqatın obyektı və predmeti. Dissertasiya işinin əsas tədqiqat obyektı universitetlərdə ali Ali cəbr məzmun xəttinin elektron vasitələrlə tədrisinin prosesini öyrənməkdən ibarətdir. Elektron təlimin özünəməxsus üsulları və vasitələri vardır. Buna müvafiq olaraq, işin predmeti ali Ali cəbr məzmun xəttinin e-təlim üsulları ilə tədrisi metodikasını öyrənməkdir.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Tədqiqatın hərtərəfliliyinə və dərinliyinə baxmayaraq, e-təlimin psixoloji və pedaqoji xüsusiyyətləri ali təhsil müəssisələrində kifayət qədər inkişaf etdirilə bilməmişdir. Buna görə də müasir dövrdə informatkanın ali məktəbdə tədrisi metodikasının qarşısında duran əsas məqsədlərdən biri ali təhsil müəssisələrində və universitetlərdə e-təlimin psixoloji və pedaqoji xüsusiyyətlərini və müxtəlif fənlər üçün e-təlimin əsas xarakteristikasını öyrənməkdən ibarətdir.

Tədris müəssisələrində e-təlimi ali məktəblərdə təşkil edən və icra edən yüksək ixtisaslı əməkdaşlarının işinin Ali cəbrin tədrisi sahəsində daha da optimallaşdırılmasının nəzəri və praktik əsaslarının öyrənilməsi elmi tədqiqatın əsas məqsədidir.

E-təlim bir tədris texnologiyası kimi 1990-cı illərdə meydana gəlmişdir. İlk öncə e-təlimin elementləri bəzi universitet və özəl institutlarda qismən tətbiq olunmağa başlanmışdı və buna ancaq iqtisadi cəhətdən güclü universitetlər malik idi. İlk dövlərdə bu yeni təlim üsulu əsas etibarı ilə kompakt disklər şəklində təklif olunurdu. Müasir təlim texnologiyası kimi electron tədris 2000-ci illərin əvvəllərindən etibarən yaranmağa başladı. Alətlər panelinə malik olan və internetə çıxışı olan ağıllı lövhələrin meydana gəlməsi e-təlimin imkanlarını xeyli artırdı. Kompakt disklərdən fərqli olaraq,

dərsin gedişinin istənilən mərhələsində bu və ya digər mövzu üzrə hazır materiallar internetdən qəbul oluna bilərdi. Aparıcı ali məktəblərdə tədrisən onlayn təlim texnologiyalarının tətbiqinə başlandı. Sonrakı illərdə onlayn təlim üsulları ilə təhsil alan insanların sayı sürətlə artmağa başladı. Yeni onlayn təhsil alan nəsil formalaşmağa başladı. Bu cür təhsil bir sıra səbəblərdən yaşadığı yeri tərk etmədən və işlədiyi müəssisədə heç bir əlavə problem yaratmadan təhsil ala bilmək imkanı verirdi.

Tədrisən e-təlim vasitələri daha aktiv şəkildə təhsilə daxil olmağa başladı. Buna baxmayaraq, bu istiqamətdə nəşr edilən tədqiqatın çoxu, yalnız e-təlimin faydalarından bəhs etməyə üstünlük verirdilər. E-təlim konsepsiyasının yaranması və inkişaf etməsinə səbəb olan əsas faktorlardan biri kimi onun nəzəri əsaslarının yaranması, e-təlimin şəxsi davranış, sosial və mədəni aspektlərin tədqiqi göstərilə bilər.

Tədrisən beynəlxalq şəbəkədə insanların və təhsil müəssisələrinin maraqlarını nəzərə alan, e-təlimin pedaqoji problemlərinin öyrənilməsinə stimullaşdıran tədqiqatlar yer almağa başladı. E-təlimin öyrədənə öyrənən arasında şəxsi bilavasitə ünsiyyətin olmaması məhdudiyyəti olsa da, onun bir sıra müsbət imkanları vardır ki, bu da geniş informasiya resurslarına girişin olmasından ibarətdir.

Bunlarla yanaşı yeni təlim formasının pedaqoji və psixoloji aspektlərinin də öyrənilməsi bir problem kimi özünü göstərməyə başladı. Təbii olaraq, e-təlim sistemlərinin üstünlükləri və çatışmayan cəhətləri və nöqsanları pedaqoji nöqteyi-nəzərdən daim suallar doğururdu. Tamamilə yeni tədqiqat üsulları meydana gəlməyə başladı. Bu tədqiqatın nəticəsində e-təlimin tədrisən təkmilləşdirilməsi təmin olunur. Nəticə etibarı ilə bu, yeni konsepsiyanın meydana gəlməsinə səbəb olmuşdur.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində istifadə olunan əsas metodlar müşahidə, tədqiqat, arxiv-araşdırma üsulu, tələbə anketinin araşdırılması, tələbələrə aparılan sorğular və s. kimi metodlardan ibarətdir. Tədqiqatın metodoloji əsası aşağıdakı prinsiplərə söykənir: informasiya texnologiyası sistemli, fəaliyyət yönümlü olmalı, fərdi fəaliyyətin dəstəklənməsinə xidmət etməlidir.

Müdafiyə çıxarılan əsas müddəalar:

1. Ali cəbrin tədrisində hazır proqram paketlərindən (həm ənənəvi və həm də onlayn) istifadə olunması təlimin səmərəliliyini artırır, vaxt itkisinin aradan qaldırılmasına səbəb olur və dərsin məhsuldar və interaktiv olmasına şərait yaradır.

2. Elektron təlimin vasitələrindən istifadə olunmasının effektivliyi onun tətbiqi ilə həll oluna biləcək məsələlərin düzgün seçilməsindən asılıdır.

3. Bir sıra Ali cəbri məsələlərin həllində müasir onlayn proqram paketlərinin tərtib olunmasına böyük ehtiyac vardır.

4. Ali cəbrdə yeni elektron təlim texnologiyalarının, habelə tədqiqat xarakterli elektron texnologiyaların yaranması və istifadəsinin qaçılmaz xarakter alması bu texnologiyalardan istifadə etməyi bacaran və onu inkişaf etdirə biləcək kadrların hazırlanmasını tələb edir ki, bu da universitetlərin vəzifələrindən biridir.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Tədqiqatın elmi yeniliyi ali təhsil müəssisələrində e-təlim vasitəsi ilə Ali cəbrin tədrisi zamanı seçilən təlim üsulunun həlli axtarılan problemlə sıx bağlı olmasının aşkarlanması və təlimin psixoloji və pedaqoji xüsusiyyətlərinin düzgün müəyyən olunmasından ibarətdir. Müasir dövrdə e-təlimin müvəffəqiyyətlə həyata keçirilməsi üçün, bu təlimin müxtəlif alt sistemlərinin həyata keçirilməsini təmin edən təlim sistemləri və onlayn təlim texnologiyalarından istifadə edən üsullar hazırlanmışdır. E-təlim zamanı onlayn proqram paketləri ilə müəllim yaxud tələbələr tərəfindən hazırlanmış proqram paketlərindən yerində istifadə olunması təlimin keyfiyyətinə təsir göstərən əsas amillərdəndir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Maarifləndirici sistemlərin əsas funksional vəzifələrindən biri tələbələri sosial həyata hazırlamaqdır. Bu, ənənəvi təlim texnologiyalarında müəllim kollektivinin nəzarəti altında həyata keçirilir. Lakin e-təlim zamanı tələbələr canlı həyatdan çox virtual aləmlə bağlı olurlar və sosial həyatdan təcrid olunmuş olurlar. Beləliklə, sosial həyatla, virtual maarifləndirici pedaqoji fəaliyyət arasında uzlaşma problemi yaranır və buna görə də bu istiqamətdə e-təlim metodikasının qarşısında aradan qaldırılması tələb olunan çətinliklər vardır. Bu çətinliklərin qismən aradan qaldırılması yolu e-təlim texnologiyaları ilə ənənəvi

təlimin müəyyən xüsusiyyətlərinin uzlaşdırılmasından ibarət ola bilər. Müasir dövrdə bir çox məsələlərin həlli müxtəlif elm sahələrinin müştərək şəkildə istifadə olunmasını tələb edir. Dissertasiya işində həll olunması nəzərdə tutulan əsas məsələ Ali cəbrin tədrisində e-təlim metodlarının yaradılmasının spesifik problemlərinin müəyyən olunması və praktik fəaliyyətdə ondan istifadə olunmasını təmin edən yolların müəyyənləşdirilməsindən ibarətdir.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyada alınan nəticələr Gəncə Dövlət Universitetində fəaliyyət göstərən və müasir riyaziyyatın aktual problemlərinə həsr olunan ümumfakültə seminarında məruzə olunmuşdur. Bu nəticələr müxtəlif beynəlxalq konfranslarda təqdim olunmuşdur. Bu konfranslardan bəziləri aşağıda göstərilmişdir.

1. 8th Internaional Conference on Control and Optimizaton with industrial applications, 2022, 24-26 August, Baku, Azerbaijan.

2. Международная научно-техническая конференция «Новые технологии в современной промышленности», 29-30 апреля 2010, Тбилиси.

3. Международная конференция Математические теории, проблемы их применения и обучения (23-25 сентября 2011 г.), Гянджа

4. International Conference “Modern Problems Of Mathematics And Mechanics” devoted 60th Anniversary Of The Institute Of Mathematics And Mechanics. 23-25 October, 2019, Baku.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin İnformatika və cəbr kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi Giriş, iki fəsil, Nəticə və İstifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Giriş – 6 səhifə, 11706 işarə; I fəsil – 65 səhifə, 106331 işarə; II fəsil – 65 səhifə, 80025 işarə; nəticə – 2 səhifə, 2238 işarədir. Dissertasiyanın ümumi həcmi istifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısı istisna olmaqla, 200300 işarə təşkil edir.

DISSERTASIYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiyanın Giriş hissəsində tədqiqat mövzusunun aktuallığı əsaslandırılaraq, onun məlum ədəbiyyatda işlənmə dərəcəsi müəyyən olunmuş, tədqiqatın məqsəd və vəzifələri göstərilmiş, elmi yeniliyi aşkarlanmış, tədqiqat nəticələrinin nəzəri və praktik səmərəsi və işin aprobeasiyası haqda məlumat verilmişdir.

Tədqiqat işinin I fəslı **“Universitetlərdə elektron təlimin metodoloji problemləri”** adlanır və beş paraqraftan ibarətdir. I bənddə e-təlim anlayışı müəyyən olunur və onun pedaqoji aspektləri tədqiq olunur. E-təlim tədris prosesində yeni hadisədir. Bu yeniliyin əsas xüsusiyyəti tədris prosesinin tamamilə pedaqoji heyətin nəzarəti altında olmasından çıxaraq, öyrənənlərin vaxtının bir hissəsinin virtual aləmlə bağlı olmasından ibarətdir. Təbii olaraq, bu yeni vəziyyət təlimin pedaqogikasının yeni istiqamətlərinin yaranması və onun ənənəvi pedaqogika ilə yaranmış korrelyasiyasının tədqiq olunmasını şərtləndirir [25-31, 35-36, 38, 40, 43, 45, 54, 55, 60-67, 70-79].

İkinci paraqrafta e-təlimin psixoloji aspektləri öyrənilir. E-təlim texnologiyalarının öyrənənlərə müəyyən sərbəstlik verməsinin tələbənin psixologiyasına təsiri, bu sərbəstliyin verilmə dərəcəsi bu bənddə öyrənilir. Qavrayış, idrak, diqqət, yaddaş kimi psixoloji kateqoriyaların e-təlimdə oynadığı rol və əqli fəaliyyətin intensivlik dərəcəsi müzakirə olunur [4-24].

Dissertasiyanın əsas məsələlərindən biri Ali cəbrin tədrisində informasiya texnologiyalarının tətbiqinin pedaqoji psixoloji aspektlərinin öyrənilməsi və bunun tətbiq yollarının öyrənilməsidir. E-təlimin effektivliyinin təsirli olması üçün ilk növbədə bunun üçün geniş imkanların olması vacibdir. Bu imkanlar, ilk növbədə tələbələrə psixoloji dəstəyinin olmasıdır ki, bu da təlim prosesi üçün əlverişli mühit yaradır. Əlverişli mühit tələbənin fərdi keyfiyyətlərinin daha qabarıq şəkildə ortaya çıxmasına və təlimin təsirli olmasına imkan yaradır. Əlbəttə, e-təlimin əsas çətinliklərindən biri müəllimlə tələbənin biavasitə ünsiyyətinin olmamasıdır. Bu prosesdə tələbənin verilən informasiyanı tam mənimsəməsinə vizual nəzarət zəif olur (xüsusilə mühazirə dərslərində). Nəticədə diqqətin

yayınması, dərsə münasibətdə məsuiyyətsizlik kimi xoşagəlməz halların vaxtında aşkar olunmaması və nəticə etibarı ilə qavramanın zəif olması baş verə bilər.

Üçüncü paragraf e-təlimdə Ali cəbrin tədrisində metodoloji aspektlərin ümumi şəkildə öyrənilməsi ilə xarakterizə olunur. Burada Ali cəbr fənninin məzmunun, strukturunun öyrənilməsi və Ali cəbr proqramının analizi verilir.

Həmçinin üç növ e-təlimin mövcud olduğu göstərilir: asinxron, sinxron və qarışıq. Asinxron təlimi yerinə yetirmək üçün tələbə özünü müəyyən növ tapşırıqların icrasına kökləməlidir və məqsədə yönümlü olmalıdır, çünki belə e-təlim öz üzərində nəzarəti tələb edir. Əks halda tələbə üçün tapşırıqları vaxtında icra etmək çətinliklər törədir. Bu çətinliklərin bir səbəbi müəllim ilə ünsiyyətin az olmasıdır. Bundan əlavə, dinləyicilər qarşıya çıxan sualları bir-birləri ilə də müzakirə etməyə imkan tapa bilmirlər, çünki materialı dinləyicilər hərsi öz qavrayış tempinə müvafiq şəkildə mənimsəyir və deməli, eyni zaman anında onların qavradıqları material müxtəlif olacaqdır.

Dördüncü paragrafda Ali cəbr fənninin məzmunu və strukturu haqqında geniş məlumat verilir. Müasir Ali cəbr kursu üç semestrde deyilən əsas (məcburi) kurs və seçmə fənlərlə əhatə olunan tamamlayıcı kursdur. Materialın seçilməsi və ona ayrılan saatların planlaşdırılması müəllimdən də asılıdır. Cəbr 1, 2, 3 fənləri Ali cəbr üzrə minimal biliklər sisteminin verilməsini nəzərdə tutur. Seçmə fənlərdə isə Ali cəbrin əlavə bölmələri və bir sıra tətbiqlər üçün vacib olan mövzuları yer alır. Müasir dövrdə onlayn tətbiq proqramları Ali cəbrin və onunla bağlı bir sıra digər sahələrin ən vacib məsələlərinin demək olar ki, hamısını əhatə edən yeni texnologiyalarla zəngindir. Bu proqramların əksəriyyəti onlayn təlim üçün və habelə sərbəst şəkildə öyrənmə və istifadə üçün yararlıdır. Müəllimin burada rolu, əsas etibarı ilə, deyilən kursla bağlı olan biliklər sistemini əldə etmək üçün istiqamətverici və yönəldici qüvvə olmasıdır. Bu rolu layiqincə yerinə yetirmək üçün müəllimlərin həmin tətbiq proqramları və onlarla bağlı olan vasitələri dərinlən bilmələri vacibdir.

Ali cəbr kursu olduqca genişdir və əgər nəzərə alsaq ki, bu fənnin hər bir bölməsi ilə bağlı Sage, Magma kimi İnternet mühitlərində kifayət qədər dolğun material vardır, onda bu kursa aid hansı materialların məhdud zaman çərçivəsində öyrənilməsi məsələsi təlimin effektivliyi üçün vacibdir. Burada onlayn proqramlardan istifadə ilə müəllimin rəhbərliyi altında və onun tərəfindən hazırlanan tədris materialının öyrədilməsi arasında düzgün nisbətəin olması vacibdir. Dissertasiya işində e-təlim nöqtəyi nəzərindən vacib olan mövzularda onlayn proqramlardan istifadə məsələsinə və habelə onlayn proqramların nəinki tədrisdə və habelə buraxılış, kurs və sərbəst işlərin hazırlanmasında faydalı ola biləcək tədqiqat xarakterli materialın öyrənilməsinə geniş yer verilmişdir.

Gəncə Dövlət Universitetində (habelə ADPU-də) tədris olunan Cəbr-1 fənnində materialın məzmunu fənn proqramında öz əksini tapmışdır. Bu proqram aşağıdakı kimidir:

1. Çoxluqlar və münasibətlər. 2. Cəbrlər. 3. Ədədi strukturlar. Tam ədədlər halqası, rəşional ədədlər meydanı, həqiqi ədədlər meydanı. Kompleks ədədlər meydanı: kompleks ədədlərin aksiomatik tərifı, onlar üzərində əməllər, kompleks ədədin tərsi. Kompleks ədədin müxtəlif intrepretasiyaları: cəbri, həndəsi, triqono-metrik, üstlü və matris şəkilləri. Vahidin kökləri. İstənilən meydanı vahidin kökləri haqqında. Kompleks ədədin qüvvəti və kökü. Muavr düsturu. Vahidin köklərinin əmələ gətirdiyi müxtəlif qruplar. İbtidai köklər. 4. Matrislər və determinatlar. 5. Xətti tənliklər sistemi. 6. Xətti fəzalar.

Burada baxılan əsas anlayışlar bundan ibarətdir: xətti kombinasiya, xətti asılılıq. Vektorların cəmi, ədədə hasili. n -ölçülü hesabı (ədədi) xətti fəza. Vektorlar sisteminin ranqı. Xətti fəzanın ölçüsü və bazisi. Eyni ölçülü xətti fəzaların izomorfluğu. Bir bazisdən digərinə keçid. Xətti altfəzalar, onların cəmi və düz cəmi. Xətti fəzaların alt fəzaları; alt fəzaların cəmi və kəsişməsi; düz cəmi, onların ölçüləri haqqında teorem. Bircins tənliklər sisteminin həllər fəzası. Sistemin həlləri çoxluğu ilə uyğun bircins sistemin həllər fəzası arasında əlaqə. Xətti çoxobrazlılar. Fundamental həllər sistemi.

Cəbr-2 (I kurs II semestr) fənninin proqramı aşağıdakı mövzuları əhatə edir: 1. Xətti operatorlar. 2. Evklid fəzaları. 3. Əsas Ali cəbri strukturu. 4. Tam ədədlər.

Sonuncu mövzu onların orta məktəb kursu ilə sıx əlaqədar aşağıdakı mövzuları əhatə edir. Qalıqlı bölmə teoremi. Bölünmə nəzəriyyəsi. ƏBOB və ƏKOB, onların xassələri. Evklid alqoritmi. Sadə və mürəkkəb ədədlər. Sadə vuruqlara ayrılış. Sistemətik ədədlər. Zənciri kəsrlər. Ədədi funksiyalar. Eyler funksiyası. Müqayisələr və onların xassələri. Çıxıqlar və onların xassələri. Baş ideallar halqası. Çıxıqlar sinifləri halqası - faktor halqa kimi. Eyler və Ferma teoremləri. Birdərəcəli müqayisələr və xətti müqayisələr sistemləri. Kvadratik çıxıqlar. Lejandr simvolu. Eyler əlaməti. Yüksək dərəcəli müqayisələr. Sadə modula nəzərən müqayisələr. Modula nəzərən göstərici və xassələri. İbtidai köklər.

Cəbr-3 (II kurs III semestr) fənninin proqramı aşağıdakı bölmələri əhatə edir:

1. Birdəyişənli çoxhədlilər. 2. Çoxdəyişənli çoxhədlilər. 3. Simmetrik çoxhədlilər. 4. Meydanın cəbri genişlənməsi.

Bu mövzularla bağlı əsas anlayışlar belədir: Rezultant. Tənliklər sistemindən dəyişənin yox edilməsi. Ali cəbrin əsas teoremi. Viyet düsturları. Kompleks ədədlər meydanının Ali cəbri qapalılığı.

I fəslin beşinci paragrafında Ali cəbr üzrə fənn proqramlarının məzmunu və strukturundan bəhs olunur. Burada qeyd olunur ki, fənnin məzmunu və strukturu fənn proqramı ilə müəyyən olunur. Müasir Ali cəbr kursu üç semestrdə deyilən əsas (məcburi) kurs və seçmə fənlərlə əhatə olunan tamamlayıcı kursdur. Materialın seçilməsi və ona ayrılan saatların planlaşdırılması müəllimdən də asılıdır. Cəbr 1, 2, 3 fənləri cəbr üzrə minimal biliklər sisteminin verilməsini nəzərdə tutur. Seçmə fənlərdə isə Cəbrin əlavə bölmələri və bir sıra tətbiqlər üçün vacib olan mövzuları yer alır. Müasir dövrdə onlayn tətbiq proqramları cəbrin və onunla bağlı bir sıra digər sahələrin ən vacib məsələlərinin demək olar ki, hamısını əhatə edən yeni texnologiyalarla zəngindir. Bu proqramların əksəriyyəti onlayn təlim üçün və habelə sərbəst şəkildə öyrənmə və istifadə üçün yararlıdır. Müəllimin burada rolu, əsas etibarilə, deyilən kursla bağlı

olan bikilər sistemini əldə etmək üçün istiqamətverici və yönəldici qüvvə olmasındadır. Bu rolu layiqincə yerinə yetirmək üçün müəllimin həmin tətbiq proqramları və onlarla bağlı olan vasitələri dərindən bilmələri vacibdir.

Cəbr kursu olduqca genişdir və əgər nəzərə alsaq ki, bu fənnin hər bir bölməsi ilə bağlı Sage, Magma kimi İnternet mühitlərində kifayət qədər dolğun material vardır, onda bu kursa aid hansı materialların mihdud zaman çərçivəsində öyrənilməsi məsələsi təlimin effektivliyi üçün vacibdir. Burada onlayn proqramlardan istifadə ilə müəllimin rəhbərliyi altında və onun tərəfindən hazırlanan tədris materialının öyrədilməsi arasında düzgün nisbətənin olması vacibdir. Dissertasiya işində e-təlim nöqtəyi nəzərindən vacib olan mövzularda onlayn proqramlardan istifadə məsələsinə və habelə onlayn proqramların nəinki tədrisdə və habelə buraxılış, kurs və sərbəst işlərin hazırlanmasında faydalı ola biləcək tədqiqat xarakterli materialın öyrənilməsinə geniş yer verilmişdir.

Tədqiqat işinin II fəslə "Ali cəbrin bəzi bölmələrinin elektron təlim üsulları ilə öyrədilməsi metodikası" adlanır və beş paraqrafdan ibarətdir. Bu fəsildə ali cəbrin e-təlim nöqtəyi-nəzərdən xüsusilə vacib bölmələri olan xətti tənliklər sistemi, matrislərin normal formaları, cəbri tənliklərin həlli, ədədlərin zənciri kəsrlərlə göstərilişi, çoxhədlilər nəzəriyyəsi, ədələr nəzəriyyəsinin həndəsi xarakterli məsələlərinin proqramlaşdırılması, funksiyaların qrafiklərinin qurulması kimi məsələlər tədqiq olunur. Tələbələr üçün praktik cəhətdən faydalı həll üsulları verilir [2-3, 48-53, 57, 68-69].

Birinci paraqrafta xətti cəbri tənliklər sistemi mövzusunun onlayn təlimində qarşıya çıxan problemlər araşdırılır. Praktiki məsələlərin həllində daha isə daha mürəkkəb xətti tənliklər sistemi meydana çıxı bilər. Həmin sistemlərdə dəyişənlərin və tənliklərin sayı böyük ədədlər ola bilər.

Tərif 2.1.1. Əgər (1) xətti tənliklər sistemində bütün sərbəst hədlər sıfıra bərabər olarsa, onda belə sistem bircins xətti tənliklər sistemi adlanır. Bircins olmayan sistem qeyri-bircins sistem adlanır. Qeyri-bircins (1) sistemində sərbəst hədlərin sıfırla əvəz olunması nəticəsində alınan sistem (1)-ə uyğun bircins xətti tənliklər sistemi deyilir.

Tərif 2.1.2. Həllər çoxluğu boş olmayan sistem uyuşan sistem (və ya birgə sistem), həlli olmayan sistem isə uyuşmayan sistem adlanır.

Bu anlayışlar və terminlər xətti tənliklər sistemi mövzusunun yaxşı məlumdur. Ən sadə hallarda xətti tənliklər sisteminin həllini qrafik üsullarla tapmaq olar. Bu xətti tənliklər mövzusunun əyanilik vermək üçün faydalıdır. Eyni zamanda bu üsul xətti tənliklər sisteminin həllinin həndəsi mənasını aydınlaşdırır. Daha sonra Sage proqramından istifadə edərək xətti tənliklər sisteminin qrafik həllinə baxaq.

Sistematik ədədlərin natural ədədlərin yazılış və onlar üzərində əməllərin öyrənilməsi üçün böyük əhəmiyyəti vardır.

İkinci paragrafda həqiqi ədədlərin yazılış formalarından biri olan və riyaziyyatın bir çox sahələrində geniş tətbiqləri olan zənciri kəsrlər və onlarla bağlı məsələlərin tədrisi haqqında məlumat verilir. Ədədlərin zənciri kəsrlərə ayrılışı və bunun üçün kompüter üsulları haqqında məlumat verilir.

Tərif 1. Sonlu kəsilməz kəsr dedikdə aşağıdakı şəkildə kəsr nəzərdə tutulur ki, burada $a_0, a_1, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ – tam ədədlərdir:

$$a_0 + \frac{b_1}{a_1 + \frac{b_2}{a_2 + \dots + \frac{b_n}{a_n}}}$$

Xüsusi halda, $b_1=b_2=\dots=b_n=1$, $a_i \geq 1$ və $a_n > 1$ olarsa, onda belə kəsr adi kəsilməz kəsr və ya zənciri kəsr adlanır. Beləliklə, sonlu zənciri kəsr

$$a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \dots + \frac{1}{a_n}}} \quad (1)$$

şəklində olan kəsir deyilir. $a_0, a_1, \dots, a_n$ müsbət tam ədədlərinə zənciri kəsirin elementləri və ya natamam qismətlər deyilir. Sonlu zənciri kəsri simvolik olaraq $[a_0, a_1, \dots, a_n]$ kimi də işarə edirlər.

Zənciri kəsirin bir neçə xassəsi vardır.

1. Hər bir rəşional ədəd müəyyən sonlu zənciri kəsir şəklində göstərilə bilər.

2. Verilmiş rəşional ədədə bərabər ancaq bir zənciri kəsir vardır.

Zənciri kəsri almaq üçün ikinci və daha ümumi üsul vardır.

Fərz edək ki, $\alpha_0 = \alpha$ həqiqi ədədi verimişdir. Bu ədədin tam hissəsini a_0 ilə işarə edərək yazmaqla

$$\alpha = \alpha_0 = a_0 + \alpha_1', \quad 0 \leq \alpha_1' < 1;$$

əgər $\alpha_1' > 0$ olarsa, onda $\alpha_1 = 1/\alpha_1' > 1$. a_1 ilə α_1 -in tam hissəsini işarə edək. Yuxarıda olduğu kimi

$$\alpha_1 = a_1 + \alpha_2', \quad 0 \leq \alpha_2' < 1$$

yazmaq olar. Prosesi davam etdirərək $n+1$ addımdan sonra tapırıq.

$$\alpha = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \dots + \frac{1}{\alpha_{n+1}}}};$$

burada α_{n+1} tam ədəd olmazsa, prosesi davam etdirmək olar. Rəşional α ədədi üçün həmişə elə n natural ədədi tapmaq olar ki, α_{n+1} tam ədəd olsun.

Tərif 2.2.2. $0 \leq s \leq n$ olduqda $\delta_s = [a_0, a_1, \dots, a_s]$ kəsirinə (1) zənciri kəsrinin s -ci yaxın kəsri deyilir.

Yaxın kəsrlərin xassələrin öyrənilməsinə başlamaq üçün natamam qismətlər vasitəsi ilə düzələn iki tam ədədlər ardıcılığı düzəldək: $P_0, P_1, \dots, P_n$ və $Q_0, Q_1, \dots, Q_n$. Bu ardıcılıqlar aşağıdakı kimi rekurrent düsturlar vasitəsi ilə müəyyən olunur: $P_0 = a_0, P_1 = a_0 a_1 + 1, Q_0 = 1, Q_1 = a_1$ qəbul edərək, $s \geq 2$ olduqda

$$\left. \begin{aligned} P_s &= a_s P_{s-1} + P_{s-2}, \\ Q_s &= a_s Q_{s-1} + Q_{s-2} \end{aligned} \right\}.$$

Sage onlayn proqramında ədədlərin zənciri kəsre ayrılışı ilə bağlı prosedurlar vardır. Bunlar onlayn olaraq rahat tələbələr və müəllimlər tərəfindən istifadə oluna bilər. Asanlıqla istənilən ədədi zənciri kəsre ayıraraq, onun istənilən sayda natamam qismətləri götürülə bilər. Rasional ədədlər sonlu, kvadratik irrasionallıqlar sonsuz, lakin periodik, digər ədədlər isə sonsuz periodik olmayan zənciri kəsrlərə ayrılır.

Kvadratik irrasionallıqlar periodik zənciri kəsrlərə ayrılır. Digər irrasionallıqlar isə periodik olmayan zənciri kəsrlər şəklində göstərilir. Zənciri kəsrlər haqda məlum olan fərziyyə bundan ibarətdir ki, cəbri irrasionallıqların zənciri kəsre ayrılışında bütün natamam qismətlər məhduddur. Bu istiqamətdə aparılan araşdırmalar içərisində computer modelləşməsinin böyük rolu vardır. Belə ki, olduqca böyük sayda natamam qismətlərin statistikasının aparılması nəticəsində (bax Bryuno) belə bir qənaətə gəlmək olur ki, yuxarıda söylənilən hipoteza doğru olmaya bilər. Belə ki, cəbri irrasionallıqların zənciri kəsre ayrılışlarında natamam qismətlərin olduqca zəif artması müəyyən olunmuşdur. Lakin hər bir komputer hesablamaları ancaq sonlu sayda natamam qismətlər verdiyi üçün məsələnin tam həlli yenə də açıq qalır.

Həqiqi əmsallı kub tənliklərin həqiqi köklərinin (belə köklər həmişə vardır) zənciri kəsre ayrılması üçün Paskal dilində proqram verilir [2, 3, 9, 57]. Əlbəttə, Sage proqramından istifadə etməklə kökü hesablamaq olar. Lakin proqramlaşdırma ilə əlaqədar olaraq, tələbələrdə qarşıya çıxan məsələləri həlletmək bacarığı yaratmaq üçün onların qarşısında qoyulan məsələlər içərisində alqoritmlərin qurulması və kompüterdə məsələləri həll olunması üçün proqramlaşdırma dilləri vasitəsi ilə qurulan proqramlar yaratmaq və icra olunmasını həyata keçirmək kimi tapşırıqlara da yer verilməlidir.

Üçüncü paraqraf matrislər və onlar üzərində əməliyyatların proqramlaşdırma dilləri vasitəsilə öyrədilməsi metodikasından bəhs edir.

Matrisin kanonik formaları mövzusu matrislər nəzəriyyəsinin vacib bölmələrindən biridir. Belə formalar matrislərin və, onlarla

bağlı, xətti inikasların quruluşunu müəyyənləşdirməyə imkan verir. Buna görə də bu mövzunun Cəbrin, və eləcə də, bir çox riyazi nəzəriyyələrin mühüm məsələlərinin həllində böyük əhəmiyyəti vardır. Eyni zamanda Smit kanonik forması bir çox praktik məsələlərin həllində də əhəmiyyətlidir. Lakin matrisin ölçüləri böyüdükcə Smit kanonik formasının tapılması məsələsi böyük çətinliklərə gətirir. Hesablamaların həddindən çox vaxt və zehni iş tələb etdiyi üçün məhdud zaman çərçivəsində bu işin yerinə yetirilməsi mümkünsüz olur. Digər tərəfdən isə mövzunun qavranılması üçün tələbələr tərəfindən praktik məsələlərin işlənməsi vacibdir. Smit kanonik formasının texniki cəhətdən yerinə yetirilməsi, mövzu ilə bağlı nəzəri hissədə deyilməmiş, lakin mövzunu və onun əhəmiyyətini düzgün qavramaq üçün faydalı olan nöqtələri mənimsəmək üçün vacibdir. Bu səbəbdən mövzunun tədrisi zamanı nəzəri faktların verilməsindən sonra, mövzunun möhkəmləndirilməsi üçün iki istiqamətdə iş aparılması məqsədə uyğundur. Birinci mərhələdə kiçik ölçülü matrislərə baxmaqla məsələnin kompüterə müraciət etmədən həll yolunu konkret misallar üzərində nümayiş etdirmək və tələbələrin mövzunu qavramasına şərait yaratmaqdır.

Sonrakı mərhələdə tətbiqlərlə bağlı kompüter üsullarından istifadə etməklə daha böyük ölçülü matrislərin Smit kanonik formasının tapılması və bunla bağlı digər məsələlərin (Smit kanonik formasına gətirən çevirmələrin müəyyən olunması və s.) həllinə keçmək olar. Smit kanonik formasının tapılması Evklid halqalarında yerinə yetirilə bildiyi üçün bu məsələyə, əsasən tam ədədlər halqasında və çoxhədlilər halqasında baxmaq daha faydalıdır. Məsələnin həlli qalılıqlı bölmə teoreminə (Evklid alqoritminə) əsaslanır. Buna görə də məsələnin həlli alqoritm, sxematik olaraq, ardıcıl qalılıqlı bölmə teoreminin bir neçə dəfə yerinə yetirilməsi və matrislər üzərində elementar çevirmələrin aparılması şəklində verilə bilər. Buna görə də uyğun parametrlər daxil edərək məsələnin həll alqoritmını vermək və müəyyən dildə proqramlar tərtib etmək olar. Əlbəttə, bu işi kiçik tərtibli matrislər üçün tələbələr qarşısında qoymaq və həllini almaq olar.

Lakin e-təlim üçün daha əlverişli yol xüsusi mühitlərdə bu məsələ ilə bağlı, zaman itkisinə yol verməmək və daha çox etibarlılıq üçün, işlənmiş hazır proqram-lardan istifadə etməkdən ibarətdir. Onlayn tədris şəraitində bunu birbaşa internetdən istifadə etməklə, sərbəst tədris və tətbiq proqramlarına müraciət etməklə yerinə yetirmək olduqca faydalıdır. Konkret olaraq bu məsələnin həlli üçün Sage riyazi tətbiq proqramı istifadə oluna bilər. Ancaq başqa mühitlər (Mathematik, Magma, Maple, MathCad və s.) də bu məsələnin həlli üçün istifadə oluna bilər. Burada tələbələrin sərbəstliyinə imkan vermək faydalı ola bilər. Tələbə hansı mühiti seçməyə öz bilik və bacarıqlarına müvafiq olaraq sərbəst şəkildə qərar verə bilər. Lakin mühüm amil məsələnin tam həllinə nail olunmasının təmin edilməsidir.

Çoxxədlinin həqiqi köklərinin ayrılması onun bütün həqiqi köklərinin elə intervallara paylanması deməkdir ki, hər bir interval çoxxədlinin ancaq bir həqiqi kökünü daxilinə alsın. Bunun üçün müxtəlif üsullar mövcuddur. Həm nəzəri və həm də praktik cəhətdən ən sadə və mükəmməl üsul Şturm üsuludur. Bu üsulla tanışlığa başlamazdan öncə sıfırdan fərqli ədədlərin sonlu ardıcılığında işarə dəyişmələrin sayı anlayışını daxil edək. Belə bir ədədlər ardıcılığına baxaq:

$$4, -2, 1, -4, 1, 3, -2, -7, 6 \quad (1)$$

Bu ardıcılıqda işarələr aşağıdakı kimi növbələşir:

$$+, -, +, -, +, +, -, -, + \quad (2)$$

(2) sistemi üzrə soldan sağa doğru hərəkət etdikdə əks işarələrin yanaşı dayanması altı dəfə müşahidə olunur:

$$(+, -), (-, +), (+, -), (-, +), (+, -), (-, +).$$

Bu halda deyirlər ki, (1) ədədlər ardıcılığında 6 işarə dəyişməsi vardır. Əlbəttə, ardıcıl cütlərdən $(+, +)$ cütündə heç bir işarə dəyişməsi yoxdur.

Tutaq ki, həqiqi əmsallı, təkrar kökü olmayan $f(x)$ çoxxədlisi verilmişdir. Hər bir belə çoxxədlilə Şturm sistemi adlandırılan müəyyən çoxxədlilər sistemi əlaqələndirilir.

Çoxxədlilərlə bağlı bir sıra məsələlərdə tam əmsallı elə çoxxədliləri qurulması məsələsinə baxılır ki, arqumentin verilən

ədədə bərabər qiymətində o mümkün qədər kiçik olsun. Tətbiqlər zamanı bu məsələ müxtəlif şəkillərdə meydana çıxa bilər. Belə məsələlərin həlli LLL alqoritm deyilən üsulla kompüterin köməyi ilə müvəffəqiyyətlə həll olunur. Müasir Sage proqramında bunu yerinə yetirən alqoritm vardır.

Bu alqoritmin əsas məzmunu aşağıdakından ibarətdir. Tutaq ki, R^n fəzasında hər hansı $b_1, b_2, \dots, b_n$ bazisi verilmişdir. Məlum olduğu kimi Qram-Şmidt ortoqonallaşdırma prosesi verilən bazisə görə yeni ortoqonal $b_1^*, b_2^*, \dots, b_n^*$ bazisini qurmağa imkan verir. Bu proses aşağıdakı kimi yerinə yetirilir. İnduktiv olaraq

$$b_i^* = b_i - \sum_{j < i} \mu_{i,j} b_j^*, b_1^* = b_1$$

vektorları təyin olunur; burada $\mu_{i,j}$ əmsalları aşağıdakı kimi müəyyən olunur:

$$\mu_{i,j} = \frac{b_i \cdot b_j^*}{b_j^* \cdot b_j^*}.$$

Qeyd edək ki, bu düsturlar vasitəsi ilə Sage proqramında ortoqonal bazis qurulma proseduru hazırlanmışdır. Sage vasitəsi ilə verilən bazisi ortoqonallaşdırmaq olar.

Tərif. $L \subseteq R^n$ alt qrupu $RL = R^n$ şərtini ödəyərsə ondan L qəfəs adlanır. L qəfəsinin hər hansı $b_1, b_2, \dots, b_n$ o zaman LLL gətirilmiş bazisi adlanır ki, ixtiyari i, j indeksləri üçün Qram-Şmidt prosesində

$$|\mu_{i,j}| \leq \frac{1}{2} \quad (2.1.1)$$

münasibəti hər bir $i \geq 2$ üçün doğru olmaqla,

$$\left| b_i^* \right| \geq \left(\frac{1}{4} - \mu_{i,i-1}^2 \right) \left| b_{i-1}^* \right| \quad (2.1.2)$$

münasibəti doğru olsun.

Tətbiqlər üçün vacib olan əsas nəticə aşağıdakı kimidir.

Teorem 2.5.1. Tutaq ki, R^n fəzasında hər hansı L qəfəsi və onun LLL gətirilmiş $b_1, b_2, \dots, b_n$ bazisi verilmişdir. Onda aşağıdakı münasibətlər ödənilir:

$$1. \quad d(L) \leq \prod_{i=1}^n |b_i| \leq 2^{n(n-1)/4} d(L);$$

2. İxtiyari $1 \leq j \leq i \leq n$ üçün aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$|b_j| \leq 2^{(i-1) \cdot 2} |b_i^*|;$$

$|b_1| \leq 2^{(n-1)/4} d(L)^{1/n}$ olmaqla, ixtiyari sıfır olmayan $x \in L$ vektoru üçün aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$|b_1| \leq 2^{(n-1)/2} |x|.$$

3. İxtiyari xətti asılı olmayan $x_1, \dots, x_s \in L$ vektorları üçün və istənilən $1 \leq j \leq s$ indeksi üçün

$$|b_j| \leq 2^{(n-1)/2} \max(|x_1|, \dots, |x_s|).$$

4. $|b_1| \leq 2^{(n-1)/4} d(L)^{1/n}$ olmaqla, ixtiyari sıfır olmayan $x \in L$ vektoru üçün aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$|b_1| \leq 2^{(n-1)/2} |x|.$$

5. İxtiyari xətti asılı olmayan $x_1, \dots, x_s \in L$ vektorları üçün və istənilən $1 \leq j \leq s$ indeksi üçün

$$|b_j| \leq 2^{(n-1)/2} \max(|x_1|, \dots, |x_s|).$$

İkinci fəslin dördüncü paragrafında müxtəlif oblastlarda tam nöqtələrin sayı məsələsinin Python dilində öyrədilməsi metodikasından bəhs olunur [48, 50, 56, 69]. Ali cəbr və ədədlər nəzəriyyəsində müxtəlif müstəvi $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ oblastlarında tam nöqtələrin (yəni koordinatları tam ədədlər olan nöqtələrin) sayı məsələsinə baxılır. Həndəsi mülahizələr əsasında söyləmək olar ki, belə nöqtələrin sayı təxminən oblastın sahəsinə bərabərdir.

Bəzi məqalələrdə məsələyə ehtimal nəzəriyyəsi nöqteyi-nəzərindən yanaşaraq müəlliflər eyni məsələyə mərkəzi müəyyən istiqamətdə sürüşdürülmüş dairə daxilində tam nöqtələrin sayı haqqında məsələyə baxmışlar. Onlar göstərmişlər ki, tam nöqtələrin sayı ilə dairənin sahəsi arasındakı fərqi modulunun dairə radiusunun kvadrat kökünə nisbəti, radius sonsuzluğa yaxınlaşdıqda, asimptotik orta mənada dairə mərkəzinin Lebeq mənada mütləq kəsilməz paylama funksiyasına yaxınlaşır, yəni

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \frac{N_{\alpha}(R) - \pi R^2}{\sqrt{R}} dR = f(\alpha)$$

burada $N_{\alpha}(R)$ mərkəzi $\alpha \in [0,1]^2$ nöqtəsində olan $\sqrt{R}$ radiuslu dairədə yerləşən tam nöqtələrin sayı, $f(\alpha)$ isə vahid kvadratda mütləq kəsilməz funksiyadır.

[56] məqaləsində göstərilir ki, qalıq hədd üçün $R = o(r^{1/2}(\log r)^{1/2})$ münasibəti çevrə mərkəzinin müəyyən sürüşdürülməsi zamanı ödənilir. Sürüşmənin dəqiq qiyməti məlum olmadığından biz məsələnin kompüter həllinə müraciət etdik. Bunun üçün verilən addımla vahid kvadrat daha kiçik kvadratlara bölünür. Beləliklə, vahid kvadrat daxilində müəyyən kiçik addımla düz xətlər şəbəkəsi keçirilir. Çevrənin mərkəzi bu düz xətlər şəbəkəsinə aid olan düz xətlərin kəsişmə nöqtələrinə köçürülür. Tutaq ki, vahid kvadrata daxil olan $(u,v) \in [0,1]^2$ nöqtəsi verilmişdir. $N(u,v;r)$ ilə mərkəzi (u,v) nöqtəsində olan r radiuslu dairədə olan tam nöqtələrin sayını işarə edək. Nisbi xətanı öyrənmək üçün radiusun bəzi qiymətlərində bu xətanı hesablamaq üçün Python dilində proqram verilir. Anoloji məsələlərə kürə daxilində də baxılır.

Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsində həndəsi xarakterli məsələlərdən biri də kürə daxilində tam nöqtələrin sayının öyrənilməsidir. müxtəlif oblastlar daxilində tam nöqtələrin sayı məsələsi geniş öyrənilmir. Belə məsələlərdə hər hansı oblastda tam koordinatlı nöqtələrin sayı üçün müəyyən parametrlərdən asılı düsturlar verilir. $r(n)$ ilə n ədədinin

$$n = x^2 + y^2 + z^2$$

şəklində göstərilişlərinin sayını işarə edək; burada x ; y ; z ədədləri tam ədədlərdir.

Onda $T(N)$ funksiyasını aşağıdakı bərabərliklə təyin etsək:

$$T(N) = \sum_{n \leq N} r(n),$$

onda bu cəm $x^2 + y^2 + z^2 = N$ sferasının daxilində yerləşən tam koordinatlı nöqtələrin sayını göstərəcəkdir. Həndəsi təsəvvürlərdən aydındır ki, $T(N)$ ədədi təxminən kürənin həcminə bərabərdir. Xətanə qiymətləndirmək üçün

$$R = R(r) = T(r^2) - (4/3)\pi r^3$$

işarə edək. Bu fərqi modulunun, radiusun böyük qiymətlərində, mümkün qədər dəqiq qiymətləndirilməsi məsələsi Kürə problemi adlanır. Qausun dairə problemin-də aldığı nəticədən asanlıqla aşağıdakı qiymətləndirmə alınır: $R \ll r^2$.

1935-ci ildə İ. M. Vinqradov triqonometrik cəmlər metodunun köməyi ilə aşağıdakı qiymətləndirməni almışdır:

$$R \ll r^{1.4+\varepsilon};$$

burada $\varepsilon > 0$ ixtiyari sabitdir. Bu münasibət sonralar onun tərəfindən və Çen tərəfindən aşağıdakı kimi yaxşılaşdırıldı:

$$R \ll r^{4/3+\varepsilon}.$$

Daha sonra bu qiymətləndirmə başqa riyaziyyatçılar tərəfindən aşağıdakı şəkildə yaxşılaşdırılmışdır:

$$R \ll r^{29/22+\varepsilon} \quad (\text{Çamizo F. və İvanes H. (1995)}),$$

$$R \ll r^{21/16+\varepsilon} \quad (\text{Xis-Braun (1997)}),$$

$$R \ll r^{17/14+\varepsilon} \quad (\text{Arxipova L. G. (2008)}).$$

1926 -cı ildə Szego G. göstərdi ki, $R = \Omega(r \sqrt{\log r})$. 2000-ci ildə isə Tsang K.M. göstərmişdir ki,

$$R = \Omega_{\pm}(r \sqrt{\log r}).$$

Belə bir fərziyyə var ki,

$$R \ll r^{1+\varepsilon}.$$

Bu tədqiqatlarla yanaşı olaraq bəzi riyaziyyatçılar problem başqa bir nöteyi nəzərdən araşdırılmağa başladılar. Bu müəlliflər r radiuslu, lakin mərkəzi koordinat başlanğıcından $\alpha \in [0,1)^3$ nöqtəsinə sürüşdürülmüş kürə daxilində tam nöqtələrin sayını öyrənməyə başladılar. Burada əsas diqqət bu sayın $\alpha \in [0,1)^3$ nöqtəsinin funksiyası kimi öyrənilməsinə verilir. Burada biz, kompüter metodlarının köməyi ilə göstəririk ki, $(\theta, \eta, \xi) \in [0,1)^3$ nöqtəsinin vahid kubda koordinatlarının müəyyən addımla dəyişməsi zamanı mərkəzi həmin nöqtələrdə olan r radiuslu kürələr daxilindəki tam nöqtələrin sayının kürə həcmindən meyli radius tərtibində olur. $N(\theta, \eta, \xi)$ ilə mərkəzi $(\theta, \eta, \xi) \in [0,1)^3$ nöqtəsində olan r radiuslu

kürə daxilindəki tam nöqtələrin sayını içəriə edək. Xüsusi proqram vasitəsi ilə mərkəzin müxtəlif qiymətlərində

$$\frac{|N(\theta, \eta, \xi) - (4.3)\pi r^3|}{r}$$

nisbi xətasının qiymətləri alınmışdır.

Sage proqramının olduqca geniş qrafik təsvir imkanları vardır. Kursoru hərəkət etdirməklə ixtiyari bucaq altında təsvirə baxmaq, hərəkət etdirmək, fırlatmaq, müxtəlif bucaqlardan təsvirə baxmaq olur. Sage proqramı vasitəsi ilə bəzi elementar funksiyaların təsvirlərinin qurulmasına aid konkret misallr göstərilmişdir. Burada qeyri-standart şəkildə verilən bəzi tənliklərin qrafik üsulla həllinə aid bəzi nümunələr verilmişdir.

Sonuncu paraqrafda pedaqoji eksperimentin keçirilməsi və nəticələrin təhlili verilir.

Dissertasiyanın nəticələri experiment vasitəsi ilə təsdiq olunmuşdur. Pedaqoji eksperiment 2020-2021-ci illərdə riyaziyyat-informatika ixtisasının II kursunda aparılmışdır. 2 yarımqrupda proqramlaşdırma dilləri -1 fənni üzrə laboratoriya məşğələlərində elektron təlim texnologiyaları ilə və online SAGE sistemindən istifadə olunmaqla dərslər keçirilmişdir. Eyni qrupların digər yarımqruplarında ənənəvi üsullarla tədris keçirilmişdir (müəllimlər Səbinə Babayeva və Lalə Rəhimova). Bu məqsədlə aşağıdakı mövzular seçilmişdir:

1. Kub tənlikləri təqribi həlli alqoritminin qurulması
2. Kub tənlikləri təqribi həlli (Paskal dilində proqram vasitəsi ilə)
3. Həqiqi ədədlərin zənciri kəsrlərə ayrılması alqoritminin qurulması
4. Həqiqi ədədlərin zənciri kəsrlərə ayrılması

Eksperiment üç mərhələdə aparılmışdır: müəyyənədic, öyrədici və yoxlayıcı mərhələlər.

Müəyyənədic eksperiment mərhələsi. Bu mərhələdə əsas məqsəd real pedaqoji vəziyyətin aşkar etməkdən ibarət olmuşdur. Eksperimentin aparılacağı yarımqruplarda tələbələr və müəllimlərlə görüşlər keçirilmiş, faktlar toplanılmış, ilkin müddəalar müəyyənəldirilmişdir. Digər yarımqruplarda müəllimlərin

proqramlaşdırma dilləri -1 fənnindən dərsləri dinlənilmişdir. Bu mərhələdə müəllimlər və şagirdlərlə uyğun olaraq sorğu aparılmışdır. Sorğuda onlara aşağıdakı suallarla müraciət olunmuşdu:

Müəllimlərə verilən suallar:

1) Proqramlaşdırma dilləri -1 fənni üzrə tələbələrin bilikləri sizi qane edirmi?

2) Proqramlaşdırma dilləri -1 fənni üzrə mövzuların məzmunu sizi qane edirmi?

3) Tənliklərin həlli mövzusunun öyrədilməsində hansı çətinliklər var və onları necə aradan qaldırmaq mümkündür?

4) Zənciri kəsə ayrılış mövzusunun öyrədilməsində hansı proqramlaşdırma dillərinin tətbiqini məqsəduyğun hesab edirsiniz?

Tələbələrə isə aşağıdakı kimi suallarla müraciət edilmişdi:

1) Cəbr fənnindən 3 dərəcəli tənliklərin həlli üçün hansı üsulları bilirsiniz?

2) Üçdərəcəli tənliyin həlli alqoritminin qurulması üçün nələri bilmək lazımdır?

3) Zənciri kəsə nədir?

4) Həqiqi ədədlərin zənciri kəsə ayrılışını hansı üsulla aparmaq olar?

5) Kompüter texnikasının hansı imkanlarından məsələ həllində istifadə etmək mümkündür?

Müəllim və şagirdlərin cavabları anket halında toplanmışdır. Anket sorğusu nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, müəllim və şagirdlərin 72%-i cəbri məsələlərin həlli üçün proqramlaşdırma vasitələri və kompüter texnikasının imkanlarından istifadə etməyə üstünlük verirlər.

Bu sorğunun nəticələrini təhlil edərkən məlum oldu ki, sorğunun nəticələri bütün yarımqruplarda təxminən eyni səviyyədədir. Bu təhlilin nəticəsi belə fikir formalaşdırdı ki, seçilmiş mövzunu məzmunu ənənəvi proqramlarda tələbələrin tələbatına uyğun deyil deyildir. Buna görə də mövzuya yeni yanaşma lazımdır. Belə ki, baxılan məsələdə tələbələrin cəbrdən nəzəri hazırlığına və praktik məzmunu daha çox üstünlük verilməlidir. Ona görə də nəzəri faktlara diqqəti artırmaqla Paskal dilinin üstünlüklərindən istifadə etmək faydalıdır. Məsələnin alqoritmi qurulmalı və paskal dilində

proqram qurularaq icra olunmalıdır. Nəticələrin yoxlanılması onlayn olaraq SAGE sistemi vasitəsi ilə aparıla bilər. Qeyd edək ki, Sage sözü sistemin ingilis dilində adının baş hərflərindən düzəlmişdir: System for Algebraic and Geometry Experimentation (Cəbri və həndəsi experiment sistemi). Adından göründüyü kimi bu sistem sırf hesab, cəbr və həndəsi məsələlər üçün nəzərdə tutulmuşdur. Yaradıcılar sistemi Python dilində yazılmış və yaradarkən istifadəçilərin də yaradıcı çəkildə iştirakını nəzərdə tutmuşlar. Yəni hər bir insan Python dilində kifayət qədər zəngin biliklərə malik olarsa o, sistemə yeni prosedurlar daxil edərək onu internet vasitəsi ilə zənginləşdirə bilər. Sistem internetdə hər bir istifadəçiyə açıqdır. O heç bir şirkət və ya korporasiya tərəfindən inhisara alınmamışdır. Bu cəhətdən onun istifadəsi tam sərbəstdir və heç bir ödəniş tələb etmir. Halbuki, bir çox analoji proqramlardan istifadə açıq deyil. Yəni istifadəçi nəinki öz təkliflərini verə bilər, hətta onun tam sərbəst istifadəsi müəyyən maliyyə müqabilində mümkün olur. Bu nöqteyi nəzərdən elektron təlim üçün SAGE online sistemi olduqca əlverişlidir və müəllif tərəfindən bir neçə il experiment kimi istifadə olunmuşdur.

Dissertasiyanın Nəticə hissəsində tədqiqat zamanı əldə edilmiş qənaətlər aşağıdakı şəkildə ümumiləşdirilmişdir:

1. E-təlim texnologiyaların meydana gəlməsinin tarixi və qarşısında duran çətinliklərin öyrənilməsi, habelə indiyə kimi görünməmiş pandemiya şəraiti göstərir ki, elektron təlim dövrün tələbidir. Bir çox səbəblərə görə e-təlimin, bütün çətinlikləri aradan qaldıraraq, irəliyə doğru inkişaf etdirilməli və tədrisin yeni təlim formasının effektiv üsulları hazırlanmalıdır. Bu səbəbdən elektron təlim texnologiyaları haqda araşdırmalar aktualdır.

2. Dissertasiya işində müəyyən olunmuşdur ki, cəbr fənninin e-təlim üsulları ilə tədrisi müəllim tərəfindən yaradıcı iş tələb edir. Həyatın bütün sahələrinin sürətlə İKT ilə əhatə olunduğu bir zamanda bu texnologiyalardan dərinlən xəbərdar olmaqla eyni zamanda uyğun elm sahəsində ondan istifadə etməyi bacaran kadrların hazırlanması da vacib məsələlərdən biridir. Cəbrin tədrisində bu iki mühüm cəhət təlim fəaliyyətinin elə qurulmasını tələb edir ki, cəbrin bir fənn kimi

əsas biliklərinin öyrədilməsi ilə yeni texnologiyalardan istifadə bir-birini tamamlasın və təlimin effektivliyi təmin olunsun.

3. Eyni zamanda e-təlim tələbələrdə elmi araşdırmalara həvəsi artırmalı və bu istiqamətdə yeni texnologiyaların üstünlüklərinin və istifadə sahəsinin düzgün müəy-yən olunmasını təmin etməlidir.

4. Bəzi məsələlərin online təlimi müəllimin rəhbərliyi ilə xüsusi təchiz olunmuş laboratoriya şəraitində İnternetdən istifadə olunmaqla həyata keçirilməsi xüsusi əhəmiyyətə malikdir.

5. Bir sıra qeyd olunmuş özəlliklərinə görə elmi araşdırmaları stimullaşdırmaq nöqtəyi-nəzərindən məhz SAGE sisteminə üstünlük verilməsi əhəmiyyətlidir.

6. Elmi fəaliyyətə tələbələrin cəlb olunmasını stimullaşdırmaq məqsədi ilə bəzi elmi tədqiqat xarakterli məsələlərə baxılması məqsədəuyğundur.

7. Qoyulan məsələnin həlli üçün düzgün modein qurulması və onun həlli üçün proqram qurulması müəllimlərin dərin nəzəri biliklərə malik olmalarını və tələbələrdə və bu bilikləri formalaşdırmağı tələb edir.

***Tədqiqatın məzmunu, əsas müddəaları və nəticələri
iddiaçının çap etdirdiyi aşağıdakı məqalələrdə öz əksini tapmışdır:***

1. Асланова Н.Ш. Методика преподавания темы «кубические уравнения» в университетах средствами электронного обучения // – Черкасск: Вестник Черкассаого Национального Университета имени Б.Хмельницкого: серия педагогические науки, – 2021. №3, – с.89-99.
2. Асланова Н.Ш. Преподавание темы «кубические уравнения» в университетах средствами электронного обучения // XIV Международная научная конференция «фундаментальные и прикладные проблемы математики и информатики», приуроченная к 90-летию Дагестанского государственного университета. – Махачкала: – 16-19 сентября, – 2021, – с.57-59.
3. Aslanova N.Sh. On Calculation of Elements of Continued Fractions for Cubic Algebraic Numbers // – Baku: Journal of

Contemporary Applied Mathematics, – 2020. V.10, № 1, – p.10-13.

4. Aslanova, N. Sh., Jabbarov, I.Sh. On the Number of Lattice Points in the Shif-ted Circles // – Baku: Azerbaijan Journal of Mathematics, – 2020. V.10, № 2, – p.175-190.
5. Aslanova, N.Ş. Cəbri tənliklər mövzusunda Şturm sisteminin e-təlim üçün uyğun olan məsələləri // – Bakı: Pedaqoji Universitetin Xəbərləri: Riyaziyyat və təbiət elmləri seriyası, – 2021. C.69, №4, – s.18-30.
6. Aslanova N.Ş. Cəbr fənninin e-təlim vasitəsi ilə tədrisinin metodoloji problemləri // – Gəncə: GDU. Elmi xəbərlər. Fundamental, humanitar və təbiət elmləri seriyası, – 2022. №3, – s.150-155.
7. Aslanova N.Ş. Elektron təlimin psixoloji aspektləri // – Bakı: BSU. Humanitar elmlərin öyrənilməsinin aktual problemləri. Ali məktəblərarası elmi məqalələr məcmuəsi, – 2022. №4, – s.226-230.
8. Jabbarov, I.Sh. Aslanova, N.Sh. On a Quadratic Form Agreed with the Norm in One Algebraic Extension // Baku: Materials of International Conference “Modern Problems of Mathematics and Mechanics” Devoted 60th Anniversary of The Institute of Mathematics and Mechanics, – 23-25 October, – 2019, – p.284-285.
9. Jabbarov I.Sh. Aslanova N.Sh. On Optimization Method in the Lattice Points Error Term Problem with Numerical Calculations // Baku: Proceedings of the 8th International Conference on Control and Optimization with industrial applications, – 24-26 August, – 2022, v.2, – p.252-254.



Dissertasiyanın müdafiəsi 18 sentyabr 2026-cı il tarixində saat 14⁰⁰-da Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.15 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ1000, Bakı şəhəri, Ü.Hacıbəyli küçəsi 68, ADPU

Dissertasiya ilə Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin Kitabxana İnformasiya Mərkəzində tanış olmaq mümkündür.

Avtoreferatın elektron versiyası Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 17 avqust 2026-cı il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 25.06.2026
Kağız formatı: 60×84^{1/16}
Həcm: 39183 işarə
Tiraj: 100