НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

На правах рукописи

ЭЛЬМАГА АГАГАСЫМ оглы ГАСЫМОВ

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ К РЕШЕНИЮ НЕКОТОРЫХ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ

1211.01 – Дифференциальные уравнения

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание учёной степени
доктора наук по математике

Баку – 2014

Работа выполнена на кафедре «Математика и методика её преподавания» Бакинского Государственного Университета.

Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор **Гамзага Д. Оруджев**

Официальные оппоненты:
- доктор физико-математических наук **Адалят Я. Ахундов** (Институт Математики и Механики НАНА);
- член корр.НАН Азербайджана, профессор **Юсиф А. Мамедов** (Азербайджанский Государственный Педагогический Университет);
- доктор физико-математических наук, профессор **Тельман Г. Меликов** (Азербайджанский Технологический Университет).

Ведущая организация: Азербайджанский Технический Университет, кафедра «Математика».

Защита диссертации состоится 06 июня 2014-го года в 14^{00} часов на заседании диссертационного совета D 01.111 по присуждению ученой степени доктора наук и доктора философии при Институте Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

Адрес: AZ1141, г.Баку, ул.Б.Вагабзаде, 9.

Автореферат разослан 09 апреля 2014 года.

Ученый секретарь
Диссертационного
Совета D 01.111
ИММ НАНА **доцент Тамилла Х.Гасанова**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. По всей теоретической и прикладной важности смешанная задача для дифференциальных уравнений в частных производных относятся к одной из актуальных проблем математики и математической физики. К таким задачам сводится некоторые задачи электродинамики, задачи подземной гидромеханики, нестационарные задачи для уравнений математической физики и т.д. Смешанная задача для дифференциальных уравнений в частных производных изучалась различными авторами: М.С.Аграновичом, М.И.Вишиком [1], В.А.Ильиным [61,62], Е.А.Бадерко [7], А.В.Бицадзе [10], М.Л.Расуловым [98,96], Н.И.Ионкиным [65], Л.И.Камыниным [69], N.Aliyev, S.M.Hosseini [111], Ю.А.Мамедовым [98,81,80], О.А.Олейником [90], И.Г.Петровским [95], А.А.Самарским [99], В.А.Солонниковым [101], С.Д.Эйдельманом [110], N.Aliyev, M.Jahanshahi [112], В.П.Михайловым [86] и т.д.

Для решения таких задач одним из удобным, но математически не обоснованным, аппаратом было символическое исчисление, использованное инженер-электриком О.Хевисайдом.

В начале XIX в. Фурье предложил метод разделения переменных для интегрирования некоторых линейных дифференциальных уравнений в частных производных при заданных граничных и начальных условиях. Применение метода Фурье к решению смешанных задач с разделяющимися переменными приводит к задаче разложения произвольной функции из некоторого класса по собственным функциям, соответствующей спектральной задаче. Задачи о разложении по собственным и присоединённым функциям и их приложения рассмотрены в работах В.А.Ильина [61,62,63], М.Г.Гасымова [16], Ш.А.Алимова [2], Е.И.Моисеева, Н.О.Таранова [88], А.А.Шкаликова [108], А.И.Вагабова [13], Ю.А.Мамедова [79], Е.И.Моисеева, Н.Аббаси [87], И.С.Ломова [76], P.Bohl [115], M.Gevrey [120], Ю.А.Мамедова, Р.И.Нагиевой [83], Ю.А.Мамедова, Х.И.Ахмедова [82] и т.д.

В 1827 году Коши [116] для решения смешанные задачи с постоянными коэффициентами предложил новый вычетный метод, суть которого заключается в представлении произвольной функции $f(x)$ в виде интегрального вычета.

Вопросу асимптотического представления решений обыкновенных линейных дифференциальных уравнений посвящен ряд работ Г.Д.Биркгофа [114], Я.Д.Тамаркина [103, 123], H.E.Turritin [124], М.Л.Расулова [96], М.А.Наймарка [89], Н.А.Алиева [6], N.Aliyev, Sh.Rezapour, M.Jahanshahi [113] и т.д. В [45] нами получены подходящие асимптотические представления решения системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений, построена фундаментальная матрица $P(x,\xi,\lambda)$ и для произвольной функции $f(x)$ из некоторого класса, установлена целесообразная формула обращения к «оригиналу» через его «изображения»

$$\widetilde{f}(x,\lambda)=\int_a^b P(x,\xi,\lambda)f(\xi)d\xi\,.$$

Одним из методов решения смешанных задач для дифференциальных уравнений в частных производных является метод интегральных преобразований, которым пользовались с успехом A.L.Cauchy [116], Лаплас [75], А.Н.Тихонов [104,105], В.А.Ильин [61,62], М.Л.Расулов [96,97], Ю.А.Мамедов [84,79,81], А.И.Вагабов [13] и т.д.

В 1964 году для решения смешанной задачи с регулярными граничными условиями М.Л.Расулов [96] предложил метод контурного интеграла и его ученики Ю.А.Мамедов, Н.А.Алиев, Э.А.Гасымов и т.д. в своих научных исследованиях использовали этот метод. Ю.А.Мамедовым [79] исследованы некоторые задачи с нерегулярными граничными условиями.

Существует широкий круг смешанных задач, имеющих теоретическую и практическую важности, которые не решаются известными методами Фурье [105], G.D.Birkhoff [114], Я.Д.Тамаркина [103], М.А.Наймарка [89], М.Л.Расулова [97]. В случае нерегулярных краевых условий разложение по собственным и присоединенным функциям обладает рядом специфических особенностей. Исследование автора показало, что при решении таких задач не обязательно использовать формулу разложения Биркгофа-Тамаркина. В настоящей работе предлагается методика, позволяющая найти решение при более общих краевых условиях и более слабых ограничениях на данные задачи. Следовательно, при решении смешанных задач для параболических систем более целесообразны условия и результаты автора, чем ограничения и результаты работ Н.А.Алиева [6], М.Л.Расулова [96], М.А.Наймарка [89], Я.Д.Тамаркина [103,123], G.D.Birkhorff [114], H.E.Turritin [124], связанные с асимптотическим представлением решений однородных систем, соответствующих рассматриваемой системе.

Одним из методов решения смешанных задач для параболических уравнений без производной по времени в граничном условии является теория потенциалов, использованная А.Н.Тихоновым [104,105], Л.И.Камыниным [69], В.П.Михайловым [86], Е.А.Бадерко [7] и т.д. В случае, когда в краевые условия входят старшие производные, использование классических потенциалов простого или двойного слоев не приводит к цели.

В диссертационной работе строятся специальные потенциалы, которые позволяют эффективно решать рассматриваемые смешанные задачи, краевые условия которых содержат производную по времени и старшую производную по пространственной переменной для параболических систем. Даётся решение также широкого круга смешанных задач, имеющих теоретическую и практическую важности, которые не решаются известными методами Фурье [105], G.D.Birkhoff [114], Я.Д.Тамаркина [103], М.А.Наймарка [89], М.Л.Расулова [97].

Исследование некоторых практических процессов сводится к решению задачи:

1) На сопряжение уравнений параболического типа.
2) На сопряжение уравнений параболического и гиперболического типов С.И.Гайдука [15].
3) На сопряжение уравнений гиперболических типов.

Развивая способ применения конечного интегрального преобразования (СПКИП), весьма актуально решить такие смешанные задачи, которые не решаются вышеуказанными методами.

Цель работы. С помощью СПКИП изучать вопросы существования и единственности классического решения смешанных задач:

1) на сопряжение для параболических систем разных порядков с нелокальными и нерегулярными краевыми условиями;
2) с интегро-дифференциальными условиями для параболических систем в полупространстве;

3) для параболических систем с разделёнными переменными (в многомерном случае);
4) для параболических систем с разрывными коэффициентами, содержащие в интегро-дифференциальных краевых условиях производные порядка, превышающего порядок уравнения;
5) на сопряжение гиперболических систем разных порядков;
6) для некоторых нетиповых уравнений с интегро-дифференциальными условиями.

Общая методика исследований. Для исследования рассматриваемых смешанных задач используются методы: интегральных преобразований; теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений; теории функций комплексного переменного; теории параболических потенциалов; уравнений математической физики; дифференциальных уравнений в частных производных.

Научная новизна. 1. СПКИП развивался и область применения этого метода расширялся. СПКИП сводится к следующим этапам:

i) От искомой функции $u(x,t)$ переходим к функцию $\widetilde{u}(x,t,\lambda)$ («изображения» $u(x,t)$) комплексного переменного λ:

$$\widetilde{u}(x,t\lambda)=\int_0^t \omega(\tau)\exp\left[-\lambda\int_0^\tau \omega(\eta)d\eta\right]u(x,\tau)d\tau,$$

или

$$\widetilde{u}(x,t\lambda)=\int_t^T \omega(\tau)\exp\left[-\lambda\int_0^\tau \omega(\eta)d\eta\right]u(x,\tau)d\tau .$$

ii) Над изображением $\widetilde{u}(x,t,\lambda)$ производим операции, соответствующие заданным операциям над $u(x,t)$ - получаем «операционное уравнение» (параметрическая задача).

iii) В λ-плоскости находим «подходящую» область Ω и в ней решаем «операционное уравнение» относительно по $\widetilde{u}(x,t,\lambda)$:

$$\widetilde{u}(x,t,\lambda)=I(x,t,\lambda,u(x,t))+\Phi(x,t,\lambda).$$

iv) В области Ω находим «подходящую» гладкую линию ☹ и от найденного изображения $\widetilde{u}(x,t,\lambda)$ переходим к оригиналу

$$u(x,t)=\alpha\int_{\text{☹}}\exp\left[\lambda\int_0^t\omega(\tau)d\tau\right]\left\{\widetilde{u}(x,t,\lambda)-I(x,t,\lambda,u(x,t))\right\}d\lambda .$$

2. Установлены формулы обращений «произвольной» вектор-функции через:

i) $P(x,\xi,\lambda)$ - фундаментальная матрица;

ii) $G(x,\xi,\lambda)$ - матрица Грина параметрической задачи;

iii) для произвольного вектора γ и целого числа m установлена формула обращения в нуль:

$$\int_{\text{☹}}\lambda^m\delta(x,\lambda,\gamma)\,d\lambda=0 ,$$

где $\delta(x,\lambda,\gamma)$ - решение однородного уравнения параметрической задачи, удовлетворяющее не однородным граничным условиям.

3. Исследованы смешанные задачи на сопряжение для параболических систем разных порядков с нелокальными и не регулярными «краевыми» условиями. Вводится понятие «правильности» граничных условий параметрической задачи, которые шире, чем понятия регулярности в смысле Брикгофа-Тамаркина-Расулова-Наймарка. С помощью СПКИП, при ограничениях «правильности» граничных условий, получено аналитическое представление решения исследуемой задачи.

4. При определённых условиях, СПКИП получены аналитические представления решения вышеуказанных смешанных задач.

Теоретическая и практическая ценность. Разработан единый математический аппарат СПКИП для исследования смешанных задач для некоторых дифференциальных уравнений с частными производными, позволяющий непосредственно получить аналитическое представление решений рассматриваемых смешанных задач. Полученные результаты охватывают некоторые смешанные задачи, описывающие тепловые, диффузионные и колебательные процессы, а также могут найти применения в процессах, которые описываются с помощью смешанных задач, поставленных для неклассических уравнений, задачи подземной гидромеханики и т.п.

Апробация работы. Основные результаты диссертации доложены на семинаре кафедры Общей Математики МГУ им.М.В.Ломоносова (1992 г., руководитель В.А.Ильин); на семинаре отдела «Уравнения математической физики» ИМ им.В.А. Стеклова АН СССР (1992 г., руководитель А.В.Бицадзе); на семинарах кафедр «Математика и методика ее преподавания» и «Уравнения математической физики» БГУ (1990-2012 гг.); на семинаре отдела «Уравнения математической физики» ИМ АН Азербайджана; на конференциях

– молодых учёных по математике и механике, Баку, 1988г.;
– Abstrakts moderen problems of applied mathematics and information technologies – Al Khorezmiy, Tashkent, 2009;
– посвященной 80-летию К.Т.Ахмедова, Баку, 1988г.;
– посвященной 80-летию А.Ш.Габиб-заде, Баку, 1996г.;
– посвященной 80-летию Бакинского Государственного Университета, Баку, 1999;
– посвященной 85-летию Г.А.Алиева, Баку, 2008;
– посвященной 100-летию А.И.Гусейнова, Баку, 2007 г.;
– посвященной 50-летию Института Математики и Механики НАН Азербайджана. Баку, 2009 г.;
– Abstracts of the third congress of the world mathematical society of Turkic countries, Almaty, 2009 ;
– посвященной 80-летнему юбилею академика Ф.Г.Максудова, Баку, 2010 г.;
– посвященной 100-летнему юбилею академика З.И.Халилова, Баку, 2011 г.;
– посвященной 100-летнему юбилею академика И.И.Ибрагимова, Баку, 2012 г.;
– посвященной 70-летию А.А. Бабаева, Баку, 2004;
– посвященной 90-летию К.Т.Ахмедова, Баку, 2007;
– посвященной 80-летию Я.Дж.Мамедова, Баку, 2010.
– посвященной 50-летию кафедры Вычислительной математики БГУ, Баку, 2012 г.

Публикация. По материалам диссертационной работы опубликованы 42 работ ([25-54,56-60,91-93,117-119,122]).

Структура и объём работы. Работа состоит из введения, П.1, четырёх глав, выводов и списка литературы, включающего 124 наименования. Объём работы 304 страницы.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

В введении даётся краткий обзор работ, примыкающих к теме диссертации, и излагается краткое содержание диссертации.

В П.1 излагается конечное интегральное преобразование.

Пусть $f(t)$ - комплексная, $\omega(t)$ - вещественные функции действительного аргумента t $(0 \le t \le T,\ T -$ некоторое положительное число) и $f,\ \omega,\ f \cdot \omega \in L([0,T])$.

Определение 1. Изображением функции $f(t)$ назовем функцию $\widetilde{f}_{\pm}(\lambda,t)$, определенную формулой

$$\begin{aligned} \widetilde{f}_{-}(\lambda,t) &= \int_0^t \omega(\tau)\exp\left[-\lambda\int_0^\tau \omega(\eta)d\eta\right] f(\tau)d\tau, \\ \widetilde{f}_{+}(\lambda,t) &= \int_t^T \omega(\tau)\exp\left[-\lambda\int_0^\tau \omega(\eta)d\eta\right] f(\tau)d\tau, \quad t\in[0,T], \end{aligned} \tag{1}$$

где λ - комплексное число.

Здесь доказана

Теорема 1. Пусть $\omega(t) \in C((0,T]) \cap L([0,T])$, $\int_\tau^t \omega(\eta)d\eta > 0$ при $0 \le \tau < t \le T$, $f(t)$ - ограниченная и непрерывная (кроме счетного числа точек, в которых она может терпеть разрыв первого рода) по $t \in [0,T]$.

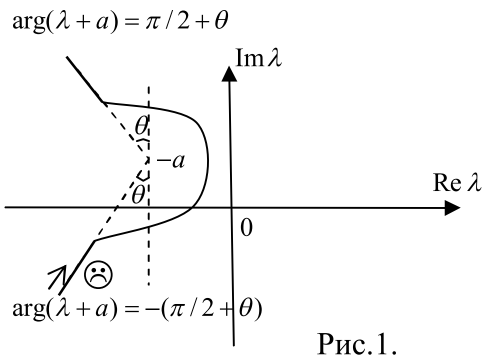

Рис.1.

Тогда, при всех $t(0 < t < T)$, функция $f(t \pm 0) \equiv \lim\limits_{\tau \to t\pm 0} f(\tau)$ представляется через свое изображение в виде

$$f(t\pm 0) = \frac{1}{(\pi - 2\theta)\sqrt{-1}} \int_{☹} \exp\left[\lambda \int_0^t \omega(\tau)d\tau\right] \widetilde{f}_{\pm}(\lambda,t)d\lambda, \tag{2}$$

где ☹ - бесконечная гладкая линия в $\lambda -$ плоскости, достаточно далекая часть которой совпадает с продолжениями лучей $\arg(\lambda + a) = \pm\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$; $a,\ \theta$ $(0 < \theta < \pi/2)$ - некоторые константы, причем в (2) интеграл по ☹ понимается в смысле главного значения.

В главе I исследована смешанная задача на сопряжение для параболических систем разных порядков с нелокальными краевыми условиями.

В разделе 1.1 формулируется постановка задачи:

Найти решение системы

$$L_i(a(t),x)u_i(x,t) \equiv D_t u_i(x,t) - a(t)\sum_{j=0}^{2p_i} A_{ij}(x) D_x^j u_i(x,t) = f_i(x,t), \\ x\in(a_i,b_i),\quad t\in(0,T),\quad i=\overline{1,n}, \tag{1.1}$$

при условии

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{\chi(i)}\sum_{m=0}^{s(j,i)} a^{1-j}(t)\Big\{\alpha_{jm}^{(i)} D_x^m D_t^j\ u_i(x,t)\big|_{x=a_i} + \beta_{jm}^{(i)} D_x^m D_t^j u_i(x,t)\big|_{x=b_i} + \\ + \int_{a_i}^{b_i} \gamma_{jm}^{(i)}(\xi) D_\xi^m D_t^j u_i(\xi,t)d\xi\Big\} = \varphi(t),\ t\in(0,T), \tag{1.2}$$

и начальных условиях

$$u_i(x,0) = \Phi_i(x),\quad x\in(a_i,b_i),\quad i=1,2,\ldots,n, \tag{1.3}$$

где A_{ij} - квадратные матрицы порядка r_i, a - скалярная функция; $\alpha_{jm}^{(i)}, \beta_{jm}^{(i)}, \gamma_{jm}^{(i)}(\xi)$ - матрицы размеров $N \times r_i$, $N \equiv 2\sum_{\nu=1}^{n} d_\nu$, $d_\nu \equiv p_\nu r_\nu$; Φ_i, f_i, u_i - столбцы размера r_i; φ - столбец размера N; $r_i,\ p_i,\ n$ - натуральные числа; $\chi(i) - 0$ или 1; $s(j,i)$ - неотрицательные целые числа, меньшие или равные $2p_i - 1$;

$T(0<T\le\infty)$, a_i,b_i $(a_i<b_i)$- конечные числа. Здесь u_i $(i=\overline{1,n})$ - искомое решение этой задачи, а остальные данные, входящие в (1.1)-(1.3), считаются известными. Как видно, условие (1.2) содержит производную по времени (т.е. старшую производную), и так же, производную порядка, превышающую порядок уравнения.

Предполагается, что

1^0. Коэффициенты $L_i(1,x)$ непрерывны в $I_i\equiv[a_i,b_i]$ и операторы $L_i(1,x)$ - равномерно параболические в $\Omega_i\equiv I_i\times[0,T]$ в смысле И.Г.Петровского [24].

2^0. Функция $a(t)$ неотрицательная, $\alpha(t)\in C((0,T])\cap L(0,T)$,

$\int_\tau^t a(\eta)d\eta>0$ $(0\le\tau<t\le T)$, $\varphi\in L(0,T)$, $\Phi_i\in L(I_i)$, $f_i\in L(\Omega_i)$,

$\gamma_{jm}^{(i)}(\xi)\in L(I_i)$; $\alpha_{jm}^{(i)}$, $\beta_{jm}^{(i)}$ - постоянные матрицы, $\Phi_i(x)$ - непрерывна в I_i и если $\chi(i)\ne 0$, то $\Phi_i(x)\in C^{l_i}(I_i)$, где $l_i\equiv s(\chi(i),i)$, $i=1,2,\ldots,n$.

Определение. Будем говорить, что $u_i(x,t)$ $(i=\overline{1,n})$- решение задачи (1.1)-(1.3), если $u_i\in C(\Omega_i)$, $D_x^k u_i(x,t)\in C(I_i\times(0,T])$, $(k=\overline{1,2p_i-1})$; $D_t u_i(x,t)$, $D_x^{2p_i}u_i(x,t)\in C((a_i,b_i)\times(0,T])$;

$D_x^k\chi(i)\,u_i(x,t)\in C(\Omega_i)$, $(k=\overline{0,s(\chi(i),i)})$;

$D_x^m D_t^j u_i(x,t)\in C(I_i\times(0,T])$, $(j=0,\ \chi(i);\ m=\overline{0,s}(j,i))$, $i=\overline{1,n}$,

и равенства (1.1)-(1.3) выполняются почти всюду.

В разделе 1.2 рассматривается параметрическая задача

$$\text{☹}_i(x,z_i)y_i(x,\lambda)\equiv\sum_{j=0}^{2p_i}A_{ij}(x)D_x^j y_i(x,\lambda)-z_i^{2p_i}y_i(x,\lambda)=\psi_i(x),\tag{1.10}$$

$$x\in(a_i,b_i),\quad i=\overline{1,n},\quad z_i\equiv\lambda^{q_i},\quad q_i\equiv p/p_i,$$

$$\sum_{i=1}^n U_\lambda^{(i)}y_i(x,\lambda)=\gamma,\tag{1.11}$$

здесь ψ_i - столбец размера r_i,γ - постоянный вектор размера N; p - наименьшее общее кратное чисел $p_1,p_2,\ldots,p_n$;

$\lambda\in R_\delta\equiv\{\lambda:|\lambda|\ge R,\ |\arg\lambda|\le\delta+\pi/(4p)\}$, (R - достаточно большое положительное число, $\delta(0<\delta<\pi/(4p))$ - некоторая положительная константа, для которой выполняются нижеследующие неравенства (1.14)) , y_i - искомый столбец размера r_i;

$$U_\lambda^{(i)}y_i(x,\lambda)\equiv\sum_{j=0}^{\chi(i)}\sum_{m=0}^{s(j,i)}\Big\{\lambda^{j2p}\alpha_{jm}^{(i)}D_x^m y_i(x,\lambda)/_{x=a_i}+$$

$$+\beta_{jm}^{(i)}D_x^m y_i(x,\lambda)/_{x=b_i}+\int_{a_i}^{b_i}\gamma_{jm}^{(i)}(\xi)D_\xi^m y_i(\xi,\lambda)d\xi\Big\}.$$

3^0. Пусть для каждой i $(i=\overline{1,n})$ корни уравнения (по μ)

$$\det\left(B_i^{-1}(x)-\mu E_i\right)=0,\qquad x\in[a_i,b_i],\tag{1.12}$$

не меняют свои кратности при изменении независимого переменного $x\in[a_i,b_i]$, где $B_i(x)\equiv A_{i2p_i}(x)$, μ - скалярный параметр, E_i - единичная матрица размера r_i.

4^0.Предположим, что $A_{i2p_i}(x)\in C^{M_i}(I_i)$, $A_{i2p_i-1-s}(x)\in C^{M_i-1-s}(I_i)$, при $0\le s\le\min(2p_i-1;\ n_i)$, где $M_i=q_i^{(0)}+1+n_i$; $n_i=0$, при $m_i=0$ и $n_i=(1+m_i)r_0^{(i)}-1$, при $m_i\ge1$, $(i=1,2,\ldots,n)$.

Положим*)

$$a_{ik}(\lambda)=\sum_{\nu=0}^{\chi(i)}\sum_{m=0}^{s(\nu,i)}\lambda^{\nu\cdot2p}\left\{\alpha_{\nu m}^{(i)}D_x^m y_k^{(i)}(x,\lambda)\Big|_{x=a_i}+\int_{a_i}^{b_i}\gamma_{\nu m}^{(i)}(\xi)D_\xi^m y_k^{(i)}(\xi,\lambda)d\xi\right\}$$

при $j=\overline{1,p_i}$,

$$a_{i,k}(\lambda)=\sum_{\nu=0}^{\chi(i)}\sum_{m=0}^{s(\nu,i)}\lambda^{\nu\cdot2p}\Big\{\beta_{\nu m}^{(i)}D_x^m y_k^{(i)}(x,\lambda)\Big|_{x=b_i}+$$

*) Обозначения использованные здесь и в диссертационной работе одинаково. Из-за ограничения объёма автореферата о некоторых обозначениях не даётся полные выражения.

$$+\int_{a_i}^{b_i}\gamma_{\nu m}^{(i)}(\xi)D_\xi^m y_k^{(i)}(\xi,\lambda)d\xi\Bigg\} \qquad (1.20)$$

при $j=\overline{p_i+1,2p_i}$, здесь $k\equiv 2p_i\left(r_1^{(i)}+\ldots+r_{s-1}^{(i)}\right)+q+(j-1)r_s^{(i)}$,

где $q=\overline{1,r_s^{(i)}}$, $s=\overline{1,k_i}$;

$$\delta(\lambda)\equiv \det\left(a_{11}(\lambda)\ldots a_{12d_1}(\lambda)\ldots a_{n1}(\lambda)\ldots a_{n2d_n}(\lambda)\right). \qquad (1.21)$$

Определение 3. Будем говорить, что условия (1.11) правильны, если

$$|\delta(\lambda)|\ge\alpha|\lambda|^r,\quad \lambda\in R_\delta, \qquad (1.22)$$

где r - некоторое число из интервала $(-\infty,\infty)$, α - некоторая положительная константа.

Когда в (1.11) не входят выражения, содержащие интегралы, то из (1.20) имеем

$$a_{ik}(\lambda)=\lambda^J a_{ik}^{(J)}+\lambda^{J-1}a_{ik}^{(J-1)}+\ldots+\lambda^{J-I}a_{ik}^{(J-I)}+O\left(\lambda^{J-I-1}\right), \qquad (1.23)$$

$$J\equiv J_{ik},\ I\equiv I_{ik},\ \lambda\in R_\delta,\ k=\overline{1,2d_i},\ i=\overline{1,n};$$

здесь $a_{ik}^{(\nu)}$- постоянные векторы; J_{ik} - наивысшая возможная степень по λ, I_{ik} - некоторое неотрицательное целое число. Отметим, что число I_{ik}, входящее в (1.23), можно брать достаточно большим (т.е. для $a_{ik}(\lambda)$ можно получить более точную асимптотику), если число m_i, входящее в условие 4^0, достаточно большое. Разлагая определитель (1.21) с учетом (1.23), имеем

$$\delta(\lambda)=\alpha_m\lambda^m+\alpha_{m-1}\lambda^{m-1}+\ldots+\alpha_{m-s}\lambda^{m-s}+O\left(\lambda^{m-s-1}\right),\ \lambda\in R_\delta, \qquad (1.24)$$

где m - наивысшая возможная степень по λ, s - некоторое неотрицательное целое число, α_ν - некоторые числа. Попутно отметим, что число s, входящее в (1.24), можно брать достаточно большим (т.е. для $\delta(\lambda)$ можно получить более точную асимптотику) если числа $m_1,m_2,\ldots m_n$, входящие в условие 4^0, достаточно большие. В этом случае (т.е. в случае, когда в (1.11) не входят выражения, содержащие интегралы) правильность (по определению 3) условий (1.11) эквивалентны следующему предположению 5^0.

5^0. Хотя бы одно из чисел $\alpha_m,\alpha_{m-1},\ldots,\alpha_{m-s}$ (из (1.24)) отлично от нуля.

Имеет место

Лемма 1.1. Пусть выполняются ограничения 1^0, 3^0, 4^0 и условия (1.11) правильны. Тогда при $\psi_i\in L(I_i)$, $\left(i=\overline{1,n}\right)$, $\lambda\in R_\delta$ задача (1.10)-(1.11):

1) имеет единственное решение,
2) это решение можно представить формулой

$$y_i(x,\lambda)=\sum_\nu^n\int_{a_\nu}^{b_\nu}G_{i\nu}(x,\xi,\lambda)\psi_\nu(\xi)d\xi+\delta_i(x,\lambda,\gamma),$$

$$x\in I_i,\ \lambda\in R_\delta,\ i=\overline{1,n}. \qquad (1.25)$$

Теорема 1.1. При условиях леммы 1.1 и $\psi_j(x)\in L(I_j)$, $\left(j=\overline{1,n}\right)$, если $\psi_i(x)$ непрерывна по Гёльдеру с показателем q $(0<q\le 1)$ в $[\alpha_i,\beta_i]$ (α_i и β_i - некоторые числа, удовлетворяющие неравенству $a_i<\alpha_i<\beta_i<b_i$), то при $x\in(\alpha_i,\beta_i)$ имеет место формула обращения

$$-\frac{2p}{(\pi+4p\delta)\sqrt{-1}}\int_{☹}\lambda^{2p-1}y_i(x,\lambda)d\lambda=\psi_i(x), \qquad (1.32)$$

где y_i - из (1.25), ☹- бесконечная гладкая линия в R_δ, достаточно далекая часть которой совпадает с продолжениями лучей $\arg\lambda=\pm(\delta+\pi/(4p))$, причем в (1.32) интеграл по линиям ☹ понимается в смысле главного значения.

В разделе 1.3 доказывается следующая

Теорема 1.2. Пусть выполняются условия 1^0- 4^0 и условия (1.11) правильны. Тогда, если задача (1.1)-(1.3) имеет решение, то оно представляется формулой

$$u_i(x,t)=\frac{p}{\pi\sqrt{-1}}\int_{☹}\lambda^{2p-1}\exp\left[\lambda^{2p}\int_0^t a(\eta)d\eta\right]\Big\{\delta_i\Big(x,\lambda,\gamma_0+$$

$$+\int_0^t exp\left[-\lambda^{2p}\int_0^\tau a(\eta)d\eta\right]\varphi(\tau)d\tau\right)-\sum_{\nu=1}^{n}\int_{a_\nu}^{b_\nu}G_{i\nu}(x,\xi,\lambda)\cdot$$

$$\cdot\left[\Phi_\nu(\xi)+\int_0^t \exp\left(-\lambda^{2p}\int_0^\tau a(\eta)d\eta\right)f_\nu(\xi,\tau)d\tau\right]d\xi\right\}d\lambda, \qquad (1.38)$$

$$x\in(a_i,b_i),\quad t\in(0,T],\ i=\overline{1,n}\ ,$$

где ☹ - бесконечная гладкая линия в R_δ, достаточно далекая часть которой совпадает с продолжениями лучей $\arg\lambda=\pm(\delta+\pi/(4p))$, причем в (1.38) интеграл по линиям ☹ понимается в смысле главного значения.

Из вышеприведенных рассуждений получаем следующие утверждения.

Следствие 1. При условиях теоремы 1.2 задача (1.1)-(1.3) имеет не более одного решения.

Следствие 2. При условиях теоремы 1.2, если вектор-функции $u_i(x,t)$, $(i=\overline{1,n})$, определяемые формулой (1.38), не являются решением задачи (1.1)-(1.3), то эта задача не имеет решения.

В разделе 1.4 рассматривается задача нахождения решения системы уравнений

$$\Im_i(x,z_i)y_i\equiv\sum_{j=0}^{2p_i}A_{ij}(x)D_x^j y_i-z_i^{2p_i}y_i=\psi_i(x), \qquad (1.59)$$

$$x\in I_i\,,\quad z_i=\lambda^{q_i},\ q_i=p/p_i,\ i=\overline{1,n},$$

при граничных условиях

$$\sum_{i=1}^{n}U_\lambda^{(i)}y_i=\gamma, \qquad (1.60)$$

где

$$U_\lambda^{(i)}y_i=\sum_{s=1}^{2}U_\lambda^{is}y_i,\ U_\lambda^{i1}y_i=\sum_{j=0}^{\chi_i}\sum_{m=0}^{S_{ji}}\lambda^{j2p}\alpha_{jm}^{(i)}D_x^m y_i\Big|_{x=a_i},$$

$$U_\lambda^{i2}y_i=\sum_{j=0}^{\chi_i}\sum_{m=0}^{S_{ji}}\lambda^{j2p}\beta_{jm}^{(i)}D_x^m y_i\Big|_{x=b_i},\ \chi_i\equiv\chi(i),\ S_{ji}\equiv s((j,i), \qquad (1.61)$$

$\psi_i(\psi_i\in L(I_i))$ - столбец размера r_i, γ -постоянный вектор размера N, p -наименьшее общее кратное чисел $p_1,p_2,...,p_n$.

Предполагается выполнение одного из следующих ограничений 8^0 или 8^1.

8^0. Пусть $\theta_j^{(i)}(x)\in C^{2p_i-1}(I_i)$, $(j=\overline{1,2d_i})$ и вектор-функция (размера r_i)

$g_{ij}^{(\nu)}(x)\in C^{2p_i}(I_i)$ $\quad(\nu=\overline{0,m_i},\ \ j=\overline{1,2d_i})$ такие, что для

$y_{ij}^{(m_i)}(x,z)=\exp\left[z\int_{a_i}^{x}\theta_j^{(i)}(\xi)d\xi\right]\sum_{\nu=0}^{m_i}z^{-\nu}g_{ij}^{(\nu)}(x)$ имеет место

$$\Im_i(x,z)y_{ij}^{(m_i)}(x,z)=\exp\left[z\int_{a_i}^{x}\theta_j^{(i)}(\xi)d\xi\right]O(z^{2p_i-m_i-1}),$$

$$x\in I_i,\ (j=\overline{1,2d_i}), \qquad (1.71)$$

$$Q_i(x)\equiv\det\left(\left[\theta_j^{(i)}(x)\right]^k g_{ij}^{(0)}(x)\right)_{\substack{0\le k\le 2p_i-1\\ 1\le j\le 2d_i}}\neq 0,\qquad x\in I_i. \qquad (1.72)$$

8^1. Пусть однородное уравнение, соответствующее $i-$ му уравнению из (1.59), при $z_i\in\left\{z_i:\left|\arg z_i\right|\le\frac{\pi}{4p_i}+\delta q_i,\ \left|z_i\right|\ge R_1\right\}$ (R_1- достаточно большое положительное число), $x\in[a_i\ \ b_i]$ имеет систему фундаментальных частных решений $\gamma_{ij}(x,z_i)$ $(j=\overline{1,2d_i})$, которые вместе с производными до $(2p_i-1)$-го порядка включительно представляются в виде асимптотики Биргкофа-Тамаркина

$$D_x^k\gamma_{ij}(x,z_i)=z_i^k\exp\left[z_i\int_{a_i}^{x}\theta_j^{(i)}(\xi)d\xi\right]\left[\sum_{\nu=0}^{m_i}z_i^{-\nu}W_{\nu k}^{ij}(x)+O(z_i^{-1-m_i})\right],$$

$$(k=\overline{0,2p_i-1}),$$

где коэффициенты $W_{\nu k}^{ij}(x)$ - некоторые вектор-функции, которые при $x\in I_i$ предполагаются непрерывными.

В 8^0 и 8^1 m_i – некоторое неотрицательное целое число и всюду $i=\overline{1,n}$.

Положим

$$U_\lambda^{i1} y_{ik}(x,\lambda)=\begin{cases} b_{ik}(\lambda), & k=\overline{1,d_i};\\ a_{ik}(\lambda), & k=\overline{d_i+1,2d_i}, \end{cases},$$
$$U_\lambda^{i2} y_{ik}(x,\lambda)=\begin{cases} a_{ik}(\lambda), & k=\overline{1,d_i};\\ b_{ik}(\lambda), & k=\overline{d_i+1,2d_i}. \end{cases} \quad (1.87)$$

Разлагая определитель

$$\delta(\lambda)=\det(a_{11}(\lambda)...a_{12d_1}(\lambda)...a_{n1}(\lambda)...a_{n2d_n}(\lambda)), \quad (1.88)$$

получим

$$\delta(\lambda)=A_K\lambda^K+A_{K-1}\lambda^{K-1}+...+A_{K-M}\lambda^{K-M}+O(\lambda^{K-M-1}), \quad (1.89)$$
$$\lambda\in R_\delta,$$

где K – наивысшая возможная степень λ, M -некоторое неотрицательное целое число.

Определение 1. Граничные условия (1.60) будем называть правильными, если хотя бы одно из чисел $A_K, A_{K-1},...A_{K-M}$ (из (1.89)) отлично от нуля.

Имеет место

Лемма 1.2. Пусть выполняются ограничения 1^0, 8^0 (или 8^1) и граничные условия (1.60) правильны. Тогда при $\psi_i\in L(I_i)$ $(i=\overline{1,n})$, $\lambda\in R_\delta$ задача (1.59)-(1.60)

I) имеет единственное решение,

II) это решение можно представить формулой

$$y_i(x,\lambda)=\delta_i(x,\lambda,\gamma)+\sum_{\nu=1}^{n}\int_{a_\nu}^{b_\nu}G_{i\nu}(x,\xi,\lambda)B_\nu^{-1}(\xi)\psi_\nu(\xi)d\xi \quad (1.90)$$
$$x\in I_i,\ i=\overline{1,n}.$$

Имеет место

Теорема 1.3. При условиях леммы 1.2 и $\psi_j(x)\in L(I_j)$ $(j=\overline{1,n})$, если $B_i^{-1}(x),\psi_i(x)$ непрерывны по Гельдеру с показателем $q(0<q\le 1)$ в $[\alpha_i\ \beta_i]$ (α_i,β_i – некоторые

числа удовлетворяющие неравенству $a_i<\alpha_i<\beta_i<b_i$), то при $x\in(\alpha_i\ \beta_i)$ имеет место формула обращения

$$-\left(\frac{\pi}{2p}+2\delta\right)^{-1}\frac{1}{\sqrt{-1}}\int_{\Im}\lambda^{2p-1}y_i(x,\lambda)d\lambda=\psi_i(x), \quad (1.102)$$

где вектор-функция $y_i(x,\lambda)$ определяется формулой (1.90), $\Im$ - бесконечная гладкая линия в R_δ, достаточно далекая часть которой совпадает с продолжениями лучей $\arg\lambda=\pm\left(\frac{\pi}{4p}+\delta\right)$, причем в (1.102) интеграл по линиям $\Im$ понимается в смысле главного значения.

В разделе 1.5 доказывается существование и единственность решения смешанной задачи (1.1)-(1.3)

Предположим, что

9^0. $a(t)\in C([0\ T])$, $a(t)>0$ при $t\in[0\ T]$, $\Phi_i(x)\in C^1(I_i)$, $f_i(x,t)\in C(\Omega_i)$, где $i=\overline{1,n}$.

10^0. Пусть в условии (1.2)

$$\gamma_{jm}^{(i)}(\xi)\equiv 0,\ m=0,...,s(j,i);\ \ j=0,\ \chi(i);\ \ i=1,...,n.$$

Имеет место

Лемма 1.3. Пусть выполняются ограничения 1^0 - 4^0, 8^0 (или 8^1), 9^0, 10^0 и краевые условия (1.60) правильны. Тогда, вектор-функции u_i $(i=1,...,n)$, определяемые формулой (1.38), удовлетворяют начальному условию (1.3).

Лемма 1.4. При ограничениях леммы 1.3, если $\varphi\in C((0\ T])\cap L(0\ T)$, $a(t)\in C^1([0\ T])$, $D_t f_i(x,t)\in C(\Omega_i)$ $(i=\overline{1,n})$, то вектор-функции $u_i(i=\overline{1,n})$, определяемые формулой (1.38), удовлетворяют системе уравнений (1.1).

Пусть h_k и S_k наименьшие неотрицательные целые числа, удовлетворяющие неравенствам

$$S_k>\max_{1\le i\le n}\max_{j=0,\chi_i}(j2p+q_iS_{ji}+m_{ki})/(2p) \qquad (k=1,2,...,N),$$

$$h_k > \max\left\{-1+\max_{1\le i\le n}\max_{j=0,\chi_i}(j2p+S_{ji}q_i+n_{ik})/(2p);\right.$$
$$\left.-1+\max_{j=0,\chi_i}(j2p+S_{jk}q_k)/(2p)\right\},(k=\overline{1,n}). \qquad (1.144)$$

Имеет место

Теорема 1.4. При условиях леммы 1.3, если $\{\varphi\}_k \in C^{S_k}([0\ T])$ $(k=\overline{1,N})$, $D_t^k f_i \in C(\Omega_i)$, $(k=\overline{0,h_i},\ i=\overline{1,n})$, $a(t)\in C^l([0\ T])$ $(l=\max\limits_{k=\overline{1,N},\ i=\overline{1,n}}(S_k,h_i))$, то вектор-функции u_i $(i=\overline{1,n})$, определяемые формулой (1.38), удовлетворяют условиям задачи (1.1)-(1.3).

Пусть ν_k,μ_j,ν_{jm} – наименьшие неотрицательные целые числа, для которых выполняются следующие неравенства

$$\begin{aligned}
&\max_{1\le i\le n}(2p+1+m_{ki})/(2p)\le\nu_k, \quad (k=1,2,..,N),\\
&\max\left\{1,(1+q_j+\max_{1\le i\le n}n_{ij})/(2p)\right\}\le\mu_j \quad (j=1,2,..n),\\
&(1+q_j-2p-m2p+\max_{1\le i\le n}n_{ij}/q_j\le\nu_{jm} \quad (m=\overline{0,\mu_j-1},\ j=\overline{1,n}),\\
&\sigma_{i0}=1+m_i,\ \sigma_{ik}=\nu_{ik-1} \qquad k=\overline{1,\mu_i}, \quad (i=\overline{1,n}).
\end{aligned} \qquad (1.152)$$

11^0. Предположим, что в 8^0 (или 8^1) числа m_i выбраны так, что выполняются неравенства $\left(1+\max\limits_{1\le j\le n}n_{ji}\right)/q_i\le m_i$ и далее, пусть

$$W_{\nu k}^{ij}(x)\in C^{1+m_i-\nu}(I_i) \quad (\nu=\overline{0,m_i},\ k=\overline{0,2p_i-1},\ j=\overline{1,2d_i}),$$
$$\theta_j^{(i)}\in C^{1+m_i}(I_i) \quad (j=\overline{1,2d_i}), \quad B_i\in C^{1+m_i}(I_i), \quad \{\varphi\}_k\in C^{\nu_k}([0\ T]) \quad (k=\overline{1,N}),$$
$$D_t^m\{\varphi(t)\}_k\Big|_{t=0}=0 \qquad (m=\overline{0,\nu_k-1},\ k=\overline{1,N}), \quad D_t^k f_i(x,t)\in C(\Omega_i) \quad (k=\overline{0,\mu_i}),$$
$$\Phi_i^{(k)}\in C^{\sigma_{ik}}(I_i) \quad (k=\overline{0,\mu_i}), \ D_x^m\Phi_i^{(k)}(x)\Big|_{x=a_i}=D_x^m\Phi_i^{(k)}(x)\Big|_{x=b_i}=0,$$
$$(m=\overline{0,\sigma_{ik}-1},\ k=\overline{0,\mu_i}),\ a(t)\in C^\nu([0\ T]), \quad \nu=\max_{j=\overline{1,n},\ k=\overline{1,N}}(\mu_j,\nu_k),$$

здесь всюду $i=\overline{1,n}$.

Имеет место

Теорема 1.5. При ограничениях теоремы 1.4, если выполняется и условие 11^0, то вектор-функции u_i $(i=\overline{1,n})$, определяемые формулой (1.38), удовлетворяют условиям задачи (1.1)-(1.3) и для них имеют место оценки:

$$\begin{aligned}
\max_{(x,t)\in\Omega_i}|u_i(x,t)|\le C\Bigg\{&\sum_{k=0}^{1}\max_{\xi\in I_i}\left|D_\xi^k\Phi_i(\xi)\right|+\sum_{\nu=1}^{n}\sum_{k=0}^{\mu_\nu}\sum_{m=0}^{\sigma_{\nu k}}\int_{a_\nu}^{b_\nu}\left|D_\xi^m\Phi_\nu^{(k)}(\xi)\right|d\xi+\\
&+\sum_{\nu=1}^{n}\iint_{\Omega_\nu}\left|\left[a^{-1}(\tau)D_\tau\right]^{\mu_\nu}\left[a^{-1}(\tau)f_\nu(\xi,\tau)\right]\right|d\xi d\tau+\\
&+\sum_{j=1}^{N}\int_0^T\left|\left[a^{-1}(\tau)D_\tau\right]^{\gamma_j}\left[a^{-1}(\tau)\{\varphi(\tau)\}_j\right]\right|d\tau\Bigg\},
\end{aligned} \qquad (1.153)$$

где C – некоторая положительная константа, не зависящая от правых частей задачи (1.1)-(1.3).

В заключение настоящего раздела указывается одно достаточное условие, при котором вектор-функции u_i $(i=\overline{1,n})$, определяемые формулой (1.38), обладают классическими свойствами.

Пусть α_s - наименьшие неотрицательные целые числа, удовлетворяющие неравенствам

$$\alpha_s\ge\left[1+4p+\max_{1\le i\le n}(m_{si}-q_i)\right]/(2p), \qquad (s=\overline{1,N}).$$

12^0. Предположим, что $f_i\equiv\Phi_i\equiv0$, $(i=\overline{1,n})$ $\{\varphi\}_s\in C^{\alpha_s}([0\ T])$, $(s=\overline{1,N})$, $D_t^m\{\varphi(t)\}_s\Big|_{t=0}=0$, $(m=\overline{0,\alpha_s-1},\ s=\overline{1,N})$, $a(t)\in C^\nu([0\ T]),(\nu=\max\limits_{1\le s\le N}\alpha_s)$, $a(t)>0,\ t\in[0\ T]$.

Имеет место

Теорема 1.6. При ограничениях 1^0-5^0, 8^0 (или 8^1), 9^0-12^0 задача (1.1)-(1.3):

I) имеет единственное решение;

II) это решение можно представить формулой (1.38);

III) для этого решения имеет место оценка (1.153).

В главе II решается смешанная задача для параболических систем в полупространстве.

В главе III исследуется многомерная смешанная задача для параболических уравнений.

Одним из методов решения смешанных задач для параболических уравнений без производной по времени в граничном условии является метод теории потенциалов, примененный А.Н.Тихоновым, В.П.Михайловым, С.Д.Эйдельманом, Т.Я.Загорским, Gevrey M. и др. В настоящем разделе, применяя конечное интегральное преобразование к рассматриваемой смешанной задаче, получаем некоторую краевую задачу для эллиптического уравнения с комплексным параметром (параметрическая задача). Далее, используя уравнение, получаем необходимые условия, связывающие решения эллиптического уравнения с его производными на границе рассматриваемой области. После этого решаем параметрическую задачу и, применяя обратное интегральное преобразование к решению параметрической задачи, получаем аналитическое представление решения рассматриваемой смешанной задачи.

В разделе 3.2 решается многомерная смешанная задача для параболических систем с разделенными переменными:

Постановка задачи. Найти решение системы

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\sum_{i=1}^{n} l_i(u)=f(x,t), \qquad 0<t\le T, \tag{3.73}$$

$$x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)\in\Omega\equiv(a_1,b_1)\times(a_2,b_2)\times\ldots\times(a_n,\,b_n),$$

при граничных условиях

$$\sum_{j=0}^{q_{i,s}}\left\{\alpha_{i,j}^{(s)}\frac{\partial^j}{\partial x_i^j}u(x,t)/_{x_i=a_i}+\beta_{i,j}^{(s)}\frac{\partial^j}{\partial x_i^j}u(x,t)/_{x_i=b_i}\right\}=\varphi_{i,s}(x,t)/_{x_i=a_i}, \tag{3.74}$$

$$x\in\Omega,\quad 0<t\le T,\qquad s=\overline{1,2p_i},\qquad i=\overline{1,n},$$

и начальном условии

$$u(x,t)/_{t=0}=F(x),\quad x\in\Omega, \tag{3.75}$$

где

$$l_i(u)\equiv\sum_{j=0}^{2p_i}A_{i,j}(x_i)\frac{\partial^j}{\partial x_i^j}u(x,t),$$

$\alpha_{i,j}^{(s)}$, $\beta_{i,j}^{(s)}$ (постоянные) и $A_{i,j}(x_i)$ - квадратные матрицы порядка

r; u и $f,\varphi_{i,s}$, F - столбцы размера r; $T(0<T\le\infty)$, a_i, b_i $(a_i<b_i)$- конечные числа; r,n,p_i - натуральные числа; $q_{i,s}$- неотрицательное целое число, меньше или равно $2p_i-1$. В (3.73)-(3.75) $u\equiv u(x,t)$ - искомое решение, а остальные считаются известными.

В разделе 3.3 решается многомерная смешанная задача параболических уравнений, содержащих старшие производные в граничных условиях.

В случае, когда в краевые условия входят старшие производные, то использование классических потенциалов простого или двойного слоев не приводит к цели. Здесь, применяя конечное интегральное преобразование к смешанной задаче для уравнения теплопроводности, получаем некоторую краевую задачу для эллиптического уравнения с комплексным параметром (параметрическая задача). В краевое условие параметрической задачи входят старшие производные искомой функции. Вводим специальные потенциалы, которые позволяют эффективно решать рассматриваемые задачи.

В разделе 3.4 рассматривается следующая многомерная смешанная задача с интегро-дифференциальными условиями для параболического уравнения с разделяющимися переменными. Применяя конечное интегральное преобразование к рассматриваемой задаче, получаем некоторую параметрическую задачу. Вводится понятие «правильности» граничных условий этой параметрической задачи и доказывается теорема о формуле обращения. При определенных условиях, применяя обратное интегральное преобразование к решению этой параметрической задачи, получается аналитическое представление решения (при условиях его существования) рассматриваемой смешанной задачи.

Постановка задачи. Найти решение уравнения

$$D_t u-\sum_{i=1}^{n}\left\{\sum_{j=0}^{2p_i}A_{ij}(x_i)D_{x_i}^j u\right\}=f(x,t),\quad x\in\Omega,\ \ 0<t\le T, \tag{3.182}$$

$$x\equiv(x_1,\ldots,x_n),\ \ \Omega\equiv I_1\times\ldots\times I_n\qquad I_i\equiv(a_i,b_i),\quad (i=\overline{1,n}),$$

при начальном условии

$$u(x,0)=F(x),\qquad x\in\Omega, \tag{3.183}$$

и с интегро-дифференциальными условиями

$$U_{is}(u) \equiv \sum_{j=0}^{q_{is}} \left\{ \alpha_{ij}^{(s)} D_{x_i}^j u \Big|_{x_i=a_i} + \int_{a_i}^{\infty} \gamma_{ij}^{(s)}(x_i) D_{x_i}^j u \, dx_i \right\} = \varphi_{is}(x,t) \Big|_{x_i=a_i},$$

$$x \in \Omega, \quad 0 < t \le T, \quad s = \overline{1, d_i}, \quad d_i \equiv p_i, \quad i = \overline{1,k};$$

$$U_{is}(u) \equiv \sum_{j=0}^{q_{is}} \left\{ \alpha_{ij}^{(s)} D_{x_i}^j u \Big|_{x_i=a_i} + \beta_{ij}^{(s)} D_{x_i}^j u \Big|_{x_i=b_i} + \int_{a_i}^{b_i} \gamma_{ij}^{(s)}(x_i) D_{x_i}^j u \, dx_i \right\} = \qquad (3.184)$$

$$= \varphi_{is}(x,t) \Big|_{x_i=a_i}, \; x \in \Omega, \; 0 < t \le T, \; s = \overline{1, d_i}, \; d_i \equiv 2p_i, \; i = \overline{k+1, n},$$

где $\alpha_{ij}^{(s)}, \beta_{ij}^{(s)}$ – постоянные числа; $A_{ij}(x_i), \gamma_{ij}^{(s)}(x_i), f(x,t), F(x)$, $\varphi_{is}(x,t)$ - известные функции; $T, (0 < T \le \infty)$, a_i $(i = \overline{1,n})$, b_i $(i = \overline{k+1,n})$, $(a_i < b_i$ при $i = \overline{k+1,n})$ -конечные числа, $b_i \equiv \infty$ при $i = \overline{1,k}$; n, p_i – натуральные числа; $k, (0 \le k \le n)$ - некоторое целое число; q_{is} – неотрицательное целое число, меньшее или равное $2p_i - 1$; $u \equiv u(x,t)$ – искомое решение.

Доказывается корректность смешанных задач для уравнения теплопроводности с интегро-дифференциальными условиями:

Найти решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \right) = 0, \qquad x \in \Omega, \quad 0 < t \le T, \qquad (3.232)$$

$$x \equiv (x_1, x_2), \qquad \Omega \equiv I_1 \times I_2, \quad I_1 \equiv (a_1, \infty), \quad I_2 \equiv (a_2, b_2),$$

при начальном условии

$$u(x,0) = F(x), \quad x \in \Omega, \qquad (3.233)$$

с интегро-дифференциальными условиями

$$U_{11}(u) \equiv \sum_{j=0}^{1} \left\{ \alpha_{1j}^{(1)} D_{x_1}^j u \Big|_{x_1=a_1} + \int_{a_1}^{\infty} \gamma_{1j}^{(1)}(x_1) D_{x_1}^j u dx_1 \right\} = 0,$$

$$x_2 \in (a_2, b_2), \quad 0 < t \le T,$$

$$U_{2s}(u) \equiv \sum_{j=0}^{1} \left\{ \alpha_{2j}^{(s)} D_{x_2}^j u \Big|_{x_2=a_2} + \beta_{2j}^{(s)} D_{x_2}^j u \Big|_{x_2=b_2} + \right. \qquad (3.234)$$

$$\left. + \int_{a_2}^{b_2} \gamma_{2j}^{(s)}(x_2) D_{x_2}^j u \, d x_2 \right\} s = 1,2, \; x_1 \in (a_1, \infty), \; 0 < t \le T.$$

4^0. Пусть

$$\operatorname{Re}(a^2) > 0, \quad F(x) \in C_M(\overline{\Omega}), \quad \gamma_{1j}^{(1)}(x_1) \in C_{-2M}([a_1, \infty)),$$

$$\gamma_{2j}^{(s)}(x_2) \in C([a_2, b_2]), \quad j = 0,1, \quad s = 1,2.$$

5^0. Пусть $\gamma \ne 0$, если $\gamma = 0$, то предполагается выполнение одного из условий

1) $D_{x_1}^1 \gamma_{11}^{(1)}(x_1) \in C_M([a_1, \infty))$, при $\gamma_0 \ne 0$,

2) $D_{x_1}^j \left[\gamma_{10}^{(1)}(x_1) - D_{x_1}^1 \gamma_{11}^{(1)}(x_1) \right] \in C_M([a_1, \infty))$, $j = \overline{0, S}$ при $\gamma_0 = 0, \ldots, \gamma_{S-1} = 0$, $\gamma_S \ne 0$, где S – некоторое натуральное число.

Здесь

$$\gamma = -\frac{1}{a} \alpha_{11}^{(1)}, \qquad \gamma_0 = \alpha_{10}^{(1)} - \gamma_{11}^{(1)}(a_1),$$
$$\gamma_j = a^j D_{x_1}^{j-1} \left[\gamma_{10}^{(1)}(x_1) - D_{x_1}^1 \gamma_{11}^{(1)}(x_1) \right] \Big|_{x_1=a_1}, \quad j = \overline{1,S}. \qquad (3.237)$$

6^0. Пусть $\alpha_2 \ne 0$, если $\alpha_2 = 0$, то предполагается выполнение одного из условий

1) $\gamma_{21}^{(s)}(x_2) \in C^1([a_2, b_2])$, $s = 1,2$, при $\alpha_1 \ne 0, \alpha_2 = 0$,

2) $\gamma_{2j}^{(s)}(x_2) \in C^l([a_2, b_2])$, $l \equiv m - 1 + j$, $j = 0,1$, $s = 1,2$, при $\alpha_2 = 0, \alpha_1 = 0$, $\beta_0 = 0, \ldots, \beta_{m-3} = 0$, $\beta_{m-2} \ne 0$, где $m (m \ge 2)$ -некоторое натуральное число.

7^0. Предположим, что

$$D_{x_1}^l D_{x_2}^j F(x_1, x_2) \in C_M([a_1, \infty) \times [a_2, b_2]), \quad l = 0, \ldots, 4 + m_1, \quad j = 0, \ldots, 4 + m_2;$$

$$D_{x_1}^l F(x_1, x_2) \Big|_{x_1=a_1} \equiv 0, \qquad j = 0, \ldots, 3 + m_1;$$

$$\int\limits_{a_1}^{\infty}\gamma_{1l}^{(1)}(x_1)D_{x_1}^{2j-l}F(x_1,x_2)dx_1\equiv 0,\quad l=0,1,\ \ j=l,...,[(3+l+m_1)/2];$$

$$D_{x_2}^{l}F(x_1,x_2)\Big|_{x_2=a_2}\equiv 0,\quad D_{x_2}^{j}F(x_1,x_2)\Big|_{x_2=b_2}\equiv 0,\quad j=0,...,3+m_2;$$

$$\int\limits_{a_2}^{b_2}\gamma_{2l}^{(m)}(x_2)D_{x_2}^{2j-l}F(x_1,x_2)dx_2\equiv 0,\quad m=1,2,\ \ l=0,1,$$

$$j=l,...,[(3+l+m_2)/2],$$

где $[(3+l+m_2)/2]$ – целая часть $(3+l+m_2)/2$.

Доказывается следующая

Теорема 3.11. Пусть выполняются ограничения 4^0-7^0. Тогда задача (3.232)-(3.234):

1) имеет единственное решение,
2) это решение представляется аналитической формулой (3.231),
3) для этого решения справедлива оценка

$$|u(x,t)|\le C_R\left\{|F(x)|+\sum_{i=1}^{3}B_{iR}(F(x))\right\},\quad x\in\overline{\Omega},\quad t\in[0,T],\qquad (3.256)$$

где C_R - некоторая константа, не зависящая от $F(x)$.

В разделе 4.1 исследована следующая смешанная задача на сопряжение гиперболических систем разных порядков. Эти системы уравнений, в частности, включают в себя гиперболические системы с разрывными коэффициентами первого рода. При определенных условиях получено аналитическое представление решения рассматриваемых смешанных задач.

Постановка задачи. Найти решение системы

$$\frac{\partial^{n_i}}{\partial t^{n_i}}u_i(x,t)-\sum_{s=1}^{n_i-1}\sum_{j=0}^{n_i-s}B_{i,j,s}(x)\frac{\partial^{j+s}}{\partial x^j\partial t^s}u_i(x,t)-$$

$$-\sum_{j=0}^{n_i}A_{i,j}(x)\frac{\partial^j}{\partial x^j}u_i(x,t)=f_i(x,t),\qquad (4.1)$$

$$x\in(a_i,b_i),\quad t\in(0,T),\ i=1,2,...,n,$$

при граничных условиях

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{\chi(i,k)}\sum_{m=0}^{S(i,j,k)}\left\{\alpha_{j,m}^{(i,k)}\frac{\partial^{m+j}}{\partial x^m\partial t^j}u_i(x,t)/_{x=a_i}+\right.$$

$$\left.+\beta_{j,m}^{(i,k)}\frac{\partial^{m+j}}{\partial x^m\partial t^j}u_i(x,t)/_{x=b_i}\right\}=\varphi_k(t),\ \ t\in(0,T),\ k=\overline{1,N},\qquad (4.2)$$

и начальных условиях

$$\frac{\partial^k}{\partial t^k}u_i(x,t)/_{t=0}=\phi_{i,k}(x),\ \ x\in(a_i,b_i),\ \ k=\overline{0,n_i-1},\ \overline{i=1,n},\qquad (4.3)$$

где $B_{i,j,s}$, $A_{i,j}$ - квадратные матрицы порядка r_i, $\alpha_{j,m}^{(i,k)}$, $\beta_{j,m}^{(i,k)}$ - векторы строки размера r_i; $\varphi_k(t)$ - скалярная функция; $\phi_{i,k}$, f_i, u_i - столбцы размера r_i; $S(i,j,k)$ и $\chi(i,k)$ - неотрицательные целые числа меньше или равные n_i-1 и n_i соответственно; $N\equiv\sum\limits_{\nu=1}^{n}d_\nu$, $d_\nu=n_\nu r_\nu$; r_i,n_i, n - натуральные числа; $a_i,b_i(a_i<b_i)$ - конечные числа; $T(0<T\le\infty)$ - некоторое число. В (4.1)-(4.3)- $u_1,u_2,...,u_n$ - искомое решение, а остальные считаются известными.

Для каждой $i(i=1,2,...,n)$ предполагается выполнение следующих условий 1^0- 6^0.

1^0. Пусть $A_{i,j}(x)\in C(I_i)$, $I_i\equiv[a_i,b_i]$, $j=\overline{0,n_i}$, $B_{i,j,s}(x)\in C(I_i)$, $s=\overline{1,n_i-1}$, $j=\overline{0,n_i-s}$, матрица $A_{i,n_i}(x)\equiv B_i(x)$ обратима при $x\in I_i$.

2^0. Все $\theta_s^{(i)}(x)$, $(s=\overline{1,d_i})$ корни уравнения

$$\det\left(B_i^{-1}(x)-B_i^{-1}(x)\sum_{s=1}^{n_i-1}\left(\theta^{(i)}\right)^s B_{i,s,n_i-s}(x)-\left(\theta^{(i)}\right)^{n_i}E_i\right)=0,\qquad (4.4)$$

различны между собой при всех $x\in I_i$, где E_i - единичная матрица размера r_i, $\theta^{(i)}$ - скалярный параметр.

3^0. Все $\theta_s^{(i)}(x)$, $(s=\overline{1,d_i})$ - корни уравнения (4.4) вещественны.

4^0. При $x\in I_i$ существуют непрерывные производные вида

$D_x^l A_{i,n_i-j}(x),\ l \equiv m_i - 1 - j$ при $0 \le j \le \min(n_i, m_i)$;

$D_x^l B_{i,s,n_i-s-j}(x),\ l \equiv m_i - 1 - j$ при $0 \le j \le \min(n_i - 1, m_i)$,

$s = \delta_{j,0}, 1, \ldots, n_i - 1 - j$, где $\delta_{j,0}$ - символ Кронекера, $m_i(m_i \ge 2)$ - некоторое натуральное число.

5^0. Элементы матриц $D_x^l A_{i,n_i-j}(x),\ l \equiv N_i - j$ при $0 \le j \le \min(n_i, N_i)$, $D_x^l B_{i,s,n_i-s-j}(x),\ l \equiv N_i - j$ при $s = \delta_{j,0}, 1, \ldots, n_i - 1 - j$, $0 \le j \le \min(n_i - 1, N_i)$, имеют непрерывные производные до порядка q_i включительно на отрезке I_i, где $N_i(0 \le N_i \le m_i)$, q_i - некоторое целые числа.

6^0. Пусть $\phi_{i,n_i-1}(x) \in C(I_i)\, f_i \in C(I_i \times [0,T]),\ \varphi_k \in C([0,T]),\ k = \overline{1,N}$, $\phi_{i,l} \in C^s(I_i)$, $s \equiv n_i - 1 - l$, $l = \overline{0, n_i - 2}$ при $n_i \ge 2$. Далее, если $l_i \ge 1$, то дополнительно предполагается, что $\phi_{i,\nu} \in C^{N_{i,\nu}}(I_i)$, $\nu = \overline{0, l_i - 1}$, где $l_i = \max \chi(i,k)$ при $1 \le k \le N$; $N_{i,\nu} = \max S(i,j,k)$ при $1 + \nu \le j \le \chi(i,k),\ 1 \le k \le N$.

В пункте 4.1.3 установлена следующая

Теорема 4.3. Пусть выполняются ограничения $1^0 - 4^0$, 6^0 и граничные условия (4.2) правильны. Тогда, если задача (4.1)-(4.3) имеет решение, то оно представляется формулой

$$u_i(x,t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \int_{\text{☹}} \exp(\lambda t) \Bigg\{ \delta_i(x, \lambda, \psi(t,\lambda)) -$$

$$- \sum_{\nu=1}^{n} \int_{a_\nu}^{b_\nu} G_{i,\nu}(x, \xi, \lambda) \text{☞}_\nu(\xi, t, \lambda) d\xi \Bigg\} d\lambda, \qquad (4.46)$$

$$a_i < x < b_i,\ \ 0 < t \le T,\ \ i = \overline{1,n},$$

где ☹ - прямая, определяемая формулой $\text{☹} = \{\lambda : \operatorname{Re}\lambda = \beta\}$, $\beta(\beta > \alpha)$ - некоторое положительное число.

При ограничениях теоремы 4.3, из вышеизложенного следует:

1) задача (4.1)-(4.3) имеет не более одного решения

2) если вектор-функции $u_i(x,t),\ i = \overline{1,n}$, определяемые формулой (4.46), не являются решением задачи (4.1)-(4.3), то эта задача не имеет решения.

Накладывая определенные ограничения на правые части (4.1)-(4.3) и ограничения 5^0 на коэффициенты уравнения (4.1), легко показывается, что вектор-функции $u_i(x,t),\ i = \overline{1,n}$, определяемые формулой (4.46), являются решением задачи (4.1)-(4.3).

В разделе 4.2 решена смешанная задача для одного неклассического уравнения:

Постановка задачи. Найти решение уравнения

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum_{j=0}^{1} b_j(x) \frac{\partial^j u}{\partial x^j} - \sum_{j=0}^{3} a_j(x) \frac{\partial^{3-j} u}{\partial x^{3-j}} = F(x,t), \qquad (4.47)$$

$$0 < x < 1,\ \ 0 < t \le T,$$

при граничных условиях

$$U_i(u) \equiv \sum_{k=0}^{m_i} \sum_{j=0}^{1} \alpha_{ik}^{(j)} \frac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k}\bigg|_{x=x_j} = \varphi_i(t), \qquad (4.48)$$

$$0 < t < T,\ \ i = 1,2,3,\ \ x_0 = 0,\ \ x_1 = 1,$$

и начальных условиях

$$\frac{\partial^n}{\partial t^n} u(x,t)\bigg|_{t=0} = f_n(x),\ \ x \in (0,1),\ \ n = 0,1, \qquad (4.49)$$

где $u \equiv u(x,t)$ - искомое решение; $T, m_i, \alpha_{ik}^{(j)}$ - заданные числа, а остальные – считаются известными функциями.

В пункте 4.3.1 формулируется постановка задачи:

Найти решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial t} - a^2(x)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) u = F(x,t), \quad x \in (0,1), \quad t > 0, \qquad (4.69)$$

при начальном условии

$$u(x,0) = f(x), \qquad x \in (0,1), \qquad (4.70)$$

и интегро-дифференциальными условиями

$$\int_0^1 g_i(x) \frac{\partial^{i-1} u(x,t)}{\partial x^{i-1}} dx = \mu_i(t), \qquad t > 0, \qquad i = 1,2,3, \qquad (4.71)$$

здесь $u \equiv u(x,t)$ – искомое решение, остальные–известные функции. Предполагается выполнение следующих ограничений 1^0, 2^0, 3^0.

1^0. Пусть $a(x) \equiv a$ - постоянная, отличная от нуля и $|\arg a| < \pi/4$.

2^0. Функции $\mu_i(t)$ $(i=1,2,3)$, $F(x,t)$ непрерывны в $[0,\infty)$ и $[0,1]\times[0,\infty)$ соответственно; $f(x) \in C^1([0,1])$.

3^0. Пусть $g_i(x) \in C^2([0,1])$, $i=2,3$; $g_1(x) \in C([0,1])$;

$$\alpha \equiv \int_0^1 g_1(x)dx \neq 0, \quad \beta \equiv g_2(1)g_3(0) + g_2(0)g_3(1) \neq 0.$$

Здесь установлена следующая

Теорема 4.6. Пусть выполняются ограничения 1^0-3^0. Тогда если задача (4.69)-(4.71) имеет решение, то

1) оно единственное;
2) это решение представляется формулой (4.94).

В разделе 4.4, применяя конечное интегральное преобразование для параболических уравнений, решается интегро-дифференциальная «краевая» задача. При этом в «краевые» условия входят старшие производные по пространственной переменной искомой функции.

В разделе 4.5 исследуются интегро-дифференциальные краевые задачи, содержащие производные порядка, превышающего порядок уравнения, для параболических систем с разрывными коэффициентами.

В разделе 4.6, применяя комбинированный метод Фурье и метод конечного интегрального преобразования к решению двумерной смешанной задачи для параболических уравнений в неограниченной полосе, получаем аналитическое представление решения априори предполагая его существования. Накладывая определенные ограничения на данные задачи, показывается, что полученное аналитическое представление на самом деле является решением рассматриваемой задачи.

Постановка задачи. Найти решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + F(x,y,t), \; -\infty<x<\infty, \; 0<y<h, \; t>0, \quad (4.149)$$

при начальном условии

$$u(x,y,t)\big|_{t=+0} = f(x,y), \quad -\infty < x < \infty, \quad 0 < y < h, \qquad (4.150)$$

и граничными условиями

$$\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=(j-1)h+(-1)^{j-1}0} = \psi_j(x,t), \quad -\infty < x < \infty, \quad t>0, \quad j=1,2, \quad (4.151)$$

$u(x,y,t) \to 0$ при

$$r = \sqrt{x^2+y^2} \to \infty, -\infty < x < \infty, \; 0 \le y \le h, \; t \ge 0, \qquad (4.152)$$

где a и b некоторые постоянные числа, $u \equiv u(x,y,t)$ - искомое решение, а остальные – известные функции, h - некоторое положительное число.

1^0. Пусть $b \neq 0$ и $|\arg b| < \frac{\pi}{4} - \alpha$, ($\alpha$ - некоторое положительное число, удовлетворяющие неравенству $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$).

2^0. Пусть функции $F(x,y,t,), f(x,y), \psi_1(x,t), \psi_2(x,t)$ при $0 \le y \le h$, $t \ge 0$ имеют преобразование Фурье по $x \in (-\infty,\infty)$ и функции

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\xi\theta}F(\theta,y,t)d\theta, \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\xi\theta}f(\theta,y)d\theta, \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\xi\theta}\psi_j(\theta,t)d\theta, \; i \equiv \sqrt{-1}, \; (j=1,2),$$

непрерывны при $-\infty < \xi < \infty$, $0 \le y \le h$, $t \ge 0$.

Имеет место следующая

Теорема 4.11. Пусть выполняются ограничения 1^0, 2^0. Тогда, если задача (4.149)-(4.152) имеет решение, то 1) оно единственное; 2) это решение представляется формулой

$$u(x,y,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\xi x}\sum_{s=1}^{2} J_s(\xi,y,t)d\xi,$$
$$-\infty < x < \infty, \quad 0 < y < h, \quad t > 0. \qquad (4.166)$$

Пусть

$$\begin{aligned} &\psi_j(x,t) = \delta(x)\varphi_j(t), \; j=1,2, \\ &F(x,y,t) = \delta(x)F_1(y,t), f(x,y) = \delta(x)f_1(y), \end{aligned} \qquad (4.170)$$

где $\delta(x)$- дельта функция Дирака, $F_1(y,t), f_1(y), \varphi_1(t), \varphi_2(t)$ - некоторые известные функции.

3^0. Пусть функции $F_1(y,t), f_1(y), \varphi_1(t), \varphi_2(t)$ непрерывны, при $0 \le y \le h,\ t \ge 0$.

4^0. Пусть $a \ne 0$ и $|\arg a| < \pi/4$.

5^0. Пусть $f_1 \in C^2([0,h]);\ \varphi_j(t) \in C^1([0,\infty]),\ j=1,2;\ \dfrac{\partial^2 F_1(y,t)}{\partial y^2}$,

$\dfrac{\partial F_1(y,t)}{\partial t} \in C([0,h]\times[0,\infty])$ и выполняются условия согласований

$$\left.\frac{df_1}{dy}\right|_{y=(j-1)h} = \varphi_j(0), \quad j=1,2 .$$

Имеет место

Теорема 4.13. При ограничениях 1^0, 2^0, (4.170), 3^0, 4^0, 5^0 задача (4.149)-(4.152) имеет единственное решение, и это решение представляется формулой (4.166).

В разделе 4.7 рассматривается смешанная задача с интегро-дифференциальными краевыми условиями для одного нетипового уравнения. При определенных условиях, применяя конечное интегральное преобразование к рассматриваемой задаче, получается некоторая параметрическая задача. Применяя обратное интегральное преобразование к решению параметрической задачи, получается аналитическое представление решения рассматриваемой смешанной задачи:

Постановка задачи. Найти решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t}\sum_{j=0}^{k} a_j(x)\frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j} = \sum_{j=0}^{k+2p} b_j(x)\frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j} + F(x,t), \quad (4.186)$$

$$0 < x < h, \quad 0 < t \le T,$$

при начальном условии

$$u(x,t)|_{t=0} = f(x), \quad 0 < x < h, \quad (4.187)$$

и нелокальными «краевыми» условиями

$$U_s(u(x,t)) \equiv \sum_{\nu=0}^{\sigma(s)}\left\{\sum_{j=1}^{2}\alpha_{\nu j}^{(s)}\frac{\partial^\nu u(x,t)}{\partial x^\nu}\Big|_{x=(j-1)h} + \int_0^h \gamma_\nu^{(s)}(x)\frac{\partial^\nu u(x,t)}{\partial x^\nu}dx\right\} = \varphi_s(t), \quad 0<t\le T, \quad s=\overline{1,k}; \quad (4.188_1)$$

$$U_s(u(x,t)) \equiv \sum_{\nu=0}^{2p+k-1}\sum_{l=0}^{1}\left\{\sum_{j=1}^{2}\alpha_{\nu l j}^{(s)}\frac{\partial^{l+\nu} u(x,t)}{\partial t^l \partial x^\nu}\Big|_{x=(j-1)h} + \int_0^h \gamma_{\nu l}^{(s)}(x)\frac{\partial^{\nu+l} u(x,t)}{\partial t^l \partial x^\nu}dx\right\} = \varphi_s(t),\ 0<t\le T, \quad s=\overline{k+1,k+2p}; \quad (4.188_2)$$

где $\sigma(s)-$ некоторые неотрицательные целые числа, k и p - натуральные числа, h и T - положительные числа, $\alpha_{\nu j}^{(s)}$, $\alpha_{\nu l j}^{(s)}$ – некоторые числа; $a_j(x)$, $b_j(x)$, $F(x,t)$, $f(x)$, $\gamma_\nu^{(s)}(x)$, $\gamma_{\nu l}^{(s)}(x)$, $\varphi_s(t)-$ известные непрерывные функции, $u \equiv u(x,t)$ -искомое решение.

В разделе 4.8 излагается ещё один способ доказательства того, что в случае нерегулярности граничных условий (1.2) вектор-функции $u_i(x,t)$, определяемые формулой (1.38), на самом деле, является решением задачи (1.1)-(1.3).

ii) Пусть $f(x) \in C^2([0,1])$ и существуют классические производные $\varphi_1'(t)$, $\varphi_2'(t), \dfrac{\partial F(x,t)}{\partial t}$ с включением $\varphi_1'(t), \varphi_2'(t), F(x,t)$,

$\dfrac{\partial F(x,t)}{\partial t} \in C([0,1]\times[0,T])$.

iii) Пусть $f(1)=0;\ \varphi_1(0)=f(0);\ \varphi_2(0)=f(0)+f'(0)+\dfrac{3}{2}f'(1)$.

Положим

$$f_0 = \sum_{k=0}^{2} \max_{0\le\xi\le1} \left| f^{(k)}(\xi) \right| ; \ \varphi_0(t) = \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=0}^{1} \max_{0\le\tau\le t} \left| \varphi_i^{(k)}(\tau) \right| ;$$

$$F_0(t) = \sum_{k=0}^{1} \max_{\substack{0\le\xi\le1 \\ 0\le\tau\le t}} \left| \frac{\partial^k F(\xi,\tau)}{\partial \tau^k} \right| . \qquad (4.223)$$

Здесь доказывается следующая

Теорема 4.17. При ограничениях ii) и iii) нерегулярная смешанная задача (4.216)-(4.218) имеет единственное классическое решение $u(x,t)$, определяемое формулой (4.221) и для этого решения имеет место оценка

$$\left| u(x,t) \right| \le C_0 [f_0 + \varphi_0(t) + F_0(t)] , \ 0 \le x \le 1, \ 0 \le t \le T , \qquad (4.224)$$

где C_0 - некоторая константа, не зависящая от функции $f(x)$, $\varphi_1(t), \varphi_2(t), F(x,t)$.

В разделе 4.9 главы IV решаются три смешанные задачи для гиперболических уравнений с нерегулярными граничными условиями, одной из которых является следующая

Задача 3. Найти решение гиперболического уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} + F(x,t), \ 0 < x < 1, \ 0 < t \le T , \qquad (4.299)$$

удовлетворяющее нерегулярному граничному условию

$$\left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} - u(x,t)\big|_{x=1} = \gamma(t), \ 0 < x \le T , \qquad (4.300)$$

и начальному условию

$$u(x,t)\big|_{t=0} = f(x), \ 0 < x < 1, \qquad (4.301)$$

где $u \equiv u(x,t)$ - искомое классическое решение, а остальные – известные функции, T - некоторое положительное число.

3^0. Пусть функции $F(x,t), f(x), \gamma(t)$ непрерывны при $0 \le x \le 1$, $0 \le t \le T$.

4^0. Пусть задача (4.299)-(4.301) имеет классическое решение $u \equiv u(x,t)$, обладающие производные вида $\dfrac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k}$, $\dfrac{\partial^k u(x,t)}{\partial t^k}$, $(k = 1,2)$ с включением $u(x,t)$, $\dfrac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k}$, $\dfrac{\partial^k u(x,t)}{\partial t^k} \in \ \in C([0,1]\times[0,T])$, $k = 1,2$.

Здесь установлена следующая

Теорема 4.20. При ограничениях 3^0 и 4^0:

1) если задача (4.299)-(4.301) имеет решение, то оно единственное и ее можно представить формулой

$$u(x,t) = f(x) + \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \int_{\pounds} \Phi_1(x,t,\lambda) d\lambda , \qquad (4.334)$$

$$0 < x < 1, \ 0 < t \le T .$$

2) если интегралы, входящие в (4.334), расходится или функция $u(x,t)$, определяемая формулой (4.334) не является решением задачи (4.299)-(4.301), то эта задача не имеет решения.

Накладывая определенные ограничения на функции $F(x,t), f(x)$, $\gamma(t)$, способом, изложенным в [45], легко убедиться, что функция $u(x,t)$, определяемая формулой (4.334), является решением задачи (4.299)-(4.301).

Замечание 2. Обозначим через λ_k корни уравнения $e^\lambda - \lambda = 0$. Пусть L - прямая Лапласа, проходящая через точку a, где a - любое фиксированное положительное число и $\mathrm{Re}\lambda_k \ne a$, для всех λ_k. Используя прямую Лапласа для решения задачи (4.299)-(4.301), имеем

$$u(x,0) + \sum_{\mathrm{Re}\,\lambda_k < a} \frac{e^{\lambda_k x}}{\lambda_k - 1} \left\{ u(0,t) - \lambda_k \int_0^1 e^{-\lambda_k \xi} u(\xi,t) d\xi \right\} =$$

$$= -\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \int_L \Phi_1(x,t,\lambda) d\lambda , \ \ 0 < x < 1, 0 < t \le T . \qquad (4.337)$$

(4.337) является интегральным уравнением Фредгольма второго рода. Понятно, что решить уравнение Фредгольма второго рода труднее, чем решить задачу 3. Следовательно, для решения задачи 3 использование прямой Лапласа нецелесообразно.

Замечание 3. В задаче 3 использованная методика для нахождения «подходящие» области Ω и линию ☹ с успехом можно использовать и при решении широких круг смешанных задач для гиперболических уравнений с нерегулярными граничными условиями.

В заключение выражаю благодарность член-корр. АН Азербайджана, д.ф.-м.н., проф.Ю.А.Мамедову за обсуждение и полезные советы, а также научному консультанту д.ф.-м.н., проф.Г.Д. Оруджеву за научные консультации по диссертационной работе.

Основные содержания диссертационной работы опубликованы в следующих работах:

1. Гасымов Э.А. О разрешимости смешанных задач для параболических уравнений второго порядка в областях с криволинейными границами // Дифференц.уравнения, 1987, т. 23, №3, с. 514-516.
2. Гасымов Э.А. Смешанная задача на сопряжение параболических систем разных порядков при обратном течении времени // ДАН Азерб. ССР, 1988, т.XLIV, №4, с.7-12.
3. Гасымов Э.А. Применение интегрального преобразования к решению некоторых краевых задач без начальных условий / Материалы IX республиканской конференции молодых ученых по математике и механике, Баку, 1988, с.95-96.
4. Гасымов Э.А. Асимптотические формулы и формула обращений для решений некоторых линейных дифференциальных систем уравнений с параметром // Известия АН Азерб. ССР, сер.физ.-тех. и матем. наук, 1989, т.X, №1, с.29-34.
5. Гасымов Э.А. Смешанные задачи на сопряжение параболических систем разных порядков с нелокальными краевыми условиями. ДАН Азерб. ССР, 1989, т. XLV, №6, с.7-10.
6. Гасымов Э.А. Применение интегрального преобразования к решению смешанной задачи для одного неклассического уравнения // Дифференц. уравнения, 1989, т. 25, №5, с. 909-911.

7. Гасымов Э.А. Смешанные задачи на сопряжение параболических систем разных порядков с нелокальными краевыми условиями // Дифференц. уравнения, т. 26, №8, 1990, с. 1364-1374.
8. Гасымов Э.А. Поведение фундаментальной матрицы и формула обращений // Известия АН Азерб. ССР, сер.физ.-тех. и матем. наук, 1990, №3-6, с.37-40.
9. Гасымов Э.А. Двумерная смешанная задача для параболического уравнения // Вестник Бакинского государственного университета, сер.физ.- матем. наук, 1992, №1, с. 100-120.
10. Гасымов Э.А. Применение интегральных преобразований к решению некоторых смешанных задач // Дифференц. уравнения, 1992, т. 28, №3, с. 521-522.
11. Гасымов Э.А. Применение метода конечного интегрального преобразования // Труды Азербайджанского математического общества, 1994, т. 1, с. 51-62.
12. Гасымов Э.А. Применение конечного интегрального преобразования к решению некоторых смешанных задач с нерегулярными граничными условиями / Труды конференции, посвященной 80-летию А.Габибзаде, Баку, 1996, с.24.
13. Гасымов Э.А. Применение интегральных преобразований к решению некоторых смешанных задач / Труды конференции, посвященной 80-летию К. Т. Ахмедова, Баку, 1998, с.30-32.
14. Гасымов Э.А. Применение конечного интегрального преобразования к рещению задач Ионкина-Самарского // Вестник Бакинского государственного университета, 1998, №3, с.75-87.
15. Гасымов Э.А. Двумерная смешанная задача для параболических уравнений в полуограниченных областях // Вестник Бакинского государственного университета, 1998, №2, с.130-139.
16. Гасымов Э.А. Исследование смешанных задач на сопряжение гиперболических систем разных порядков / Материалы научной конференции «Вопросы функционального анализа и математической физики» посвященной 80-летию Бакинского Государственного Университета, 1999, с.251-253.
17. Гасымов Э.А. Формула обращения в многомерном случае / Prof.A.Ə.Babayevin 70 illiyinə həsr olunmuş elmi konfransın tezisləri, BDU, 2004, s.66-67.

18. Гасымов Э.А. Об одной нерегулярной задаче / AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., prof.Q.T. Əhmədovun anadan olmasının 90 illiyinə həsr olunmuş respublika elmi konfransı, Bakı, 2007, s.35.
19. Гасымов Э.А. Об одной нерегулярной задаче / Труды конференции, посвященной 100-летию А.Гусейнова, Баку, 2007, с.60.
20. Гасымов Э.А. Интегро-дифференциальные «краевые» задачи со старшими производными для параболических систем с разрывными коэффициентами // Вестник Бакинского государственного университета, 2008, №1, с. 28-34.
21. Гасымов Э.А. , Эфенди С. Н . К теории смешанных задач на сопряжение гиперболических систем разных порядков / Azərbaycanın ümummilli lideri Heydər Əliyevin 85 illik yubileyinə həsr olunmuş Respublika elmi konfransının materialları, Баку-2008, с.39-41.
22. Гасымов Э.А. Метод конечного интегрального преобразования и его приложения. Баку: Элм, 2009, 432 с.
23. Гасымов Э.А. Разрешимость некоторых краевых задач для уравнения Лапласа / Тезисы Международной конференции по математике и механике, посвящённой 50-летию Института Математики и Механики НАН Азербайджана, Баку, 2009, с.106-107.
24. Гасымов Э.А., Абдуллаева Г.З. О задаче Коши для некоторых дифференциальных систем с частными производными / Тезисы Международной конференции по математике и механике, посвящённой 50-летию Института Математики и Механики НАН Азербайджана, Баку, 2009, с.108-109.
25. Гасымов Э.А. Многомерная смешанная задача для параболических уравнений с интегро-дифференциальными условиями // Вестник Бакинского Университета, 2009, №2, с.26-32.
26. Гасымов Э.А. Применение метода конечного интегрального преобразования к решению двумерной смешанной задачи для параболических уравнений в неограниченной полосе // Вестник Бакинского Университета, 2010, №3, с.20-28.
27. Гасымов Э.А., Эфенди С.Н. Применение метода конечного интегрального преобразования к решению двумерной смешанной задачи для параболических уравнений в неограниченной полосе / Тезисы Международной конференции, посвящённой 80-летнему юбилею академика Ф.Г.Максудова, Баку, 2010,

с.123-125.
28. Гасымов Э.А., Эфенди С.Н., Абдуллаева Г.З. Параметрическая задача / Тезисы Международной конференции, посвящённой 80-летию члена-корреспондента АН Азербайджана, профессора Я.Дж. Мамедова, Баку, 2010, с.16-17.
29. Гасымов Э.А. Применение метода конечного интегрального преобразования к решению смешанной задачи с интегро-дифференциальными условиями для одного неклассического уравнения // Дифференц.уравнения, 2011, т.47, №3, с.322-334.
30. Гасымов Э.А. Параболические потенциалы и формулы скачков / Тезисы Международной конференции, посвящённой 100-летнему юбилею академика З.И.Халилова, Баку, 2011, с.98-99.
31. Гасымов Э.А. Параметрическая задача и формула обращения // Вестник Бакинского Университета, 2011, №4, с.29-34.
32. Гасымов Э.А. Применение метода конечного интегрального преобразования к решению смешанной задачи с интегро-дифференциальными условиями // Journal of Qafqaz University, 2011, №31, с.69-79.
33. Гасымов Э.А. Применение метода конечного интегрального преобразования к решению смешанных задач для параболических уравнений с нерегулярными граничными условиями // Вестник Бакинского Университета, 2012, №4, с.73-80.
34. Гасымов Э.А. Исследование смешанных задач на сопряжение гиперболических систем разных порядков // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2012, т.52, №8, с.1472-1481.
35. Гасымов Э.А., Эфенди С.Н. Решение параметрической задачи / «Funksiyalar nəzəriyyəsi və harmonik analizin problemləri» adlı akademik İ.İ.İbrahimovun 100-illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransın materialları, Bakı, 2012, s.70-72.
36. Оруджев Г.Д., Гасымов Э.А. Применение метода конечного интегрального преобразования к решению смешанных задач для гиперболических уравнений с нелокальными «краевыми» условиями / BDU-nun Hesablama riyaziyyatı kafedrasının yaranmasının 50 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransın materialları, Bakı, 2012, s.178-180.
37. Оруджев Г.Д., Гасымов Э.А. Применение метода конечного интегрального преобразования к решению смешанных задач

для гиперболических уравнений с нелокальными краевыми условиями // Journal of Qafqaz University, 2012, №33, с.16-21.
38. Оруджев Г.Д., Гасымов Э.А. Применение метода конечного интегрального преобразования к решению смешанных задач для гиперболических уравнений // Journal of Qafqaz University, 2012, №34, с.3-9.
39. Elmaga Gasimov. Integro-differential “boundary” conditions with order exceeding a parabolic system order // Transactions NAN of Azerbaijan, 2007, v.XXVII, №4, pp.21-28.
40. Elmaga Qasimov. Solvability of some boundary value problems for Laplace equation // Transactions NAN of Azerbaijan, 2009, v.XXIX, №4, p.63-68.
41. Gasimov E.A. Application of finite inteqral transformation method to the solution of a mixed problem for one non-standard equation // Abstracts modern problems of applied mathematics and information technologies – Al Khorezmiy, Tashkent, 18-21 september, 2009, p.33.
42. Qasimov E.A. Application of finite inteqral transformation method to the solution of a mixed problem with inteqro-differential conditions for one nonstandard equation // Abstracts of the third congress of the world mathematical society of Turkic countries, Almaty, June 30 July 4, 2009, v.1, p.207.

ELMAĞA AĞAQASIM OĞLU QASIMOV

BƏZİ QARIŞIQ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİNƏ İNTEQRAL ÇEVİRMƏLƏRİN TƏTBİQİ

XÜLASƏ

Dissertasiya işi xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün “sərhəd” şərtləri lokal qeyri-requlyar və qlobal inteqro-diferensial şəkildə olan qarışıq məsələlərin klassik həllinin tədqiqinə həsr olunmuşdur. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

1. İşdə sonlu inteqral çevirmə üsulu təklif olunub və onun tətbiqləri göstərilib. Bu üsulun tətbiqi aşağıdakı mərhələlərdən keçir:

i) Axtarılan $u(x,t)$ funksiyasından $\tilde{u}(x,t,\lambda)$ funksiyasına ($u(x,t)$-nin təsvirinə) keçilir:

$$\tilde{u}(x,t,\lambda)=\int_0^t \omega(\tau)\exp\left[-\lambda\int_0^t \omega(\eta)d\eta\right]u(x,\tau)d\tau$$

və ya

$$\tilde{u}(x,t,\lambda)=\int_t^T \omega(\tau)\exp\left[-\lambda\int_0^t \omega(\eta)d\eta\right]u(x,\tau)d\tau\ .$$

ii) $u(x,t)$-nin üzərində verilmiş əməliyyatlara uyğun $\tilde{u}(x,t,\lambda)$ təsvirinin üzərində əməliyyatlar aparılır və nəticədə $\tilde{u}(x,t,\lambda)$-a nəzərən parametrik məsələ alınır. Parametrik məsələnin sağ tərəfində axtarılan $u(x,t)$ funksiyasının özü və törəmələri iştirak edir.

iii) λ-müstəvisində məqsədə müvafiq Ω oblastı tapılır və burada parametrik məsələ $\tilde{u}(x,t,\lambda)$-a nəzərən həll edilir:

$$\tilde{u}(x,t,\lambda)=I(x,t,\lambda,u(x,t))+\Phi(x,t,\lambda)\ .$$

iv) Ω oblastında məqsədə müvafiq hamar $\mathcal{L}$ xətti tapılır və $\tilde{u}(x,t,\lambda)$ təsvirindən orijinala keçilir:

$$u(x,t)=\alpha\int_{\mathcal{L}}\exp\left[\lambda\int_0^t \omega(\tau)d\tau\right]\{\tilde{u}(x,t,\lambda)-I(x,t,\lambda,u(x,t))\}d\lambda\ .$$

2. Müəyyən siniflərdən olan ixtiyari vektor funksiya üçün

i) $P(x,\xi,\lambda)$ və $G(x,\xi,\lambda)$ matrisləri vasitisilə cevirmə düsturları alınır. Burada $P(x,\xi,\lambda)$ və $G(x,\xi,\lambda)$ uyğun olaraq parametrik məsələnin fundamental və Qrin matrisləridir.

ii) Ixtiyari γ vektoru və m tam ədədi üçün

$$\int_{\mathcal{L}} \lambda^m \delta(x,\lambda,\gamma)\,d\lambda = 0$$

düsturunun doğruluğu göstərilir. Burada $\delta(x,\lambda,\gamma)$ - parametrik məsələnin bircins tənliyinin geyri-bircins sərhəd şərtlərini ödəyən həllidir.

3. Geyri-lokal və qeyri-requlyar "sərhəd" şərtləri vasitəsilə bir-birinə bağlanan müxtəlif tərtib parabolik tənliklər sistemləri üçün qarışıq məsələ tədqiq olunur. Parametrik məsələnin sərhəd şərtlərinin Birkhof-Tamarkin-Naymark-Rəsulov mənada "requlyar"lıq anlayışından daha geniş anlayış olan "düzgün"lük anlayışı verilir. Sonlu inteqral çevirmə üsulunu tətbiq etməklə sərhəd şərtləri "düzgün" olan qarışıq məsələlərin həllinin analitik ifadəsi alınır.

4. Müəyyən şərtlər daxilində, sonlu inteqral çevirmə üsulunu tətbiq etməklə

a) yarım oxda parabolik sistemlər;

b) çoxölçülü halda dəyişənlərinə ayrıla bilən parabolik sistemlər;

c) sərhəd şərtlərinə daxil olan axtarılan funksiyanın törəməsinin tərtibi tənliyin tərtibindən böyük olan parabolik tənliklər ;

d) sərhəd şərtləri vasitəsiylə bir birinə bağlanan müxtəlif tərtib hiperbolik sistemlər;

e) bəzi tipi olmayan xüsusi törəməli diferensial tənliklər

üçün "sərhəd" şərtləri qlobal inteqro-diferensial şəkildə olan qarışıq məsələlərin həllinin analitik (inteqral) ifadəsi alınır.

ELMAGA AGAGASIM OGLU GASIMOV

APPLICATION OF INTEQRAL TRANSFORMATIONS TO THE SOLUTION OF SOME MIXED PROBLEMS

SUMMARY

The dissertation work is devoted to investigation of the classic solution of the mixed problem with "boundary" conditions in the local irreqular and global inteqro-differential form for partial differential equations. The following main results are obtained.

1. In the work, afinite inteqral transformation method is suggested and its applications are shown. The application of this method requires the following steps:

i) From the desired function $u(x,t)$ we pass to the function $\widetilde{u}(x,t,\lambda)$ (to the transform $u(x,t)$):

$$\widetilde{u}(x,t,\lambda) = \int_0^t \omega(\tau)\exp\left[-\lambda\int_0^t \omega(\eta)\,d\eta\right]u(x,\tau)\,d\tau$$

or

$$\widetilde{u}(x,t,\lambda) = \int_t^T \omega(\tau)\exp\left[-\lambda\int_0^t \omega(\eta)\,d\eta\right]u(x,\tau)\,d\tau\ .$$

ii) We make operations in the transform $\widetilde{u}(x,t,\lambda)$ according to the operations on $u(x,t)$, and as a result we get a parametric problem with respect to $\widetilde{u}(x,t,\lambda)$. The desired function $u(x,t)$ itself and its derivatives participate in the right side of the parametric problem.

iii) On the plane λ we find an appropriate domain Ω and solve the parametric problem with respect to $\widetilde{u}(x,t,\lambda)$:

$$\widetilde{u}(x,t,\lambda) = I(x,t,\lambda,u(x,t)) + \Phi(x,t,\lambda)\,.$$

iv) We find the appropriate line $\mathcal{L}$ in domain Ω and pass from the transform $\widetilde{u}(x,t,\lambda)$ to the original:

$$u(x,t) = \alpha\int_{\mathcal{L}} \exp\left[\lambda\int_0^t \omega(\tau)\,d\tau\right]\{\widetilde{u}(x,t,\lambda) - I(x,t,\lambda,u(x,t))\}\,d\lambda\ .$$

2. For an arbitrary vector-function from certain classes

i) we get transformation formulas for $P(x,\xi,\lambda)$ and $G(x,\xi,\lambda)$ by means of the matrices, here $P(x,\xi,\lambda)$ and $G(x,\xi,\lambda)$ are fundamental and Green matrices of the parametric problem, respectively.

ii) for any vector γ and integer m we show the validity of the formula

$$\int_{\mathcal{L}} \lambda^m \delta(x,\lambda,\gamma)\, d\lambda = 0$$

Here $\delta(x,\lambda,\gamma)$ is the solution of the parametric problem, satisflying the non-homogeneous boundary conditions of the homogeneous equation.

3. A mixed problem for the system of different order parabolic equations connected by means of non-local and irreqular “boundary” conditions is investigated. The “well-posedness” notion that is wider than the notion of “reqularity” in the sense of Birkhoff-Tamarkin-Naimark-Rasulov of the boundary conditions of the parametric problem. The analytic expression of the solution of mixed problems with “well-posed” boundary conditions are obtained by applying the finite transformation method.

4. Under certain conditions, by applying the finite transformation method, the analytic (integral) expressions of the mixed problem with “boundary” conditions in the global inteqro-differential form are obtained for

a) parabolic systems on the semi-axis;

b) parabolic systems separable into variables in many-dimensional form;

c) parabolic equations whose order of the derivative of the desired function contained in boundary conditions is greater than the order of the equation;

d) hyperbolic systems connected with each other by means of boundary conditions;

e) some partial differential equations without type.

AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

ELMAĞA AĞAQASIM OĞLU QASIMOV

BƏZİ QARIŞIQ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİNƏ İNTEQRAL ÇEVİRMƏLƏRİN TƏTBİQİ

1211.01 – Diferensial tənliklər

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2014