AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI

RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

TELMAN BENSER oğlu QASIMOV

KƏSİLƏN DİFERENSİAL OPERATORLARIN SPEKTRAL XASSƏLƏRİNİN TƏDQİQİ

1202.01 –Analiz və funksional analiz

Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2018

Dissertasiya işi **AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Qeyri-harmonik analiz”** şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi: AMEA-nın müxbir üzvü, prof. **Bilal Bilalov**

Rəsmi opponentlər:

- fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Sabir Mirzəyev** (Bakı Dövlət Universiteti);
- fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Aqil Xanməmmədov** (AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu);
- fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Rauf Əmirov** (Cümhuriyyət Universiteti, Türkiyə).

Aparıcı təşkilat:
Azərbaycan Dövlət Pedoqoji Universitetinin “Riyazi analiz” kafedrası**.**

Dissertasiyanın müdafiəsi 01 iyun 2018-ci il saat 14^{00}-da Azərbaycan MEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim olunan dissertasiyaların müdafiəsini keçirən D.01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat 25 aprel 2018-ci il tarixində buraxılıb.

D.01.111 Dissertasiya Şurasının
elmi katibi **dos. Tamilla Həsənova**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Müasir riyaziyyatın, mexanikanın və fizikanın bir çox məsələləri müəyyən fiziki prosesləri təsvir edən xüsusi törəməli diferensial operatorların həlli üçün yeni yanaşmalar tələb edir. Əksər hallarda dəyişənlərinə ayırma üsulundan istifadə olunur. Xüsusi törəməli diferensial tənliklərin Furye üsulu ilə həlli uyğun diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsinə gətirir.Bu məsələ adi diferensial operatorların məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin müxtəlif funksional fəzalarda tamlıq, minimallıq və bazislik xassələrini özündə ehtiva edir. Son zamanlar yuxarıda göstərilən xassələrlə yanaşı diferensial operatorların məxsusi və qoşulmuş funksiyalarından ibarət sistemlərin freymlik və onun xüsusi halı olan atomar ayrılış xassələrini tək C, L_p, W_p^n kimi klassik funksional fəzalarda deyil, habelə $L_{p(x)}$, $W_{p(x)}^n$, $M^{p,\alpha}$ kimi klassik olmayan funksional fəzalarda da öyrənməyə başlamışlar. Hal hazırda C.fon Neymanın, D.Hilbertin, E.Şmidtin işləri sayəsində öz-özünə qoşma diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsi daha çox inkişaf etmişdir. Bu istiqamətdə E.Titçmarş, B.M.Levitan, M.A.Naymark, M.Q.Kreyn, İ.M.Qlazman, A.Q.Kostyuçenko, Yu.M.Berezanski tərəfindən fundamental nəticələr alınmışdır. Eyni zamanda öz-özünə qoşma olmayan diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsi də inkişaf etdirilir. Dissertasiya işinin mövzusu ilə bilavasitə əlaqəsi olan bəzi müəlliflərin işləri üzərində ətraflı dayanaq. Aşağıdakı

$$p_0(x)y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + ... + p_n(x)y = \lambda y \qquad (1)$$

adi diferensial tənliyin və xətti asılı olmayan

$$U_\nu(y) = \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_{\nu j} y^{(j)}(0) + \beta_{\nu j} y^{(j)}(1) = 0, \ \nu = \overline{1,n}, (2)$$

sərhəd şərtlərinin doğurduğu sərhəd məsələsinə baxaq. Öz-özünə qoşma olmayan diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin inkişafı A.Puankarenin, G.Birkhofun, R.Langerin, Ya.Tamarkinin, K.Uaylderin və b. işlərindən başlamışdır.

(1),(2) requlyar məsələsinin məxsusi və qoşma funksiyalar sistemininbazisliyi, Riss bazisliyi, mötərizəli Riss bazisliyi, habelə requlyar olmayan məsələnin məxsusi və qoşma funksiyaları üzrə spektral ayrılışların yığılması məsələləri V.P.Mixaylovun, G.M.Keselmanın, N.Danfordun, C.T.Şvarsın, A.A.Şkalikovun, R.Törnerin, G.Benzinqerin, L.Uordun, M.Stounun, V.Eberqardın, E.Koddinqtonun, A.N.Krollun, A.P.Xromovun, C.Fraylinqin və digər müəlliflərin işlərində öyrənilmişdir.

Öz-özünə qoşma olmayan diferensial operatorların məxsusi və qoşma vektorlar sisteminin tədqiqi üçün digər bir yanaşma V.A.İlin tərəfindən təklif olunmuşdur. Bu istiqamət Y.İ.Moiseyevin, V.D.Budayevin, N.B.Kərimovun, V.M.Qurbanovun, İ.S.Lomovun, L.Kritskovun və digərlərinin işlərində inkişaf etdirilmişdir.

Y.D.Tamarkinin və M.V.Keldışın işlərində alınmış nəticələr adi diferensial operatorlar dəstəsinin spektral xassələrinin tədqiqində təməl rolunu oynamışdır. M.V.Keldış ilk dəfə olaraq görmüşdür ki, xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin Furye metodu ilə həllini əsaslandırmaq üçün təbii olaraq n-qat tamlıq məsələsi meydana gəlir və elə onun tərəfindən abstrakt operatorlar dəstəsi üçün belə teorem isbat olunmuşdur. Operatorlar dəstəsi üçün n-qat tamlıq və n-qat ayrılışların yığılması həmçinin C.E.Allahverdiyevin, M.G.Qasımovun, A.Q.Kostyuçenkonun, A.S.Markusun, V.İ.Matsayevin, F.Q.Maksudovun, M.Q.Cavadovun, R.Cabarzadənin, A.O.Kravitskinin, M.B.Orazovun, A.A.Şkalikovun, S.Y.Yakubovun, S.S.Mirzəyevin, G.V.Radziyevskinin, Ə.M.Əhmədovun və digərlərinin işlərində öyrənilmişdir.

Sərhəd şərtlərinə spektral parametr daxil olan məsələlərin spektral xassələri J.Uolterin, Ç.T.Fultonun, A.Şnayderin, Y.M.Rusakovskinin, D.Hintonun, A.Diksmanın, P.Baydinqin, P.C.Braunun,B.A.Vatsonun işlərində öyrənilmişdir. A.A.Şkalikovun işində sərhəd şərtləri və tənliyin əmsalları spektral parametrdən polinomial asılı oldugu halda (1), (2) spektral məsələlərinin ümumi nəzəriyyəsi qurulmuşdur. Bu işdə requlyar, sanki requlyar və normal məsələlərin sinifləri ayrılmışdır. Xüsusi fəzalar qurulmuşdur ki, burada baxılan məsələlər təbii olaraq xəttiləşdirilir və həmin fəzalarda tamlıq, ayrılış, Riss bazisliyi və mötərizəli Riss bazisliyi haqqında teoremlər isbat edilmişdir. Y.İ.Moiseyev və N.Y.Kapustinin işində sərhəd şərtinə spektral parametr dxil olan Şturm-Liuvill məsələsi üçün göstərilmişdir ki, məsələnin məxsusi funksiyaları sistemi istənilən məxsusi funksiyanı atdıqdan sonra L_2 fəzasında Riss bazisi təşkil edir. Bu nəticələrin müxtəlif ümumiləşmələri N.B.Kərimovun, V.S.Mirzəyevin, Z.S.Əliyevin, R.Q.Poladovun, D.B.Marçenkovun, Y.N.Əliyevin işlərində alınmışdır. Daha ümumi şəkildə bu məsələlərin abstrakt analoqları B.T.Bilalovun və T.Muradovun işində baxılmışdır. Bu işdən əvvəl isə İ.S.Qoxberq, A.S.Markus, A.A.Şkalikov defekt bazisləri öyrənmişlər. Dissertasiya işində bu məsələlər abstrakt qoyuluşda ətraflı tədqiq olunmuş və konstruktiv zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır.

Diferensial operatorların məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin bazislik xassələrini göstərərkən operatorların həyəcanlanma nəzəriyyəsinin metodları ilə yanaşı Hilbert və Banax fəzalarında sistemlərin bazisliyi nəzəriyyəsinin metodları, habelə bazislərin dayaniqlığı məsələləri də istifadə olunur. Yaxın sistemlərin bazislik xassələrinin tədqiqi nəzəriyyəsi öz başlanğıcını Peli və Vinerin məşhur işindən götürür. Sonralar Levinson bu nəticəni yaxşılaşdırır, Kades isə yaxşılaşdırılmayan qiymətləndirmə alır. M.Q.Kreynin, D.P.Milmanın və M.A.Rutmanın işində ilk dəfə olaraq Banax fəzasının bazisinin dayanıqlıq xassəsi göstərilmişdir. N.K.Bari göstəemişdir ki, Hilbert fəzası halında sistemin Riss bazisliyi üçün kafi şərt onun ortonormal bazisə kvadratik yaxın olması və $\omega -$xətti asılı olmamasıdır. B.T.Bilalovun işlərində Peli-Vinerin və N.K.Barinin teoremlərinin Banax fəzası halına ümumiləşməsi verilmişdir. B.T.Bilalov göstərmişdir ki, bu tipli teoremlərdə sistemin $\omega -$xətti asılı olmamasıonun tamlığı, minimallığı, o cümlədən bazisliyinə ekvivalentdir. Eksponent, sinus və kosinus tipli sistemlərin bazislik xassələrinə həsr olunmuş işlərdən A.M.Sedletskinin, Y.İ.Moiseyevin, A.İ.Barmenkovun, A.Yu.Kazminin, G.G.Devderianinin, B.T.Bilalovun və digərlərinin işlərini qeyd etmək olar.

Adi diferensial operatorların təbii ümumiləşməsi kvazidiferensial operatorlardır. $[0,1]$parçasında kvazidiferensial operator üçün spektral məsələ

$$y^{[n]} = \lambda y, \tag{3}$$

tənliyi və

$$U_\nu(y) = \sum_{j=0}^{n-1}\left(\alpha_{\nu j} y^{[j]}(0) + \beta_{\nu j} y^{[j]}(1)\right) = 0, \ \nu = \overline{1,n}, \tag{4}$$

sərhəd şərtləri ilə verilir; burada $y^{[j]}$, $j = \overline{0,n}$, - $y(x)$funksiyasının kvazitörəmələridirlər və aşağıdakı düsturlarla təyin olunurlar

$$y^{[0]} = p_{00} y, y^{[k]} = p_{kk}\frac{d}{dx} y^{[k-1]} + \sum_{j=1}^{k-1} p_{kj} y^{[j]}, \ k = \overline{1,n}. \tag{5}$$

(5) kvazitörəmələri ilk dəfə D.Şin tərəfindən daxil edilmişdir. V.S.Rıxlovun işlərində $p_{kk}(x) \equiv 1$, $k = \overline{0,n}$, halında (3), (4) requlyar məsələləri üşün məxsusi və qoşma funksiyalar üzrə spektral ayrılışların yığılma məsələləri, həmçinin (3), (4) güclü requlyar məsələləri üçün məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $L_2(0,1)$fəzasında şərtsiz bazisliyi haqqında teorem isbat edilmişdir. Müəllifin işlərində (3) kvazidiferensial tənliyi üçün qeyri-lokal kəsilən sərhəd şərtlərinə baxılır. Adi diferensial operatorlar üçün

qeyri-lokal sərhəd məsələləri müxtəlif müəlliflər tərəfindən baxılmışdır. Son zamanlar lokal olmayan sərhəd məsələlərinə artan marağın olması əsasən fizikanın tələbatı ilə izah olunur. Bununla əlaqədar A.V.Bitsadze və A.A.Samarskinin işini qeyd edək ki, burada ilk dəfə olaraq lokal olmayan sərhəd şərtlərinin baxılmasına gətirən riyazi modellər öyrənilir. Sonralar bu məsələlər bir sıra müəlliflərin işlərində inkişaf etdirilmişdir. A.A.Şkalikov Stiltes inteqralı ilə verilən ümumi sərhəd şərtləri halında requlyarlıq anlayışını daxil etmiş və məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $L_2(0,1)$ fəzasında Riss bazisliyi haqqında teorem isbat etmişdir. V.A.İlin və Y.İ.Moiseyev ikinci tərtib diferensial operator üçün lokal olmayan sərhəd məsələlərini öyrənmişlər. A.M.Kroll inteqral sərhəd şərtli diferensial operatorları öyrənmişdir. Kəsilən çoxnöqtəli və ümumi inteqral sərhəd şərtləri ilə verilən adi diferensial və kvazidiferensial operatorlar üçün L_2 -dəRiss bazisliyi və L_p -də bazislik haqqında teoremlərin analoqları müəllifin işlərində isbat olunmuşdur. Bu nəticələrin digər ümumiləşmələri həmçinin A.M.Qomilko və G.V.Radziyevskinin işində alinmışdır. Son işlərdən A.V.Maxney və R.M.Tasiyin, A.A.Şkalikov və A.M.Savçukun, H.Hüseynov və R.Paşayevin işlərini qeyd etmək olar ki, bunlarda kvazidiferensial operatorlarla təsvir olunan ümumiləşmiş əmsallı diferensial operatorlara baxılır.

Requlyar olan, lakin güclü requlyar olmayan sərhəd şərtləri ilə verilən diferensial operatorları ayrıca qeyd etmək lazımdır. Belə operatorların məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin L_2 -də Riss bazisliyi və mötərizəli Riss bazisliyi A.A.Şkalikovun, N.B.Kərimov və X.R.Məmmədovun, A.S.Makinin, N.Dərnək və O.A.Vəliyevin, P.Y.Cakov və B.S.Mityaginin, V.M.Qurbanovun işlərində tədqiq olunmuşdur.

Spektral ayrılışların yığılmsı məsələləri ilə pozitiv operatorların kəsr dərəcələri nəzəriyyəsinin sıx əlaqəsi vardır. Bununla əlaqədar M.A.Krasnoselskinin, Y.İ.Pustılnikin, Ş.A.Alimovun, M.S.Aqranoviçin və digərlərinin işlərini qeyd etmək olar. Pozitiv operatorların kəsr qüvvətlərinin təyin oblastlarının təsviri mühüm məsələlərdən sayılır. D.Fudzivaranın, P.Qrivarın, R.Silinin, İ.D.Yevzerovun, P.Y.Sobolevskinin işləri bu məsələlərə həsr olunmuşdur.

Yuxarıda deyilənlərdən çıxır ki, adi diferensial və kvazidiferensial operatorların spektral xassələri əsasən ikinöqtəli və inteqral sərhəd şərtləri üçün öyrənilmişdir. Kəsilən çoxnöqtəli və kəsilən inteqral sərhəd şərtli diferensial və kvazidiferensial operatorlar isə ümumi qoyuluşda öürənilməmişdir. Dissertasiya işində kəsilən diferensial operatorların öyrənilməsi üçün ümumi yanaşma verilir, kəsilən diferensial operatorların məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin bazislik məsələlərini tədqiq etmək üçün yeni metodlar təklif olunur, belə operatorların kəsr qüvvətlərinin təyin oblastlarının təsviri verilir.Alınan nəticələrin bəziləri hətta ikinöqtəli və inteqral sərhəd şərtləri ilə verilən adi diferensial operatorlar halında da yenidir. Ona görə də hesab edirik ki, dissertasiya işinin mövzusu aktualdır və elmi maraq kəsb edir.

İşin məqsədi.1. Diferensial operatorlar üçün sərhəd şərtlərinə spektral parametr daxil olan spektral məsələlərin məxsusi və qoşma vektorlar sisteminin bazislik xassələrini tədqiq etməyə imkan verən abstrakt metodların işlənməsi.

2. Kəsilən diferensial operatorların spektral xassələrini tədqiq etmək üçün abstrakt metodların işlənməsi.

3. Əsas intervalın müxtəlif hissələrində müxtəlif tərtibə malik kəsilən diferensial operatorların doğurduğu bütün düzgün operatorların təsvirini vermək, ümumi inteqral sərhəd şərtləri ilə verilən belə operatorların Qrin funksiyasının qurulması.

4. Requlyar çoxnöqtəli və inteqral sərhəd şərtləri ilə verilən kəsilən diferensial operatorların məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin bazislik xassələrini tədqiq edilməsi.

5. İnteqral sərhəd şərtləri ilə verilən kəsilən diferensial operatorların kəsr qüvvətlərinin təyin oblastlarının təsvir edilməsi.

6. Riyazi fizikanın və mexanikanın sərhəd şərtlərinə spektral parametr daxil olan kəsilən diferensial operatorlar üçün spektral məsələlərə gətirilən bəzi model məsələlərinin spektral xassələrinin öyrənilməsi.

Elmi yeniliklər. Dissertasiyada aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- Banax fəzasında defekt sistemlərin tamlığı, minimallığı və bazisliyi üçün zəruri və kafi şərtlər alınmışdır;
- altfəzaların müvafiq sistemlərindən çıxış edərək Banax fəzalarının düz cəmində verilmiş sistemlərin tamlığı, minimallığı, bazisliyi və freymliliyi haqqında teoremlər isbat edilmişdir;
- kəsilən diferensial operatorların doğurduğu minimal operatorun həllolunan genişlənmələrinin və maksimal operatorun düzgün daralmalarının, xüsusi halda bütün düzgün operatorların təsviri verilmiş, ümumi inteqral sərhəd şərtləri ilə verilmiş belə operatorların Qrin funksiyası qurulmuşdur;
- kəsilən diferensial operatorlar üçün çoxnöqtəli və inteqral sərhəd şərtlərinin requlyar sinifləri ayrılmış, requlyar sərhəd məsələlərinin məxsusi ədədlərinin asimptotikası tapılmış və məxsusi və qoşma funksiyalar

sisteminin L_p fəzasında bazisliyi, o cümlədən L_2 fəzasında Riss bazisliyi haqqında teoremlər isbat edilmişdir;
- ümumi inteqral sərhəd şərtləri ilə verilən kəsilən diferensial operatorların pozitivliyi isbat olunmuş, belə operatorların kompleks qüvvətləri üçen qiymətləndirmə alınmışdır;
- ümumi inteqral sərhəd sərhəd şərtləri ilə verilən kəsilən diferensial operatorlarınkəsr qüvvətlərinin təyin oblastlarının təsviri verilmiş, həmçinin çoxnöqtəli sərhəd şərtləri halında yarımtam kəsr qüvvətlərinin təyin oblastlarının konstruktiv təsviri verilmişdir;
- sərhəd şərtlərinə spektral parametr daxil olan bəzi model diferensial operatorların məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin bazisliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur;
- kəsilmə şərtinə spektral parametr daxil olan bəzi kəsilən diferensial operatorların məxsusi və qoşma funksiyalarının bazislik xassələrini öyrənmək üçün yeni yanaşma təklif olunmuş, məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $L_p, 1 < p < +\infty$, Lebeq fəzalarında və $M^{p,\alpha}, 1 < p < +\infty,\ 0 < \alpha \leq 1$, Morri tipli fəzalarda bazisliyi isbat olunmuşdur.

Ümumi tədqiqat metodikası. İşdə həqiqi və kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin, diferensial operatorlar nəzəriyyəsinin, funksional analizin metodları, o cümlədən Hilbert və Banax fəzalarında xətti operatorlar nəzəriyyəsinin metodları, bazislər və freymlər nəzəriyyəsinin, approksimasiya nəzəriyyəsinin metodları tətbiq olunur.

Nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyanın nəticələri nəzəri xarakter daşıyır. Onlardan diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsində, riyazi fizikanın və mexanikanın müxtəlif məsələlərinin, o cümlədən rəqslər nəzəriyyəsinin, hidromexanikanın, plastiklik nəzəriyyəsinin öz-özünə qoşma olmayan diferensial operatorların öyrənilməsinə gətirən məsələlərinin həllinin Furye metodu ilə əsaslandırılması zamanı istifadə oluna bilər. Bu nəticələrdən həmçinin approksimasiya nəzəriyyəsində də istifadə oluna bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyanın əsas nəticələri akademik M.G.Qasımovun "Funksional analiz və onun tətbiqləri" adlı seminarında, AMEA RMİ-nin ümuminstitut seminarında, həmçinin RMİ-nin "Qeyri harmonik analiz" (AMEA-nın müxbir üzvü, prof. B.T.Bilalov), "Diferensial tənliklər" (prof. Ə.B.Əliyev), "Funksional analiz" (prof. H.İ.Aslanov), "Funksiyalar nəzəriyyəsi" (AMEA-nın professoru, r.e.d. V.E.İsmaylov) şöbələrinin seminarlarında, BDU-nun "Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz” (prof. ƏM.Əhmədov) kafedrasının seminarında, AMEA-nın müxbir üzvü, prof. İ.T.Məmmədovun 50 illik yubileyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanika üzrə Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2005), AMEA-nın müxbir üzvü, prof. B.Ə.İsgəndərovun 70 illik yubileyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanika üzrə 12-ci Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2006), AMEA-nın həqiqi üzvü A.C.Hacıyevin 70 illik yubileyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanika üzrə 13-cü Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2007), AMEA RMİ-nin 50 illik yubileyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanika üzrə Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2009), əməkdar elm xadimi, akademik Ə.İ.Hüseynovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransda (Bakı, 2007),akademik Z.İ.Xəlilov 100 ilunlik yubileyinə həsr olunmuş “Funksional analiz və onon tıtbiqləri” Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2011), prof. A.Q.Kostyuçenkonun xatirəsinə həsr olunmuş “Operatorların spektral nəzəriyyəsi və tətbiqləri” Beynəlxalq konfransında (Ufa, Rusiya, 2011), MADEA-7 Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2015), Gürcüstan Riyaziyyat Cəmiyyətinin VI konfransında, (Batumi, Gürcüstan, 2015), “Qeyri harmonik analiz və diferensial tənliklər” Beynəlxalq Workshop-da (Bakı, 2016) məruzə edilmişdir.

Nəşrlər. Dissertasiya işinin əsas nəticələri 46 elmi işdə nəşr olunmuşdur. Onların siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

İşin strukturu və həcmi. Dissertasiya işi giriş, beş fəsil və 249 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin həcmi 262 səhifədir.

İŞİN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya işinin mövzusunun aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiya işinin mövzusu ilə əlaqəli olan nəticələrin qısa tarixi icmalı verilir və dissertasiyanın əsas nəticələri şərh olunur.

Birinci fəsil beş fəsildən ibarətdir və Banax fəzalarında bazislər və freymlər nəzəriyyəsinin bəzi məsələlərinə həsr olunmuşdur.

1.1-də standart işarələmələr daxil edilir, bazislər nəzəriyyəsinin əsas anlayışları, o cümlədən tamlıq, minimallıq,bazislik və mötərizəli bazislik üçün kriterilər verilmişdir.

1.2-də defekt bazislər öyrənilir. X Banax fəzasının $\{x_n\}_{n\in N}$ ardıcıllığı o zaman defekt bazis adlanır ki, ondan sonlu sayda element atdıqdan sonra alınan ardıcıllıq özünün qapalı xətti örtüyündə bazis olsun.

Tutaq ki, X_0 hər hansı Banax fəzasıdır və $X = X_0 \oplus C^m$; burada C^m – kompleks ədədlər çoxluğunun m nüsxəsidir. Onda X

$$\|\tilde{u}\|_X = \left(\|u\|_{X_0}^2 + \sum_{k=1}^{m} |\alpha_k|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

normasına nəzərən Banax fəzası təşkil edir; burada $\tilde{u} = (u; \alpha_1, ..., \alpha_m) \in X$, $u \in X_0$, $\alpha_k \in C$, $k \in 1:m$. Bundan başqa $X^* = X_0^* \oplus C^m$ olur. 1.2 yarımfəslinin əsas nəticəsi aşağıdakı teoremlərdir.

Teorem 1. *Tutaq ki,* $X^* = X_0^* \oplus C^m$ *fəzasında* $\{\tilde{u}_n\}_{n \in N}$ *minimal sistemi verilmişdir və* $\tilde{u}_n = (u_n; \alpha_{n1}, ..., \alpha_{nm})$, $\{\tilde{\vartheta}_n\}_{n \in N}$ *sistemi isə onun biortoqonalıdır və* $\tilde{\vartheta}_n = (\vartheta_n; \beta_{n1}, ..., \beta_{nm}) \in X^*$, *bundan başqam sayda müxtəlif natural ədədlərdən ibarət* $J = \{n_1, ..., n_m\} \subset N$ *– çoxluğu üçün* $N_J = N \setminus J$ *işarə edək. Əgər* $\delta = \det \left\| \beta_{n_k j} \right\|_{k,j=1}^{m} \neq 0$ *olarsa, onda* $\{u_n\}_{n \in N_J}$ *sistemi* X_0*-da minimaldır. Bu halda biortoqonal sistem aşağıdakı şəkildə olur:*

$$\vartheta_n^* = \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} \vartheta_n & \vartheta_{n_1} & \dots & \vartheta_{n_m} \\ \beta_{n1} & \beta_{n_1 1} & \dots & \beta_{n_m 1} \\ . & . & . & . & . \\ \beta_{nm} & \beta_{n_1 m} & \dots & \beta_{n_m m} \end{vmatrix}.$$

Əgər $\{\tilde{u}_n\}_{n \in N}$ *sistemi* X *-də tam və minimal, və* $\delta = 0$ *olarsa, onda* $\{u_n\}_{n \in N_J}$ *sistemi* X_0*-da tam deyil.*

Teorem 2. *Tutaq ki,* $\{\tilde{u}_n\}_{n \in N}$ *sistemi* X *-də tam və minimaldır. Əgər* $\delta \neq 0$ *olarsa, onda* $\{u_n\}_{n \in N_J}$ *sistemi* X_0*-da tam və minimaldır.*

Teorem 3. *Tutaq ki,* $\{\tilde{u}_n\}_{n \in N}$ *sistemi* X *fəzasının bazisidir. Onda* $\{u_n\}_{n \in N_J}$ *sisteminin* X_0 *fəzasında bazis olması üçün zəruri və kafi şərt* $\delta \neq 0$ *şərtinin ödənməsidir.*

Teorem 4. *Tutaq ki,* X_0 *- Hilbert fəzası və* $\{\tilde{u}_n\}_{n\in N}$ *sistemi* $X = X_0 \oplus C^m$ *fəzasında Riss bazisidir. Onda* $\{u_n\}_{n\in N_J}$ *sisteminin* X_0 *fəzasında Riss bazisi olması üçün zəruri və kafi şərt* $\delta \neq 0$ *şərtinin ödənməsidir.*

1.3-də Banax fəzasında verilən sistemdən sonlu sayda elementi dəyişməklə alınan sistemin tamlığı, minimallığı və bazisliyi üçün zəruri və kafi şərtlər alınmış, həmçinin bu nəticələrin 1.2 yarımfəslində isbat olunmuş teoremlərlə əlaqəsi göstərilmişdir.

1.4 -də Banax fəzasının altfəzalara ayrılışına baxılır və altfəzaların bazisindən çıxış edərək fəzanın bazisinin qurulmasının bir üsulu verilmişdir. Bazis qurmağın bu üsulu kəsilən diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsində geniş tətbiqə malikdir. Tutaq ki, $X = X_1 \oplus ... \oplus X_m$ düz cəmə ayrılışı verilmişdir; burada X_i, $i \in 1:m$, hər hansı Banax fəzalarıdır. X -də normanı aşağıdakı düsturla təyin edək:

$$\|x\|_X = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \|x_i\|_{X_i}^2} \;;$$

burada $x \in X \Leftrightarrow x = (x_1, x_2, ..., x_m)$, $x_k \in X_k$, $k \in 1:m$. Onda $X^* = X_1^* \oplus ... \oplus X_m^*$ və $f \in X^*$, $x \in X$ üçün aşağıdakı münasibət doğrudur

$$< x, f > = \sum_{i=1}^{m} < x_i, f_i > ;$$

Burada $f = (f_1, ..., f_m)$ və f -in norması üçün

$$\|f\|_{X^*} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \|f_i\|_{X_i^*}^2}$$

düsturu doğrudur.

Tutaq ki, hər bir $i \in 1:m$ üçün X_i fəzasında $\{u_n^{(i)}\}_{n\in N}$ sistemi verilmişdir. X fəzasında aşağıdakı sistemə baxaq:

$$\tilde{u}_n^{(i)} = \left(a_{i1}u_n^{(1)}, a_{i2}u_n^{(2)}, ..., a_{im}u_n^{(m)}\right), i \in 1:m; n \in N, \qquad (6)$$

burada a_{ij} kompleks ədədlərdir. $\Delta = \det\left(a_{ij}\right)_{i,j\in 1:m}$ işarə edək. Bu yarımfəslin əsas nəticəsi aşağıdakı teoremlərdir.

Teorem 5. *Tutaq ki,* $\left\{u_n^{(i)}\right\}_{n\in N}$ *sistemi* X_i, $i\in 1:m$, *fəzasındatamdır (minimaldır). Əgər* $\Delta\neq 0$ *olarsa, onda* $\left\{\tilde{u}_n^{(i)}\right\}_{i\in 1:m;\, n\in N}$ *sistemi də* X *fəzasında tamdır (minimaldır).*

$\Delta=0$ halında teorem doğru olmur və bu halda da müvafiq teoremlər isbat olunmuşdur. Daha sonra (6) sisteminin X fəzasında bazisliyi tədqiq olunur. Ayrılıqda iki hala baxılır. Birinci halda fərz olunur ki X_i, $i\in 1:m$, fəzaları izomorfdurlar. Bu halda aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 6. *Tutaq ki,* $X_i, i\in 1:m$, *Banax fəzaları cüt-cüt izomorfdurlarvə* $\left\{u_n^{(i)}\right\}_{n\in N}$ *sistemləri uyğun olaraq bu fəzalarda izomorf bazislərdir. Əgər* $\Delta\neq 0$ *olarsa, onda* $\left\{\tilde{u}_n^{(i)}\right\}_{i\in 1:m;\, n\in N}$ *sistemi* X *fəzasında* $\left\{\tilde{u}_n^{(i)}\right\}_{i\in 1:m;\, n\in N}$ *bazisinə izomorf bazis olur.*

Daha sonra X_i, $i\in 1:m$, fəzalarının izomorfluğu tələb olunmayan hala baxılır. Bu halda aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 7. *Tutaq ki,* $\left\{u_n^{(i)}\right\}_{n\in N}$ *sistemi* X_i, $i\in 1:m$, *fəzasında bazis təşkil edir. Əgər* $\Delta\neq 0$ *olarsa, onda* $\left\{\tilde{u}_n^{(i)}\right\}_{i\in 1:m;\, n\in N}$ *sistemi* X *fəzasında mötərizəli bazis təşkil edir. Əgər əlavə olaraq* $\sup\limits_n\left\{\left\|u_n^{(i)}\right\|;\left\|\vartheta_n^{(i)}\right\|\right\}<+\infty,\ i\in 1:m$, *şərtləri ödənərsə (burada* $\left\{\vartheta_n^{(i)}\right\}_{n\in N}$ *sistemi* $\left\{u_n^{(i)}\right\}_{n\in N}$ *sisteminin biortoqonalıdır), onda* $\left\{\tilde{u}_n^{(i)}\right\}_{i\in 1:m;\, n\in N}$ *sistemi* X *-də bazis təşkil edər.*

1.5-də əvvəlki yarımfəsildə olduğu kimi, Banax fəzasının altfəzaların düz cəminə ayrılışına baxılır və altfəzaların atomar ayrılışlarından çıxış edərək fəzada atomar ayrılış təşkil etmənin bir üsulu verilir. Tutaq ki, $X=X_1\oplus\ldots\oplus X_m$ düz cəmə ayrılışı verilmişdir; burada X_i, $i\in 1:m$ müəyyən Banax fəzaları və hər bir $i\in 1:m$ üçün $\left\{u_n^{(i)}\right\}_{n\in N}\subset X_i$ sistemi verilmişdir. X fəzasında aşağıdakı sistemə baxaq

$$u_{in}^0=(\underbrace{0,\ldots,0,u_n^{(i)}}_{i},0,\ldots,0), i\in 1:m;\ n\in N\,.$$

Tutaq ki, K - hər hansı əmsallar fəzasıdır və $K_m = K^m$. Bu fəzada $\left\{\vec{\lambda}_n\right\} = \left\{\lambda_n^{(1)},...,\lambda_n^{(m)}\right\} \in K^m$ elementi üçün normanı belə təyin edək

$$\left\|\vec{\lambda}_n\right\| = \sum_{k=1}^{m}\left\|\left\{\lambda_n^{(k)}\right\}\right\|_K .$$

$\vartheta = \left(\vartheta^{(1)},...,\vartheta^{(m)}\right) \in X^*$ götürək və $\forall x \in X$, $x = (x_1,...,x_m)$, üçün $\vec{\vartheta}(x) = \left(\vartheta^{(1)}(x_1),...,\vartheta^{(m)}(x_m)\right)$ işarəedək. Bundan başqa $y = (y_1,..., y_m) \in X$ üçün $\vec{\vartheta}(x)y = \left(\vartheta^{(1)}(x_1)y_1,...,\vartheta^{(m)}(x_m)y_m\right) \in X$ başa düşəcəyik. Aşağıdakı tərifi daxil edək.

Tərif 1. *Aşağıdakı şərtlər ödəndikdə deyəcəyik ki,* $\left(\{u_n\};\{\vec{\vartheta}_n\}\right)$, $\left(u_n \in X, \vec{\vartheta}_n \in X^*\right)$ *cütlüyü* X *fəzasının* K_m *əmsallar fəzasına nəzərən atomar ayrılışıdır:*

i) $\left\{\vec{\vartheta}_n(x)\right\} \in K_m,\ \forall x \in X$;

ii) $\exists A, B > 0;\ A\left\|\left\{\vec{\vartheta}_n(x)\right\}\right\|_{K_m} \le \|x\|_X \le B\left\|\left\{\vec{\vartheta}_n(x)\right\}\right\|_{K_m},\ \forall x \in X$;

iii) $x = \sum_{n=1}^{\infty}\vec{\vartheta}_n(x)u_n,\ \forall x \in X$.

$\vec{u}_{in} = \left(a_{i1}u_n^{(1)},...,a_{im}u_n^{(m)}\right),\ i \in 1:m;\quad n \in N,$ sisteminə baxaq, burada a_{ij} müəyyən ədədlərdir və $A = \left(a_{ij}\right)_{i,j=1}^{m}$, $\Delta = \det A$ işarə edək. Aşağıdakı əsas teorem isbat edilmişdir.

Teorem 8. *Tutaq ki,* $X = X_1 \oplus ... \oplus X_m$ *düz cəmə ayrılışı verilmişdir,* $\left(\left\{u_n^{(i)}\right\}_{n\in N};\left\{\vartheta_n^{(i)}\right\}_{n\in N}\right)$ *cütü* $X_i,\ i \in 1:m$, *fəzasında* K *-ya nəzərən atomar ayrılışdır,* $T_{ij} \in L\left(X_i, X_j\right)$ *-izomorfizmlərdir və* $T_{ij}u_n^{(i)} = u_n^{(j)},\quad \forall n \in N,\quad i \ne j$. *Fərz edək ki,* $T_{ij},\ i, j \in 1:m$, *operatorları A) şərtini ödəyirlər,* $\Delta \ne 0$ *və* $T \in L(X)$ *operatoru* $\left(a_{ij}T_{ij}\right)_{i,j=1}^{m}$, *matrisi ilətəyin olunur.*

Onda $\left(\left\{\left\{Tu_{in}^{0}\right\}_{n\in N}\right\}_{i\in 1:m};\ \left\{\left\{\left(T^{*}\right)^{-1}\vartheta_{in}^{0}\right\}_{n\in N}\right\}_{i\in 1:m}\right)$ *cütü də* X *-in* K_m *fəzasına nəzərən atomar ayrılışıdır..*

İkinci fəsil beş yarımfəsildən ibarətdir və kəsilən diferensial operatorların ümumi nəzəriyyəsinin bəzi məsələlərinə həsr olunmuşdur.

2.1-də kvazidiferensial operatorlar öyrənilir və ümumi nəzəriyyədən bəzi zəruri anlayışlar və faktlar verilmişdir.

2.2-də kəsilən kvazidiferensial operatorlar öyrənilir. Tutaq ki, $-\infty < a = x_0 < x_1 < x ... < x_l = b < +\infty$ və hər bir (x_{s-1}, x_s) intervalında

$$l_s(y) = y^{[n_s]},$$

kvazidiferensial ifadəsi verilmişdir, beləki $p_{skj}(x)$ əmsalları hər bir (x_{s-1}, x_s) intervalında A) şərtlərini ödəyirlər. Kvazidiferensial ifadələrin $n_1, ..., n_l$ tərtibləri, ümumiyyətlə, müxtəlifdirlər. Tutaq ki, $\chi_s(x)$ funksiyası (x_{s-1}, x_s) intervalının xarakteristik funksiyasıdır və $f(x) \in L_q(a,b)$. Aşağıdakı tənliyə baxaq

$$l(y) \overset{def}{=} \sum_{s=1}^{l} \chi_s(x) l_s(y) = f(x). \tag{7}$$

$$W_{p,q}^{[n_1, ..., n_l]}(x_0, x_1, ..., x_l) = W_{p,q}^{[n_1]}(x_0, x_1) \dot{+} ... \dot{+} W_{p,q}^{[n_l]}(x_{l-1}, x_l)$$

işarə edək, burada $W_{p,q}^{[k]}(x_{s-1}, x_s), s = 1:l,\ k \in 1:n$, elə $y(x) \in L_p(x_{s-1}, x_s)$ funksiyaları fəzasıdır ki, $(k-1)-$ci tərtibə qədər kvazitörəmələri (x_{s-1}, x_s) intervalında mütləq kəsilməzdirlər, $y^{[k]}(x)$ kvazitörəməsi isə $L_q(x_{s-1}, x_s)$ fəzasına daxildir. (7) tənliyinin həlli dedikdə elə $y(x) \in W_{p,q}^{[n_1, ..., n_l]}(x_0, x_1, ..., x_l)$ funksiyası başa düşülür ki, (a,b) intervalında sanki hər yerdə (7) tənliyini ödəyir. Operatorların düz cəmi anlayışından istifadə edərək,

$$\widetilde{L} = \widetilde{L}_1 \dot{+} ... \dot{+} \widetilde{L}_l \text{ и } L_0 = L_{01} \dot{+} ... \dot{+} L_{0l}, \tag{8}$$

işarəedək, burada $\widetilde{L}_s$ və L_{0s}, uyğun olaraq, $l_s(y) = y^{[n_s]}$ kvazidiferensial ifadəsinin doğurduğu maksimal və minimal operatorlardır.Analoji olaraq

$$\widetilde{T} = \widetilde{T}_1 \dot{+} ... \dot{+} \widetilde{T}_l \text{ и } T_0 = T_{01} \dot{+} ... \dot{+} T_{0l}, \tag{9}$$

operatorlarını təyin edək, burada $\widetilde{T}_s$ и T_{0s} uyğun olaraq, $l_s^{\bullet}(y) = y^{\{n_s\}}$ qoşma kvazidiferensial ifadəsinin doğurduğu maksimal və minimal operatorlardır, (8) tənliyinin qoşması isə aşağldakı şəkildədir

$$l^*(z) \overset{def}{=} \sum_{s=}^{l} \chi_s(x) l_s^*(z) = g(x), \; g \in L_{p'}(a,b).$$

Teorem 9. *(8), (9) bərabərlikləri ilə təyin olunan* $\widetilde{L}, L_0, \widetilde{T}, T_0$ *operatorları qapalı sıx təyin olunmuş operatorlardır və aşağıdakı münüsibətləri ödəyirlər:*

1) $\widetilde{L}^* = T_0,\; T_0^* = \widetilde{L},\; \widetilde{T}^* = L_0,\; L_0^* = \widetilde{T}$ *;*

2) $\operatorname{Im} L_0 = \left(Ker\widetilde{T}\right)^{\perp},\; \operatorname{Im} T_0 = \left(Ker\widetilde{L}\right)^{\perp}$.

2.3-də (7) kəsilən kvazidiferensial tənliyinin doğurduğu bütün düzgün operatorların təsviri verilir. Bəzi anlayışları daxil edək.

Tərif 2. *Əgər* L *operatoru* $\widetilde{L}$ *maksimal operatorunun daralmasıdırsa* $\left(L \subset \widetilde{L}\right)$ *və bütün* $L_q(a,b)$*-də təyin olunmuş* L^{-1} *məhdud tərs operatoru varsa, onda* L *operatoruna* $\widetilde{L}$ *maksimal operatorunun düzgün daralması deyilir.*

Tərif 3. *Əgər* L *operatoru* L_0 *minimal operatorunun genişlənməsidirsə* $L_0 \left(L \supset L_0\right)$ *və bütün* $L_q(a,b)$*- də təyin olunmuş məhdud* L^{-1} *tərs operatoru varsa, onda* L *operatoruna* L_0 *minimal operatorununhəllolunan genişlənməsideyilir.*

Tərif 4. *Eyni zamanda* L_0*-ın həllolunangenişlənməsi və* $\widetilde{L}$*-nın düzgün daralması olan* L *qapalıoperatoruna (7) tənliyinin doğurduğu düzgün operator deyilir.*

Tutaq ki, L_{cs} operatoru $l_s(y) = y^{[n_s]}$ kvazidiferensial ifadəsinin və $y^{[k]}(x_{s-1}+0) = 0,\; k \in 1 : n_s - 1$, başlanğıc şərtlərinin doğurduğu operatordur. Aydındır ki, $L_{0s} \subset L_{cs} \subset \widetilde{L}_s$ və bütün $L_q(x_{s-1}, x_s)$-də təyin olunmuş məhdud L_{cs}^{-1} operatoru var. $L_c = L_{c1} \dot{+} \ldots \dot{+} L_{cl}$ işarə edək. Onda L_c operatoru (7) tənliyinin doğurduğu düzgün operator olar.Aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur.

Teorem 10. *Onepamop* L *operatoru yalnız o zaman* $\widetilde{L}$ *maksimal operatorunun düzgün daralması olar ki, o aşağıdakı şəkildə göstərilə bilsin:*

$$\left(L^{-1}f\right)(x)=\left(L_c^{-1}f\right)(x)+\sum_{s=1}^{l}\sum_{j=1}^{n_s}< f,g_{sj} > \chi_s(x)y_{sj}(x), \qquad (10)$$

burada $f(x)\in L_q(a,b)$*- ixtiyari funksiya,* $g_{sj}(x)\in L_{q'}(a,b)$*- müəyyən funksiyalar,* $y_{sj}(x)$, $j\in 1:n_s$*, isə* $y^{[n_s]}=0$ *tənliyinin*

$$y_{sj}^{[k-1]}(x_{s-1}+0)=\delta_{kj}, \quad k,j\in 1:n_s .$$

şərtlərini ödəyən fundamental həllər sistemidir.Buhalda L *düzgün daralmasının* $D(L)$ *təyin oblastı elə* $y\in D(\widetilde{L})$ *funksiyalarından ibarətdir ki,*

$$y^{[j-1]}(x_{s-1}+0)=<\tilde{L}y,g_{sj}>, \quad j\in 1:n_s, \quad s\in 1:l,$$

sərhəd şərtlərini ödəyilər.

Teorem 11. $L\subset\widetilde{L}$ *düzgün daralması yalnız o zaman* L_0 *minimal operatorunun həllolunan genişlənməsi olar ki, (10) düsturundan olan* g_{sj} *funksiyaları* $Ker\widetilde{T}$ *-yə daxil olsunlar.*

Teorem 12. *(7) tənliyinin doğurduğu hər bir* L *düzgün operatoru onun* $D(L)$ *təyin oblastının* $D(\widetilde{L})$*-dən olan və*

$$y^{[j-1]}(x_{s-1}+0)=\sum_{\tau=1}^{l}\sum_{k=0}^{n_\tau-1}\left(a_{sj\tau k}y^{[k]}(x_{\tau-1}+0)+b_{sj\tau k}y^{[k]}(x_\tau-0)\right),$$

şərtlərini ödəyən elementlərdən ibarət olması ilə təsvir olunur.

$p=2$ halında adi diferensial operatorlar üçün müvafiq teorem A.A.Dezin tərəfindən isbat olunmuşdur.

2.4 -də (7) tənliyi və

$$U_\nu(y)=\sum_{s=1}^{l}\sum_{j=0}^{n_s}\int_{x_{s-1}}^{x_s}y^{[j]}(x)g_{\nu sj}(x)dx=0, \quad \nu\in 1:n,$$

xətti asılı olmayan sərhəd şərtlərinin doğurduğu L operatoruna baxılır, burada $n=n_1+...+n_l$.Kvazidiferensial ifadənin əmsalları üçün fərz olunur ki, onlar hər bir (x_{s-1},x_s) intervalında $p=q$ olmaqla A) şərtlərini ödəyirlər. Bu halda $L-\lambda I$ operatorunun Qrin funksiyası qurulmuşdur.

2.5-də (7) tənliyi və kəsilən çoxnöqtəli sərhəd şərtlərinin doğurduğu L operatorunun qoşmasının təsviri verilir.

Üçüncü fəsil requlyar sərhəd şərtlərinin doəurduğu kəsilən kvazidiferensial operatorun məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $L_p(a,b)$ fəzalarında bazislik xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Bu fəsil beş yarımfəsildən ibarətdir.

3.1-də

$$y^{[n]} + \rho^n y = 0, \quad x \in (a,b), \tag{11}$$

tənliyinə baxılır; burada kvazitörəmələr (5) bərabərliyi ilə təyin olunur, $p_{kj}(x)$ əmsalları isə aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

$$Б)\ p_{kk} \in W_1^1(x_0, ..., x_l),$$

$$p_{kj} \in L_1(a,b), k \in 1:n, j \in 1:k-1; \ \prod_{k=1}^{n} p_{kk}(x) > 0, \quad x \in [a,b];$$

burada $a = x_0 < x_1 < ... < x_l = b$ və $W_1^1(x_0, ..., x_l)$ ilə elə funksiyalar çoxluğu işarə olunur ki, hər bir (x_{s-1}, x_s), $s \in 1:l$, intervalında mütləq kəsilməzdirlər. Kompleks $\rho-$müstəvisini aşağıdakı bərabərsizliklərlə təyin olunan S_γ sektorlarına bölək:

$$\frac{\gamma\pi}{n} \le \arg\rho \le \frac{(\gamma+1)\pi}{n}, \ \gamma \in 0:(2n-1).$$

$\omega_1, ..., \omega_n$ ilə -1 ədədinin $n-$ci dərəcədən köklərini işarə edək və tutaq ki, onlar elə nömrələniblər ki, ixtiyari $\rho \in S_\gamma$ üçün

$$\operatorname{Re}\rho\omega_1 \le \operatorname{Re}\rho\omega_2 \le ... \le \operatorname{Re}\rho\omega_n$$

bərabərsizlikləri ödənir. Kompleks $\rho-$müstəvisinin hər bir S_γ sektorunda və hər bir (x_{s-1}, x_s) intervalında (11) tənliyinin n xətti asılı olmayan $y_{s1}(x,\rho), y_{s2}(x,\rho), ..., y_{sn}(x,\rho)$ həlləri var ki, $\rho \in S_\gamma$ üzrə requlyardırlar və kifayət qədər böyük $|\rho|$ üçün aşağıdakı asimptotikaya malikdirlər:

$$y_{sk}^{[j]}(x,\rho) = (\rho\omega_k)^j V_{sj}(x) e^{\rho\omega_k\alpha_s'(x)}\left(1 + h_{skj}(x,\rho) + \mathrm{O}\left(\frac{1}{\rho}\right)\right),$$

$$s = \overline{1,l}\ , \ k = \overline{1,n}\ , \ j = \overline{0,n-1}\ ,$$

burada $V_{sj}(x), \alpha_s(x), h_{skj}(x)$ - tənliyin əmsalları ilə aşkar ifadə olunan müəyyən funksiyalardırlar.

***Tərif* 5.** *Aşağıdakı şəkildə olan sərhəd şərtlərinə nomallaşmış sərhəd şərtləri deyəcəyik:*

$$U_\nu(y) = \sum_{s=1}^{l} \sum_{j=0}^{\varkappa_\nu} \int_{x_{s-1}}^{x_s} y^{[j]}(t) d\sigma_{\nu sj}(t) = 0, \ \nu \in 1:nl, \tag{12}$$

burada $n-1 \geq \varkappa_1 \geq \varkappa_2 \geq \ldots \geq \varkappa_{nl} \geq 0$, $\varkappa_\nu > \varkappa_{\nu+2l}$, $\sigma_{\nu sj}(t)$ – *məhdud variasiyalı funksiyalardır, beləki* $\prod_{\nu=1}^{nl} \sum_{s=1}^{l} \left|\sigma_{\nu s \varkappa_\nu}(t)\right| \neq 0$.

Tutaq ki, $\alpha_{\nu sj}$, $\beta_{\nu sj}$ uyğun olaraq $\sigma_{\nu sj}(t)$, funksiyasının x_{s-1}, x_s nöqtələrindəki sıçrayışlarıdır. Həmçinin $a_{\nu k}^{s} = \alpha_{\nu s \varkappa_\nu} \omega_k^{\varkappa_\nu} V_{s \varkappa_\nu}(x_{s-1})$ və $b_{\nu k}^{s} = \beta_{\nu s \varkappa_\nu} \omega_k^{\varkappa_\nu} V_{s \varkappa_\nu}(x_s)$ işarə edək. Sərhəd şərtlərinin requlyarlığı anlayışını daxil etmək üçün n-in tək və cüt hallarına ayrılıqda baxaq. Tutaq ki, $n = 2\mu$. Onda η_1 və η_{-1} ədədlərini aşağıdakı kimi təyin edək:

$$\eta_1 = \det\left\|A_1^1 \ldots A_1^l\right\|, \ \eta_{-1} = \det\left\|A_{-1}^1 \ldots A_{-1}^l\right\|, \tag{13}$$

burada $A_1^s = \left(c_{ik}^{1,s}\right)_{i \in 1:nl; k \in 1:n}$, $c_{ik}^{1,s} = a_{ik}^{s}, i \in 1:nl, k \in \{1, \ldots, \mu-1, \mu+1\}$ olduqda və $c_{ik}^{1,s} = b_{ik}^{s}, i \in 1:nl, k \in \{\mu, \mu+2, \ldots, n\}$ olduqda; $A_{-1}^s = \left(c_{ik}^{-1,s}\right)_{i \in 1:nl; k \in 1:n}$, $c_{ik}^{-1,s} = a_{ik}^{s}$, $i \in 1:nl, k \in 1:\mu$ olduqda və $c_{ik}^{-1,s} = b_{ik}^{s}$ $i \in 1:nl, k \in (\mu+1):n$, olduqda; $s \in 1:l$.

$n = 2\mu - 1$ halında η_0 və η_1 ədədlərini aşağıdakı kimi təyin edək:

$$\eta_0 = \det\left\|A_0^1 \ldots A_0^l\right\|, \ \eta_1 = \det\left\|A_1^1 \ldots A_1^l\right\|, \tag{14}$$

burada $A_0^s = \left(c_{ik}^{0,s}\right)_{i \in 1:nl; k \in 1:n}$, $c_{ik}^{0,s} = a_{ik}^{s}$, $i \in 1:nl, k \in 1:\mu$ olduqda və $c_{ik}^{1,s} = b_{ik}^{s}, i \in 1:nl, k \in (\mu+1):n$ olduqda; $A_1^s = \left(c_{ik}^{1,s}\right)_{i \in 1:nl; k \in 1:n}$, $c_{ik}^{1,s} = a_{ik}^{s}, i \in 1:nl$, $k \in 1:(\mu-1)$ olduqda və $c_{ik}^{1,s} = b_{ik}^{s}, i \in 1:nl, k \in (\mu+1):n$ olduqda; $s \in 1:l$.

Tərif 6. *Əgər npu* $n = 2\mu$ *halında (13) bərabərliyi ilə təyin olunan* η_1 *və* η_{-1} *ədədləri,* $n = 2\mu - 1$ *halında isə (14) bərabərliyi ilə təyin olunan* η_0 *və* η_1 *ədədləri sıfırdan fərqli olarlarsa, onda (12) sərhəd şərtləri requlyar adlanır.*

$\Delta(\rho)$ ilə (11), (12) məsələsinin xarakteristik determinantını işarə edək, yəni

$$\Delta(\rho) = \det\left\| U_{vs}\left(y_{sk}\right)\right\|_{v\in 1:nl,\, s\in 1:l,\, k\in 1:n};$$

burada $y_{s1}(x,\rho),\ldots,y_{sn}(x,\rho)$ (11) tənliyinin (x_{s-1}, x_s) intervalında fundamental həllər sistemi, U_{vs} isə aşağıdakı bərabərliklə təyin olunan sərhəd formalarıdır:

$$U_{vs}(y) = \sum_{j=0}^{\kappa_v} \int_{x_{s-1}}^{x_s} y^{[j]}(t)\, d\sigma_{vsj}(t).$$

Tərif *7. Əgər* $\Delta(\rho)$ *xarakteristik determinantının sıfırları asimptotik sadə və müəyyən ədədlə ayrılmışlarsa, onda (12) sərhəd şərtləri güclü requlyar adlanır.*

Requlyarlığın tərifi ω_k ədədlərinin nömrələndiyi S_γ sektorunun seçilməsindən asılı deyil. Requlyar məsələlər üçün $\Delta(\rho)$ funksiyasının sıfırlarının asimptotikası aşağıdakı şəkildə alınmışdır

$$\rho_{m,1} = \frac{\pi}{\alpha} m + \mathrm{O}(1), \tag{15}$$

qalan seriyalar isə $\rho_{m,j+1} = \rho_{m,1} e^{i2\pi j/n}$, $j \in 1:(n-1)$, bərabərlikləri ilə təyin olunurlar.

3.2-də $L - \lambda I$ operatorunun Qrin funksiyası üçün asimptotik göstəriş alınmış və requlyar inteqral sərhd şərtli L kəsilən kvazidiferensial operatorunun məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin tamlığı haqqında teorem isbat olunmuşdur.

3.3 L operatorunun məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $L_p(a,b)$, $1 < p < \infty$, fəzasında bazisliyi məsələsinə həsr olunmuşdur. Bu yarımfəslin əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdir.

Teorem 13. $l(y) = y^{[n]}$ *kvazidiferensial ifadəsinin və(12) requlyar sərhəd şərtlərinin doğurduğu* L *operatorunun məxsusi və qoşma* *funksiyalar sistemi $L_p(a,b)$ fəzasında mötərizəli bazis , sərhəd şərtləri güclü requlyar olduqda isə bu fəzada adi bazis əmələ gətirir. Sərhəd şərtləri requlyar olan, lakin güclü requlyar olmayan halda məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin bazisliyi üçün meyar verən teorem isbat olunmuşdur.*

3.4 requlyar məsələnin məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin $L_2(a,b)$ fəzasında şərtsiz bazisliyinə həsr olunmuşdur. Bu yarımfəslin əsas nəticələrinin isbatında aşağıdakı lemmalardan əhəmiyyətli şəkildə istifadə olunur.

Lemma 1. *Tutaq ki, X_s, $s \in 1:l$, Hilbert fəzalarıdır və $X = X_1 \oplus \ldots \oplus X_l$. Fərz edək ki, X fəzasında*

$$\sum_{m=1}^{\infty} f_m , \tag{16}$$

sırası verilmişdir, beləki, hər bir f_m elementinin X_s altfəzasına f_{sm} proyeksiyası $f_{sm} = c_{sm}\varphi_{sm}$ şəklində göstərilə bilir; burada $\{c_{sm}\}_{m\in N} \in l_2$, $\{\varphi_{sm}\}_{m\in N}$ isə X_s, $s \in 1:l$, fəzasında Bessel sistemidir. Onda (16) sırası X -də şərtsiz yığılır.

Lemma 2. *Tutaq ki, $\mathrm{Re}\,\omega \le 0$ və ρ_m ədədlər ardıcıllığı (15) asimptotikasına malikdirlər.Həmçinin, fərz edək ki, $V(x)$ funksiyası $[a,b]$ parçasındaməhdud variasiyalı, $\rho^{-1}(x)$ isə həmin parçada müsbət, məhdud, ölçülən funksiyadır və $\alpha(x) = \int_a^x \rho(t)dt$. Onda*

$$\varphi_m(x) = V(x)e^{\rho_m \alpha(x)}, \quad m = 1,2,\ldots$$

funksiyalar sistemi $L_2(a,b)$ fəzasında Bessel sistemidir.

Lemma 3. *Tutaq ki, ω, ρ_m, $V(x)$ və $\alpha(x)$ Lemma 2-də verilənlər kimidir, $\theta(t)$ isə məhdud variasiyalı funksiyadır. Onda*

$$\varphi_m(x) = \int_a^x V(x)e^{\rho_m \omega(\alpha(x)-\alpha(t))}d\theta(t), \; m = 1,2,\ldots$$

funksiyalar sistemi $L_2(a,b)$ fəzasında Bessel sistemidir.

Bu yarımfəslin əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdir.

Teorem 14. *$l(y)=y^{[n]}$ kvazidiferensial ifadəsi və (12) requlyar sərhəd şərtlərinin doğurduğu L operatorunun məxsusi və qoşma funksiyalar sistemi $L_2(a,b)$ fəzasında mötərizəli Riss bazisi və sərhəd şərtləri güclü requlyar olduqda isə bu fəzada adi Riss bazisi əmələ gətirir.*
Sərhəd şərtləri requlyar olan, lakin güclü requlyar olmayan halda məxsusi və qoşma funksiyalar sisteminin Riss bazisliyi üçün kriteri isbat olunmuşdur.

Dördüncü fəsildə kəsilən kvazidiferensial operatorların kəsr qüvvətləri öyrənilir. Operatorların kəsr qüvvətləri, eləcə də kompleks qüvvətləri operatorların interpolyasiya nəzəriyyəsində, həmçinin fəzaların interpolyasiya nəzəriyyəsində mühüm rol oynayır.

4.1-də pozitiv operatorlar, onların kəsr və kompleks qüvvətləri, həmçinin interpolyasiya fəzaları haqqında zəruri məlumatlar verilir.

4.2-də kvazidiferensial ifadə və requlyar sərhəd şərtlərinin doğurduğu L operatorunun rezolventi üçün qiymətləndirmə alınmışdır.

Tərif 8. *Əgər L operatorunun $R(\lambda)=(L-\lambda I)^{-1}$ rezolventi $l=\{\lambda : \arg\lambda=\varphi\}$ şüası üzərində mövcuddur və başlanğıcdan kifayət qədər uzaqda*

$$\|R(\lambda)\|\le\frac{c}{|\lambda|}$$

bərabərsizliyini ödəyirsə, onda bu şüaya L operatorunun rezolventinin minimal artım şüası deyilir.

Teorem 15. *Tutaq ki, ρ şüa üzərində qiymətləralır və bu şüa üzərində hər bir $k\in 1:n$ üçün $\operatorname{Re}\rho\omega_k\ne 0$. Onda $l(y)=y^{[n]}$ kvazidiferensial ifadəsinin və (12) requlyar sərhəd şərtlərinin doğurduğu L operatorunun rezolventi üçün $|\rho|$-nun kifayət qədər böyük qiymətlərində*

$$\left\|R\left(-\rho^n\right)\right\|_{L_p\to L_p}\le\frac{c}{|\rho|^n}$$ *qiymətləndirməsi doğrudur.*

Birkhof mənada requlyar sərhəd şərtləri ilə verilən adi diferensial operatorlar üçün analoji qiymətləndirmələr İ.D.Yevzerov və P.Y.Sobolevskinin işində alınmışdır.

4.3-də (11), (12) məsələsinin doğurduğu operatorun kompleks dərəcələri üçün qiymətləndirmə alınmışdır. Teorem 14 –dən çıxır ki, kifayət qədər böyük $h > 0$ üçün $A = \delta L + hI$ pozitivoperatordur; burada $n = 2\mu - 1$ və ya $n = 4\mu$ olduqda $\delta = 1$ və $n = 4\mu - 2$ olduqda $\delta = -1$.

Teorem 16. *Tutaq ki, L operatoru $l(y) = y^{[n]}$ kvazidiferensial ifadəsi və (12) requlyar sərhəd şərtlərinin doğurduğuoperatordur və $A = \delta L + hI$. Onda aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur*

$$\left\| A^z \right\| \le c e^{\pi |\operatorname{Im} z|}, \quad -\infty < \operatorname{Re} z < 0,$$

Burada $c > 0 -$ sabitdir və z -dən asılı deyil.

4.4-də interpolyasiya fəzalarının köməyi ilə A operatorunun kəsr qüvvətlərinin təyin oblastlarının təsviri verilmişdir. $X_{\theta,U}$ ilə $L_p(a,b)$ və $W_{p,U}^{[n]}(x_0,\dots,x_l)$ fəzaları arasındakı interpolyasiya fəzalarını işarə edək, yəni $X_{\theta,U} = \left[L_p(a,b),\ W_{p,U}^{[n]}(x_0,\dots,x_l)\right]_\theta$. Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 17. *Tutaq ki, L operatoru $l(y) = y^{[n]}$ kvazidiferensial ifadəsi və (12) requlyar sərhəd şərtlərinin doğurduğuoperatordur və $A = \delta L + hI$. Onda aşağıdakı münasibət doğrudur*

$$D\left(A^{\theta + i\beta}\right) = X_{\theta,U}, \quad 0 < \theta < 1, \quad -\infty < \beta < \infty.$$

4.5-də (11) tənliyi üçün aşağıdakı normallaşmış çoxnöqtəli sərhəd şərtləri ilə verilən sərhəd məsələsinə baxılır:

$$U_\nu(y) = \sum_{s=1}^{l} \sum_{j=0}^{\text{эҹ}_\nu} \left(\alpha_{\nu sj} y^{[j]}(x_{s-1} + 0) + \beta_{\nu sj} y^{[j]}(x_s - 0) \right) = 0, \tag{17}$$

burada $\nu \in 1 : nl$, $n - 1 \ge \text{эҹ}_1 \ge \text{эҹ}_2 \ge \dots \ge \text{эҹ}_{nl} \ge 0$, $\text{эҹ}_\nu > \text{эҹ}_{\nu+2l}$.

Tutaq ki, $W_{p,U}^{[m]}(x_0,\dots,x_l)$ elə $y(x) \in W_p^{[m]}(x_0,\dots,x_l)$ funksiyaları çoxluğudur ki, tərtibi m - dən kiçik, yəni $\text{эҹ}_\nu < m$ olan $U_\nu(y) = 0,$ sərhəd şərtlərini ödəyirlər.Bu yarımfəslin əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdir.

Teorem 18. *Tutaq ki, L operatoru $l(y) = y^{[n]}$ kvazidiferensial ifadəsi və (17)requlyar sərhəd şərtləri ilə verilmişdir və $A = \delta L + hI$. Onda aşağıdakı münasibət doğrudur*

$$D\left(A^{\frac{m}{n}} \right) = W_{p,U}^{[m]}(x_0,\dots,x_l), \ m \in 0 : n.$$

Beşinci fəsildə əvvəlki fəsillərdə alınmış nəticələrin və metodların tətbiqi ilə bəzi öz-özünə qoşma olmayan diferensial operatorların spektral xassələri öyrənilir.

5.1-də

$$p_0(x)y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = \lambda y, \quad x \in (a, x_1) \cup (x_1, b) \tag{18}$$

diferensial tənliyi və

$$U_\nu(y) = \sum_{s=1}^{2} \sum_{j=0}^{\text{жç}_\nu} \left(\alpha_{\nu sj} y^{(j)}(x_{s-1}+0) + \beta_{\nu sj} y^{(j)}(x_s - 0) \right) = 0, \tag{19}$$

sərhəd şərtləri ilə verilən spektral məsələyə baxılır; burada $\nu \in 1:4$, $a = x_0 < x_1 < x_2 = b$, $2 \ge \text{жç}_1 \ge \text{жç}_2 \ge \text{жç}_3 \ge \text{жç}_4 \ge 0$; tənliyin əmsalları üçün aşağıdakı şərtlərin ödənməsi tələb olunur: $p_0(x) \in W_1^1(x_0, x_1) \oplus W_1^1(x_1, x_2)$, $p_0(x) \ne 0$; $p_1(x), p_2(x) \in L_1(a,b)$, $\arg p_0(x)$ hissə-hissə sabit funksiyadır və $x \in (x_{s-1}, x_s)$, $s = 1,2$, üçün müxtəlif qiymətlər alır.

Sərhəd şərtlərinin requlyarlığı və güclü requlyarlığı anlayışları daxil edilmiş, xarakteristik determinantın sıfırlarının asimptotikası tapılmışdır. (18), (19) requlyar məsələsinin məxsusi funksiyaları üçün aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 19. *(18), (19) requlyar məsələsinin məxsusi və qoşma funksiyalar sistemi $L_p(a,b)$ fəzasında mötərizəli bazis, sərhəd şərtləri güclü requlyar olduqda isə adi bazis əmələ gətirir.*

5.2-də ikinci tərtib

$$l(y) = -y'' + q(x)y = \lambda y, \quad 0 < x < 1, \tag{20}$$

diferensial tənliyi və

$$(a_1\lambda + b_1)y(0) = (c_1\lambda + d_1)y'(0), \tag{21}$$

$$(a_2\lambda + b_2)y(1) = (c_2\lambda + d_2)y'(1), \tag{22}$$

sərhəd şərtləri ilə verilən spektral məsələyə baxılır; burada $\lambda -$ spektral parametr, $q(x) -$ kompleksqiymətli cəmlənən funksiya, a_k, b_k, c_k, d_k, $(k = 1,2) -$ kompleks ədədlərdir. Tutaq ki, $\delta_1 = a_1 d_1 - b_1 c_1 \ne 0$, $\delta_2 = a_2 d_2 - b_2 c_2 \ne 0$ şərtləri ödənir.

$$U_{11}(y) = b_1 y(0) - d_1 y'(0), \quad U_{12}(y) = c_1 y'(0) - a_1 y(0),$$

$$U_{21}(y) = b_2 y(1) - d_2 y'(1), \quad U_{22}(y) = c_2 y'(1) - a_2 y(1)$$

işarə edək və müəyyənlik üçün $c_1c_2 \neq 0$ halına baxaq (qalan hallar analoji baxılır). (20)-(22) məsələsinin məxsusi funksiyaları üçün

$$u_k(x) = \sqrt{2}\cos \pi kx + \mathrm{O}\left(\frac{1}{k}\right)$$

asimptotik düsturları doğrudur. (20)-(22) məsələsinin $\mathscr{L}$ xəttiləşdirici operatoru aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$D(\mathscr{L}) = \left\{\tilde{y} = (y;\alpha_1,\alpha_2) \in W_p^2(0,1) \oplus C^2 : \alpha_1 = U_{12}(y), \alpha_2 = U_{21}(y)\right\},$$

$$\forall \tilde{y} \in D(\mathscr{L}) : \mathscr{L}\tilde{y} = \left(l(y), U_{11}(y), U_{21}(y)\right).$$

Onda $\mathscr{L}$ qapalı, sıx təyin olunmuş operator olur. Onun məxsusi və qoşma funksiyaları

$$\tilde{u}_k = \left(u_k(x); U_{12}(u_k), U_{22}(u_k)\right)$$

şəklində olur; burada $u_k(x) -$ (20)-(22) məsələsinin məxsusi və ya qoşma funksiyasıdır.

$$e_k(x) = \sqrt{2}\cos \pi kx, \quad k = 0,1,2,...$$

işarə edək və

$$\{\tilde{e}_{-2}, \tilde{e}_{-1}\} \cup \{\tilde{e}_k\}_{k=0}^{\infty},$$

sisteminə baxaq; burada

$$\tilde{e}_{-2} = (0;0,1), \quad \tilde{e}_{-1} = (0;1,0), \quad \tilde{e}_k = (e_k;0,0), \quad k = 0,1,2,....$$

Həmçinin

$$\Delta_{ml} = V_{12}(\vartheta_m)V_{22}(\vartheta_l) - V_{12}(\vartheta_l)V_{22}(\vartheta_m)$$

işarə edək, beləki, $\vartheta_k(x)$ - qoşma məsələnin məxsusi və qoşma funksiyaları, $V_{ij}(\cdot) -$ isə qoşma sərhəd şərtlərindən olan müvafiq formalardır.

Teorem 20. *$\mathscr{L}$ operatorunun $\{\tilde{u}_k\}$ məxsusi və qoşma vektorlar sistemi $L_p(0,1) \oplus C^2$ fəzasında $\{\tilde{e}_k\}$ sisteminə izomorf bazis təşkil edir, $p = 2$ olduqda isə bu bazis Riss bazisi olur.*

Teorem 21. *$\{u_k(x)\}_{k \in N_{-2};\, k \neq m, k \neq l}$ sisteminin $L_p(0,1)$, $1 < p < \infty$, fəzasında $\{e_k\}_{k=0}^{\infty}$ sisteminə izomorf bazis təşkil etməsi üçün zəruri və kafi şərt $\Delta_{ml} \neq 0$ şərtinin ödənməsidir. Əgər $\Delta_{ml} = 0$ olarsa,* *onda* $\{u_k(x)\}_{k\in N_{-2};\, k\neq m,\, k\neq l}$ *sistemi* $L_p(0,1)$ *fəzasında nə tam olar, nə də minimal.*

5.3-də kəsilmə şərtinə spektral parametr daxil olan ikinci tərtib kəsilən diferensial operator üçün aşağıdakı spektral məsələyə baxılır:

$$l(y) = -y'' + q(x)y = \lambda y,\ x \in (-1,0)\cup(0,1), \tag{23}$$

$$\left.\begin{array}{l} y(-1) = y(1) = 0 \\ y(-0) = y(+0) \\ y'(-0) - y'(+0) = \lambda m y(0) \end{array}\right\}; \tag{24}$$

burada $q(x)-$ kompleksqiymətli cəmlənən funksiya, $m \neq 0 -$ kompleks ədəd, $\lambda -$ spektral parametrdir.

$\mathscr{L}$ xəttiləşdirici operatoru $L_p(-1,1)\oplus C$ fəzasında aşağıdakı kimi qurulur:

$$D(\mathscr{L}) = \{\tilde{u} \in L_p(-1,1)\oplus C : \tilde{u} = (u; mu(0)),$$

$$u \in W_p^2(-1,0)\oplus W_p^2(0,1),\ u(-1) = u(1) = 0,\ u(-0) = u(+0)\}$$

və $\tilde{u} \in D(\mathscr{L})$ üçün

$$\mathscr{L}\tilde{u} = \left(-u'' + q(x)u; u'(-0) - u'(+0)\right).$$

Aşağıdakı işarələmələri aparaq:

$$q_1 = \frac{1}{2}\int_{-1}^{0} q(t)dt,\ \ q_2 = \frac{1}{2}\int_{0}^{1} q(t)dt,$$

və $d = 4 + (mq_2)^2 + (mq_1)^2 + 8mq_2 - 2m^2 q_1 q_2$.

Teorem 22. *$d \neq 0$ olarsa, onda (23), (24) məsələsinin spektri iki asimptotik seriyadan ibarət olar: $\lambda_{1,n} = (\rho_{1n})^2$ və $\lambda_{2,n} = (\rho_{2,n})^2$, beləki $\rho_{1,n}$ və $\rho_{2,n}$ uyğun olaraq aşağıdakı kimi asimptotikaya malikdirlər:*

$$\rho_{i,n} = \pi n + \frac{\alpha_i}{n} + \mathrm{O}\left(\frac{1}{n^2}\right), i = 1,2,$$

burada α_1 и $\alpha_2 -$ müxtəlif kompleks ədədlərdir.

Teorem 23. *Teorem 21-in şərtləri daxilində(23), (24) spektral məsələsinin $\lambda_{1,n}$ və $\lambda_{2,n}$ məxsusi ədədlərinə uyğun $y_{1,n}(x)$ və $y_{2,n}(x)$ məxsusi funksiyalarıaşağıdakı asimptotikaya malikdrlər:*

$$y_{i,n}(x)=\begin{cases}\sin \pi nx+\mathrm{O}\left(\dfrac{1}{n}\right), & x\in[-1,0], \\ \gamma_{i,n}\sin \pi nx+\mathrm{O}\left(\dfrac{1}{n}\right), & x\in[0,1],\end{cases} \quad i=1,2,$$

burada $\gamma_{1,n} \neq \gamma_{2,n}$.

Teorem 6-nı tətbiq edərək alarıq ki, aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 24. *Teorem 21-in şərtləri daxilində (23), (24)məsələsinin L xəttiləşdirici operatorunun məxsusi və qoşma vektorlar sistemi $L_p(-1,1)\oplus C$ fəzasında bazis təşkil edir, $p=2$ olduqda isə bu bazis Riss bazisi olur.*

Teorem 22-də qeyd olunduğu kimi $\alpha_1 \neq \alpha_2$ olduğundan, bu ədədlərdən heç olmazsa biri sıfırdan fərqlidir. Bunu nəzərə alaraq və 1.2 yarımfəslinin nəticələrini tətbiq edərək, alırıq ki, aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 25. $\alpha_1 \neq 0$ *olarsa, onda (23), (24)məsələsininməxsusi və qoşma funksiyalar sistemindən n_0-ın böyük qiymətlərində $y_{1,n_0}(x)$funksiyasını, $\alpha_2 \neq 0$ olduqda isə $y_{2,n_0}(x)$ funksiyasını atmaqla alınan sistem $L_p(-1,1)$ fəzasında bazis təşkil edir, $p=2$ olduqda bu sistem $L_2(-1,1)$-də Riss bazisi təşkil edir.*

$q(x)\equiv 0$ halı ayrıca baxılır:

$$y''(x)+\lambda y(x)=0. \tag{25}$$

(25), (24) spektral məsələsi üçün aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 26. *Əgər(24), (25) spektral məsələsinin $\{u_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ məxsusi funksiyalar sistemindən ixtiyari cüt n_0 nömrəli ixtiyari $u_{n_0}(x)$funksiyasını atsaq, onda alınan sistem $L_p(-1,1)$, $1<p<\infty$, fəzasinda bazis $L_2(-1,1)$fəzasında isə Riss bazisi təşkil edər. Əgər bu sistemdən tək n_0 nömrəli hər hansı $u_{n_0}(x)$ funksiyasınıatsaq, onda alınan sistem $L_p(-1,1)$ fəzasında nə tam, nə də minimal olacaqdır.*

5.4 bir spektral məsələnin məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Aşağıdakı spektral məsələyə baxılır:

$$-y''+q(x)y(\alpha x)=\lambda y, \quad x\in(0,\pi), \tag{26}$$

$$y'(0)=y'(\pi)=0, \tag{27}$$

Fərz olunur ki, $q(x)\in C^1[0,\pi]$ - kompleksqiymətli funksiya və $0<\alpha<1$. (26), (27) məsələsinin məxsusi ədədləri və məxsusi funksiyaları üçün asimptotik düsturlar tapılmışdır. Bu yarımfəslin əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdir.

Teorem 27. *(26), (27) spektral məsələsinin məxsusi ədədləriüçün aşağıdakı requlyarlaşmış iz düsturu doğrudur:*

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\lambda_n-n^2\right)=\frac{q(0)}{1-\alpha^2}.$$

Məxsusi funksiyaların bazislik xassələri haqqında aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 28. *(26), (27) spektral məsələsinin məxsusi və qoşma funksiyaları sistemi* $L_p(0,\pi)$, $1<p<\infty$,*fəzasında* $\{\cos nx\}_{n=0}^{\infty}$ *triqonometrik sisteminə ekvivalent bazis təşkil edir. Xüsusi halda* $p=2$ *halında bu bazis Riss bazisi olur.*

Qeyd edək ki, diskret operatorların, o cümlədən diferensial operatorların məxsusi ədədlərinin requlyarlaşmış cəmlərini İ.M.Qelfand, B.M.Levitan, L.A.Dikiy, V.B.Lidskiy, V.A.Sadovniçiy, M.Bayramoğlu, V.A.Lyubişkin, V.Y.Podolskiy və digər müəlliflər öyrənmişlər.

5.5-də bəzi sinus,kosinus və eksponent sistemlərin Morri tip fəzalarda bazisliyi öyrənilir. Belə sistemlərin bazislik xassələrinin öyrənilməsində tətbiq olunan metodlardan biri analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin sərhəd məsələləri metodudur. [41] işində Morri tip Xardi fəzalarında Riman sərhəd məsələsinə baxılır. Alınan nəticələr bu yarımfəsildə kompleks əmsallı ikiqat eksponent sistemlərin Morri tip fəzalarda bazislik xassələrinin öyrənilməsinə tətbiq olunur.

Morri tip fəzalar nəzəriyyəsindən bəzi məlumatları verək. Tutaq ki, Γ kompleks müstəvidə hər hansı düzləndirilə bilən Jordan əyrisidir. $|M|_\Gamma$ ilə $M\subset\Gamma$ çoxluğunun xətti Lebeq ölçüsünü işarə edək. $L^{p,\alpha}(\Gamma)$, $0\le\alpha\le 1$, $p\ge 1$, Morri-Lebeq fəzası dedikdə Γ-də ölçülən bütün elə $f(\cdot)$ funksiyalarının normalı fəzası başa düşülür ki, sonlu $\|f\|_{L^{p,\alpha}(\Gamma)}$ normasına malik olsun:

$$\|f\|_{L^{p,\alpha}(\Gamma)} = \sup_B \left(|B \cap \Gamma|_\Gamma^{\alpha-1} \int_{B\cap\Gamma} |f(\xi)|^p |d\xi| \right)^{1/p} < +\infty .$$

$L^{p,\alpha}(\Gamma)$ Banax fəzasıdır və $L^{p,1}(\Gamma) = L_p(\Gamma)$, $L^{p,0}(\Gamma) = L_\infty(\Gamma)$.

$\widetilde{L}^{p,\alpha}$ ilə $L^{p,\alpha}$ -nın elə xətti çoxobrazlısını işarə edək ki, sürüşmələri $L^{p,\alpha}$ -də kəsilməzolsun, yəni $\delta \to 0$ yaxınlaşdıqda $\|f(\cdot+\delta) - f(\cdot)\|_{L^{p,\alpha}} \to 0$ yaxınlaşsın. $\widetilde{L}^{p,\alpha}$ -nın $L^{p,\alpha}$ -də qapanmasını götürək və onu $M^{p,\alpha}$ ilə işarə edək. Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 29. *$\{e^{int}\}_{n\in Z}$ eksponent sistemi $1 < p < +\infty$, $0 < \alpha \le 1$, olduqda $M^{p,\alpha}$ -da basis təşkil edir.*

Bu teoremdən xüsusi halda aşağıdakı nəticənin doğruluğu çıxır.

Nəticə. *$\{\sin nx\}_{n=1}^\infty$ u $\{\cos nx\}_{n=0}^\infty$ triqonometrik sistemlərinin hər biri $1 < p < +\infty$, $0 < \alpha \le 1$, olduqda $M^{p,\alpha}(0,\pi)$ fəzasında bazis təşkil edir.*

Aşağldakı ikiqat eksponent sistemə baxaq:

$$\left\{A(t)e^{int}; B(t)e^{-int}\right\}_{n\in Z_+, k\in N}, \tag{28}$$

burada

$$A(t) = |A(t)|e^{i\alpha(t)}; \ B(t) = |B(t)|e^{i\beta(t)},$$

əmsalları $[-\pi,\pi]$ parçasında kompleks qiymətli funksiyalardır. Aşağıdakı şərtlərin ödənməsini tələb edəcəyik:

α) $A^\pm; B^\pm \in L_\infty \equiv L_\infty(-\pi,\pi)$;

β) $\theta(t) \equiv \beta(t) - \alpha(t)$ funksiyası $[-\pi,\pi]$ parçasında kəsilmə nöqtələri $\{s_k\}_1^r : -\pi < s_1 < \ldots < s_r < \pi$, olan hissə-hissə kəsilməz funksiyadır, $h_k = \theta(s_k+0) - \theta(s_k-0)$, $k = \overline{1,r}$, - bu funksiyanın s_k nöqtələrində sıçrayışlarıdır və $h_0 = \theta(-\pi) - \theta(\pi)$.

$\forall f \in M^{p,\alpha}$ götürək və $MH_+^{p,\alpha} \times_{-1} MH_-^{p,\alpha}$ sinfində aşağıdakı Riman sərhəd məsələsinə baxaq:

$$F^+(\tau) - G(\tau)F^-(\tau) = A^{-1}(\arg\tau)f(\arg\tau), \ \tau \in \gamma; \tag{29}$$

burada

$$G\left(e^{it}\right)=\frac{A(t)}{B(t)},\ t\in[-\pi,\pi]$$

işarə olunmuşdur. Fərz edək ki,

$$-\frac{1-\alpha}{q}\le\frac{h_k}{2\pi}<\frac{1-\alpha}{p},\ k=\overline{0,r}, \tag{30}$$

bərabərsizlikləri ödənir. [41] işindən çıxır ki, əgər (30) bərabərsizlikləri ödənərsə, (29) məsələsi $MH_{+}^{p,\alpha}\times_{-1}MH_{-}^{p,\alpha}$ sinfində birqiymətli həll olunur. Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 30. *Tutaq ki,* $A(\cdot)$ *və* $B(\cdot)$ *funksiyaları* $\alpha)$ *və* $\beta)$ *şərtlərini ödəyirlər. Əgər (30)bərabərsizlikləri ödənərsə, onda (28) sistemi* $M^{p,\alpha}$*,* $1<p<+\infty$*,* $0<\alpha\le 1$*, fəzasında bazis təşkil edir.*

Sonra (24), (25) məsələsinin $\{u_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ məxsusi funksiyalar sisteminin $M^{p,\alpha}(-1,1)\oplus C$ və $M^{p,\alpha}(-1,1)$ fəzalarında bazislik məsələsinə baxılır. Tutaq ki, $\{\tilde{u}_n\}_{n=0}^{\infty}$ və $\{\tilde{e}_n\}_{n=0}^{\infty}$ sistemləri elə 5.4-də olan sistemlərdir.

Teorem 31. $\{\tilde{u}_n\}_{n=0}^{\infty}$ *sistemi* $M^{p,\alpha}(-1,1)\oplus C$*, 1<p<∞,0<α≤1, fəzasında* $\{\tilde{e}_n\}_{n=0}^{\infty}$ *sisteminə ekvivalent bazis təşkil edir.*

$\{u_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ sisteminin $M^{p,\alpha}(-1,1)$ fəzasında bazisliyinə nəzərən isə aşağıdakı teorem doğrudur.

Teopem 32. *Əgər n₀ - ixtiyari cüt ədəddirsə, onda* $\{u_n(x)\}_{n=0;n\ne n_0}^{\infty}$ *sistemi* $M^{p,\alpha}(-1,1)$*, 1<p<∞ , 0<α≤1, fəzasında* $\{e_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sisteminəekvivalent bazistəşkil edir.* n_0 *– ixtiyari cüt ədəd olduqdaisə* $\{u_n(x)\}_{n=0;n\ne n_0}^{\infty}$ *sistemi* $M^{p,\alpha}(-1,1)$ *fəzasında bazis deyil, daha dəqiq desək, sistem bu fəzada nə tamdır, nə də minimal.*

Sonda müəllif elmi məsləhətçisi, AMEA-nın müxbir üzvü, professor B.T.Bilalova işə göstərdiyi diqqətə və dəyərli məsləhətlərinə görə dərin təşəkkürünü bildirir.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Касумов Т.Б. Краевые задачи для одного класса квазидифференциальных уравнений//Экстремальные задачи, функциональный анализ и их приложения. МГУ.М.,1988, с. 72-74.
2. Касумов Т.Б. Дробные степени квазидифференциальных операторов и теоремы о базисности // Дифференц. уравнения. 1989, т.25, №4, с.729 -731.
3.Gasymov T.B. On a class of discontinuous boundary value problems // Proc.of IMM of Azerb. AS, v.XXII(XX), 2000, p. 35-44.
4.Gasymov T.B. On basicness of eigenfunctions discontinuous second order differential operator // Trans.NASofAzerb. 2002, v. XXII, №1,p. 75-84.
5.Касумов Т.Б. О дробных степенях дифференциальных операторов с интегральными краевыми условиями / Матер. Науч. Конф.”Дифференц. уравнения и их прилож.”. Баку, 2002, с. 48-50.
6. Касумов Т.Б. О комплексных степенях дифференциального оператора второго порядка / Тезисы научной конф., посвящ. 70- летию проф. Г.К.Намазова. Баку, 2002, с.74-76.
7. Касумов Т.Б. О сходимости разложений по собственным функциям одной краевой задачи со спектральным параметром при краевом условии / Тезисы X межд. конф. по мат. и мех.повящ. 45-летию ИММ. Баку, 2004, с.86.
8.Касумов Т.Б. О базисности собственных функций одной краевой задачи со спектральным параметром в граничных условиях / Тезисы научной конф., посвящ. 70-летию чл.корр. НАНА проф. А.А.Бабаева. Баку, 2004, с.93- 94.
9.КасумовТ.Б., Мамедова Ш.Д. О базисности собственных функций разрывного дифференциального оператора со спектральным параметром в краевых условиях / Тезисы межд. конф. по мат. и мех.посвящ. 50-летию чл.корр.НАНА проф. И.Т.Мамедова. Баку, 2005, с.109.
10.Касумов Т.Б., Юсифов М.Р. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных операторов с обобщенными коэффициентами / Тезисы XII межд. конф. по мат. и мех.посвящ. 70-летию чл.корр.НАНА проф. Б.А. Искендерова.Баку, 2006, с.91.
11. Gasymov T.B.,Mammadova Sh.J. On convergence of spectral expansions for one discontinuous problem with spectral parameter in the boundary condition //Trans. Of NAS of Azerb. 2006, v. XXVI, №4, p. 103-116.

12. Gasymov T.B. On necessary and sufficient conditions of basicity of some defective systems in Banach spaces // Trans. NAS Azerb., ser. phys.-tech. math. sci., math. mech., 2006, v. 26, №1, p.65-70.
13. Касумов Т.Б., Мирзоев В.С .Об одном обобщении примера Ионкина / Тезисы научной конф.посвящ.100-летию акад.А.И. Гусейнова. Баку, 2007, с.87.
14.Gasymov T.B., Garayev T.Z. On defective bases from the root elements of differential operators containing a spectral parameter in the boundary conditions// Trans. NAS Azerb., ser. phys.-tech. math. sci., math. mech., 2007, v.27, №1, p.51-54.
15.Gasymov T.B., Huseynli A.A. The basis properties of some defective systems in Banach spaces / Abst. of Intern.Conf.on math.and mech. Devoted to the 70-th anniversary of acad. of NAS A.D.Gadjiev. Baku,2007,p.63.
16. Касумов Т.Б., Гараев Т.З. Критерии базисности дефектных систем в банаховых пространствах / Тезисы Межд. Конф. помат. имех. посвящ. 70-летиюакад. А.Д.Гаджиева. Баку, 2007, с. 87.
17. GasymovT.B., Garayev T.Z. On necessary and sufficient conditions for obtaining the bases of banach spaces // Proc. of IMM of NAS of Azerb.2007, v. XXVI (XXXIV), p. 93-98.
18. Bilalov B.T., Gasymov T.B. On basicity of a part of a systems with infinite defect // Trans. OfNASofAzerb. 2007,v. XXVII, №7, p. 53-58.
19. Касумов Т.Б., Гусейнли А.А. Об устойчивости базисов из подпространств банахова пространства / Тезисы межд. симп. совр. пробл. мат.,мех и информ. Нахичевань, 2007, стр.52.
20. Касумов Т.Б., Гараев Т.З. Об инвариантности базисных свойств систем в банаховых пространствах / Тезисы межд. симп. совр. пробл. мат.,мех и информ. Нахичевань, 2007, стр.52.
21. Гасымов М.Г., Касумов Т.Б. Свойства собственных значений и собственных функций одной краевой задачи // Докл. НАН Азерб. 2008, т.6, №1, с.3-8.
22.Касумов Т.Б. О базисности корневых векторов дифференциального оператора второго порядка с интегральными условиями / Тезисы Межд.Конф.по мат. и мех.,посвящен. 50-летию ИММ НАНА,2009, стр.173-174.
23.Касумов Т.Б., Гусейнли А.А. Базисность собственных функций разрывного дифференциального оператора со спектральным параметром в краевом условии / Тезисы Межд.Конф.,посвящен. 80-летнему юбилею академика Ф.Г.Максудова 2010,стр.185-186.

24.Касумов Т.Б., Магеррамова Г.В. Свойства собственных значе-ний и собственных функций разрывного дифференциального оператора со спектральным параметром в краевом условии / Тезисы Межд.Конф.,посвящен. 80-летнему юбилею академика Ф.Г.Максудова 2010,стр.186-187.
25.Касумов Т.Б., Гусейнли А.А. О базисности собственных функций разрывного дифференциальногооператоравторого порядка / «Функциональный анализ и его приложения». Материалы Межд. Конф., посвящ. 100-летнему юбилею академика З.И.Халилова. 2011,с.200-201.
26. Касумов Т.Б., Гусейнли А.А. О базисности собственных функций разрывного дифференциального оператора второго порядка / «Спектральная Теория операторов и ее Приложения» Матер. Межд. Конф. посвящ. памятипроф. А.Г. Костюченко. Уфа, 2011, с.39-40.
27. Gasymov T.B., Huseynli A.A. The basis properties of eigenfunctions of a discontinuous differential operator with a spectral parameter in boundary condition // Proceed. of IMM of NAS of Azerb. 2011, v. XXXV, p. 21-32.
28. Касумов Т.Б., Гусейнли А.А. О полноте собственных и присоединенных функций одного разрывного дифференциального оператора второго порядка // Доклады НАНА, LXIII, 2012, №1, с.3-7.
29. Gasymov T.B., Maharramova G.V. Basicity of eigenfunctions in spaces $L_p(0,1)\oplus C$ for one discontinuous problem with spectral parameter in the boundary conditions / On Actual Problems of Mathematics and Informatics, Abstracts of International conference dedicated to the 90-th anniversary of Haydar Aliyev, May 29-31, 2013, Baku, Azerbaijan, p. 42.

30. Bilalov B.T., Gasymov T.B. On Kostyuchenko Problem // Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, NationalAcademy of Sciences of Azerbaijan. Volume 40, SpecialIssue, 2014, p. 1-22.
31.Касумов Т.Б., Исмаилов Н.А.Об одном методе образование базиса в банаховых пространствах / Межд. Конф.”Области применения математики и ИКТ, новые технологии обучения ” . Гянджа, 2014. С. 174-175.
32. Касумов Т.Б., Гусейнли А.А. ЮсифовМ.Р. О базисности одной разрывной системы синусов в пространстве L_p / On Actual Problem of Mathematics and Mechanics, International conference devoted to the 55-th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics, May 15-16, 2014, Baku, Azerbaijan, pp. 204-205.

33. Bilalov B.T., Gasymov T.B. On a method of constructing a basis for a Banach space / VI Annual Conference of the Georgian Mathematical Union, July 12-16, 2015, Batumi, Georgia, p. 71-72.
34. Bilalov B.T., Gasymov T.B. On bases in Banach spaces // The Reports of National Academy of Sciences of Azerbaijan, v. LXXI, №2, 2015, p.6-9.
35. Gasymov T.B., Hashimov Ch.M. On an atomic decomposition in Banach spaces / 7-th International Conference on "Mathematical Analysis,Differential Equations and Their Applications", MADEA -7, September 08-13, 2015, pp. 83-84, Baku, Azerbaijan.
36. Bilalov B.T., Gasymov T.B., Guliyeva F.A. Some Questions of AtomicDecompositions and Frames // Caspian Journal of Applied Mathem., Ecology and Economics. V. 3, No 2, 2015, December, p. 17-50.
37. Bilalov B.T., Gasymov T.B., G.V. Maharramova. On a method for obtaining a complete and minimal system in the direct sum of Banach spaces / International Workshop on "Non-harmonic Analysis and Differential Operators", May 25-27, 2016, Baku, Azerbaijan, p.29.
38. Gasymov T.B., G.B. Maharramova. On completeness of eigenfunctions of the spectral problem // Caspian Journal of Applied Mathem., Ecology and Economics V. 3, No 2, 2015, December, p. 66-76.
39. Bilalov B.T., Gasymov T.B., Maharramova G.V. On one method of investigation of the basis properties of the discontinuous differential operators // Journal of Contemp. Appl. Math., 2016, v. 6, No 1, p. 74-81.
40. Билалов Б.Т., Касумов Т.Б. О базисах прямого разложения// Докл. РАН, 2016, том 467, № 4, с. 381–384.
41. Bilalov B.T., Gasymov T.B., Guliyeva A.A. On solvability of Riemann boundary value problem in Morrey-Hardy classes // Turk. J. of Math. , 2016, v.40, No 5, p.1085-1101.
42. Gasymov T.B., Hashimov Ch.M. On frame properties of the system indirect sum of the Banach spaces // Caspian Journal of Applied Mathe-matics, Ecology and Economics. V. 4, No 1, 2016, July, p. 69-78.
43.Bilalov B.T., Gasymov T.B., Maharramova G.V. On basicity of eigenfunctions of one discontinuous spectral problem in Morrey type spaces // The Aligarh Bulletin of Mathematics, 2016, v. 35, No 1-2, p.119-129.
44. Билалов Б.Т., Касумов Т.Б., Магеррамова Г.В. О базисах в прямой сумме банаховых пространств / Матер. Респуб. Науч. Конф. Посвящ. 100-летиюпроф. А.Ш.Габибзаде. Баку, 2016, с. 112-115.

45. Bilalov B.T., Gasymov T.B. On basicity a system of eigenfunctions ofsecond order discontinuous differential operator // Ufa Mathematical Jour-nal. 2017, v. 9, No 1, p.109-122.
46. Gasymov T.B., Hashimov Ch.M. On an atomic decomposition in Banach spaces // Sahand Communications in Mathematical Analysis.2018, v. 9, No 1, p. 15-32.

ТЕЛЬМАН БЕНСЕР оглы КАСУМОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ СВОЙСТВ РАЗРЫВНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

АННОТАЦИЯ

Диссертационная работа посвящена исследованиям спектральных свойств разрывных дифференциальных операторов с многоточечными и интегральными краевыми условиями. В работе получены следующие основные результаты:

- получены необходимые и достаточные условия для полноты, минимальности и базисности дефектных систем банахова простран-ства;
- доказаны теоремы о полноте, минимальности, базисности и фреймовости систем из прямой суммы банаховых пространств исходя из соответствующих систем из подпространств;
- дано описание разрешимых расширений минимального и пра-вильных сужений максимального операторов, и в частности, всех пра-вильных операторов, порожденных разрывными дифференциальными операторами, построена функция Грина правильных операторов;
- выделены классы регулярных многоточечных и интегральных краевых условий для разрывных дифференциальных операторов, получены асимптотические формулы для собственных значений и доказаны теоремы о базисности в L_p, а также базисности Рисса в L_2 СПФ регулярных краевых задач;
- доказана позитивность разрывных дифференциальных опера-торов с общими интегральными краевыми условиями, получена оценка комплексных степеней таких операторов, дано описание областей определения дробных степеней операторов, а также конструктивное описание областей определения полуцелых дробных степеней в случае многоточечных краевых условий;

- доказаны теоремы о базисности СПФ некоторых модельных дифференциальных операторов, содержащих спектральный параметр в граничных условиях;
- предложен новый подход к изучению базисных свойств СПФ некоторых разрывных дифференциальных операторов со спектральным параметром в условиях разрыва и доказана базисность СПФ в пространствах Лебега L_p , а также в пространствах типа Морри $M^{p,\alpha}$.

TELMAN BENSER oglu GASYMOV

İNVESTİGATİON OF THE SPECTRAL PROPERTIES OF DISCONTINUOUS DIFFERENTIAL OPERATORS

SUMMARY

The dissertation is devoted to the investigation of some spectral properties of the discontinuous differential operators with multi-point and integral boundary conditions. The following main results are obtained in the work:

- the necessary and sufficient conditions for the completeness, minimality and the basicity of defective systems in Banach space are obtained;
- theorems on the completeness, minimality, basicity and frameness of the systems based on the corresponding systems from the subspaces are proved in the direct sum of Banach spaces;
- resolvable extensions of the minimal operator and proper contractions of the maximal operator generated by the discontinuous differential operator are described. In a special case, descriptions for all proper operators are given, and the Green's function for proper operators;
-regular classes of multi-point and integral boundary conditions for discontinuous differential operators are chosen and the theorems on the bacisity of system of eigen and associated functions in L_p and on Riesz basicity inL_2 are proved;
-positivity of discontinuous differential operators with a common integral boundary condition is proved, an estimation for the complex powers of these operators is obtained,a description of domain of fractional powers of operators is given, and in the case of multi-point boundary conditions the domains of rational fractional powers of operators are constructively described ;
- theorems on the basicity of system of eigen and associated functions of some model differential operators with spectral parameter in the boundary conditions are proved;

-a new approach for the study of basis properties of eigen and associated functions of some discontinuous differential operators with a spectral parameter in discontinuous boundary condition is suggested and the basicity of system of eigen and associated functionsin Lebesgue spaces L_p and in Morrey type spaces $M^{p,a}$ is proved.