

**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ  
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ  
TƏTBİQİ RİYAZİYYAT ELMİ TƏDQIQAT İNSTİTUTU**

---

*Əlyazması hüququnda*

**AĞAMALIYEVA LƏTİFƏ FƏRZƏLİ QIZI**

**ÇOXGİRİŞLİ, ÇOXÇIXIŞLI OPTİMAL SİNTEZ  
MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLİ ÜÇÜN YÜKSƏK DƏQİQLİKLİ  
“TEZLİK” ALQORİTMLƏRİNİN İŞLƏNMƏSİ**

3338.01 – Sistemli analiz, idarəetmə və informasiyanın işlənməsi

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün  
təqdim edilmiş dissertasiyanın

**AVTOREFERATI**

**BAKİ - 2014**

Dissertasiya işi Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının akademik Ə. Hüseynov adına İdarəetmə Sistemləri və BDU-nun Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutlarında yerinə yetirilmişdir.

**Elmi rəhbər:**

Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, akademik

**F.Ə. Əliyev**

**Rəsmi opponentlər:**

Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor

**Ə.K. Kərimov**

Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor

**M.H. Yaqubov**

**Aparıcı təşkilat:** Azərbaycan Texniki Universitetinin “Riyaziyyat” kafedrası

Müdafiə **“24” iyun** 2014-cü il tarixdə saat 14<sup>00</sup>-da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdindəki FD.02.017 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1148, Bakı ş., Zahid Xəlilov küçəsi, 23.

Dissertasiya ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat 23 may 2014-cü il tarixində göndərilmişdir.

**FD.02.017 Dissertasiya  
Şurasının elmi katibi**

**t.e.d. M.M. Mütəllimov**

## İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

**Mövzunun aktuallığı:** İdarəetmə sistemlərinin dinamik xarakteristikalarını optimallaşdırmağa və müasir texnologiyalardan istifadə edərək müxtəlif şərtlər daxilində obyektlərin hərəkətini tənzimləməyə imkan verən riyazi metodların işlənilib hazırlanması həm nəzəri, həm də praktiki nöqteyi-nəzərdən mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Burada əsas rolunu tənzimlənən sistemlər üçün idarəetmə qanunlarının (tənzimləyicilərin) analitik sintezi nəzəriyyəsi oynayır. Bu nəzəriyyənin əsasları N. Viner, A. Kolmoqorov, P. Kalman, A.M. Letov, V.I. Zubov, A.A. Krasovski, V.V. Solodovnikov, V.S. Puqacov və digərləri tərəfindən işlənilib hazırlanmışdır. Bu istiqamətdə xarici təsadüfi təsirə məruz qalan xətti obyektlərdə kvadratik funksionala minimum verən optimal tənzimləyicilərin sintezi nəzəriyyəsini də qeyd etmək olar. Belə məsələlərin həlli istiqamətində V.B. Larin, F.Ə. Əliyev, D.C. Youla, J.J. Bongiorno, N.N. Krasovski, A.A. Pervozanski, X. Kvakernak, V. Kuceranın işlərini qeyd etmək olar.

Məlumdur ki, sonsuz zaman intervalında xətti kvadratik optimal sintez məsələlərinin həlli üçün müxtəlif üsullar mövcuddur. Bunlardan “zaman”, “tezlik”, “polinomial tənliklər” və s. üsullarını göstərmək olar. Məsələlərin tipindən və xarakterindən asılı olaraq onların həlli üçün bəzən “zaman”, bəzən isə “tezlik” üsullarının tətbiqi daha məqsədəuyğun olur.

Bundan əlavə son zamanlar yüksək texnologiyaların inkişafı və onların nanotexnologiya, kosmik sənaye, elementar zərrəciklər fizikasına tətbiqi, belə məsələlərin yüksək dəqiqlikli həllərinin tapılması zərurətini qarşıya qoymaqladır.

Bunları nəzərə alaraq dissertasiya işi çoxgirişli-çoxçıxışlı optimal sintez məsələlərinin həlli üçün yüksək dəqiqlikli “tezlik” alqoritmlərinin işlənilib hazırlanmasına həsr olunmuşdur. Bu məsələlərin həlli isə polinomların faktorizasiyası və kəsr rəasional ifadələrin separasiyası problemləri ilə birbaşa bağlıdır. Bundan başqa, xətti kvadratik Qaus məsələlərinin tezlik üsullarla həlli Viner-Hoff tənliklərinin həllinə gətirilir ki, onların həlli də faktorizasiya və separasiya proseduraları ilə sıx bağlıdır.

Faktorizasiya proseduru hətəyə keçirmək üçün müxtəlif üsullar mövcuddur. Bunlardan D.C. Youlanın ilkin matrisin determinantının köklərinin hesablanmasını tələb edən alqoritmini qeyd etmək olar. Belə alqoritmlərin istifadəsi matrisin determinantının kökləri bir-birinə yaxın olduqda ciddi çətinliklərlə qarşılaşır. Kəsilməz halda matris polinomların

faktORIZASIYASI üçün verilmiş digər, W.G. Tuelin təklif etdiyi alqoritm konform inikaslardan istifadə etməklə məsələnin diskret hala gətirilməsinə əsaslanır. Cəbri Rikkati tənliyindən istifadə etməklə polinomların faktORIZASIYASINI yerinə yetirən başqa alqoritmlər də mövcuddur. MATLAB Riyazi Proqramlar paketində bu əməliyyatları yerinə yetirə bilən proqramlar var. Amma son zamanlar yuxarıda qeyd olunan tətbiqi məsələlərin həlli hesablamaya xətalari daha az olan, yüksək dəqiqlikli alqoritmlərin hazırlanması zərurətini yaratmışdır.

Mövcud alqoritmlər adi hesablamalara əsaslandığından nəticələrin yüksək dəqiqliyinə zəmanət vermir. Çünki, bu zaman mütləq olaraq yuvarlaqlaşdırma xətalari yaranır. Bu, hesablamalarda istifadə olunan mərtəbə vahidlərinin sayının məhdud olması ilə əlaqədardır. Çoxlu sayda əməliyyatlar yerinə yetirilərkən xətalər toplanır və dəqiq həlldən ciddi fərqlərə gətirib çıxarır. Bu problemi həll etmək üçün MATLAB Paketinə daxil olan Symbolic Toolbox prosedurasından istifadə olunur. Məsələ ondadır ki, simvol hesablamalar zamanı mərtəbə vahidlərinin sayı qeyri-məhdud götürülə bildiyindən, yuvarlaqlaşdırma zərurəti yaxın mərtəbə vahidlərində yaranmır və bu da hesablamaları istənilən dəqiqliklə aparmağa imkan verir.

Lakin bəzi hesablamaya proseduralari da var ki, onlar Symbolic Toolbox mühitində "işləmirlər". Belə hallarda ya proqramlari modifikasiya etmək, ya da yeni proqram bloklari yaratmaq tələb olunur. Dissertasiyada belə problemləri aradan qaldırmaq üçün simvol hesablamalarla yerinə yetirilə bilən bir sıra yeni proqram bloklari yaradılmışdır.

Təklif edilən alqoritmlərin işini illustrasiya etmək üçün dissertasiya işində misallar verilmişdir. Bu misalların bəziləri məlum tədqiqat işlərindən götürülmüşdür ki, bu da alınmış nəticələri məlum nəticələrlə müqayisə etməyə və dissertasiyada təklif edilən metodların effektivliyini nümayiş etdirməyə imkan verir.

**İşin əsas məqsədi:** Dissertasiya işinin məqsədi aşağıdakı əsas məsələlərin həllindən ibarətdir:

- kəsilməz və diskret hal üçün obyektin koordinatları ideal ölçülən olduqda birölçülü və çoxölçülü sintez məsələsinin həlli üçün yüksək dəqiqlikli həll alqoritmlərinin işlənilib hazırlanması;
- obyektin koordinatlarının təsadüfi kəmiyyətlərlə ölçülməsindəki xətalər nəzərə alınmaqla sintez məsələsinin həlli üçün yüksək dəqiqlikli üsullarının işlənilib hazırlanması;

- simvol hesablamalar mühitində sintez məsələlərinin, faktorizasiya və separasiya məsələlərinin həlli üçün yüksək dəqiqlikli həll alqoritmlərinin işlənməsi.

**Tədqiqat üsulları:** İşdə diferensial tənliklər, kəsilməz və diskret Laplas və Furiye çevirmələri, matrislər nəzəriyyəsi, hesablama üsulları nəzəriyyələrinin metodlarından, müasir proqramlaşdırma və hesablama texnologiyalarından və tətbiqi proqram paketlərindən istifadə olunmuşdur.

**Elmi yenilik:**

- kəsilməz və diskret hallarda obyektin koordinatları ideal ölçülən olduqda birölçülü və çoxölçülü sintez məsələlərinin həlli üçün yüksək dəqiqlikli həll alqoritmləri işlənilib hazırlanmışdır;
- obyektin koordinatlarının stasionar təsadüfi kəmiyyətlərlə ölçülən xətaləri nəzərə alınmaqla sintez məsələlərinin həlli üçün yüksək dəqiqlikli üsullar işlənilib hazırlanmışdır;
- matris polinomların kəsilməz halda xəyali ox, diskret halda isə vahid çevrəyə nəzərən faktorizasiyası məsələlərinin həlli üçün simvol hesablamalardan istifadə etməklə yüksək dəqiqlikli həll alqoritmləri təklif olunmuşdur;
- kəsr rəşional ifadələrin separasiyası üçün həm kəsilməz, həm də diskret halda yüksək dəqiqlikli həll alqoritmləri təklif olunmuşdur.

**İşin elmi və praktiki əhəmiyyəti:** Dissertasiya işində alınmış nəticələr müxtəlif istilik paylanması proseslərinin və mürəkkəb istilik paylanması sistemlərinin modelləşdirilməsində və həllində, sintez məsələlərinin yüksək dəqiqlik tələb edən həllərinin tapılmasında, adi hesablamalarla yerinə yetirilən əməliyyatların simvol hesablamalar mühitində yerinə yetirilərək daha dəqiq həllərin axtarışında və uyğun proqram təminatının yaradılmasında istifadə oluna bilər.

**Alınmış nəticələrin dürüstlüyü:** Dissertasiyanın bütün əsas nəticələri riyazi olaraq ciddi isbat olunub. Təklif olunan alqoritmlər misallar üzərində realizə olunub və məlum nəticələrlə müqayisə olunaraq onların dürüstlüyü və effektivliyi nümayiş etdirilib.

**İşin aprobeşiyası:** Dissertasiyada alınmış nəticələr aşağıdakı seminar və konfranslarda məruzə edilmişdir:

- Bakı Dövlət Universiteti Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutunun elmi seminarı;
- AMEA-nın Kibernetika İnstitutunun "Diskret optimallaşdırma modelləri və üsulları" laboratoriyasının seminarı;

- The Third Congress of the World Mathematical Society of Turkic Countries, Almaty, 2009;
- BDU-nun 90 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfrans, Bakı, 2009;
- Türk Dünyası Riyaziyyat Cəmiyyətinin IV konqresi, Azərbaycan, Bakı, 2011;
- 3rd International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, Bilkent University, Ankara, Turkey, 2011;
- The 1<sup>st</sup> Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications, Pristine, Kosovo, 2012;
- 9<sup>th</sup> Seminar on Differential Equations and Dynamical Systems, Tabriz, Iran, 2012;
- IV International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, Borovets, Bulgaria, 2013;

**Çap olunmuş elmi əsərlər:** Dissertasiyanın əsas nəticələri müəllifin 8 məqaləsində və 11 tezisində çap olunmuşdur.

**Dissertasiyanın həcmi və strukturu:** Dissertasiya işi girişdən, üç fəsildən, yekun nəticədən, istinad olunan 88 ədəbiyyat siyahısından və əlavədən ibarətdir.

## **DİSSERTASIYANIN MƏZMUNU**

Giriş hissəsində dissertasiya mövzusunun aktuallığı əsaslandırılmış və işin qısa xülasəsi verilmişdir.

Dissertasiya işinin birinci fəslində obyektin koordinatları ideal ölçülən olduqda sintez məsələsinin həllinin yüksək dəqiqlikli həll alqoritmlərinin işlənməsinə həsr olunmuşdur. Qeyd etmək lazımdır ki, belə məsələlərin həllinə bir çox elmi tədqiqat işləri həsr olunsa da, obyektin hərəkəti daha mürəkkəb tənliliklərlə təsvir olunduqda sintez məsələsinin həllinin analitik olaraq tapılması qeyri-mümkün olur. Bu halda effektiv ədədi üsulların və alqoritmlərin işlənməsinə ehtiyac duyulur. Son zamanlar simvol hesablamaların geniş vüsət alması onların bir çox məsələlərin həllində istifadə edilməsinə gətirib çıxarır. Dissertasiyada sintez məsələsinə tezlik metodu tətbiq edilərək, onun həlli digər məsələlərə - faktorizasiya və separasiya məsələsinə gətirilir və bunların həlli üçün yüksək dəqiqlikli həll alqoritmləri təklif olunur.

Birinci fəslin birinci yarımfəslində kəsilməz halda birözlü sintez məsələsinə baxılır. Burada obyektin hərəkət tənliyi

$$P(p)x(t) = M(p)u(t) + \psi(t) \quad (1)$$

sabit əmsallı xətti diferensial tənliklə təsvir olunur. Burada  $x(t)$ ,  $t \in (0, \infty)$  - obyektin,  $u(t) \in L_1$  - idarəedici təsir və ya requlyatorun koordinatlarıdır;  $(0, \infty)$ -da təyin olunmuş  $u$  funksiyasının  $(k-1)$ -ci tərtib törəməsi hissə-hissə kəsilməzdir;  $\psi(t)$  - riyazi gözləməsi 0 (sıfır) və spektral sıxlığı

$$S(\omega) = \frac{\Gamma_1(i\omega)\Gamma_1(-i\omega)}{\Gamma_0(i\omega)\Gamma_0(-i\omega)} \quad (2)$$

şəklində stasionar təsadüfi proses olan xarici həyəcanlandırıcı təsir;  $P(p)$  və  $M(p)$

$$P(p) = a_0 + a_1p + a_2p^2 + \dots + a_np^n,$$

$$M(p) = b_0 + b_1p + b_2p^2 + \dots + b_kp^k$$

şəklində olan operator-polinomlar;  $p = \frac{d}{dt}$  diferensiallama operatorudur,  $a_i (i = \overline{1, n})$ ,  $b_i (i = \overline{1, k})$  - həqiqi ədədlərdir.

Məsələ  $u$  və  $x$  kəmiyyətləri arasında əlaqə yaradan elə requlyator tapmaqdan ibarətdir ki,

$$W_0(p)u = \tilde{W}(p)x. \quad (3)$$

(1)-(3) “obyekt-requlyator” qapalı sistemi asimptotik dayanıqlı olsun və

$$J = r \langle x^2 \rangle + c \langle u^2 \rangle \quad (4)$$

kvadratik funksionalı minimum qiymət alsın. Burada  $r > 0, c > 0$  - çəki əmsalları, həqiqi ədədlərdir,  $\langle x^2 \rangle, \langle u^2 \rangle$  isə  $x$  və  $u$  təsadüfi kəmiyyətlərinin dispersiyalarıdır.

Bu məsələnin həlli üçün Laplas çevirməsindən istifadə edərək (1)-(3) operator tənlikləri uyğun olaraq aşağıdakı kimi yazılır:

$$P(s)x(s) = M(s)u(s) + \psi(s) \quad (5)$$

və

$$W_0(s)u(s) = \tilde{W}(s)x(s). \quad (6)$$

Onda idarəedici

$$u(s) = \frac{\tilde{W}(s)}{W_0(s)} x(s) = W(s)x(s) \quad (7)$$

ifadəsi ilə təyin olunur.

Axtarılan  $W(s)$  ötürmə funksiyası

$$[W(s)]_{Sym} = \frac{-r[M(-s)]_{Sym} \Gamma_1(s)(1/[G(-s)]_{Sym}) + P(s)\Gamma_0(s)[B_-(s)]_{Sym}}{C(s)[P(-s)]_{Sym} \Gamma_1(s)(1/[G(-s)]_{Sym}) + M(s)\Gamma_0(s)[B_-(s)]_{Sym}} \quad (8)$$

kimi tapılır və (3) funksionalının minimumu

$$J_{\min} = \frac{1}{i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \left[ [B_-(s)]_{Sym} [B_-(-s)]_{Sym} + \frac{rC(s)S_\psi(s)}{rM(s)[M(-s)]_{Sym} + C(s)P(s)[P(-s)]_{Sym}} \right] ds$$

ifadəsinin qiymətinə bərabər olur.

Burada  $[M(-s)]_{Sym}, [G(-s)]_{Sym}, [P(-s)]_{Sym}$  - polinomları kökləri sol yarımmüstəvidə olmaqla simvol hesablamalar mühitində işləyən faktORIZASIYA,  $[B_-(s)]_{Sym}, [B_-(-s)]_{Sym}$  polinomları isə polyusları sağ yarımmüstəvidə olmaqla separasiya prosedurlarını tətbiq etməklə hesablanır.

Qeyd edək ki, bu ifadələrdə iştirak edən polinomların hesablanması və onların faktORIZASIYA, separasiya edilməsi üçün alqoritmlər mövcuddur. Lakin bu alqoritmlər son zamanlar tələb olunan dəqiqliyi əldə etməyə imkan vermir. Bunu nəzərə alaraq dissertasiyada bu əməliyyatları yerinə yetirmək üçün simvol hesablamalar mühitində işləyən və yüksək dəqiqlik əldə etməyə imkan verən alqoritmlər və uyğun proqram təminatı hazırlanmışdır.

Dissertasiyanın birinci fəslinin ikinci yarımfəslində birözlü sintez məsələsinin diskret halına baxılmışdır. Burada obyektin hərəkəti



$$P(l)x(k) = M(n)u(k) + \psi(k) \quad (9)$$

şəklində, requlyatorun tənliyi isə kəsilməz halda olduğu kimi

$$W_0(s)u(k) = \overline{W}(t)x(k) \quad (10)$$

şəklində götürülür. Bu halda məsələ elə (10) idarəetmə qanununun tapılması məsələsinə gətirilir ki, qərarlaşmış rejimdə

$$J = r < x^2 > + c < u^2 > \quad (11)$$

funksionalına "obyekt-requlyator" dayanıqlı qapalı sistemlər sinfində minimum qiyməti təmin etsin. Məsələni həll etmək üçün (9), (10) tənliklərinə  $z$  - çevirməsini (diskret Laplas çevirməsi) tətbiq etdikdə

$$\left. \begin{aligned} P(z)x(z) &= M(z)u(z) + \psi(z) \\ W_0(z)u(z) &= \overline{W}(z)x(z) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

tənlikləri alınır.

Requlyatorun ötürmə funksiyası

$$[W(z)]_{Sym} = \frac{-r[M(z^{-1})]_{Sym} \Gamma_1(z)(1/[G(z^{-1})]_{Sym}) + P(z)\Gamma_0(z)[B_+(z)]_{Sym}}{c[P(z^{-1})]_{Sym} \Gamma_1(z)(1/[G(z^{-1})]_{Sym}) + M(z)\Gamma_0(z)[B_+(z)]_{Sym}} \quad (13)$$

düsturu ilə təyin olunur.

Bu yarımfəsildə baxılan məsələnin (13) düsturu vasitəsilə ifadə olunan həllinin dəqiqliyi  $[M(z^{-1})]_{Sym}, [G(z^{-1})]_{Sym}$  polinomlarının vahid çevrə daxilində birözlü faktorizasiya,  $[B_+(z)]_{Sym}$  polinomunun separasiya və  $[P(z^{-1})]_{Sym}$  matrisinin tərsinin tapılması prosedurlarının yüksək dəqiqlikli həll alqoritmlərinin dəqiqliyindən birbaşa asılıdır. Bunu nəzərə alaraq bu yarımfəsildə qeyd olunan proseduraları mövcud alqoritmlərdən fərqli olaraq yüksək dəqiqliklə yerinə yetirə bilən yeni alqoritmlər təklif olunur və onlardan istifadə olunaraq polinomlar hesablanır.

Birinci fəslin üçüncü yarımfəsildə kəsilməz hal üçün çoxgirişli, çoxçıxışlı sintez məsələsinin həll üsulu verilmişdir. Fərz olunur ki, obyektin hərəkəti

$$Px = Mu + \psi \quad (14)$$

adi diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunur. Burada  $x = [x_1(t), \dots, x_n(t)]'$  - obyektin koordinatlarının  $n$ -ölçülü vektoru,  $u = [u_1(t), \dots, u_m(t)]'$  idarəedici təsirlərin  $m$ -ölçülü vektoru,  $\psi = [\psi_1(t), \dots, \psi_n(t)]'$  isə  $\psi_i(t)$  komponentləri sıfır riyazi gözləməsi və  $S_\psi(\omega)$  kəsir-rasional spektral sıxlıq matrisi olan stasionar təsadüfi prosesləri olan  $n$ - ölçülü xarici təsir vektoru,  $P$  və  $M$  isə elementləri  $p = \frac{d}{dt}$ -dən asılı operator polinom olan uyğun  $n \times n$  və  $n \times m$  ölçülü matrislərdir.

Elə

$$W_0 u = \bar{W} x \quad (15)$$

requlyator tənliyini tapmaq tələb olunur ki, (14)-(15) “obyekt-requlyator” qapalı sistemi dayanıqlı olsun və

$$J = \langle x' R x \rangle + \langle u' C u \rangle \quad (16)$$

funksionalı minimum qiymət alsın. Birinci yarımfəsildə olduğu kimi  $W(s) = W_0^{-1}(s) \bar{W}(s)$  requlyatorunun tapılması üçün uyğun çevirmələr aparılır və requlyatorun ötürmə funksiyası

$$[W]_{Sym} = \left[ ([K_0]_{Sym} + [K_+]_{Sym}) \Gamma^{-1} M - [H_*]_{Sym} B \right]^{-1} \times \\ \times \left[ ([K_0]_{Sym} + [K_+]_{Sym}) \Gamma^{-1} P + H A \right] \quad (17)$$

şəklində tapılır.

Qeyd edək ki, (17) düsturunda  $A, B$  polinomları elə seçilir ki,  $\det \begin{bmatrix} P & -M \\ A & B \end{bmatrix}$  ya sabit olsun, ya da sol yarımmüstəvidə yerləşsin.

Burada birölçülü sintez məsələsindən fərqli olaraq, tənliyin əmsalları elementləri çoxhədli olan matris polinomlardır. Requlyator üçün tapılan ifadənin dəqiqliyi  $[K_0]_{Sym}, [K_+]_{Sym}$  və  $[H_*]_{Sym}$  matris polinomların hesablanma dəqiqliyindən asılıdır. Bu matrislər isə separasiya, faktorizasiya proseduru və polinom matrisin tərsinin tapılması əməliyyatını tətbiq etməklə hesablanır. Bu prosedurları yerinə yetirmək üçün mövcud alqoritmlər adi hesablamalara əsaslandığından, yüksək

dəqiqlikli həllər almağa imkan vermir. Dissertasiyada matris polinomların faktorizasiyası, separasiyası və tərsinin tapılması əməliyyatını simvol hesablamalardan istifadə etməklə yerinə yetirən alqoritmlər və proqram təminatı yaradılıb və Matlab riyazi proqramlar paketinə əlavə olunub.

Birinci fəslin dördüncü yarımfəslində diskret hal üçün çoxgirişli, çoxçıxışlı sintez məsələsinin həll üsulu verilmişdir. Burada ikinci yarımfəslində olduğu kimi müəyyən riyazi əməliyyatlardan sonra requlyatorun ötürmə funksiyası üçün analitik ifadə tapılmışdır.

Dissertasiya işinin ikinci fəslə obyektin koordinatlarının ölçülməsindəki xətlər nəzərə alınmaqla sintez məsələsinin həlli üçün yüksək dəqiqlikli üsulların işlənilib hazırlanmasına həsr olunmuşdur.

İkinci fəslin birinci yarımfəslində ölçmə xətası olan halda birgirişli, birçığışlı kəsilməz sintez məsələsinin həll üsulu verilmişdir. Hərəkət birinci fəsilə olduğu kimi (1) tənliyi ilə təsvir olunur və müəyyən şərtlər daxilində (3) funksionalına minimum vermək tələb olunur. Lakin birinci fəsilədən fərqli olaraq burada requlyatorun tənliyi

$$W_0 u = \overline{W}(x + \varphi) \quad (18)$$

şəklində axtarılır. Burada  $\varphi(t)$  obyektin koordinatlarının ölçmə xətasıdır və o riyazi gözləməsi 0 olan və  $S_\psi(\omega)$  spektral sıxlıqlı stasionar təsadüfi prosesdir. Bu halda requlyator

$$[W(s)]_{Sym} = \frac{[\Phi(s)]_{Sym} P(s) - \alpha(s)}{\beta(s) + \psi(s)M(s)} \quad (19)$$

şəklində tapılır ki, burada da  $\Phi(s)$

$$[\Phi(s)]_{Sym} = - \frac{[K_0(s)]_{Sym} + [K_+(s)]_{Sym} + [L_*(s)]_{Sym} + [L_+(s)]_{Sym}}{[H(s)]_{Sym}[D(s)]_{Sym}} \quad (20)$$

düsturu ilə təyin olunur. Qeyd edək ki, (20) düsturunun sağ tərəfində istifadə olunan funksiyalar çevirmələr zamanı müəyyən edilən bəzi funksiyaların faktorizasiya və ya separasiya edilməsindən alınmışlar.

İkinci fəslin ikinci yarımfəslində ölçmə xətası olan halda birgirişli, birçığışlı diskret sintez məsələsinə baxılmışdır. Burada da obyektin tənliyi (9), funksional isə (11) şəklində verilir. Requlyatorun tənliyi isə

$$W_0(s)u(k) = \overline{W}(t)[x(k) + \varphi(k)] \quad (21)$$

şəklində götürülür. Bu halda da requlyator üçün yüksək dəqiqlikli düstur alınmışdır.

Dissertasiyanın ikinci fəslinin üçüncü və dördüncü yarımfəsilləri ölçmə xətası olan halda həm kəsilməz, həm də diskret variantda çoxgirişli, çoxçıxışlı sintez məsələsinin həll üsullarına həsr olunmuşdur.

Qeyd edək ki, ilk iki fəsildə sintez məsələsini həll edərkən həm faktorizasiya, həm də separasiya məsələlərini yüksək dəqiqliklə həll etmək lazım gəlir. Son nəticənin dəqiq olması bu məsələlərin dəqiq həllindən çox asılıdır. Bu baxımdan, yüksək dəqiqlikli faktorizasiya və separasiya üsullarının və alqoritmlərinin hazırlanması mühüm məsələlərdən biridir.

Təqdim olunan dissertasiya işinin üçüncü fəslə simvol hesablamalar mühitində sintez məsələlərinin həllinin əsas proseduraları olan faktorizasiya və separasiya məsələlərinin həlli üçün yüksək dəqiqlikli həll alqoritmlərinin işlənməsinə həsr olunmuşdur. Fəsil iki yarımfəsildən ibarətdir. Üçüncü fəslin birinci yarımfəslində matris polinomlar üçün yüksək dəqiqlikli faktorizasiya alqoritmləri hazırlanmışdır. Əvvəlcə matris polinomlarının xəyali oxa nəzərən faktorizasiyasının yüksək dəqiqlikli həll alqoritmı işlənməmişdir.

Tutaq ki,

$$A(s) = (-1)^n s^{2n} + (-1)^{n-1} A_1 s^{2n-2} + \dots + A_n \quad (22)$$

matris polinomu verilmişdir. Burada  $A(j\omega) > 0$ ,  $-\infty < \omega < \infty$ . Fərz olunur ki, cüt indekslər üçün  $A_i = A'_i$ , tək indekslər üçün isə  $A_i = -A'_i$  şərti ödənilir və

$$A(s) = [H(-s)]_{Sym} [H(s)]_{Sym} \quad (23)$$

şərtini ödəyən  $H(s)$  matrisinin tapılması tələb olunur.

Burada  $H(s)$  polinomunun sıfırları sol yarımüstəvidə,  $H(-s)$  polinomunun sıfırları isə sağ yarımüstəvidə olmalıdır. Bu məsələnin həllini

$$[H(s)]_{Sym} = Es^n + (L' + G'[X]_{Sym})N \quad (24)$$

şəklində göstərmək olar. Burada  $[X]_{Sym} = [X']_{Sym} > 0$  aşağıdakı cəbri matris Rikkati tənliyinin müsbət müəyyən həllidir

$$[X]_{Sym}F + F'[X]_{Sym} - ([X]_{Sym}G + L)(G'[X]_{Sym} + L') + R = 0. \quad (25)$$

Burada

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E_m \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} E_m \\ E_m s \\ \cdot \\ \cdot \\ E_m s^{n-1} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 & E_m & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & E_m & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & E_m \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ \frac{(-1)^{n-1}}{2} A_1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} A_{2n} & \frac{1}{2} A_{2n-1} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{2} A_{2n-1} & -A_{2n-2} & -\frac{1}{2} A_{2n-3} & \dots & 0 \\ 0 & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \frac{(-1)^{n-2}}{2} A_3 \\ 0 & \dots & & \frac{(-1)^{n-2}}{2} A'_3 & (-1)^{n-1} A_2 \end{bmatrix}.$$

Kəsilməz halda cəbri Rikkati tənliyinin siqnum funksiya metoduna əsaslanan, simvol hesablamalarla yerinə yetirilə bilən həll alqoritmi və proqram təminatı yaradılıb.

İşdə (22) polinomunun faktorizasiyası üçün yüksək dəqiqlikli həll alqoritmi təklif olunur və onun effektivliyi adi və simvol hesablamalarda müqayisəli həlləri araşdırılıb və göstərilib ki, simvol hesablamalarda nəticələr daha yüksək dəqiqliklə alınır.

Göstərilir ki, təklif olunan alqoritm məlum üsullara nisbətən baxılan məsələni daha yüksək dəqiqliklə həll etməyə imkan verir.

Daha sonra requlyar olmayan matris polinomlarının yüksək dəqiqlikli həll alqoritmi təklif edilir.

Tutaq ki, requlyar olmayan  $m \times m$  ölçülü

$$B(s) = (-1)^n B_0 s^{2n} + B_1 s^{2n-1} + \dots + B_{2n} \quad (26)$$

matris polinomu verilmişdir və  $\det(B_0) = 0$ .

Burada cüt indekslər üçün  $B_i = B'_i$ , tək indekslər üçün isə  $B_i = -B'_i$  şərti ödənilir.

Məsələ (26) polinomunu faktorizasiya etməkdən ibarətdir, yəni  $m \times m$  ölçülü elə  $D(s)$  matrisi tapılmalıdır ki,

$$[B(s)]_{Sym} = [D_*(s)]_{Sym} [D(s)]_{Sym} \quad (27)$$

şerti ödənilsin.

Burada “ \* “- işarəsi transponirə əməliyyatını və  $s$  -in  $s^{-1}$  -lə əvəz olunmasını göstərir,

Məsələni həll etmək üçün əvvəlcə requlyar olmayan matris polinom requlyar hala gətirilir, yəni (26) polinomu (22) şəklinə salınır. Bunun üçün əvvəlcə  $B(s)$  polinom matrisi ardıcıl olaraq sağdan və soldan xüsusi qaydada qurulmuş  $T_*(s), T(s)$  polinom matrislərinə vurularaq son nəticədə  $A(s) = T_*(s)B(s)T(s)$  requlyar matris polinomu şəklinə gətirilir. Daha sonra  $A(s)$  polinomu əvvəlki yarımfəsildə təklif olunan alqoritmin köməyi ilə faktorizasiya edilir  $A(s) = H_*(s) \cdot H(s)$ . Son nəticədə axtarılan matris  $D(s) = H(s)T^{-1}(s)$  ifadəsindən tapılır. Burada polinomların simvol hesablamalarla bölümnəsi prosedurası verilib.

Diskret halda sintez məsələsinin həllində matris polinomlarının vahid çevrəyə nəzərən faktorizasiyası tələb olunur. Bu yarımfəsildə matris polinomlarının mərkəzi koordinat başlanğıcında olan vahid çevrəyə nəzərən faktorizasiyasının yüksək dəqiqlikli həll üsulu verilmişdir.

Tutaq ki,

$$B(z) = B_0 z^n + B_1 z^{n-1} + \dots + B_{n-1} z + B_n + B'_{n-1} z^{-1} + \dots + B'_0 z^{-n} \quad (28)$$

polinomu verilmişdir. Burada  $B$  -  $m$  - ölçülü matrisdir və  $B_n = B'_n > 0$ .

Məsələ (28) polinomunu faktorizasiya etməkdən, yəni

$$[B(z)]_{Sym} = [H_*(z)]_{Sym} \cdot [H(z)]_{Sym} \quad (29)$$

şertini ödəyən  $H(z)$  polinomunu tapmaqdan ibarətdir.

Burada “ \* “- işarəsi transponirə əməliyyatını və  $z$  -in  $z^{-1}$  -lə əvəz olunmasını göstərir, yəni  $H_*(z) = H'(z^{-1})$ .

(29) məsələsinin həlli aşağıdakı formadadır:

$$[H(z)]_{Sym} = (\Gamma'[S]_{Sym} \Gamma)^{1/2} + (\Gamma'[S]_{Sym} \Gamma)^{-1/2} \Gamma'[S]_{Sym} \Psi N_R(z), \quad (30)$$

harada ki,

$$\Psi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ E_m & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & E_m & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & E_m & 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} E_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad N_R(z) = \begin{bmatrix} E_m z \\ E_m z^2 \\ \vdots \\ E_m z^{n+1} \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$[S]_{Sym}$  matrisi isə aşağıdakı diskret cəbri Rikkati tənliyinin dayanıqlı həllidir

$$[S]_{Sym} = \Psi' [S]_{Sym} \Psi - \Psi' [S]_{Sym} \Gamma (\Gamma' [S]_{Sym} \Gamma)^{-1} \Gamma' [S]_{Sym} \Psi + R.$$

Baxılan məsələnin həlli üçün simvol hesablamalara əsaslanan alqoritm təklif olunur və onun effektivliyi konkret misallar üzərində göstərilir.

Üçüncü fəslin ikinci yarım fəslində kəsr-rasional ifadələr üçün yüksək dəqiqlikli separasiya alqoritmləri işlənmişdir.

Məlumdur ki, Hardi fəzalarında optimallaşdırma alqoritmlərinə düzgün kəsr-rasional matrislərin iki matrisin cəmi şəklində ayrılışı prosedurası daxildir. Bu prosedurlar isə öz növbəsində polinomların köklərinin tapılması yolu ilə yerinə yetirilir. Bunun üçün  $V$  kəsr-rasional matrisi

$$V = [V_0]_{Sym} + [V_+]_{Sym} + [V_-]_{Sym},$$

şəklində göstərilir. Burada  $V_0$ -tam hissə,  $V_+$  və  $V_-$  isə kəsr-rasional matrislərdir və kəsilməz halda polyusları sol, ya sağ yarımmüstəvilərdə, diskret halda isə vahid dairənin daxilində və ya xaricində olan düzgün kəsrlərdir.

Kəsr-rasional matrisin separasiyası elementlər üzrə aparılır. Bu əməliyyat uyğun invariant altmüstəvilərə proyeksiyaları hesablamaqla polinomun köklərini tapmadan da həyata keçirilə bilər. Dissertasiyada qeyd edilən proseduranı polinomun köklərini tapmadan yerinə yetirən və simvol hesablamalara əsaslanan alqoritmlər işlənib hazırlanmışdır.

$V_0$  matrisinin elementləri - surətin məxrəcə bölünməsindən alınan tam hissədir. Kəsr hissələr isə

$$[V_0]_{Sym} + [V_+]_{Sym} + [V_-]_{Sym} = \begin{bmatrix} b_{ij}(s) \\ a_{ij}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{ij}^{(1)} s^{n-1} + b_{ij}^{(2)} s^{n-2} + \dots + b_{ij}^{(n)} \\ s^n + a_{ij}^{(1)} s^{n-1} + \dots + a_{ij}^{(n)} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, n$$

şəklindədir. Bu matrisin elementləri düzgün kəsrlərdir.

Qeyd edək ki,  $[V_+]_{Sym}$ ,  $[V_-]_{Sym}$  kəsir rasiional polinomların kökləri nə xəyali oxda, nə də vahid dairənin üzərində olmadığından uyğun proyektorlar siqnum-funksiya vasitəsilə daha asan hesablanır.

Xəyali oxa nəzərən (34) separasiya alqoritminə baxaq. Tutaq ki,  $V$  düzgün kəsrdir

$$[V_0]_{Sym} + [V_+]_{Sym} + [V_-]_{Sym} = \left[ \frac{b_{ij}(s)}{a_{ij}(s)} \right] = \left[ \frac{b_{1ij}(s)}{a_{1ij}(s)} \right] + \left[ \frac{b_{2ij}(s)}{a_{2ij}(s)} \right], \quad i, j = 1, 2, \dots, n,$$

$a_{1ij}(s)$ ,  $a_{2ij}(s)$  polinomlarının sıfırları isə xəyali oxun müxtəlif tərəflərində yerləşirlər. Fərz edək ki,  $a_1(s)$  polinomu hesablanmışdır.

$a(s) = a_1(s)a_2(s)$  olduğundan,

$$a_2(s) = \frac{a(s)}{a_1(s)}$$

alarlıq.  $a_1(s)$  ı  $a_2(s)$  polinomu tapıldıqdan sonra  $b_1(s)$  və  $b_2(s)$  polinomu

$$b(s) = a_2(s)b_1(s) + a_1(s)b_2(s) \quad (33)$$

polinom tənliyinin həllindən tapılır.

Bu məsələ həm kəsilməz, həm də diskret hal üçün həll edilmişdir. Bu yarım fəsildə həm də polinom tənliklərinin həll üsulu təklif olunur.

Burada  $a_1, a_2, b$  – verilmiş polinomlar,  $b_1, b_2$  – isə  $s$  – dən asılı axtarılan polinomlardır. Fərz edək ki,  $a_1$  ı  $a_2$  polinomu qarşılıqlı sadədirlər. Bu yarım fəsildə Evklid alqoritmi əsasında (33) polinomial tənliyi üçün yüksək dəqiqlikli həll alqoritmi qurulmuşdur. Alqoritm polinomların ən böyük ortaq bölünənininin tapılmasına əsasən qurulub.



## ƏSAS NƏTİCƏLƏR

Dissertasiyada aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- kəsilməz və diskret hallarda obyektin koordinatları ideal ölçülən olduqda birölçülü və çoxölçülü sintez məsələsinin həlli üçün yüksək dəqiqlikli həll alqoritmləri işlənib hazırlanmışdır;
- obyektin koordinatlarının stasionar təsadüfi kəmiyyətlərlə ölçülən xətaləri nəzərə alınmaqla sintez məsələsinin həlli üçün yüksək dəqiqlikli üsullar işlənib hazırlanmışdır;
- matris polinomların kəsilməz halda xəyali oxa, diskret halda isə vahid çevrəyə nəzərən faktorizasiyası məsələsinin həlli üçün simvol hesablamalardan istifadə etməklə yüksək dəqiqlikli həll alqoritmləri təklif olunmuşdur;
- kəsir rəasional ifadələrin separasiyası üçün həm kəsilməz, həm də diskret halda yüksək dəqiqlikli həll alqoritmləri təklif olunmuşdur.

## Dissertasiya mövzusunə aid çap olunmuş əsərlərin siyahısı

1. Velieva N.I., Radjabov M.F., Agamalieva L.F. High algorithms to factorization of polynomials and separations of fractional-rational expressions, Abstracts of the Third Congress of the World Mathematical Society of Turkic Countries, Almaty, June 30-July 4, 2009, pp 53-54.
2. Velieva N.I., Radjabov M.F., Agamalieva L.F., High accuracy algorithms to the solution of the problem of synthesis optimal linear stabilization SISO systems, Abstracts of the Third Congress of the World Mathematical Society of Turkic Countries, Almaty, June 30-July 4, 2009, pp190-191.
3. Велиева Н.И., Агамалиева Л.Ф. Сепарация правильных дробей, BDU-nun 90 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq elmi konfrans, Bakı, 2009, səh.109.
4. Велиева Н.И., Раджабов М.Ф., Агамалиева Л.Ф. Высокоточные алгоритмы факторизации полиномов и сепарации дробно-рациональных выражений, Доклады НАН Азербайджана, том LXV, №1, 2009, с.29-37.
5. Велиева Н.И., Раджабов М.Ф., Агамалиева Л.Ф. Высокоточные алгоритмы для решения задачи синтеза оптимальных линейных систем с одним входом и одним выходом, Известия НАН Азербайджана, серия физико-технических и математических наук, том XXIX, №6, 2009, с.90-96.
6. Велиева Н.И., Агамалиева Л.Ф., Высокоточный алгоритм факторизации матричного полинома относительно единичной окружности с использованием MATLAB, Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам, Суздаль, 2-7 июля, 2010, Москва, с.51.
7. Велиева Н.И., Агамалиева Л.Ф. Высокоточный алгоритм факторизации матричного полинома относительно единичной окружности, Вестник Кыргызско-Российского Славянского Университета, том.10, №9, 2010, с.83-86.
8. Velieva N.I., Agamalieva L.F. Numerical methods to the factorization of the matrix polynomial with respect to unit circle,

- IV Congress of Turkic World Mathematical Society, 1-3 July, 2011, Baku, Azerbaijan, p.341.
9. Agamalieva L.F. High accuracy algorithm for the factorization of polynomials, 3<sup>rd</sup> International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, Bilkent University, Ankara, Turkey, pp.93-94.
  10. Велиева Н.И., Агамалиева Л.Ф. Высокоточный алгоритм факторизации полинома в среде Matlab, Известия НАН Азербайджана, серия физико-технических и математических наук, том XXXI, №6, 2011, с.128-133.
  11. Aliev F.A., Gasimov Y.S., Velieva N.I., Safarova N.A., Agamalieva L.F., High accuracy algorithms to the solution of the optimal output feedback problem for the linear systems, Proceedings of the Romanian Academy, Series A, Vol. 13, N.3, 2012, pp.207-214 (impact factor 0,54).
  12. Aliev F.A., Gasimov Y.S., Velieva N.I., Agamalieva L.F., A method for the solution of the optimal control problem for the linear descriptor systems, The 1<sup>st</sup> Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications, September 03-07, 2012, Pristine, Kosovo, p.107.
  13. Aliev F.A., Gasimov Y.S., Velieva N.I., Safarova N.A., Agamalieva L.F., High accuracy algorithm to the solution of the optimal output feedback problem for the linear systems, The 9<sup>th</sup> Seminar on differential equations and dynamical systems, July 11-13, 2012, Tabriz, Iran, pp.353-354.
  14. Aliev F.A., Velieva N.I., Agamalieva L.F. General case of factorization of the nonregular matrix polynomials using symbolic calculations, 4<sup>th</sup> International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, July 10-12, 2013, Borovets, Bulgaria, pp.12-13.
  15. Agamalieva L.F., Aliev F.A., Velieva N.I., Algorithms for factorization of the irregular matrix polynomials using symbolic computations, TWMS J. Pure Appl. Math., V.4, N.1, 2013, pp. 103-109.
  16. Aliev F.A., Velieva N.I., Agamalieva L.F. Inverse static output feedback problem for the functional involving cross terms, International Conference "Dynamical systems: Stability, Control,

- Optimization" dedicated to the 95<sup>th</sup> anniversary of Ye.A. Barbashin, October 1-5, 2013, Minsk, c.241.
17. Agamaliyeva L.F. Symbolic computing high-accuracy algorithm for the separation of the fractional-rational matrices, 2<sup>nd</sup> International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications, 26-29 August, Bosnia and Herzegovina, 2013, p.175.
  18. Алиев Ф.А., Велиева Н.И., Агамалиева Л.Ф. Алгоритм факторизации матричного полинома и сепарации дробно-рациональных выражений возникающих при решении задач оптимального синтеза, Совместный спец. выпуск -Вестник Восточно-Казахстанского Государственного-технического университета им. Д. Серикбаева и Институт Вычислительных Технологий Сибирского отделения РАН, г. Усть-Каменогорск, часть 5, 2013, стр. 102-111.
  19. Агамалиева Л.Ф. Высокоточный алгоритм сепарации дробно-рациональных матриц с использованием символьных вычислений, Вестник Бакинского Университета, серия физ.мат. наук, №3, 2013, стр.74-82.

### **Həmmüəlliflərlə dərc olunmuş işlərdə iddiaçının şəxsi rolu:**

[1]-[8], [10]-[16], [18]- işlərində həmmüəlliflər məsələlərin qoyuluşunda və alınmış nəticələrin müzakirəsində iştirak etmişlər. Simvol hesablamalarla və yüksək dəqiqlikli alqoritmlərin işlənməsi, uyğun proqram təminatının yaradılması və realizasiyası ilə bağlı bütün nəticələr iddiaçıya məxsusdur.

**Агамалиева Лятифа Фарзали кызы**

**Разработка высокоточных «частотных» алгоритмов  
для решения многомерных задач оптимального синтеза**

**РЕЗЮМЕ**

В диссертации рассматриваются задачи оптимального синтеза в разных постановках как в одномерном, так и многомерном случаях. Используя вычислительные процедуры Symbolic Toolbox пакета прикладных программ MATLAB, разработаны высокоточные «частотные» алгоритмы для решения этих задач. Модифицируя существующие программные блоки и создавая новые, предложено программное обеспечение для разработанных алгоритмов.

В диссертации получены следующие основные результаты:

- Разработаны высокоточные алгоритмы для решения одномерных и многомерных задач синтеза в дискретном и непрерывном случаях, при идеальном измерении координат объекта;
- Аналогичные результаты получены с учетом погрешностей при измерении координата объекта;
- Предложены высокоточные алгоритмы для решения задач факторизации матричных полиномов относительно мнимой оси и единичной окружности;
- Разработаны высокоточные алгоритмы для сепарации дробно-рациональных выражений, как в непрерывном, так и в дискретном случаях.

## **Agamaileva Latifa Farzali**

### **Developing high accuracy “frequency” algorithms for the solution of the multidimensional optimal synthesis problems**

#### **SUMMARY**

In the thesis multidimensional optimal synthesis problems are considered. High accuracy algorithms are developed for the solution of these problems in various formulations using calculating procedures Symbolic Toolbox of MATLAB. Modifying the existence program blocks and developing the new ones a software is proposed for the given in the thesis algorithms.

The following main results are obtained in the thesis:

- High accuracy algorithms are developed for the solution of the one and multi dimensional synthesis problems in continuous and discrete cases by the sharp measurement of the object coordinates;
- The similar results are obtained considering the errors in the measurement of the object coordinates;
- High accuracy algorithms are proposed for the solution of the factorization problems for the matrix polynomials relatively to the imaginary axis and unit circle;
- High accuracy algorithms are developed for the separation of the fractional-rational expressions in continuous and discrete cases.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ РЕСПУБЛИКИ  
БАКИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
НИИ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**

---

*На правах рукописи*

**АГАМАЛИЕВА ЛЯТИФА ФАРЗАЛИ КЫЗЫ**

**РАЗРАБОТКА ВЫСОКОТОЧНЫХ «ЧАСТОТНЫХ»  
АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ЗАДАЧ  
ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА**

3338.01- Системный анализ, управление  
и обработка информации

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора философии по математике

**БАКУ - 2014**