AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

SƏBİNƏ TAPTIQ qızı ƏLƏSGƏROVA

İKİ TƏRTİBLİ PARABOLİK TƏNLİKLƏR ÜÇÜN BİRÖLÇÜLÜ QEYRİ-LOKAL SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİNİN BİRQİYMƏTLİ HƏLL OLUNMASI ŞƏRTLƏRİ

1211.01 – Diferensial tənliklər

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2017

Dissertasiya işi **AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Diferensial tənliklər"** şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: akademik **Yusif Məmmədov**

Rəsmi opponentlər:

- fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Məmməd Bayramoğlu**

(AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu);

- fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent **Telman Qasımov**

(Bakı Dövlət Universiteti).

Aparıcı təşkilat:
Azərbaycan Texniki Universiteti "Riyaziyyat" kafedrası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 24 noyabr 2017-ci il saat 14^{00}-da Azərbaycan MEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim olunan dissertasiyaların müdafiəsini keçirən D.01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat 18 oktyabr 2017-ci il tarixində buraxılıb.

D.01.111 Dissertasiya Şurasının elmi katibi **dos. Tamilla Həsənova**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Parabolik tənliklər sistemi üçün Koşi məsələsi, eləcə də məhdud və qeyri məhdud oblastlarda müxtəlif qarışıq məsələlər İ.Q.Petrovski, V.P.Mixaylov, M.L.Rəsulov, M.İ.Vişik, S.D.Eydelman, M.S.Aqranoviç, V.A.İlin, O.A.Ladıjinskaya kimi nüfuzlu alimlər və digər tədqiqatçılar tərəfindən müxtəlif üsullarla araşdırılmışdır.

Bu tip tənliklər sisteminin tədqiqində ən effektli üsullardan biri M.L.Rəsulovun kontur inteqralı üsuludur. Belə ki, bu üsul qeyri-lokal, öz-özünə qoşma olmayan, zamana görə törəmə iştirak edən sərhəd şərtli məsələlərə də müvəffəqiyyətlə tətbiq olunur.

Parabolik tənliklər və sistemlər üçün qoyulmuş qarışıq məsələnin həllinə kontur inteqralı üsulunu tətbiq edərkən uyğun spektral məsələnin Qrin funksiyasının analitiklik xassəsindən istifadə edərək Laplas xəttindən kənarda azalmanı təmin edən kontur seçmək mümkündür.

Akademik M.L.Rəsulov göstərmişdir ki, parabolik tənliklər və sistemlər üçün Koşi və qarışıq məsələlərdə bu cür konturun seçilməsi mümkündür.

Kontur inteqralı üsulu ilə parabolik tənliklər və sistemlər üçün həm birölçülü, həm də çoxölçülü məsələlərin araşdırılması M.L.Rəsulovun və onun tələbələrinin (Y.Ə.Məmmədov, N.M.Məmmədov, N.Ə.Əliyev, O.H.Əsədova, İ.S.Zeynalov, H.İ.Əhmədov, S.Z.Əhmədov, V.Y.Məstəliyev və s.) işlərində rast gəlinir.

Baxılan dissertasiya işində müxtəlif istilikkeçirmə əmsallarına malik olan çubuqlarda istiliyin yayılma prosesini modelləşdirən iki tənlikdən ibarət parabolik sistem üçün qarışıq məsələnin həllinin varlığı və həll üçün analitik ifadənin alınması kontur inteqralı üsulu ilə araşdırılmışdır.

İşin məqsədi.

- İki xüsusi törəməli parabolik tənlikdən ibarət sistem üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləri daxilində qarışıq məsələnin həllinin varlığının isbatı.
- Uyğun spektral məsələnin I və II tərtib sanki requlyar olduğu hallarda məxsusi ədədlərin kompleks müstəvidə həndəsi yerinin və sonsuz uzaqlaşmış nöqtə ətrafında asimptotikasının tapılması.
- Spektral məsələnin I və II tərtib sanki requlyar olduğu hallarda Qrin funksiyası üçün dəqiq qiymətləndirmələrin alınması.
- I və II tərtib sanki requlyar halları özündə saxlayan spektral məsələlər üçün ayrılış teoremlərinin isbatı.
- Qeyri-lokal sərhəd şərtləri daxilində qarışıq məsələnin həllinin kontur inteqralı üsulu ilə qurulması.

- Sərhəd şərtlərinə zamana görə törəmə daxil olan halda qarışıq məsələnin həllinin kontur inteqralı üsulu ilə araşdırılması,həllin varlığının isbatı,analitik ifadənin qurulması.

Elmi yeniliklər. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- Birkhof tənliyinin kökləri ilə təyin olunan çoxsaylı sektorlarda dördtərtibli tənliyin fundamental həllərinin kompleks parametrə görə asimptotikası III və IV hədlərə qədər dəqiqləşdirilmişdir.
- Sərhəd şərtləri qeyri-lokal olmaqla I və II tərtib sanki requlyar sərhəd məsələsinin Qrin funksiyasının polyuslarının asimptotikası tapılmışdır.
- Məxsusi ədədlərin δ ətrafından kənarda I və II tərtib sanki requlyar sərhəd məsələsinin Qrin funksiyası qiymətləndirilmişdir.
- Spektral məsələnin çıxıqlar üzrə çoxqat ayrılışını təmin edən şərtlər tapılmış və ayrılış düsturu isbat edilmişdir.
- Əsas məsələnin həllinin varlığını isbat etmək, həll üçün analitik ifadə almaq məqsədilə kompleks müstəvidə konturun həndəsi yeri verilmişdir.

Tədqiqatın ümumi metodikası. İşdə inteqral çevirmələr nəzəriyyəsi, ardıcıl yaxınlaşma üsulu, analitik funksiyalar nəzəriyyəsi, spektral nəzəriyyə və M.L. Rəsulovun kontur inteqralı üsullarından istifadə edilmişdir.

Nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. İki parabolik ibarət sistem Birkhof-Tamarkin mənada requlyar olmayan sərhəd şərtli qarışıq məsələlərin tədqiqi nəzəri əhəmiyyətə malikdir və eyni zamanda dissertasiya işində baxılan tənliklər istilikkeçirmə və diffuziya proseslərinin öyrənilməsində meydana çıxdığından belə qarışıq məsələnin həllinin qurulması praktik əhəmiyyət kəsb edir.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyanın əsas nəticələri AMEA RMİ-nin “Diferensial tənliklər” (f-r.e.d., prof.Ə.B.Əliyev) və “Funksional analiz” (f-r.e.d., prof. H.İ.Aslanov) şöbələrinin seminarlarında, Bakı Dövlət Universitetinin “Riyazi fizika tənlikləri” (akademik Y.Ə.Məmmədov) kafed-rasının seminarında, ADPU-nun “Riyazi analiz” (r.e.d., dos. B.Ə.Əliyev) kafedrasının seminarında məruzə edilmişdir.

Dissertasiyanın nəticələri AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 45 illiyinə həsr olunmuş X beynəlxalq konfransda, (Баку 2004), H.Əliyevin anadan olmasının 85-ci ildönümünə həsr olunmuş “Riyaziyyat, informatika və iqtisadiyyatın müasir problemləri” mövzusunda respublika elmi konfransında (Bakı 2008), Y.C.Məmmədovun anadan olmasını 85 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfransında (BDU 2015), M.Rəsulovun 100 illik həsr olunmuş “Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktual məsələləri” Respublika elmi konfransında (Şəki 2016) məruzə edilmişdir.

İşin çap edilməsi. Dissertasiyanın əsas nəticələri siyahısı avtoreferatın sonunda təqdim olunmuş 13 işdə nəşr edilmişdir.

İşin strukturu və həcmi. Dissertasiya işi giriş, 2 fəsil və 81 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.İşin həcmi 123 səhifədir.

İŞİN MƏZMUNU

Dissertasiya işi iki tərtibli, xüsusi törəməli parabolik tənliklər sistemi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli qarışıq məsələnin tədqiqinə həsr olunur. Belə ki, müxtəlif istilikkeçirmə əmsallarına malik üst-üstə qoyulmuş eyni uzunluqlu çubuqlarda istiliyin yayılması prosesini modelləşdirərkən

$$\begin{cases} \dfrac{\partial v_1(x,t)}{\partial t} = p_1 \dfrac{\partial^2 v_1(x,t)}{\partial x^2} - q_1(x)\left(v_1(x,t) - v_2(x,t)\right), \ 0 < x < 1, \ t > 0, \\ \dfrac{\partial v_2(x,t)}{\partial t} = p_2 \dfrac{\partial^2 v_2(x,t)}{\partial x^2} + q_2(x)\left(v_1(x,t) - v_2(x,t)\right), \ 0 < x < 1, \ t > 0. \end{cases} \tag{1}$$

şəkilli iki tərtibli xüsusi törəməli parabolik tənliklər sistemi alınır. Bu sistem üçün qeyri-lokal bircins sərhəd şərtli

$$\begin{aligned} &\sum_{j=0}^{1}\left[\alpha_{ij}^{(0)} \frac{\partial^j v_1(0,t)}{\partial x^j} + \alpha_{ij}^{(1)} \frac{\partial^j v_1(1,t)}{\partial x^j}\right] = 0, \quad (i = 1,2), \\ &\sum_{j=0}^{1}\left[\beta_{ij}^{(0)} \frac{\partial^j v_2(0,t)}{\partial x^j} + \beta_{ij}^{(1)} \frac{\partial^j v_2(1,t)}{\partial x^j}\right] = 0, \quad (i = 1,2), \end{aligned} \tag{2}$$

və

$$\begin{aligned} v_1(x,0) &= \psi_1(x), \\ v_2(x,0) &= \psi_2(x). \end{aligned} \tag{3}$$

başlanğıc şərtli qarışıq məsələ tədqiq olunur.

(1) sisteminin birinci tənliyindən $v_2(x,t)$ funksiyasını təyin edib, ikinci tənlikdə yerinə yazmaqla müəyyən hesablamalar aparsaq, dörd tərtibli xüsusi törəməli tənlik üçün aşağıdakı kimi qarışıq məsələ alarıq:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - (p_1 + p_2)\frac{\partial^3 u(x,t)}{\partial t \partial x^2} + p_1 \cdot p_2 \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} =$$

$$= a(x)\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + b(x)\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \qquad 0 < x < 1, \ t > 0,$$

$$(4)\ L_i(u) \equiv \sum_{k=1}^{4} \alpha_{ik} \left. \frac{\partial^{(k-1)} u(x,t)}{\partial x^{k-1}} \right|_{x=0} + \sum_{k=1}^{4} \beta_{ik} \left. \frac{\partial^{(k-1)} u(x,t)}{\partial x^{k-1}} \right|_{x=1} = 0, \left(i = \overline{1,4}\right), \tag{5}$$

$$\begin{cases} u(x,t)\big|_{t=0} = \varphi(x), \\ \left. \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \psi(x). \end{cases} \tag{6}$$

burada $a(x), b(x), \varphi(x), \psi(x) -$ kompleks qiymətli funksiyalar, $\alpha_{ij}, \beta_{ij}\ \left(i, j = 1,4\right),\ p_1, p_2 -$ kompleks ədədlərdir, $p_1 \neq p_2, \operatorname{Re} p_1 > 0, \operatorname{Re} p_2 > 0$.

(4)-(6) qarışıq məsələsinə uyğun spektral məsələ aşağıdakı kimi qurulur:

$$p_1 p_2 y^{IV} - (p_1 + p_2)\lambda^2 y'' + \lambda^4 y - b(x) y'' - a(x)\lambda^2 y = f(x,\lambda), 0 < x < 1, \tag{7}$$

$$L_i(y) \equiv \sum_{k=1}^{4} \alpha_{ik} y^{(k-1)}(x,\lambda)\big|_{x=0} + \sum_{k=1}^{4} \beta_{ik} y^{(k-1)}(x,\lambda)\big|_{x=1} = 0 \quad \left(i = \overline{1,4}\right) \tag{8}$$

burada $f(x,\lambda) = \lambda^2 \varphi(x) - (p_1 + p_2)\varphi''(x) - a(x)\varphi(x) + \psi(x)$.

Parametrdən asılı (7) tənliyinə uyğun Birkhof mənada xarakteristik tənliyin kökləri

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{p_1}}, \omega_2 = -\omega_1, \omega_3 = \sqrt{\frac{1}{p_2}}, \omega_4 = -\omega_3.$$

kimi tapılır.

$\operatorname{Re} \lambda \omega_k$ ədədlərinin müqayisəsi ilə bağlı aşağıdakı lemma isbat olunub:

Lemma 1.

$$k_1 = \frac{\cos \psi_1}{\sin \psi_1}, k_2 = \frac{|\omega_3| \cos \psi_3 - |\omega_1| \cos \psi_1}{|\omega_3| \sin \psi_3 - |\omega_1| \sin \psi_1},$$

$$k_3 = \frac{\cos \psi_3}{\sin \psi_3},\ k_4 = \frac{|\omega_1| \cos \psi_1 + |\omega_3| \cos \psi_3}{|\omega_1| \sin \psi_1 + |\omega_3| \sin \psi_3}$$

ədədləri üçün aşağıdakı münasibətlər doğrudur:

a) $0 < \psi_1 < \psi_3 < \dfrac{\pi}{4}$ və $|\omega_3| \sin \psi_3 - |\omega_1| \sin \psi_1 > 0$ olarsa, $k_2 < k_3 < k_4 < k_1$,

b) $0 < \psi_1 < \psi_3 < \dfrac{\pi}{4}$ və $|\omega_3|\sin\psi_3 - |\omega_1|\sin\psi_1 < 0$ olarsa, $k_3 < k_4 < k_1 < k_2$,

c) $-\dfrac{\pi}{4} < \psi_1 < \psi_3 < 0$ və $|\omega_3|\sin\psi_3 - |\omega_1|\sin\psi_1 > 0$ olarsa,
$k_3 < k_4 < k_1 < k_2$,

ç) $-\dfrac{\pi}{4} < \psi_1 < \psi_3 < 0$ və
$|\omega_3|\sin\psi_3 - |\omega_1|\sin\psi_1 < 0$ olarsa, $k_2 < k_3 < k_4 < k_1$,

d)
$-\dfrac{\pi}{4} < \psi_1 < 0 < \psi_3 < \dfrac{\pi}{4}$ və $|\omega_3|\sin\psi_3 - |\omega_1|\sin\psi_1 > 0$ olarsa,
$k_1 < k_2 < k_3 < k_4$,

e) $-\dfrac{\pi}{4} < \psi_1 < 0 < \psi_3 < \dfrac{\pi}{4}$ və $|\omega_3|\sin\psi_3 - |\omega_1|\sin\psi_1 < 0$ olarsa,
$k_4 < k_1 < k_2 < k_3$,

ə) $\psi_1 = \psi_3$, $|\omega_1| \neq |\omega_3|$ olarsa, $k_1 = k_2 = k_3 = k_4$,

f) $\psi_3 > \psi_1$, $|\omega_1| \neq |\omega_3|$, $|\omega_3|\sin\psi_3 - |\omega_1|\sin\psi_1 = 0$ olarsa, $k_3 < k_4 < k_1$,

g) $\psi_3 > \psi_1$, $|\omega_1| \neq |\omega_3|$, $|\omega_3|\sin\psi_3 + |\omega_1|\sin\psi_1 = 0$ olarsa, $k_1 < k_2 < k_3$.

Fundamental həllər sisteminin asimptotikasını qurmaq üçün $\lambda -$ kompleks müstəvisi $\operatorname{Re}\lambda(\omega_n - \omega_k) = 0$ düz xətləri ilə səkkiz sektora bölünür. Lemmadakı a) halına uyğun bölünmə aşağıdakı kimidir:

$$S_1 = \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_4)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_2)\lambda > 0\},$$
$$S_2 = \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_3 - \omega_4)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_4)\lambda > 0\},$$
$$S_3 = \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_2 - \omega_4)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_3)\lambda > 0\},$$
$$S_4 = \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_3)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_2)\lambda > 0\},$$
$$S_5 = \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_2)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_4)\lambda > 0\},$$
$$S_6 = \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_4)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_3 - \omega_4)\lambda > 0\},$$
$$S_7 = \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_3)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_2 - \omega_4)\lambda > 0\},$$
$$S_8 = \{\lambda \mid \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_2)\lambda < 0, \operatorname{Re}(\omega_1 - \omega_3)\lambda > 0\}.$$

Lemma 1-in qalan bəndlərinə uyğun olan hallarda da sektorları oxşar qaydada qurmaq olar.

Parametrdən asılı (7) tənliyinin fundamental həllərinin asimptotikasın-da iştirak edən hədlərin $\frac{1}{\lambda}, \frac{1}{\lambda^2}, \frac{1}{\lambda^3}$ əmsallarının dəqiqləşdirilməsi məqsədi ilə aşağıdakı teorem isbat olunur:

Teorem 1. Tutaq ki,(7) tənliyinin $a(x), b(x)$ əmsalları $a(x), b(x) \in C^3[0,1]$ şərtini ödəyir.Onda hər bir $\lambda \in S_k$ $\left(k = \overline{1,8}\right)$sektorunda (7) tənliyinin xətti asılı olmayan həlləri var və bu həllər

$$\frac{d^k y_m(x,\lambda)}{dx^k} = (\lambda\omega_m)^k \left[1 + \frac{1}{\lambda} y_{mk}^1(x) + \frac{1}{\lambda^2} y_{mk}^2(x) + \frac{1}{\lambda^3} y_{mk}^3(x) + \right.$$
$$\left. + \frac{E(x,\lambda)}{\lambda^4}\right] \exp[\lambda\omega_m x],\ m = \overline{1,4}, k = \overline{0,3}, \lambda \in S_p \left(p = \overline{1,8}\right)$$

şəklində asimptotik göstərilişə malikdir.

Burada $y_{mk}^1(x), y_{mk}^2(x), y_{mk}^3(x)$ -lər tənliyin və sərhəd şərtlərinin əmsallarından asılı olan funksiyalardır və konkret ifadələri tapılmışdır.

1.2-də spektral məsələnin

$$G(x,\xi,\lambda) = \frac{\Delta(x,\xi,\lambda)}{\Delta(\lambda)}. \tag{9}$$

şəklində göstərilən Qrin funksiyasının polyusları üçün asimptotik ifadələr tapılır.Burada $\Delta(\lambda)$ və $\Delta(x,\xi,\lambda)$ λ -nın analitik funksiyalarıdırlar. Spektral məsələnin məxsusi ədədləri həmin polyusların kvadratı kimi təyin olunurlar.

Xarakteristik determinant adlanan $\Delta(\lambda)$ -nı

$$\begin{aligned} \Delta(\lambda) = {} & D_{13}(\lambda)e^{\lambda(\omega_1+\omega_3)} + D_{14}(\lambda)e^{\lambda(\omega_1+\omega_4)} + D_{23}(\lambda)e^{\lambda(\omega_2+\omega_3)} + \\ & + D_{24}(\lambda)e^{\lambda(\omega_2+\omega_4)} + D_1(\lambda)e^{\lambda\omega_1} + D_2(\lambda)e^{\lambda\omega_2} + D_3(\lambda)e^{\lambda\omega_3} + \\ & + D_4(\lambda)e^{\lambda\omega_4} + D_0(\lambda). \end{aligned} \tag{10}$$

şəklində yazmaq olar.burada

$$D_{ij}(\lambda)=\sum_{k=2}^{10} d_{ij}^k \lambda^k, (i,j)=\{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\},$$

$$D_i(\lambda)=\sum_{k=3}^{9} d_i^k \lambda^k,\ i=\overline{1,4}, \qquad (11)$$

$$D_0(\lambda)=d_0^2\lambda^2+d_0^4\lambda^4+d_0^6\lambda^6+d_0^8\lambda^8+d_0^{10}\lambda^{10}.$$

d_{mj}^k $\left(k=\overline{2,10};\ m=1,2;\ j=3,4\right)$, d_i^p $\left(i=\overline{1,4}, p=\overline{3,9}\right)$, d_0^{2q}, $\left(q=\overline{1,5}\right)$kəmiyyətləri sərhəd şərtlərinin əmsallarından, Birkhof mənada xarakteristik tənliyin ω_i $(i=\overline{1,4})$ köklərindən və (7) tənliyinin əmsallarından asılı müəyyən ədədlərdir.

$\lambda-$kompleks müstəvisində $\Delta(\lambda)$ xarakteristik determinantının baş hissəsini ayırmaq üçün aşağıdakı lemmalar isbat olunur:

Lemma 2. Tutaq ki, $0<\psi_1<\psi_3<\dfrac{\pi}{4}$ və $|\omega_3|\sin\psi_3-|\omega_1|\sin\psi_1>0$ şərtləri ödənir. $\lambda\in\Pi_1(\lambda,\psi_1)=\{\lambda|\ L(\psi_1)-\delta<\lambda_2-\lambda_1 k_1<L(\psi_1)+\delta,\ \lambda_1>R\}$ olduqda $\Delta(\lambda)-$ xarakteristik determinantının baş hissəsi

$$\Delta_1(\lambda)=D_{14}(\lambda)e^{\lambda(\omega_1+\omega_4)}+D_{24}(\lambda)e^{\lambda(\omega_2+\omega_4)}+D_4(\lambda)e^{\lambda\omega_4}$$

şəklindədir. Burada

$$D_{14}(\lambda)=d_{14}^{10}\lambda^{10}+d_{14}^9\lambda^9+\ldots+d_{14}^2\lambda^2,$$

$$D_{24}(\lambda)=d_{24}^{10}\lambda^{10}+d_{24}^9\lambda^9+\ldots+d_{24}^2\lambda^2,$$

$$D_4(\lambda)=d_4^9\lambda^9+d_4^8\lambda^8+\ldots+d_4^3\lambda^3,$$

$$d_{14}^{10}=-(\omega_1^6\omega_3^4+2\omega_1^5\omega_3^5+\omega_1^4\omega_3^6)L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_3,\beta_4),$$

$$d_{24}^{10}=(\omega_1^6\omega_3^4-2\omega_1^5\omega_3^5+\omega_1^4\omega_3^6)L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_3,\beta_4).$$

Burada $R-$ kifayət qədər böyük ədəd,

$$\delta>0,\ L(\psi_1)=\frac{\ln|T|}{|\omega_1|\cos\psi_1},\ T\neq 0,\ k_1=ctg\psi_1,\ \psi_1=\arg\omega_1\ .$$

Lemma 3. Tutaq ki, $0<\psi_1<\psi_3<\dfrac{\pi}{4}$ və $|\omega_3|\sin\psi_3-|\omega_1|\sin\psi_1>0$ şərtləri ödənir.

$\lambda \in \Pi_3(\lambda,\psi_3)=\{\lambda|\ L(\psi_3)-\delta<\lambda_2-k_3\lambda_1<L(\psi_3)+\delta,\ \lambda_1>R\}$ olduqda $\Delta(\lambda)-$ xarakteristik determinantının baş hissəsi

$$\Delta_3(\lambda)=D_{13}(\lambda)e^{(\omega_1+\omega_3)\lambda}+D_{14}(\lambda)e^{(\omega_1+\omega_4)\lambda}+D_1(\lambda)e^{\omega_1\lambda}$$

şəklindədir. Burada $R-$ kafi qədər böyük ədəd, $\delta>0$,

$$L(\psi_3)=\frac{\ln|T|}{|\omega_3|\cos\psi_3},\ \psi_3=\arg\omega_3.$$

Sərhəd şərtləri requlyar olduqda məxsusi ədədlərin asimptotikası aşağıdakı teoremdə verilib:

Teorem 2. Tutaq ki,
$\operatorname{Re}p_1>0,\ \operatorname{Re}p_2>0,\ a(x),\ b(x)\in C^1[0,1]$ şərtləri ödənir. Əgər $L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)\neq 0$ olarsa, $\Delta_1(\lambda)=0$ tənliyinin köklərinin asimptotikası

$$\lambda_n=\frac{1}{\omega_1}\left(\ln_0\left(\pm\frac{\omega_1-\omega_3}{\omega_1+\omega_3}\right)+2\pi ni\right)+O\left(\frac{1}{n}\right),n\to\infty$$

şəklində, $L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0$ və $L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_4)\neq L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)$ olarsa, $\Delta_1(\lambda)=0$ tənliyinin köklərinin asimptotikası

$$\lambda_{kn}=\frac{1}{\omega_1}\left[\ln_0 T_k^9+2\pi ni\right]+O\left(\frac{1}{n}\right),\ n\to\infty$$

şəklindədir.
$L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0,\ L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_4)=L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0$ və $L(\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\beta_4)+L(\alpha_4,\beta_2,\beta_3,\beta_4)=0$ olmaqla $L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_2,\beta_4)$, $L(\alpha_2,\alpha_3,\beta_3,\beta_4)+L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_3), L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_1,\beta_4)+L(\alpha_1,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)$ ifadələrindən heç olmazsa biri sıfırdan fərqli olarsa, onda $\Delta_1(\lambda)=0$ tənliyinin köklərinin asimptotikası

$$\lambda_{kn}=\frac{1}{\omega_1}\left[\ln_0 T_k^8+2\pi ni\right]+O\left(\frac{1}{n}\right),\ n\to\infty$$

şəklindədir.

$$T_k^9=\frac{1}{2d_{14}^9}\left[-d_4^9+(-1)^k\left((d_4^9)^2-4(d_{14}^9)(d_{24}^9)\right)^{\frac{1}{2}}\right],\ k=1,2$$

$$T_k^8 = \frac{1}{2d_{14}^8}\left[-d_4^8 + (-1)^k\left((d_4^8)^2 - 4(d_{14}^8)(d_{24}^8)\right)^{\frac{1}{2}}\right],\ k=1,2$$

burada $d_4^9, d_{14}^9\ d_{24}^9, d_4^8\ d_{14}^8, d_{24}^8$ sərhəd şərtlərinin və (7) tənliyinin əmsallarından asılı ifadələrdir.

Daha sonra sərhəd şərtləri I və II tərtib sanki requlyar olduğu halda, $\Delta_1(\lambda)=0$ tənliyinin köklərinin asimptotikasının tapmaq üçün aşağıdakı teoremlər isbat olunur:

Teorem 3. Tutaq ki, (7) tənliyinin və (8) sərhəd şərtlərinin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:
$\operatorname{Re} p_i > 0\ (i=1,2), a(x), b(x) \in C^3[0,1], L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0,$
$L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_4) - L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0,$
$L(\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\beta_4) + L(\alpha_4,\beta_2,\beta_3,\beta_4) \neq 0$ şərtlərini ödəməklə yanaşı $L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_2,\beta_4), L(\alpha_2,\alpha_3,\beta_3,\beta_4) + L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_3)$ və $L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_1,\beta_4) + L(\alpha_1,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)$ kəmiyyətlərdən heç olmazsa biri sıfırdan fərqlidir. Onda $\Delta_1(\lambda)=0$ tənliyinin köklərinin asimptotikası

$$\lambda_{k\nu} = -\frac{1}{2\omega_k}\left\{\ln\left|\frac{\pi\nu A_k}{\omega_k}\right| + i\left[2\pi\nu + \frac{\pi}{2}(2-\operatorname{sgn}\nu) + \arg A_k\right]\right\} + O(\ln|\nu|),$$

$k=1,2,\ (-1)^k\nu \to +\infty$ şəklindədir. Burada

$$A_1 = -\left(\frac{d_4^{07}}{2d_4^9 d_{14}^8} - \frac{d_{24}^8}{(d_4^9)^2} - \frac{d_4^{07}}{2d_{14}^8}\right)^{-1},\ A_2 = \frac{d_4^9}{d_{14}^8}.$$

Teorem 4. Tutaq ki, (7) tənliyinin və (8) sərhəd şərtlərinin əmsalları
$\operatorname{Re} p_1 > 0, \operatorname{Re} p_2 > 0, a(x), b(x) \in C^3[0,1], L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0,$
$L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_4)=0, L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_2,\beta_4)=0,$
$L(\alpha_2,\alpha_3,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_3)=0, L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_1,\beta_4)=0,$
$L(\alpha_1,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\beta_4) + + L(\alpha_4,\beta_2,\beta_3,\beta_4) \neq 0,$ şərtlərini ödəməklə yanaşı
$L(\alpha_1,\alpha_4,\beta_2,\beta_4),\ L(\alpha_2,\alpha_3,\beta_2,\beta_4),\ L(\alpha_1,\alpha_3,\beta_3,\beta_4),$
$L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_1,\beta_4), L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_2,\beta_3),\ L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_1,\beta_3)$ determinantlardan

heç olmazsa biri sıfırdan fərqlidir. Onda $\Delta_1(\lambda) = 0$ tənliyinin köklərinin asimptotikası

$$\lambda_{\nu k}^{(2)} = -\frac{1}{\omega_k}\left\{2\ln|B_k|^{\frac{1}{2}}\left[\frac{2\pi|\nu|}{|\omega_k|}\right] + i\left[2\pi\nu + \pi(1-\operatorname{sgn}\nu) + \arg B_k\right]\right\} +$$

$$+ O(\nu\ln|\nu|), (-1)^k\nu \to +\infty,$$

şəklindədir. Burada

$$B_1 = -1/\left(2d_{14}^7\left(d_4^{05} + E\right)\right), B_2 = d_4^9 / d_{14}^7,$$

$$E = \frac{6d_4^{07}\left(d_4^8\right)^2 - 3\left(d_4^8\right)^4}{4\left(d_4^9\right)^4} + \frac{d_4^{07}\left(d_4^8\right)^2 + 3d_4^{06}\left(d_4^8\right)^2}{2\left(d_4^9\right)^3} - \frac{2d_{14}^7 d_{24}^7}{\left(d_4^9\right)^2}.$$

Analoji qayda ilə sərhəd şərtləri I və II tərtib sanki requlyar olduqda $\Delta_3(\lambda) = 0$ tənliyinini köklərinin asimptotikasını tapmaq üçün oxşar teoremlər isbat olunub.

1.3-də I və II tərtib sanki requlyar sərhəd şərtli (7)-(8) spektral məsələnin Qrin funksiyasının qiymətləndirilməsi aşağıdakı teoremlərdə verilir:

Teorem 5. Tutaq ki, (7) tənliyinin və (8) sərhəd şərtlərinin əmsalları

$\operatorname{Re} p_i > 0$ $(i = 1,2), a(x), b(x) \in C^2[0,1],$

$L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_3, \beta_4) = 0,$ $L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_4) = 0,$ $L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_3, \beta_4) = 0,$

$L(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_4) \neq 0,$ $L(\alpha_4, \beta_2, \beta_3, \beta_4) \neq 0$

şərtlərini ödəməklə yanaşı

$L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_2, \beta_4), L(\alpha_2, \alpha_3, \beta_3, \beta_4) + L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_3)$

və $L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_1, \beta_4) + L(\alpha_1, \alpha_4, \beta_3, \beta_4)$ ifadələrindən heç olmazsa biri sıfırdan fərqlidir. Onda Qrin funksiyası polyuslarının $\delta > 0$ ətrafından kənarda

$$|G(x,\xi,\lambda)| \leq \frac{M}{|\lambda|^2}, \lambda \in S_p \ (p = \overline{1,8}), |\lambda| \to +\infty$$

şəkilli qiymətləndirməyə malikdir. Burada $M > 0$.

Teorem 6. Tutaq ki, (7) tənliyinin və (8) sərhəd şərtlərinin əmsalları

$\operatorname{Re} p_i > 0$ $(i = 1,2), a(x), b(x) \in C^3[0,1], L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_3, \beta_4) = 0,$

$L(\alpha_3, \alpha_4, \beta_2, \beta_4) = 0,$ $L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_3, \beta_4) = 0, L(\alpha_2, \alpha_4, \beta_2, \beta_4) = 0,$

$$L(\alpha_2,\alpha_3,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_3)=0, L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_1,\beta_4)=0,$$
$$L(\alpha_1,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\beta_4)\neq 0, L(\alpha_4,\beta_2,\beta_3,\beta_4)\neq 0.$$
şərtlərini ödəməklə yanaş
$L(\alpha_1,\alpha_4,\beta_2,\beta_4), L(\alpha_2,\alpha_3,\beta_2,\beta_4), L(\alpha_1,\alpha_3,\beta_3,\beta_4),$
$L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_1,\beta_4),\ L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_2,\beta_3), L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_1,\beta_3)$ ifadələrindən heç olmazsa biri sıfırdan fərqlidir. Onda Qrin funksiyası polyuslarının $\delta > 0$ ətrafından kənarda

$$|G(x,\xi,\lambda)|\le \frac{M}{|\lambda|}, \lambda\in S_p\ (p=\overline{1,8}), |\lambda|\to+\infty$$

şəkilli qiymətlənməyə malikdir. Burada $M > 0$.

II fəsildə qarışıq məsələnin həlli tədqiq olunmuşdur.Əvvəlcə. I və II tərtib sanki requlyar sərhəd şərtləri daxilində ayrılış teoremləri isbat edilmişdir.

Teorem 7. Tutaq ki, (7) tənliyinin və (8) sərhəd şərtlərinin əmsalları $\operatorname{Re} p_i > 0\,(i=1,2), a(x), b(x), \varphi_1(x)\in C^2[0,1],\ \varphi_1(0)=\varphi_1'(0)=\varphi_1(1)=$
$\varphi_1'(1)=0$, $L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_4)=0,$
$L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\beta_4)\neq 0, L(\alpha_4,\beta_2,\beta_3,\beta_4)\neq 0$
şərtlərini ödəyir. Onda aşağıdakı ayrılış düsturu doğrudur:

$$\sum_{k=1}^{4}\sum_{n=1}^{\infty}\underset{\lambda=\lambda_{kn}}{res}\,\lambda^{s+2}\int_0^1\varphi_1(\xi)G(x,\xi,\lambda)d\xi=\begin{cases}\varphi_1(x), & s=1,\\ 0, & s\neq 1,\end{cases}$$

burada $\lambda_{kn}\ (k=\overline{1,4}, n=1,2,3,...)$ ilə $G(x,\xi,\lambda)-$Qrin funksiyasının bütün polyusları işarə olunmuşdur.

Teorem 8. Tutaq ki, (7) tənliyinin və (8) sərhəd şərtlərinin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$\operatorname{Re} p_1 > 0,\ \operatorname{Re} p_2 > 0,\ a(x), b(x), \varphi_1(x)\in C^3[0;1],$$

$$\varphi_1(0)=\varphi_1'(0)=\varphi_1''(0)=\varphi_1(1)=\varphi_1'(1)=\varphi_1''(1)=0,$$
$$L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_4)=0,$$
$$L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_2,\beta_4)=0,$$

$$L(\alpha_2,\alpha_3,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_3)=0,$$
$$L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_1,\beta_4)=0, L(\alpha_1,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0.$$
$$L(\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\beta_4)+L(\alpha_4,\beta_2,\beta_3,\beta_4)\neq 0$$

Onda aşağıdakı ayrılış düsturu doğrudur:

$$\sum_{k=1}^{4}\sum_{n=1}^{\infty}\underset{\lambda=\lambda_{kn}}{res}\,\lambda^{s+2}\int_0^1\varphi_1(\xi)G(x,\xi,\lambda)d\xi=\begin{cases}\varphi_1(x), & s=1,\\ 0, & s\neq 1,\end{cases}$$

burada λ_{kn} ilə $\left(k=\overline{1,4}, n=1,2,3,...\right)$ $G(x,\xi,\lambda)-$ Qrin funksiyasının bütün polyusları işarə olunmuşdur.

2.2-də sanki requlyar hallar üçün qarışıq məsələnin həlli aşağıdakı teoremlərdə göstərilir:

Teorem 9. Tutaq ki, (4) tənliyinin, (5) sərhəd şərtlərinin və (6) başlanğıc şərtlərin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$\operatorname{Re} p_i>0\,(i=1,2), a(x), b(x), \psi(x)\in C^1[0,1], \varphi(x)\in C^2[0,1],$$
$$\varphi(0)=\varphi(1)=\varphi'(0)=\varphi'(1)=0, \psi(0)=\psi(1)=0,$$
$$L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_4)=0, L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0,$$
$$L(\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\beta_4)\neq 0, L(\alpha_4,\beta_2,\beta_3,\beta_4)\neq 0.$$

Onda (4)-(6) qarışıq məsələnin həlli

$$u(x,t)=\frac{1}{\pi i}\int_{L_1^+}\lambda y(x,\lambda)e^{\lambda^2 t}d\lambda$$

şəklindədir.

Burada $y(x,\lambda)$ funksiyası (7)-(8) spektral məsələnin həlli, L_1^+ $-$ konturu qeyri məhdud əyri olub, aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$L_1^+=\left\{\lambda=re^{i\varphi}: r=R,\ |\varphi|\leq\frac{\pi}{4}+\delta\right\}\cup\left\{\lambda=re^{\pm i\varphi}: r\geq R, \varphi=\pm(\frac{\pi}{4}+\delta)\right\}$$
$$R>0, \delta=\min\left\{\frac{\pi}{8}-\frac{\psi_1}{2};\frac{\pi}{8}-\frac{\psi_2}{2}\right\}.$$

Teorem 10. Fərz edək ki, (4) tənliyinin, (5) sərhəd şərtlərinin və (6) başlanğıc şərtlərin əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$\operatorname{Re} p_i>0\,(i=1,2), a(x), b(x), \psi(x)\in C^2[0,1], \varphi(x)\in C^3[0,1],$$

$$\varphi(0)=\varphi(1)=\varphi'(0)=\varphi'(1)=\varphi''(0)=\varphi''(1)=0,$$
$$\psi(0)=\psi(1)=\psi'(0)=\psi'(1)=0,$$

$$L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_4)=0, L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0,$$
$$L(\alpha_2,\alpha_4,\beta_2,\beta_4)=0, L(\alpha_2,\alpha_3,\beta_3,\beta_4)=0, L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_2,\beta_3)=0,$$
$$L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_1,\beta_4)=0, L(\alpha_1,\alpha_4,\beta_3,\beta_4)=0,$$
$$L(\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\beta_4)\neq 0, L(\alpha_4,\beta_2,\beta_3,\beta_4)\neq 0.$$

Onda (4)-(6) qarışıq məsələnin həlli

$$u(x,t)=\frac{1}{\pi i}\int_{L_1^+}\lambda y(x,\lambda)e^{\lambda^2 t}d\lambda$$

şəklindədir.

Burada $y(x,\lambda)$ funksiyası (7)-(8) spektral məsələnin həlli, L_1^+ – konturu qeyri məhdud əyri olub, aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$L_1^+=\left\{\lambda=re^{i\varphi}: r=R,\ |\varphi|\leq\frac{\pi}{4}+\delta\right\}\cup\left\{\lambda=re^{\pm i\varphi}: r\geq R, \varphi=\pm(\frac{\pi}{4}+\delta)\right\}$$

$$R>0, \delta=\min\left\{\frac{\pi}{8}-\frac{\psi_1}{2};\frac{\pi}{8}-\frac{\psi_2}{2}\right\}.$$

2.3-də tənliyin və sərhəd şərtlərinin əmsalları həqiqi olmaqla, sərhəd şərtlərinə zamana görə törəmə daxil olan aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılır:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}-(p_1+p_2)\frac{\partial^3 u(x,t)}{\partial t\partial x^2}+p_1p_2\frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4}=$$
$$=a\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}+b\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}\quad 0<x<1, t>0, \tag{12}$$

$$l_i(u)\equiv\sum_{k=1}^{4}\alpha_{ik}\frac{\partial^{(k-1)}u(0,t)}{\partial x^{k-1}}+\sum_{k=1}^{4}\beta_{ik}\frac{\partial^{(k-1)}u(1,t)}{\partial x^{k-1}}+$$
$$+\sum_{k=1}^{2}\gamma_{ik}\frac{\partial^{(k)}u(0,t)}{\partial t\partial x^{k-1}}+\sum_{k=1}^{2}\delta_{ik}\frac{\partial^{(k)}u(1,t)}{\partial t\partial x^{k-1}}=0, i=\overline{1,4} \tag{13}$$

$$u(x,0)=\varphi(x),$$
$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\psi(x). \tag{14}$$

Burada $\varphi(x),\psi(x)$-həqiqi qiymətli funksiyalar,

$p_1, p_2, a, b\ (a=-q_1-q_2,\ b=p_1q_2+\ p_2q_1),\ \alpha_{ij}, \beta_{ij}\ \left(i,j=\overline{1,4}\right)$ və $\gamma_{nk}, \delta_{nk}\ (n,k=1,2)$ həqiqi ədədlərdir və $p_2>p_1>0$ şərti ödənilir.

Baxılan qarışıq məsələyə uyğun spektral məsələ aşağıdakı kimidir:

$$p_1p_2y^{IV}-(p_1+p_2)\lambda^2y''+\lambda^4y-by''-a\lambda^2y=f(x,\lambda), \tag{15}$$

$$\begin{aligned}l_i(u)\equiv \sum_{k=1}^{4}\alpha_{ik}y^{(k-1)}(0,\lambda)+\sum_{k=1}^{4}\beta_{ik}y^{(k-1)}(1,\lambda)+\\ +\lambda^2\sum_{k=1}^{2}\gamma_{ik}y^{(k-1)}(0,\lambda)+\lambda^2\sum_{k=1}^{2}\delta_{ik}y^{(k-1)}(1,\lambda)=\varphi_i,\ i=\overline{1,4}.\end{aligned} \tag{16}$$

burada $$f(x,\lambda)=\lambda^2\varphi(x)-(p_1+p_2)\varphi''(x)-a(x)\varphi(x)+\psi(x),$$
$$\varphi_i=\gamma_{i1}\varphi(0)+\gamma_{i2}\varphi'(0)+\delta_{i1}\varphi(1)+\delta_{i2}\varphi'(1), i=\overline{1,4}.$$

Aşağıdakı şərtlərdən hər hansı birinin ödəndiyi hallara baxacayıq:

1°: $L(\alpha_4,\beta_4,\gamma_2,\delta_2)\neq 0$,

2°: $L(\alpha_4,\beta_4,\gamma_2,\delta_2)=0$,

$$\begin{aligned}&\left(\omega_1^3\omega_3^6-\omega_1^4\omega_3^5-\omega_1^5\omega_3^4+\omega_1^6\omega_3^3\right)\left(L(\alpha_3,\alpha_4,\beta_4,\delta_2)--L(\alpha_4,\beta_3,\beta_4,\gamma_2)\right)\\ &+\left(\omega_1^2\omega_3^5-\omega_1^3\omega_3^4-\omega_1^4\omega_3^3+\omega_1^5\omega_3^2\right)\times\left(L(\alpha_3,\beta_4,\gamma_2,\delta_2)-L(\alpha_4,\beta_3,\gamma_2,\delta_2)\right)+\\ &+\left(\omega_1^2\omega_3^3-\omega_1^1\omega_3^4-\omega_1^4\omega_3^1+\omega_1^3\omega_3^2\right)\times\left(L(\alpha_4,\gamma_2,\delta_1,\delta_2)-L(\beta_4,\gamma_1,\gamma_2,\delta_2)\right)\neq 0.\end{aligned}$$

Baxılan spektral məsələnin məxsusi ədədlərini asimptotikasını tapmaq üçün aşağıdakı lemma isbat olunmuşdur:

Lemma 4. Tutaq ki, $\varphi(x)\in C^2[0,1], \psi(x)\in C^1[0,1]$ olmaqla həqiqi qiymətli funksiyalar,

$$p_1>0, p_2>0, p_1\neq p_2, a, b, \alpha_{ij}, \beta_{ij}\left(i,j=\overline{1,4}\right), \gamma_{ij}, \delta_{ij}\ (i,j=1,2)$$

həqiqi ədədlərdir. Əgər 1° və yaxud 2° şərtlərindən biri ödənərsə, onda (15) – (16) spektral məsələnin məxsusi ədədlərinin asimptotikası uyğun olaraq aşağıdakı kimidir:

$$\lambda_n^2=\left[\frac{1}{\omega_1+\omega_3}\left(\frac{1}{2}+n\right)\pi i+O\left(\frac{1}{n}\right)\right]^2,\qquad n\to\infty,$$

$$\lambda_n^2=\left[\frac{1}{\omega_1+\omega_3}\pi n i+O\left(\frac{1}{n}\right)\right]^2,\qquad n\to\infty.$$

Sərhəd şərtlərinə zamana görə törəmə daxil olan halda Qrin funksiyasının qiymətləndirilməsi ilə bağlı aşağıdakı teorem isbat olunub:

Teorem 11. Tutaq ki, $\varphi(x)\in C^2[0,1],\psi(x)\in C[0,1]$olmaqla həqiqi qiymətli funksiyalar, $p_1>0, p_2>0,\ p_1\neq p_2,\ a,\ b,\ \alpha_{ij},\ \beta_{ij},\left(i,j=\overline{1,4}\right)$, $\gamma_{ij},\ \delta_{ij}\ (i,j=1,2)$ həqiqi ədədlərdir.

Əgər 1° və yaxud 2° şərtlərindən biri ödənərsə, onda (15) - (16) spektral məsələnin Qrin funksiyası polyuslarının $\delta>0$ ətrafından kənarda üçün uyğun qiymətlənmələr doğrudur.

$$|G(x,\xi,\lambda)|\leq\frac{M_1}{|\lambda|^3},\ |\lambda|\to+\infty,$$

$$|G(x,\xi,\lambda)|\leq\frac{M_2}{|\lambda|^2},\ |\lambda|\to+\infty,$$

burada $M_1>0, M_2>0$.

Sərhəd şərtlərinə zamana görə törəmə daxil olan halda qarışıq məsələnin həlli kontur inteqralı şəklində qurulmuşdur.

Teorem 12. Tutaq ki, $\varphi(x),\psi(x)\in C^2[0,1],\ \varphi^{(k)}(0)=\varphi^{(k)}(1)=0,\ \psi^{(k)}(0)=\psi^{(k)}(1)=0,\ k=0,1,$ olmaqla həqiqiqiymətli funksiyalar, $p_1>0, p_2>0,\ (p_1\neq p_2), a,\ b,\ \alpha_{ij},\ \beta_{ij}\ \left(i,j=\overline{1,4}\right),\ \gamma_{ij},\ \delta_{ij}\ (i,j=1,2)$həqiqi ədədlərdir.

Əgər 1° və yaxud 2° şərtlərindən biri ödənərsə onda (12)-(14) qarışıq məsələnin həlli

$$u(x,t)=\frac{1}{\pi i}\int_S \lambda y(x,\lambda)e^{\lambda^2 t}d\lambda$$

kontur inteqralı şəklində göstərilən həlli var, burada $y(x,\lambda)-$uyğun spektral məsələnin həlli, $S-$ qeyri məhdud əyri olub,

$$L_1^+ = \left\{ \lambda = re^{i\varphi} : r = R,\ |\varphi| \le \frac{\pi}{4} + \delta \right\} \bigcup \left\{ \lambda = re^{\pm i\varphi} : r \ge R, \varphi = \pm(\frac{\pi}{4} + \delta) \right\}$$

$$R > 0,\ \delta > 0$$

düsturu ilə verilir.

Sonda elmi rəhbərim, akademik Y.Ə.Məmmədova məsələnin qoyuluşu və faydalı məsləhətlərinə görə minnətdarlığımı bildirirəm.

Dissertasiyanın əsas məzmunu aşağıdakı işlərdə çap edilmişdir:

1. Мамедов Ю.А., Алиева С.Т. Об одной нелокальной задаче теплопроводности. X международная конференция, посвященная 45-летию Института Математики и Механики НАНА, Баку-2004. с.104.

2. Əhmədov S.Z., Əliyeva (Ələsgərova) S.T. Parabolik tənlik üçün bir sərhəd məsələsinin həlli. BDU. H.Əliyevin anadan olmasının 85-ci ildönümünə həsr olunmuş “Riyaziyyat, informatika və iqtisadiyyatın müasir problemləri” mövzusunda respublika elmi konfransının materialları. Bakı, 2008, s. 40-42.

3. Əhmədov S.Z., Ələsgərova S.T. λ kompleks parametrindən asılı dördüncü tərtib tənliyin fundamental həllərinin asimptotikasının qurulması. Bakı Universitetinin Xəbərləri, 2012, № 1, s. 70-77.

4. S.Z.Əhmədov.,S.T.Ələsgərova. İki tərtibli kəsilən əmsallı spektral məsələ üçün ayrılış teoremi. Riyaziyyat və Mexanika institutunun 55 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfransın materialları. AMEA. 2014, s.104.

5. Алескерова С.Т., Ахмедов С.З. О нулях характеристического определителя одной спектральной задачи, зависящей от $\lambda-$комплексного параметра. Вестник БГУ, Баку,2014, с. 36-44.

6. Ələsgərova S.T. Sanki requlyar şərt daxilində dördüncü tərtib diferensial operatorun məxsusi ədədlərinin asimptotikasının tapılması. Pedaqoji Universitetinin Xəbərləri, Bakı 2015, № 2, s. 3-8.

7. Ələsgərova S.T., Əhmədov S.Z. Dördüncü tərtib tənlik üçün bir spektral məsələyə uyğun məxsusi ədədlərin asimptotikasının tapılması.

Y.C.Məmmədovun anadan olmasını 85 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfransın materialları, Bakı, 2015, s. 57-60.

8. Алескерова С.Т., Ахмедов С.З., Аббасова А.Х. Нахождение асимптотики собственных значений одного дифференциального оператора четвертого порядка. Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук, журнал научных публикаций № 11, часть I, Москва 2015, с. 13-17.

9. Mammadov Y.A., Alesgerova S.T. Estimation of Green function of a spectral problem with quasi-regular boundary condition. Trans. of IMM of NAS of Azerbaijan, 2015, v. XXXV, p. 113-119.

10. Ələsgərova S.T. Parametrdən asılı dəyişən əmsallı dörd tərtibli tənliyin fundamental həllərinin asimptotikası haqqında. M.Rəsulovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktual məsələləri" Respublika elmi konfransının materialları. Şəki, 2016, s. 99-100.

11. Ələsgərova S.T. Dördüncü tərtib tənlik üçün bir spektral məsələnin Qrin funksiyası haqqında. Pedaqoji Universitetinin Xəbərləri, Bakı 2016, № 2, s. 42-51.

12. S.Z.Əhmədov.,S.T.Ələsgərova. Sərhəd şərtlərinə zamana görə törəmə daxil olan halda qarışıq məsələyə uyğun spektral məsələnin tədqiqi.Bakı Universitetinin Xəbərləri,fiz-riyaziyyat elmi seriyası. №4, 2016, s. 37-45.

13. Aleskerova S.T. Solving a mixed problem with almost reqular boundary condition by the contour inteqral method. Journal of mathematics reseach. Published by Canadian of Science and Education. Vol. 9, № 1, pp.158-162, 2017.

САБИНА ТАПТЫГ кызы АЛЕСКЕРОВА

УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОМЕРНЫХ НЕЛОКАЛЬНЫХ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

АННОТАЦИЯ

Диссертационная работа посвящена нахождению решения смешанной задачи с нелокальными граничными условиями для системы дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка параболического типа в виде контурного интеграла .

Основные результаты диссертации следующие:

-Уточнив коэффициенты III и IV члена, найдена асимптотика линейно независимых решений спектральной задачи соответствующей смешанной задачи при переходе от системы уравнений с частными производными второго порядка к уравнению четвертого порядка в секторах определенных корнями характеристического уравнения в смысле Биркхофа.

-Построена асимптотика нулей характеристического определителя функции Грина соответствующей спектральной задачи в случае почти регулярности I и II порядка.

-Получены оценки вне δ окрестности собственных значений почти регулярной граничной задачи I и II порядка для функции Грина.

-Доказана теорема разложения для граничной задачи в случаях отличных от регулярных.

-Построено решение смешанной задачи с обшими граничными условиями в виде интегрального контура.

-Построено решение смешанной задачи в случае граничных условий содержащих производную по времени, в виде контурного интеграла.

SABINA TAPTIQ qızı ALASGAROVA

UNIQUE SOLVABILITY CONDITIONS OF ONE-DIMENSIONAL NON-LOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE SECOND ORDER PARABOLIC EQUATIONS

SUMMARY

The dissertation work is devoted to finding of the solution of a mixed problem in the contour inteqral form for a system of parabolic type second order partial differential equations with non-local boundary conditions.

Main results of the dissertation work are:

- passing from the system of sec ond order partial equations to a fourth order equation, the asymptotics of the linear independent solutions of specrtal problem corresponding to a mixed problem in sectors determined by the roots of characteristic function in Birkhoff sense, the coefficients of the third and fourth terms were refined and found.
- in case of the first and second order of almost regularity the asymptotics of zeros of the characteristical determinant of the Green function is constructed.
- the estimations of eigen values of first and second order regular boundary value problem for the Green function out of the $\delta-$neighbourhood were obtained.
- In the cases of differ from regular , the expansion theorem was proved for a boundary value problem.
- under the given general boundary condition, the solution of the mixed problem was constucted in the form of contour integral.
- in case of boundary conditions which contains derivatives with respect to time the solution of the mixed problem was constructed in the form of contour integral.