AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

NÖVRƏSTƏ SİDQƏLİ qızı BAYRAMOVA

HİLBERT FƏZASINDA BƏZİ OPERATOR-DİFERENSİAL TƏNLİKLƏRİN QRİN FUNKSİYASININ, MƏXSUSİ ƏDƏDLƏRİNİN ASİMPTOTIK PAYLANMASININ VƏ ÇƏKİLİ İZİNİN TƏDQİQİ

1202.01 – Analiz və funksional analiz

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Баку – 2018

Dissertasiya işi **Sumqayıt Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz və funksiyalar nəzəriyyəsi"** kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Həmidulla Aslanov**

Rəsmi opponentlər:

- fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Sabir Mirzəyev**

(Bakı Dövlət Universiteti);

- riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dos. **Nigar Aslanova**

(Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti).

Aparıcı təşkilat: Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti "Riyazi analiz" kafedrası**.**

Dissertasiyanın müdafiəsi 29 iyun 2018-ci il saat 14^{00}-da Azərbaycan MEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün D.01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat 17 may 2018-ci il tarixində buraxılıb.

D.01.111 Dissertasiya

Şurasının elmi katibi **dos. Tamilla Həsənova**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

İşin aktuallığı. Təqdim edilmiş dissertasiya işi Hilbert fəzasında operator əmsallı diferensial operatorların Qrin funksiyasının tədqiq edilməsinə, spektrinin diskretliyinin öyrənilməsinə, məxsusi ədədlərin asimptotik paylanma düsturunun alınmasına, çəkili izin asimptotik düsturunun isbat edilməsinə və sonlu parçada bir sinif gecikən arqumentli Şturm-Liuvill tipli tənliklər üçün spektral parametrin sərhəd şərtinə daxil olduğu halda spektrinin quruluşunun öyrənilməsinə, məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının asimptotik tədqiqinə həsr edilmişdir.

Qeyd edək ki, Hilbert fəzalarında operator əmsallı diferensial tənliklərin spektral xassələrinin öyrənilməsinə keçən əsrin 60-cı illərindən başlanmışdır. Məşhur riyaziyyatçı F.S.Rofe-Beketov tərəfindən məhdud öz-özünə qoşma operator əmsallı Şturm-Liuvill tənliyinin məxsusi funksiyaları üzrə ayrılış teoremi isbat edilmişdir.

M.G.Qasımov, M.L.Qorbaçuk, R.Z.Xəlilova, V.V.Jikov, B.M.Levitan, M.Bayramoğlu, D.R.Yafayev, E.Abdukadırov və başqaları bu istiqamətdə mühüm nəticələr almışlar.

A.Q.Kostyuçenko və B.M.Levitan tərəfindən ilk dəfə diskret spektrə malik olan qeyri-məhdud öz-özünə qoşma operator əmsallı Şturm-Liuvill tipli tənliyə baxılmış, verilmiş λ ədədini aşmayan məxsusi ədədlər sayını göstərən və məxsusi ədədlərin paylanma funksiyası adlanan $N(\lambda)$ funksiyası üçün $\lambda\to\infty$ şərtində asimptotik düstur alınmışdır. Bu işdən sonra operator əmsallı diferensial tənliklərin spektral xassələrinin öyrənilməsi istiqamətində çoxsaylı tədqiqat işləri ortaya çıxmışdır. Bu istiqamətdə M.Bayramoğlu, E.Abdukadırov, M.L.Qorbaçuk, B.İ.Qorbaçuk, V.İ.Mixaylets, B.M.Levitan, B.M.Levitan və Q.A.Suverçenkova, V.A.Kutovoy, V.P.Maslov, Q.A.Mişnayevskiy, H.İ.Aslanov, H.D.Orucov, A.A.Abudov, A.A.Adıgözəlov, N.M.Aslanova, A.B.Bayramov və başqalarının tədqiqat işlərini göstərə bilərik.

B.M.Levitan öz məqaləsində bütün həqiqi oxda öz-özünə qoşma operator əmsallı Şturm-Liuvill operatorunun Qrin funksiyasını hərtərəfli şəkildə öyrənmişdir. Onun aldığı nəticələr M.Bayramoğlu, H.İ.Aslanov, A.A.Abudov, B.İ.Əliyev və M.Bayramoğlunun digər tələbələrinin işlərində yüksək tərtibli operator-tənliklər üçün ümumiləşdirilmiş və inkişaf etdirilmişdir. Bu tədqiqatlarda Qrin funksiyasının inteqral tənliyi alınmış və bu tənliyin operator-qiymətli funksiyalardan ibarət müəyyən Banax fəzalarında yeganə həllinin olması isbat edilmişdir. Eyni zamanda baxılan operatorların məxsusi ədədlərinin paylanma funksiyasının asimptotik düsturları alınmışdır.

Operator əmsallı Şturm-Liuvill tənliyi üçün bütün həqiqi oxda operatorun çəkili izi adlanan kəmiyyət H.İ.Aslanov tərəfindən öyrənilmişdir. Yarımoxda sərhəd şərtinə sabit operator daxil olduğu halda Şturm-Liuvill tənliyi üçün çəkili izin asimptotik düsturu M.Bayramoğlu tərəfindən alınmışdır. Eyni zamanda M.Bayramoğlu tərəfindən R^3 fəzasında verilmiş $\Delta^2+Q(x)$ operatorunun çəkili izi də öyrənilmişdir. H.İ.Aslanov və M.Bayramoğlu Şredinger operator tənliyinin çəkili izi üçün də asimptotik düstur alməşlar. H.İ.Aslanov yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklər üçün bütün həqiqi oxda çəkili izin asimptotik düsturunu almışdır.

Müxtəlif hallarda H.İ.Aslanov və G.İ.Qasımova, H.İ.Aslanov və K.H.Bədəlova tərəfindən yüksək tərtibli operator-diferensial tənliyin çəkili iz düsturları alınmışdır.

Diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin mühüm məsələlərindən biri də verilmiş operatorun rezolventasının öyrənilməsindən ibarətdir. M.Otelbayev tərəfindən operator əmsallı Şturm-Liuvill operatorunun rezolventasının σ_p Neyman-Şatten siniflərinə daxil olması şərtləri müəyyən edilmişdir. K.X.Boymatov tərəfindən yüksək tərtibli operator-diferensial operatorların rezolventasının σ_p siniflərin daxil olması isbat edilmişdir.

M.Q.Duşdurov, H.İ.Aslanov və G.İ.Qasımova tərəfindən sonlu parçada ikinci tərtib operator-diferensial tənliklərin rezolventasının Hilbert-Şmidt tipli operator olması isbat edilmişdir.

Diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin çox mühüm və intensiv inkişaf edən sahələrindən biri də spektral parametr sərhəd şərtlərinə daxil olan sərhəd məsələlərinin öyrənilməsidir. Bu istiqamətdə J.Uolter, G.T.Fulton, E.M.Russakovskiy, A.A.Şkalikov, N.Y.Kapustin və E.İ.Moiseyev, N.B.Kərimov və Z.S.Əliyev, N.B.Kərimov və V.S.Mirzəyev, N.B.Kərimov və X.R.Məmmədov, İ.Albayrak, M.Bayramoğlu və Ə.A.Adıgözəlov, P.A.Baydin, R.L.Braun və K.Siddiqi, M.Bayramoğlu, A.M.Bayramov və U.E.Şen, B.A.Əliyev və başqaları qiymətli nəticələr əldə etmişlər.

A.D.Mişkis tərəfindən gecikən arqumentli diferensial tənliklərin ümumi nəzəriyyəsinin əsas müddəaları işlənmiş və bu tipli tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin dəqiq qoyuluşu verilmişdir. Q.A.Kamenskiy, S.B.Norkin, L.E.Elsqolts və başqaları tərəfindən ikinci tərtib gecikən arqumentli diferensial tənliklərin əmsalları kəsilməz və hamar olduğu hallarda həllinin xassələri öyrənilmişdir.

Gecikən arqumentli xətti diferensial tənliklər üçün sərhəd şərtlərinə spektral parametr daxil olan məsələlərin öyrənilməsinə bir çox tədqiqatçılar tərəfindən baxılmışdır. A.M.Bayramov, M.Bayramoğlu, A.M.Bayramov və E.Şen, A.Bayramov, S.Öztürk Üslub, S.Kızılbudak Çalışkan və başqalarının bu istiqamətdə tədqiqatları vardır.

Təqdim edilmiş dissertasiya işi də bu istiqamətdə tədqiqatlara həsr edilmişdir. Dissertasiya işində yarımoxda yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin Qrin funksiyası qurulmuş, onun əsas xassələri öyrənilmişdir. Baxılan operatorların spektrinin diskretliyi isbat edilmişdir. Yarımoxda yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin məxsusi ədədlərinin paylanma funksiyası üçün asimptotik düstur alınmışdır. Bir sinif yüksək tərtibli operator əmsallı diferensial operatorun çəkili izi öyrənilmişdir. Sonlu parçada yüksək tərtibli operator-diferensial tənliyin rezolventası öyrənilmiş, rezolventanın Hilbert-Şmidt tipli operator olduğu isbat edilmişdir. Gecikən arqumentli Şturm-Liuvill tipli tənliyin sonlu parçada spektral parametrin sərhəd şərtinə daxil olduğu halda spektri öyrənilmiş, məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının asimptotik ifadələri alınmışdır.

İşin məqsədi.

1. Yarımoxda yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin Qrin funksiyasının qurulması və əsas xassələrinin öyrənilməsi.
2. Yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin spektrinin diskretliyinin isbatı.
3. Bir sinif yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin məxsusi ədədlərinin asimptotik paylanma düsturunu əldə etmək.
4. Yarımoxda yüksək tərtibli operator əmsallı tənliklərin çəkili izini tədqiq etmək.
5. Sonlu parçada yüksək tərtibli operator tənliklərin rezolventasının Hilbert-Şmidt tipli operator olduğunu isbat etmək.
6. Sonlu parçada spektral parametr sərhəd şərtinə daxil olduğu halda gecikən arqumentli Şturm-Liuvill tipli tənliklərin spektrinin quruluşunu öyrənmək, məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının asimptotik düsturlarını almaq.

Tədqiqatın ümumi metodu. Dissertasiya işində Hilbert fəzasında öz-özünə qoşma operatorların spektral nəzəriyyəsinin metodlarından, diferensial və inteqral tənliklər nəzəriyyəsindən, Hilbert fəzasında operator qiymətli funksiyalar nəzəriyyəsindən istifadə edilmişdir.

Elmi yenilik. Dissertasiya işində aşağıdakı yeni elmi nəticələr alınmışdır:

– Yarımoxda bir sinif yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin Qrin funksiyası qurulmuş və onun əsas xassələri öyrənilmişdir;
– Yüksək tərtibli operator-diferensial tənliyin spektrinin diskretliyi isbat

olunmuşdur;

– Bir sinif yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin məxsusi ədədlərinin paylanma funksiyasının asimptotik düsturu alınmışdır;

– Yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin çəkili izinin asimptotik düsturu isbat edilmişdir;

– Sonlu parçada yüksək tərtibli operator-diferensial tənliyin rezolventasının Hilbert-Şmidt tipli operator olduğu isbat edilmişdir;

– Spektral parametr sərhəd şərtinə daxil olan gecikən arqumentli Şturm-Liuvill tipli tənliyin spektrinin quruluşu öyrənilmiş, məxsusi ədədlərin və məxsusi funksiyaların asimptotik ifadələri alınmışdır.

İşin nəzəri və praktik dəyəri. Dissertasiyada alınmış nəticələr nəzəri xarakterə malikdir. Bu nəticələrdən diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsində, eləcə də kvant nəzəriyyəsi sahəsində aparılan tədqiqatlar zamanı istifadə oluna bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiya işində alınmış əsas nəticələr AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Funksional analiz" və "Diferensial tənliklər" şöbələrinin elmi seminarlarında, Sumqayıt Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz və funksiyalar nəzəriyyəsi" və "Diferensial tənliklər və optimallaşdırma" kafedralarının elmi seminarlarında, eləcə də AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55-illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransında (Bakı-2014), Qafqaz Universitetində keçirilən gənc tədqiqatçıların III Beynəlxalq Elmi konfransında (Bakı-2015), MADEA-7, Azərbaycan-Türkiyə-Ukraynanın birgə Beynəlxalq Elmi "Mathematical Analysis, Differential equations and their Applications" konfransında (Bakı-2015), AMEA-nın müxbir üzvü, prof. Yəhya Məmmədovun 85-illiyinə həsr edilmiş Beynəlxalq Elmi konfransında (Bakı-2015), "İnternational Workshop on Non-Harmonik Analysis and Differential operators" Elmi konfransında (Bakı-2016), Əməkdar Elm xadimi, prof. Ə.Ş.Həbibzadənin 100-illiyinə həsr edilmiş "Funksional analiz və onun tətbiqləri" Respublika Elmi konfransında (Bakı-2016), Akademik M.L.Rəsulovun 100-illiyinə həsr edilmiş "Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktual problemləri" Respublika Elmi konfransında (Şəki-2016), AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu və Sumqayıt Dövlət Universitetinin "Riyaziyyatın Nəzəri və Tətbiqi problemləri" birgə Beynəlxalq Elmi Konfransında (Sumqayıt-2017) məruzələr edilmişdir.

Nəşr. Dissertasiyanın əsas nəticələri müəllifin 14 elmi işində çap olunmuşdur. Onların siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

Dissertasiya işinin həcmi və strukturu. Dissertasiya işi giriş, iki fəsil, nəticə və 124 sayda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiyanın həcmi 143 səhifədir.

DİSSERTASIYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işinin girişində mövzunun aktuallığı əsaslandırılmış, dissertasiya işinin mövzusu istiqamətində mövcud elmi işlərin qısa xülasəsi verilmiş və dissertasiya işində alınmış əsas nəticələr ardıcıllıqla şərh edilmişdir.

Dissertasiya işinin birinci fəsli yarımoxda yüksək tərtibli operator-diferensial tənliyin araşdırılmasına həsr edilmişdir. Tənliyin Qrin funksiyası qurulmuş, onun əsas xassələri öyrənilmiş, spektral parametrin kifayət qədər böyük qiymətlərində Qrin funksiyasının müntəzəm qiymətləndirmələri alınmışdır. Bu qiymətləndirmələrdən istifadə edərək Qrin funksiyasının Hilbert-Şmidt tipli nüvə olması isbat edilir. Buradan baxılan operatorun diskret spektrə malik olması alınır.

Tutaq ki, H– separabel Hilbert fəzasıdır $H_1 = L_2[H;[0,\infty)]$ fəzasında

$$\ell(y) = (-1)^n \left(P(x) y^{(n)}\right) + \sum_{j=1}^{2n} Q_j(x) y^{(2n-j)}, \quad 0 \le x < \infty \tag{1}$$

diferensial ifadəsi və

$$y^{(\ell_1)}(0) = y^{(\ell_2)}(0) = \ldots = y^{(\ell_n)}(0) = 0 \tag{2}$$

sərhəd şərtləri ilə təyin edilən L operatoruna baxaq:

Burada $y(x) \in H_1$ və törəmələr güclü mənada başa düşülür,

$$0 \le \ell_1 < \ell_2 < \ell_3 < \ldots < \ell_n \le 2n-1$$

$\varphi_k(x)$ funksiyaları $2n$ – tərtib kəsilməz diferensiallanan skalyar funksiyalar və $f_k \in D(Q)$ ($Q(x)$ ilə hər yerdə $Q_{2n}(x)$ operatorunu işarə edəcəyik) olduqda $\sum_{k=1}^{p} \varphi_k(x) f_k$ şəklində bütün funksiyalar çoxluğunu D' ilə işarə edək.

Təyin oblastı D' olan, (1) diferensial ifadəsi və (2) sərhəd şərtləri ilə təyin edilən operatoru L' ilə işarə edək. Müəyyən şərtlər daxilində L' operatoru H_1 fəzasında müsbət simmetrik operatordur. Fərz edəcəyik ki, L' operatorunun qapanması olan L operatoru H_1 fəzasında aşağıdan məhdud və öz-özünə qoşma operatordur.

Fərz edək ki, $P(x)$ və $Q(x)$, $j = 2,3,\ldots,2n$ əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir.

1^0. $P(x)$ operator funksiyası n – dəfə müntəzəm differensiallanandır, istənilən $x \in [0,\infty)$ və istənilən $h \in H$ üçün

$$m(h,h)_H \le (P(x)h,h)_H \le M(h,h)_H,\ m,M > 0;$$
şərti ödənilir;

2^0. Bütün $x \in [0,\infty)$ üçün H fəzasında sıx olan $D(Q) = S\{Q(x)\}$ çoxluğu vardır ki, $Q(x)$ operatoru öz-özünə qoşmadır, aşağıdan məhduddur, yəni elə $d > 0$ vardır ki, istənilən $x \in [0,\infty)$ və istənilən $f \in D(Q)$ üçün
$$(Q(x)f,f)_H \ge d(f,f)_H$$
ödənilir;

3^0. Elə $C > 0,\ 0 < a < \dfrac{2n+1}{2n}$ sabitləri vardır ki, istənilən x və $|x-\xi| \le 1$ olduqda
$$\left\| [Q(\xi) - Q(x)]Q^{-a}(x) \right\|_H < C|x-\xi|$$
ödənilir;

4^0. $|x-\xi| > 1$ olduqda
$$\left\| K(\xi)\cdot exp\left(-\frac{Jm\,\varepsilon_1}{2}|x-\xi| Q^{\frac{1}{2n}}(x) \right) \right\|_H < C$$
şərti ödənilir.

Burada $K(x) = P^{-\frac{1}{2}}(x)Q(x)P^{-\frac{1}{2}}(x),\ \omega = \{K(x) + \mu P^{-1}(x)\}^{\frac{1}{2n}}$,
$\mu > 0,\ Jm\,\varepsilon_1 = \min\limits_i \{Jm\,\varepsilon_i > 0,\ \varepsilon_i^{2n} = -1\}$;

5^0. x və ξ-nin $[0,+\infty)$ intervalından olan bütün qiymətlərində
$$\left\| Q(x)P^{\pm\frac{1}{2}}(x)Q^{-1}(x) \right\|_H < C,\ \left\| Q(x)P^{-\frac{1}{2}}(x)P^{\frac{1}{2}}(\xi)Q^{-1}(\xi) \right\|_H < C$$
şərti ödənilir;

6^0. $Q_j(x),\quad j = 2,3,...,2n-1$ operatorları H fəzasında öz-özünə qoşma operatorlardır və istənilən $x \in [0,\infty)$ üçün
$$\left\| Q_j(x)Q^{\frac{1-j}{2n}+\varepsilon}(x) \right\|_H < C,\ j = 2,3,...,2n-1$$
şərtləri ödənilir, burada $\varepsilon > 0$ – sabit ədəddir.

7^0. Fərz edək ki, $Q^{-1}(x)$ istənilən $x \in [0,+\infty)$ üçün tamam kəsilməz operatordur. Onda $K^{-1}(x)$ operatoru da istənilən $x \in [0,+\infty)$ üçün tamam kəsilməz operator olar.

$\alpha_1(x) \leq \alpha_2(x) \leq \ldots \leq \alpha_n(x) \leq \ldots$ ilə $K(x)$ operatorunun məxsusi ədədlərini işarə edək. Fərz edək ki, $\alpha_i(x), i = 1,2,\ldots$ ölçülən funksiyalardır və $\alpha_1(x) \geq 1$. İstənilən $x \in [0,+\infty)$ üçün $\sum\limits_{i=1}^{\infty} \alpha_i^{\frac{1-4n}{2n}}(x)$ sırasının yığılan və onun cəminin $F(x) \in L_1[0,\infty)$ olduğunu fərz edirik.

1.2-1.5-də

$$\ell_0(y) = (-1)^n \left(P(x)y^{(n)}\right)^{(n)} + Q(x)y + \mu y \tag{3}$$

diferensial ifadəsi və (2) sərhəd şərtləri ilə təyin olunan L_0 operatorunun $G_0(x,\eta,\mu)$ Qrin funksiyasının qurulmasına və bəzi xassələrinin öyrənilməsinə həsr edilmişdir.

1.2-də

$$\ell_1(y) = (-1)^n \left(P(\xi)y^{(n)}\right)^{(n)} + Q(\xi)y + \mu y \tag{4}$$

diferensial ifadəsi və (2) sərhəd şərtləri təyin edilmiş L_1 operatorunun $G_1(x,\eta,\mu)$ Qrin funksiyası qurulur. Burada "ξ" $[0,\pi]$ parçasından qeyd olunmuş nöqtədir.

$G_0(x,\eta,\mu)$ funksiyası üçün aşağıdakı ifadə alınmışdır:

$$G_1(x,\eta,\xi,\mu) = \frac{1}{2ni} P^{-\frac{1}{2}}(\xi)\omega_\xi^{1-2n} \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k e^{i\varepsilon_k \omega_\xi |x-\eta|} \cdot P^{-\frac{1}{2}}(\xi) -$$

$$- \frac{1}{2ni} P^{-\frac{1}{2}}(\xi)\omega_\xi^{1-2n} \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k e^{i\varepsilon_k \omega_\xi (x+\eta)} \cdot P^{-\frac{1}{2}}(\xi). \tag{5}$$

Yaxud

$$G_1(x,\eta,\xi,\mu) = g(x,\eta;\xi,\mu)\left[E - r(x,\eta,\xi,\mu)\right] \tag{6}$$

Burada

$$g(x,\eta,\xi,\mu) = \frac{1}{2\pi i} P^{-\frac{1}{2}}(\xi)\omega_\xi^{1-2n} \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k e^{i\varepsilon_k |x-\eta|} \cdot P^{-\frac{1}{2}}(\xi)$$

funksiyası $\ell_1(y) = 0$ tənliyinin bütün həqiqi oxda fundamental həllidir ($\left\| r(x,\eta,\xi,\mu) \right\|_H = 0(1), \mu \to \infty$ olduqda).

1.3-də Levi metodundan istifadə edərək L_0 operatorunun Qrin funksiyası üçün Fredholm tipli inteqral tənlik alınır və həmin tənliyin həlli araşdırılır.

$G_0(x,\eta,\mu)$ funksiyasının inteqral tənliyi aşağıdakı kimidir:

$$G_0(x,\eta,\mu) = G_1(x,\eta,\mu) - \int_0^\infty G_1(x,\xi,\mu)[Q(\xi) - Q(x)]G_0(\xi,\eta,\mu)d\xi +$$

$$+\frac{1}{2ni}\int_0^\infty P^{-\frac{1}{2}}(x)\omega\sum_{k=1}^n \varepsilon_k \exp\left(i\varepsilon_k|x-\xi|\omega\right)\left(E-r(x,\xi,\mu)\right)P^{-\frac{1}{2}}(x)\left[P(\xi)-P(x)\right]\times$$

$$\times G_0(x,\eta,\mu)d\xi+(-1)^n\sum_{m=1}^n C_n\int_0^\infty\left(C_1^{(2n-m)}(x,\xi,\mu)\right)_\xi\cdot P^{(m)}(\xi)G_0(\xi,\eta,\mu)d\xi$$

(7)

(7) inteqral tənliyi B.M.Levitan tərəfindən daxil edilmiş $X_1, X_2, X_3^{(P)}, X_2^{(S)}, X_4^{(S)}$ və X_5 $(P \geq 1,\ S > 0)$ fəzalarında araşdırılır.

Bu yarımfəsildə aşağıdakı mühüm teorem isbat edilmişdir:

<u>Teorem 1.3.1.</u> Əgər *P(x)* və *Q(x)* operator-funksiyaları 1^0-5^0 və 7^0 şərtlərini ödəyirsə, onda $\mu > 0$ parametrinin kifayət qədər böyük qiymətlərində

$$TA(x,\eta)=\int_0^\infty G_1(x,\eta,\mu)\left[Q(\xi)-Q(x)\right]A(\xi,\eta)d\xi+$$

$$+\frac{1}{2ni}\int_0^\infty P^{-\frac{1}{2}}(x)\omega\sum_{k=1}^n \varepsilon_k \exp\left(i\varepsilon_k|x-\xi|\omega\right)\left(E-r(x,\eta,\mu)\right)P^{-\frac{1}{2}}(x)\times$$

$$\times\left[P(\xi)-P(x)\right]A(\xi,\eta)d\xi+(-1)^n\sum_{m=1}^n C_n^m\int_0^\infty G_{1\xi}^{(2n-m)}(x,\xi,\mu)P^{(m)}(\xi)A_0(\xi,\eta)d\xi$$

(8)

operatoru X_1 və X_2 fəzalarında sıxan operatordur.

Bu teoremdən (7) inteqral tənliyinin X_1 və X_2 fəzalarında yeganə həllinin olması və

$$G_0(x,\eta,\mu)=G_1(x,\eta,\mu)\left[E+\alpha(x,\eta,\mu)\right] \qquad (9)$$

asimptotik bərabərliyini alırıq. Burada $\|r(x,\eta,\mu)\|_H = 0(1),\ \mu\to\infty$.

1.4 -də L_0 operatorunun $G_0(x,\eta,\mu)$ Qrin finksiyasının törəmələri öyrənilir.

$\dfrac{\partial^k G_0(x,\eta,\mu)}{\partial\eta^k}$ $(k=0,1,2,\ldots,\ 2n-2)$ törəmələrinin (x,η) dəyişənlərinə nəzərən güclü kəsilməz operator-funksiyalar olduğu isbat edilmişdir. $\eta\neq x$ nöqtələrində $\dfrac{\partial^{2n-1}G_0(x,\eta,\mu)}{\partial\eta^{2n-1}}$ törəməsi də kəsilməz funksiyadır, amma $\eta = x$ nöqtəsində birinci növ kəsilməyə malikdir. Bu halda

$$\frac{\partial^{2n-1} G_0(x, x+0, \mu)}{\partial \eta^{2n-1}} - \frac{\partial^{2n-1} G_0(x, x-0, \mu)}{\partial \eta^{2n-1}} = (-1)^n P^{-1}(x)$$

bərabərliyinin doğru olduğu isbat edilir.

1.5 -də $G_0(x,\eta,\mu)$ Qrin finksiyasının $\eta \neq x$ olduqda

$$(-1)^n \left(G_{0\eta}^{(n)}(x,\eta,\mu)P(\eta)\right)_\eta^{(n)} + G_0(x,\eta,\mu)[Q(\eta)+\mu E] = 0$$

tənliyini və

$$\left.\frac{\partial^{\ell_1} G_0(x,\eta,\mu)}{\partial \eta^{\ell_1}}\right|_{\eta=0} = \left.\frac{\partial^{\ell_2} G_0(x,\eta,\mu)}{\partial \eta^{\ell_2}}\right|_{\eta=0} = \ldots = \left.\frac{\partial^{\ell_n} G_0(x,\eta,\mu)}{\partial \eta^{\ell_n}}\right|_{\eta=0} = 0$$

sərhəd şərtlərini ödəməsi göstərilmişdir.

1.6 -da (1) diferensial ifadəsi və (2) sərhəd şərtləri ilə təyin edilmiş L operatorunun $G(x,\eta,\mu)$ Qrin funksiyası qurulmuş və onun $\mu \to \infty$ şərtində (x,η) dəyişənlərinə nəzərən müntəzəm qiymətləndirmələri alınmışdır.

L operatorunun $G(x,\eta,\mu)$ Qrin funksiyası

$$G(x,\eta,\mu) = G_0(x,\eta,\mu) + \int_0^\infty G_0(x,\xi,\mu)\rho(\xi,\eta)d\xi \tag{10}$$

şəklində axtarılır. Burada $G_0(x,\eta,\mu)$ (3) diferensial ifadəsi və (2) sərhəd şərtləri ilə təyin edilən L_0 operatorunun Qrin funksiyasıdır. Qrin funksiyası üçün

$$G(x,\eta,\mu) = G_0(x,\eta,\mu)[E + \sigma(x,\eta,\mu)] \tag{11}$$

asimptotik bərabərliyi isbat edilmişdir. Burada $\mu \to \infty$ şərtində $\|\sigma(x.\eta,\mu)\| = 0(1)$.

(6), (9) və (11) bərabərliklərindən istifadə etməklə

$$G(x,\eta,\mu) = g(x,\eta,\mu)[E + \beta(x,\eta,\mu)] \tag{12}$$

$(\|\beta(x.\eta,\mu)\|_H = 0(1)\mu \to \infty$ olduqda)

asimptotik bərabərliyi isbat olunur. (12) bərabərliyindən və $G(x,\eta,\mu)$ funksiyasının

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \|G_0(x,\eta,\mu)\|_H^2 \, dxd\eta < \infty$$

şərtini ödəməsindən $G(x,\eta,\mu)$ funksiyasının Hilbert-Şmidt tipli nüvə olmasını alırıq. $G(x,\eta,\mu)$ nüvəsi H_1 Hilbert fəzasında $R_\mu = (L+\mu E)^{-1}$ operatorunun nüvəsi olduğu üçün L operatorunun diskret spektrə malik olduğunu alırıq.

$\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n, ...$ ilə L operatorunun məxsusi ədədlərini, $\varphi_1(x), \varphi_2(x), ..., \varphi_n(x)...$ ilə uyğun ortonormal məxsusi vektor-funksiyalarını işarə edək. Tutaq ki, λ hər hansı müsbət ədəddir. λ ədədindən kiçik olan məxsusi ədədlərinin sayını göstərən $N(\lambda) = \sum\limits_{\lambda_n < \lambda} 1$ funksiyasına L operatorunun məxsusi ədədlərinin paylanma funksiyası deyilir.

Dissertasiyanın ikinci fəslində yarımoxda yüksək tərtibli operator diferensial tənliklərin məxsusi ədədlərinin asimptotik paylanması, bir sinif yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin çəkili izinin asimptotik düsturu, sonlu parçada yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin rezolventasının Hilbert-Şmidt tipli operator olması isbat edilir, spektral parametr sərhəd şərtinə daxil olduğu halda gecikən arqumentli Şturm-Liuvill tipli diferensial tənliklərin məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının asimptotikası öyrənilmişdir.

2.1. -də (1) diferensial ifadəsi və (2) sərhəd şərtləri ilə təyin edilən L operatorunun məxsusi ədədlərinin paylanma funksiyasının asimptotik düsturu alınmışdır.

Aşağıdakı əsas teorem isbat edilmişdir.

Teorem 2.1.1. Əgər (1) diferensial ifadəsinin əmsalları 1^0–7^0 şərtlərini ödəyərsə və $P(x)S^{2n} + Q(x)$ operatorunun H fəzasındakı $\beta_K(x,s)$ məxsusi ədədləri üçün

$$\sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{dxds}{\{\beta_K(x,s) + \mu\}^2} \tag{13}$$

sırası yığılandırsa, onda $\lambda \to \infty$ şərtində aşağıdakı asimptotik düstur doğrudur:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_k + \mu)^2} \sim \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{dxds}{\{\beta_k(x,s) + \mu\}^2} \tag{14}$$

Xüsusi halda bu teoremdən $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_k + \mu)^2}$ sırasının yığılan olması alınır.

Fərz edək ki, $\beta_m(x,s)$ məxsusi ədədləri üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir:

8*) Elə c_1 və c_2 sabitləri vardır ki,

$$\frac{c_1}{t^2}\sum_{m=1}^{\infty}\iint_{\beta_m(x,s)<t} dxds \le \sum_{m=1}^{\infty}\iint_{\beta_m(x,s)\ge t}\beta_m^{-2}(x,s)dxds \le \frac{c_2}{t^2}\sum_{m=1}^{\infty}\iint_{\beta_m(x,s)<t} dxds \; .$$

Titcmars tipli Tauber teoremindən istifadə edərək (14) münasibətindən aşağıdakı teoremin doğruluğunu alırıq:

<u>Teorem 2.1.2.</u> Əgər L operatorunun $P(x)$ və $Q_j(x)$ $(j = 1, 2, ..., 2n-1)$ əmsalları 1^0-7^0 şərtlərini ödəyirsə və 8^*) şərti ödənirsə, onda $\lambda \to \infty$ şərtində

$$N(\lambda) \sim \frac{1}{4\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\iint_{\beta_m(x,s)<\lambda} dxds \tag{15}$$

asimptotik düsturu doğrudur.

2.2 -də yarımoxda bir sinif yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin çəkili izi araşdırılmışdır.

$L_2[H; 0 \le x < \infty]$ fəzasında

$$\ell(y) = (-1)^n y^{(2n)} + \sum_{j=2}^{2n} Q_j(x) y^{2n-j} \tag{16}$$

diferensial ifadəsi və

$$B_j y\big|_{x=0} = y^{(\ell_j)}(0) + \sum_{m=1}^{\ell_j} \alpha_m^{(j)} y^{(\ell_j - m)}(0) = 0 \tag{17}$$

sərhəd şərtləri ilə düzəlmiş L operatoruna baxılır. Burada

$$0 \le \ell_1 < \ell_2 < \ell_3 < \ldots < \ell_n \le 2n-1 \, .$$

Baxılan məsələni həll etmək üçün verilmiş operatorun əmsallarının aşağıdakı şərtləri ödədiyini fərz edirik.

1) $Q(x)$ operatoru ($Q(x) = Q_{2n}(x)$ qəbul edilmişdir) istənilən $x \in [0, \infty)$ üçün öz-özünə qoşma, aşağıdan məhdud operatordur, yəni istənilən $f \in D(Q)$ üçün $(Q(x)f, f) > c(f, f)$;

2) İstənilən $x \in [0, \infty)$ və $|\xi - x| \le 1$ üçün

$$\left\| Q^s(x) \cdot Q^{-a}(x)[Q(\xi) - Q(x)] \right\|_H < A|x-\xi|, \; 0 < a < \frac{2n+1}{2n}, \; A > 0;$$

$$0 \le s \le \frac{4n-1}{4n};$$

3) $|\xi - x| > 1$ olduqda aşağıdakı şərt ödənir:

$$\left\| Q(\xi)\exp\left(-\frac{Jm\omega_1}{2}|x-\xi| Q^{\frac{1}{2n}}(x)\right)\right\|_H < B_1, \quad \left\|Q^{-1}(x)Q(\xi)\right\| < B_2,$$

$$B_1 > 0,\ B_2 > 0,\ Jm\,\omega_1 = \min_i \left\{Jm\,\omega_i > 0,\ \omega_i^{2n} = -1,\ i = 1,2,\dots,n\right\},$$

4) İstənilən $x \in [0,\infty)$ üçün $Q^{-1}(x)$ tamam kəsilməz operatordur. Fərz olunur ki, bu operatorun H fəzasında məxsusi ədədləri $\beta_1(x) \le \beta_2(x) \le \dots \le \beta_n(x) \le \dots$ kimidir, belə ki, $\sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^{2s - \frac{4n-1}{2n}}$ sırası yığılandır və onun cəmi $F_s(x) \in L[0,\infty)$;

5) $\left\| Q_j(x) Q^{\frac{1-i}{2n}+\varepsilon}(x) \right\| < C,\ j = 2,3,\dots,2n-1,\ \varepsilon > 0$.

Göstərilən bu şərtlər daxilində L operatoru diskret spektrə malikdir. Bu operatorun məxsusi ədədlərini $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \dots,$ ortonormal məxsusi vektor-funksiyalarını isə $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x), \dots$ ilə işarə edək.

$$C_n^{(s)} = \int_0^{\infty} \left\| Q^S(x) \varphi_n(x) \right\|_H^2 dx,\quad N_s(\lambda) = \sum_{\lambda_n < \lambda} C_n^{(s)},\ \lambda > 0$$

işarələrini qəbul edək.

$N_S(\lambda)$ funksiyasına L operatorunun çəkili izi deyilir. Xüsusi halda $s = 0$ olduqda $N_0(\lambda) = N(\lambda)$ olur və bu funksiya məxsusi ədədlərin paylanma funksiyası ilə üst-üstə düşür.

Aşağıda göstərilən teorem doğrudur:

Teorem 2.2.1. Əgər L diferensial operatorunun əmsalları 1)-5) şərtlərini ödəyirsə, onda $\mu \to \infty$ şərtində aşağıdakı asimptotik bərabərlik doğrudur:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n^{(s)}}{(\lambda_n + \mu)^2} \sim \gamma_n \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\beta_k^{2s}(x)\,dx}{\left\{\beta_k(x) + \mu\right\}^{\frac{4n-1}{2n}}} \tag{18}$$

burada

$$\gamma_n = \frac{i}{8n^2} \left[\sum_{j=1}^{n} \omega_j + \sum_{\substack{k_1,k_2=1 \\ k_1 \ne k_2}}^{n} \frac{\omega_{k_1}\omega_{k_2}}{\omega_{k_1} + \omega_{k_2}} \right],$$

4) şərtindən və (18) asimptotik bərabərliyindən xüsusi halda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n^{(s)}}{(\lambda_n + \mu)^2}$ sırasının yığılan olması alınır.

$$\sigma^{(i)}(\lambda) = mes\ \{\beta_i(x) < \lambda\}, \quad \varphi_s(\lambda) = \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^{\lambda} (\lambda - \theta)^{\frac{1}{2n}} \cdot \theta^{2s} d\sigma^{(i)}(\theta)$$

işarə edək. Bu halda (18) asimptotik bərabərliyini aşağıdakı şəkildə göstərmək olar:

$$\int_0^{\infty} \frac{dN_s(\lambda)}{(\lambda + \mu)^2} \sim \frac{n^2 \gamma_n}{16(2n-1)\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right) \cdot \Gamma\left(1 - \frac{1}{2n}\right)} \int_0^{\infty} \frac{d\varphi_s(\lambda)}{(\lambda_n + \mu)^2} \tag{19}$$

Fərz edək ki, $\varphi_s(\lambda)$ funksiyası aşağıdakı şərti ödəyir:

6*) Elə $c_1 > 0, c_2 > 0$ sabitləri vardır ki, λ parametrinin kifayət qədər böyük qiymətlərində

$$c_1 \varphi_s(\lambda) < \lambda \varphi_s'(\lambda) < c_2 \varphi_s(\lambda).$$

Aşağıdakı əsas teorem isbat edilmişdir.

Teorem 2.2.2. Əgər L diferensial operatorunun əmsalları 1)-5) şərtlərini ödəyirsə və əlavə olaraq 6*) şərti ödənirsə, onda L operatorunun $N_s(\lambda)$ çəkili izi üçün $\lambda \to \infty$ olduqda aşağıdakı asimptotik düstur doğrudur:

$$N_s(\lambda) \sim \frac{n^2 \cdot \gamma_n}{16(2n-1)\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right) \cdot \Gamma\left(1 - \frac{1}{2n}\right)} \sum_{i=1}^{\infty} \int_{mes\{\beta_i(x) < \lambda} \beta_i^{2s}(x) [\lambda - \beta_i(x)]^{\frac{1}{2n}} dx \tag{20}$$

2.3-də sonlu parçada yüksək tərtibli operator-difernsial tənliklərin rezolventası araşdırılmış, rezolventanın Hilbert-Şmidt tipli inteqral operator olması isbat edilmişdir.

$L_2[H : [0, \pi]]$ fəzasında

$$\ell(y) = (-1)^n y^{(2n)} + Q(x)(y) \tag{21}$$

diferensial ifadəsi və

$$\begin{cases} y(0) = y'(0) = \ldots = y^{(n-1)}(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) = \ldots = y^{(n-1)}(\pi) = 0 \end{cases} \tag{22}$$

sərhəd şərtləri ilə təyin edilmiş L operatoruna baxılır.

İsbat edilmişdir ki, $Q(x)$ operator-funksiyası müəyyən şərtləri ödədikdə L operatoru diskret spektrə malikdir. Tutaq ki, $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots$ L operatorunun artma istiqamətində düzülmüş məxsusi ədədlərdir. L qeyri-məhdud operator olduğundan $n \to \infty$ şərtində $\lambda_n \to \infty$.

Bu yarımfəsildə alınmış əsas nəticə aşağıdakı teoremdən ibarətdir.

Teorem 2.3.1. Əgər $Q(x)$ operator əmsalı müəyyən şərtləri ödəyirsə, onda (21) diferensial ifadəsi və (22) sərhəd şərtləri ilə təyin edilmiş L operatorunun rezolventası Hilbert-Şmidt tipli inteqral operatordur, yəni $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^2}$ sırası yığılır.

2.4 -də Şturm-Liuvill tipli bir sinif gecikən arqumentli diferensial tənliklər üçün spektral parametr sərhəd şərtinə daxil olduğu halda spektrin diskretliyi isbat edilmiş, məxsusi ədədlərin və məxsusi funksiyaların asimptotik ayrılışları müəyyən edilmişdir.

Bu yarımfəsildə $[0,h)\cup(h_1,h_2)\cup(h_2,\pi]$ oblastında

$$y''(x)+q(x)y(x-\Delta x)+\lambda y(x)=0 \tag{23}$$

diferensial tənliyi üçün

$$\begin{cases} y(0)\cos\alpha + y'\sin\alpha = 0 \\ \sqrt{\lambda}\, y(\pi)\cos\beta + y'(\pi)\sin\beta = 0 \end{cases} \tag{24}$$

sərhəd şərtləri və

$$\begin{cases} y(h_1-0)-\delta y(h_1+0)=0 \\ y'(h_1-0)-\delta y'(h_1+0)=0 \\ y(h_2-0)-\gamma y(h_2+0)=0 \\ y'(h_2-0)-\gamma y'(h_2+0)=0 \end{cases} \tag{25}$$

kəsilmə şərtli sərhəd məsələsinə baxılır.

Burada $q(x)$ və $\Delta x > 0$ funksiyaları $[0,h)\cup[h_1,h_2)\cup(h_2,\pi]$ oblastında kəsilməz funksiyalardır və aşağıdakı limitlərin varlığı fərz edilir.

$$q(h_1\pm 0)=\lim_{x\to h_1\pm 0} q(x), \quad q(h_2\pm 0)=\lim_{x\to h_2\pm 0} q(x),$$

$$\Delta(h_1\pm 0)=\lim_{x\to h_1\pm 0} \Delta(x), \quad \Delta(h_2\pm 0)=\lim_{x\to h_2\pm 0} \Delta(x)$$

Belə ki, $x\in[0,h_1)$ olduqda $x-\Delta x\ge 0$, $x\in(h_1,h_2)$ olduqda $x-\Delta x\ge h_1$, $x\in(h_2,\pi]$ olduqda $x-\Delta x\ge h_2$ şərtləri ödənilir. λ –həqiqi parametrdir və $0<h_1<h_2<\pi$, $\sin\alpha\cdot\sin\beta\ne 0$.

Bu şərtlər daxilində (23)-(25) sərhəd məsələsinin məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının asimptotik qiymətləndirmələri öyrənilir.

$\omega_1(x,\lambda)$ ilə (23) tənliyinin $[0,h_1]$ parçasında

$$\omega_1(0,\lambda)=\sin\alpha, \quad \omega_1'(0,\lambda)=-\cos\alpha \tag{26}$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən həllini,

$\omega_2(x,\lambda)$ ilə (23) tənliyinin $[h_1, h_2]$ parçasında

$$\omega_2(h_1,\lambda) = \delta^{-1}\omega_1(h_1,\lambda),\ \omega_2'(h_1,\lambda) = \delta^{-1}\omega_1'(h_1,\lambda) \tag{27}$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən həllini,

$\omega_3(x,\lambda)$ ilə (23) tənliyinin $[h_2, \pi]$ parçasında

$$\omega_3(h_2,\lambda) = \gamma^{-1}\omega_2(h_2,\lambda),\ \omega_3'(h_2,\lambda) = \gamma^{-1}\omega_2'(h_2,\lambda) \tag{28}$$

başlanğıc şərtini ödəyən həllini işarə edək.

Bu halda

$$\omega(x,\lambda) = \begin{cases} \omega_1(x,\lambda),\ x \in [0, h_1] \\ \omega_2(x,\lambda),\ x \in [h_1, h_2] \\ \omega_3(x,\lambda),\ x \in [h_2, \pi] \end{cases}$$

funksiyası (23) tənliyinin $[0, h) \cup (h_1, h_2) \cup (h_2, \pi]$ oblastında (24) sərhəd şərtlərini və (25) kəsilmə şərtlərini ödəyən həllidir.

(23)-(25) sərhəd məsələsinin məxsusi ədədləri haqqında aşağıdakı teoremlər doğrudur.

<u>Teorem 2.4.2.</u> (23), (24), (25) sərhəd məsələsinin sonsuz sayda müsbət məxsusi ədədləri vardır.

<u>Teorem 2.4.3.</u> Tutaq ki, n – natural ədəddir. n-in kifayət qədər böyük qiymətlərində hər bir $\left(n + \frac{1}{2} - \frac{\beta}{\pi}\right)^2$ nöqtəsinin yaxın ətrafında (23), (24), (25) sərhəd məsələsinin bir məxsusi ədədi yerləşir.

Nəhayət, (23), (24), (25) sərhəd məsələsinin məxsusi ədədləri və məxsusi funksiyaları haqqında aşağıdakı mühüm teorem isbat edilir.

<u>Teorem 2.4.4.</u> (23), (24), (25) sərhəd məsələsinin $\lambda_n = S_n^2$ məxsusi ədədləri və məxsusi funksiyaları üçün aşağıdakı asimptotik bərabərliklər doğrudur:

$$S_n = n + \frac{1}{2} - \frac{\beta}{\pi} + O\left(\frac{1}{n}\right) \tag{32}$$

$$y_n(x) = \begin{cases} \sin\alpha \cos\left(n + \frac{1}{2} - \frac{\beta}{\pi}\right)x + O\left(\frac{1}{n}\right), & x \in [0, h_1) \\ \frac{\sin\alpha}{\delta}\cos\left(n + \frac{1}{2} - \frac{\beta}{\pi}\right)x + O\left(\frac{1}{n}\right), & x \in (h_1, h_2) \\ \frac{\sin\alpha}{\delta\gamma}\cos\left(n + \frac{1}{2} - \frac{\beta}{\pi}\right)x + O\left(\frac{1}{n}\right), & x \in (h_2, \pi] \end{cases} \tag{33}$$

Qeyd edək ki, $q(x)$ və $\Delta(x)$ funksiyaları üzərinə bəzi əlavə şərtlər qoymaqla məxsusi ədədlər və məxsusi funksiyalar üçün daha dəqiq asimptotik qiymətləndirmələr almaq olar.

Dissertasiya işində həll edilən məsələlərin qoyuluşuna və daimi diqqətinə görə elmi rəhbərim professor H.İ.Aslanova öz dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

Dissertasiya işi üzrə nəşr olunan elmi məqalələrin siyahısı.

1. Асланов Г.И., Абдуллаева Н.С. Об асимптотическом распределении собственных значений операторно-дифференциального уравнения высокого порядка на полуоси. “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransın materialları, Bakı-2014, s. 61-62.
2. Асланов Г.И., Абдуллаева Н.С. Исследование резольвенты операторно-дифференциального управления высокого порядка на полуоси. Sumqayıt Dövlət Universiteti, “Elmi Xəbərlər”, təbiət və texniki elmlər bölməsi, Sumqayıt-2015, №1, s. 11-19.
3. Abdullayeva N.S. Yarımoxda yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklərin Qrin funksiyasının tədqiqi. III International scientifice of young Researchers the 92 Anniversary of the National leader of Azerbaijan Haydar Aliyev, Proceedings, Qafqaz University, 17-18 April 2015. Baku, Azerbaijan, p. 114-115.
4. Aslanov G.İ. and Abdullayeva N.S. İnvestigation of Green function of higher order operator-differential equation on a semi-axis. Azerbaijan-Turkey-Ukrainian International conference “Mathematical Anlysis, Differential Equations and their Applications” Abstracts. September 08-13, 2015, Baku-Azerbaijan, p. 24-25.
5. Aslanov H.I., Abdullayeva N.S. About resolvent of operator-differential equation higher order on finite interval. Əməkdar elm xadimi, prof. Yəhya Məmmədovun 85-illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Elmi Konfransın materialları, 10 dekabr 2015, Bakı, s. 53-54.
6. Абдуллаева Н.С. Асимптотическая формула взвешенного следа для операторно-дифференциального уравнения высокого порядка на полуоси. Əməkdar elm xadimi, prof. Əmir Həbibzadənin 100 illik yubileyinə həsr olunmuş “Funksional analiz və onun tətbiqləri” adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı-2016, s. 62-65.
7. Aslanov G.I., Abdullayeva N.S. About the asymptotik behavior of eigenvalues and eigenfunction of the boundary Sturm-Liouville problem

with delayed argument, International Workshop on Non-Harmonik Analysis and Differential Operators, Abstracts. Baku, Azerbaijan, 25-27 may. 2016, p.21.

8. Абдуллаева Н.С. О спектре одной граничной задачи типа Штурма-Лиувилля с запаздываюшим аргументом. “ Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları” III Respublika elmi konfransının materialları, 15-16 dekabr, 2016, Sumqayıt, s. 93-94.

9. Aslanov H.I., Abdullayeva N.S. Discreteness spectrum and asimptotic distribution of eigenvalues of operator-differential equations of higher order on semi-axis. AMEA-nın Xəbərləri, fizika-texnika və riyaziyyat elmləri seriyası, XXXVI, №4, Bakı- 2016, “Elm” s.47-54.

10. Abdullayeva N.S. Asymptotic formula weichted trace of the operator-differential equation higher order on semi-axis. Journal of Qafqaz University, Mathematics and computer science, vol. 4, № 1, 2016, p. 101-108.

11. Hamidulla I. Aslanov and Novrasta S.Abdullayeva. On asimptotic behavior of eigenvalues and eigenfunctions of a Sturm-Liouville type boundary value problem with retarted arqument. Proseedings of IMM of the NAS of Azerbaijan, vol.42, № 2, 2016, p.230-249.

12. Gamidulla Aslanov, Novrasta Abdullayeva. Investication of the Green function and Discreteness of spectrum of higher order operator-differential equations on semi-axis. International Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2017; 4(6), p. 52-58.

13. Асланов Г.И., Байрамова Н.С. О резольвенте операторного уравнения высокого порядка на конечном отрезке. AMEA-nın müxbir üzvü, prof. Qoşqar Əhmədovun 100 illiyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika Elmi konfransının Materialları. 02-03 noyabr, Bakı-2017, s. 148-150.

14. Асланов Г.И., Абдуллаева Н.С. О резольвенте операторного уравнения высокого порядка на конечном отрезке. Lənkəran Dövlət Universitetinin Xəbərləri, Təbiət elmləri seriyası, 2017, №2 s. 53-63.

НОВРАСТА СИДКАЛИ кызы БАЙРАМОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ ГРИНА, АСИМПТОТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И ВЗВЕШЕННОГО СЛЕДА НЕКОТОРЫХ ОПЕРАТОРНО- ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

РЕЗЮМЕ

В диссертации построена функция Грина операторно-дифференциального уравнения высокого порядка на полуоси и исследованы его основные свойства, доказана дискретность спектра. Получена асимптотическая формула для функции распределения собственных значений, вычислен взвешенный след для одного класса операторно – дифференциальных уравнений высокого порядка на полуоси. Исследована резольвента операторно – дифференциального уравнения высокого порядка на конечном отрезке. Исследованы спектр и асимптотика собственных значений и собственных функций уравнения типа Штурма – Лиувилля с запаздывающим аргументом, когда спектральный параметр входит в граничное условие.

В диссертации получены следующие основные результаты:

- построены и изучены основные свойства функции Грина операторно – дифференциального уравнения высокого порядка на полуоси;
- доказана дискретность спектра операторно-дифференциального уравнения высокого порядка на полуоси;
- доказана асимптотическая формула для числа собственных значений одного класса операторно-дифференциального уравнения высокого порядка на полуоси;
- получена асимптотическая формула для взвешенного следа операторного уравнения высокого порядка на полуоси;
- доказана принадлежность некоторым классам σ_p резольвенты операторно-дифференциального уравнения высокого порядка на конечном отрезке;
- исследован спектр и асимптотика собственных значений и собственных функций уравнения типа Штурма – Лиувилля с запаздывающим аргументом, когда спектральный параметр входит в граничное условие.

NOVRASTA SIDKALI BAYRAMOVA

INVESTIQATION OF GREEN FUNCTION, ASIMPTOTIC BEHAVIOR OF EIGENVALUES AND WEIGHT TRACE OF SOME HIGHER ORDER OPERATOR-DIFFERENTIAL EQUATION IN HILBERT SPACE

ABSTRACT

In the dissertation work, the Green function of a higher order operator-differential equation on the semi axis is constructed, its main properties are studied. Discreteness of the spectrum is proved. Asimptotic formula for the function of distribution of eigenvalues is obtained, the weighed trace for a class of higher order operator-differential equation on the semi axis is calculated. The resolvent of a higher order operator-differential equation on the finite seqment is studied. The spectrum and asimptotics of eigenvalues and eigen-function of Strum-Liouville type equation with a delay arqument, when the spectral parameter enters into the boundary condition, are studied.

In the dissertation, the following main results are obtained:

- The Green function of a higher order operator-differential equation on the semi axis is constructed, its main properties are studied;
- Discreteness of the spectrum of a higher order operator-differential equation on a semi-axis, is proved;
- Asimptotic formula for the number of eigen values of a class of higher order operator-differential operator on the semi axis, is proved;
- Asimptotiuc formula for the weighted trace of a higher order operator equation on the semi axis, is obstaine;
- Belonging of the resolvent to some class σ_p of higher order operator-differential equation on the finite seqment, is proved;
- Spectrum and asimptotics of eigen values and eigen function of Strum-Liouville type equation with a delay arqument when a spectral parameter enters into the boundary conditions, is studied.