AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
İDARƏETMƏ SİSTEMLƏRİ İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

GÜNAY ƏLƏKBƏR qızı HÜSEYNZADƏ

DİSKRET-KƏSİLMƏZ OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏLƏRİNDƏ OPTİMALLIQ ŞƏRTLƏRİ

1203.01 − Kompüter elmləri

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı - 2018

İş AMEA-nın İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun "Mürəkkəb dinamik sistemlərdə idarəetmə" laboratoriyasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Kamil B. Mənsimov**

Rəsmi opponentlər:
- riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Vaqif M.Abdullayev**
- riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent **Taleh V. Şirinov**

Aparıcı təşkilat:
Sumqayıt Dövlət Universitetinin "Diferensial tənliklər və optimallaşdırma" kafedrası

Müdafiə 26 oktyabr 2018-ci il, saat 15^{00}-da Azərbaycan MEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdindəki D 01.121 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: Az1141. Bakı ş. B. Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya işi ilə AMEA-nın İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat 25 sentyabr 2018-ci ildə göndərilmişdir.

Dissertasiya Şurasının elmi katibi,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent **Ə.B. Paşayev**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Optimal idarəetmənin riyazi nəzəriyyəsi XX əsrin ikinci yarısında çox böyük inkişaf yolu keçmişdir.

Optimal idarəetmə məsələlərinin tədqiqinə həsr olunmuş ilk işlər L.S. Pontryaginin, V.Q. Boltyanskinin, R.V. Qamkrelidzenin, E.F.Mişşenkonun və R. Bellmanın işləridir.

Sonralar bu sahənin inkişafına mühüm töhfəni L.T. Aşepkov, V.Q. Boltyanski, A.S.Buldayev, C. Varqa, O.V. Vasilyev, R.F. Qabasov, İ.V. Qayşun, R.V. Qamkrelidze, V.V. Qoroxovik, V.İ. Qurman, V.F. Demyanov, A.Y. Dubovitski, M.P. Dımkov, A.İ. Yeqorov, A.D. İoffe, F.M. Kirillova, V.F. Krotov, J.L. Lions, A.S. Matveev, A.A. Milyutin, B.Ş. Morduxoviç, V.İ. Plotnikov, A.İ. Propoy, B.N. Pşeniçni, L.İ. Rozonoer, A.M. Rubinov, V.A. Sroçko, V.İ. Sumin, M.İ. Sumin, T.A. Tadumadze, V.M. Tixomirov, Q.L. Xaratişvili, V.A. Yakuboviç və başqaları vermişlər.

Toplanmış və paylanmış parametrli optimal idarəetmə məsələlərinin tədqiqində mühüm nəticələr Azərbaycan alimlərindən K.R. Ayda-zadə, F.Ə. Əliyev, S.S. Haxıyev, Q.T. Əhmədov, K.Q. Həsənov, A.D. İsgəndərov, H.F. Quliyev, K.B. Mənsimov, M.C. Mərdanov, T.Q. Məlikov, A.A. Niftiyev, M.A. Sadıqov, R.Q. Tağıyev, F.G. Feyziyev, Y.A. Şərifov, M.H. Yaqubov, Q.Y. Yaqubov və başqaları tərəfindən alınmışdır.

Bu sadalanan və başqa alimlərin işlərində diferensial və fərq tənlikləri ilə təsvir olunan müxtılif sinif optimal idarəetmə məsələlərində optimallıq üçün zəruri və kafi şərtlər nəzəriyyəsinin əsasları işlənmiş, optimal idarənin varlığı teoremləri isbat edilmişdir.

Son illər optimal idarəetmə nəzəriyyəsində mürəkkəb strukturlu idarəetmə modellərinə daimi maraq müşahidə olunur. Müxtəlif işlərdə bu sistemlər müxtəlif adlarla verilir (dəyişən strukturlu sistemlər, hibrid sistemlər, diskret-kəsilməz sistemlər və sair). Diskret-kəsilməz optimal idarəetmə məsələləri, (zamana görə strukturu dəyişən məsələlər) bir çox proseslərin təsviri üçün çox əlverişli modeldir. Bu tipli proseslər kimya sənayesində, robotların dinamikasının öyrənilməsində, bioloji proseslərin inkişafı məsələlərində meydana çıxır. Bu tipli modellər həmçinin bəzi sənaye proseslərinin riyazi modelləşdirilməsi zamanı da əmələ gəlir.

Çoxboşqablı rektifikasiya kolonkasında çoxkomponentli qarışıqların rektifikasiyası prosesi də diskret-kəsilməz sistemlərlə təsvir olunurlar.

Nəzəri və praktiki nöqteyi nəzərdən hesab edirik ki, diskret-kəsilməz optimal idarəetmə məsələlərinin tədqiqi çox aktualdır.

Qeyd edək ki, diskret-kəsilməz sistemlər və onlar üçün optimal idarəetmə məsələlərinin bəzi aspektləri Q.S. Georgiyevin, İ.P. Dimitrovun, İ.V. Rasinanın, E. Roqersin, K. Qalkovskinin, M.P. Dımkovun, İ.V. Qayşunun, T.Kaçzorekin və başqalarının işlərində öyrənilmişdir. Lakin kəsilməz-diskret optimal idarəetmə məsələlərində optimallıq şərtləri nəzəriyyəsi hələ çox az işlənilmişdir.

Bütün bunları nəzərə alaraq dissertasiya işi diskret-kəsilməz optimal idarəetmə məsələlərinin tədqiqinə həsr olunmuşdur.

İşin məqsədi diferensial-rekurrent tənliklər sistemi ilə təsvir olunan bəzi diskret-kəsilməz optimal idarəetmə məsələlərində optimallıq üçün birinci və ikinci tərtib zəruri şərtlər almaq və məxsusi idarələri tədqiq etməkdir.

Tədqiqat üsulları: İşdə diferensial və fərq tənlikləri nəzəriyyəsi, variasiya hesabı, optimal idarəetmə nəzəriyyəsi üsullarından istifadə edilmiş, baxılan məsələlər üçün artım üsulu və məxsusi idarələrin tədqiqi üsulları təkmiləşdirilmişdir.

Elmi yenilik. Dissertasiyada xətti diferensial-rekurrent tənliklər sisteminin həllinin göstərilişi alınmışdır. Xətti keyfiyyət meyarlı xətti optimal idarəetmə məsələsində optimallıq üçün Pontryaginin maksimum prinsipi formasında zəruri və kafi şərt isbat edilmişdir.

Qeyri-xətti optimal idarəetmə məsələsində optimallıq üçün birinci tərtib zəruri şərtlər (Pontryaginin maksimum prinsipinin, xəttiləşdirilmiş maksimum şərtinin, Eyler tənliyinin analoqları) alınmış və onların cırlaşdığı hallar (məxsusi hallar) tədqiq edilmişdir. Məxsusi idarələrin optimallığı üçün zəruri şərtlər alınmışdır.

İdarə oblastı açıq olan halda optimallıq üçün ikinci tərtib zəruri şərtlər isbat edilmişdir.

Müxtəlif funksional məhdudiyyətlər olan halda optimallıq üçün zəruri şərtlər tapılmışdır.

Dissertasiya işinin müdafiəyə çıxarılan əsas nəticələri aşağıdakılardır:

– Xətti, bircins olmayan diferensial-rekurrent tənliklər sisteminin həllinin göstərilişi (Koşi düsturunun analoqu);

– Xətti keyfiyyət meyarlı xətti optimal idarəetmə məsələsində optimallıq üçün zəruri və kafi şərt;

– Optimallıq üçün birinci tərtib zəruri şərtlər (Pontryaginin maksium prinsipi, xəttiləşdirilmiş maksium şərti, Eyler tənliyi tipli);

– Optimallıq üçün istiqamət üzrə törəmə terminində zəruri şərt;

– Pontryaginin maksium prinsipi mənada məxsusi idarələrin optimallığı üçün zəruri şərtlər;

– Kvaziməxsusi idarələrin optimallığı üçün zəruri şərtlər;

– İdarə oblastı açıq olduqda optimallıq üçün ikinci tərtib zəruri şərtlər;

– Sistemin vəziyyətinə funksional məhdudiyyətlər olduqda optimallıq üçün birinci və ikinci tərtib zəruri şərtlər.

İşin nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınan nəticələr diferensial-rekurrent tənliklər sistemi ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələlərində zəruri şərtlər nəzəriyyəsini inkişaf etdirirlər. İşdə alınan optimallıq şərtləri optimal idarə haqqında informasiya verir və bəzi hallarda onu təyin etməyə (xətti halda) imkan verir və yaxud təqribi həlli qurmaq üçün alqoritmi əsaslandırmağa imkan verir.

İşin nəticələrindən meydana çıxan konkret məsələlərdə optimal rejimi öyrənmək üçün istifadə oluna bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyanın əsas nəticələri AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun "Mürəkkəb dinamik sistemlərdə idarəetmə" laboratoriyasının, BDU-nun "Riyazi kibernetika" kafedrasının seminarlarında müzakirə edilmiş, Beynəlxalq "Dinamik sistemlər: dayanıqlıq, idarəetmə, optimallaşdırma" konfransında (Minsk, 2012), "Riyaziyyatın nəzəri və praktiki problemləri" beynəlxalq elmi konfransında (Sumqayıt, 2017), AMEA "Riyaziyyat və mexanika" İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2014), Azərbaycan-Türkiyə-Ukrayna riyaziyyatçılarının beynəlxalq elmi konfransında (Bakı, 2015), The third International Conference "Problems of Cybernetics and Informatics" beynəlxalq elmi konfransında (Bakı, 2010), The 5th Intern. Conf. on Control and Optim. with Industr. appl. (COIA) beynəlxalq elmi konfransında (Bakı, 2015) məruzə edilmişdir.

Çap olunan elmi əsərlər və müəllifin şəxsi rolu. Dissertasiyanın nəticələri əsasında 11 iş çap olunmuşdur. Dissertasiyanın əsas nəticələri dissertant tərəfindən şəxsən alınmışdır. Müəllifin elmi rəhbəri ilə birlikdə çap etdirdiyi məqalələrdə məsələlərin qoyuluşu və alınmış nəticələrin müzakirəsində elmi rəhbər K.B. Mənsimov iştirak etmişdir. Alınmış nəticələr isə dissertanta məxsusdur.

İşin həcmi və strukturu. Dissertasiya işi şərti işarələr siyahısı, giriş, üç fəsil, nəticə və 139 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiyanın həcmi 153 səhifədən ibarətdir.

DİSSERTASİYA İŞİNİN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya işinin mövzusunun aktuallığı əsaslandırılır, işə yaxın olan tədqiqatların qısa icmalı verilir və alınmış nəticələr şərh olunur.

Dissertasiya işinin birinci fəsli dörd bölmədən ibarətdir.

Birinci bölmədə xətti bircins olmayan diferensial-rekurrent tənlik üçün qoyulmuş aşağıdakı məsələyə baxılır:

$$\dot{x}(t,k) = A(t,k)x(t,k) + B(t,k)x(t,k-1) + f(t,k),$$
$$(t,k) \in D = \{(t,k) : t_0 \le t \le t_1,\ 1 \le k \le N\}, \quad (1)$$

$$x(t,0) = g(t), \quad t \in [t_0, t_1] = T,$$
$$x(t_0,k) = h(k), \quad 1 \le k \le N. \quad (2)$$

Burada $A(t,k)$, $B(t,k)$ − verilmiş, t-yə görə hər bir k $(1 \le k \le N)$ üçün kəsilməz $(n \times n)$ ölçülü matris funksiyalar, $f(t,k)$ − verilmiş, hər bir k $(1 \le k \le n)$ üçün t-yə görə kəsilməz n- ölçülü vektor-funksiya, t_0, t_1 $(t_0 < t_1)$ – verilmiş ədədlər, $g(t)$ − verilmiş n- ölçülü kəsilməz vektor-funksiya, $h(k)$ – verilmiş n- ölçülü diskret vektor-funksiyadır.

Tutaq ki, $F(t,k;\tau,s)$ $(n \times n)$ ölçülü matris-funksiya olub

$$F_\tau(t,k;\tau,s) = -F(t,k;\tau,s)A(\tau,s) - F(t,k;\tau,s+1)B(\tau,s+1),$$
$$1 \le s \le k-1, \quad (3)$$

$$F_\tau(t,k;\tau,k) = -F(t,k;\tau,k)A(\tau,k),$$
$$F(t,k;t,s) = 0, \quad 1 \le s \le k-1, \quad (4)$$
$$F(t,k;t,k) = E,$$
(E – $(n \times n)$ vahid matris)

məsələsinin həllidir.

Teorem 1. Qoyulmuş (1)-(2) məsələsinin həlli

$$x(t,k)=\sum_{s=1}^{k}\int_{t_0}^{t}F(t,k;\,\tau,s)f(\tau,s)d\tau+\sum_{s=1}^{k}F(t,k;\,t_0,s)h(s)+$$
$$+\int_{t_0}^{t}F(t,k;\,\tau,1)B(\tau,1)g(\tau)d\tau \qquad (5)$$

şəklindədir.

Sonralar bu nəticədən optimallıq üçün zəruri şərtlər alarkən istifadə olunmuşdur.

Birinci fəslin ikinci bölməsində

$$S(u)=c'x(t_1,N) \qquad (6)$$

funksionalının

$$u(t,k)\in U\subset R^r,$$
$$(t,k)\in D=\{(t,k):t\in T,\ 1\le k\le N\}, \qquad (7)$$
$$\dot{x}(t,k)=A(t,k)x(t,k)+B(t,k)x(t,k-1)+f(t,k,u(t,k)), \qquad (8)$$
$$x(t,0)=g(t),\quad t\in T, \qquad (9)$$
$$x(t_0,k)=h(k),\quad 1\le k\le N$$

şərtləri daxilində minimumunun tapılması məsələsinə baxılır.

Burada $A(t,k)$, $B(t,k)$ − t-yə görə hər bir k $(1\le k\le N)$ üçün kəsilməz, verilmiş $(n\times n)$ ölçülü matris funksiya, $h(k)$ $-n$-ölçülü verilmiş diskret vektor-funksiya, $g(t)$ − T-də kəsilməz n-ölçülü verilmiş vektor-funksiya, $f(t,k,u)$ − $T\times R^r$-da hər bir k $(1\le k\le N)$ üçün (t,u)-ya görə kəsilməz vektor-funksiya, c – verilmiş sabit vektor, U – verilmiş boş olmayan və məhdud çoxluq, $u(t,k)$ – r- ölçülü hər bir k $(1\le k\le N)$ üçün t-yə nəzərən hissə-hissə kəsilməz (sonlu sayda birinci növ kəsilmə nöqtələrinə malik) vektor-funksiyadır (mümkün idarə).

Bu (8)-(9) məsələsinin $u(t,k)$ mümkün idarəsinə uyğun həlli dedikdə elə $x(t,k)$ vektor-funksiyası başa düşülür ki, o, hər bir k

$(1 \le k \le N)$ üçün t-yə görə kəsilməz olub hissə-hissə kəsilməz törəməyə malikdir və (8)-(9) münasibətlərini ödəyir. Beləliklə, (8)-(9) məsələsinin $x(t,k)$ həlli hər bir k $(1 \le k \le N)$ üçün t-yə nəzərən hissə-hissə hamar vektor-funksiyadır.

İndi $u(t,k)$-nı qeyd olunmuş mümkün idarə hesab edərək $H(t,k,u,\psi) = \psi' f(t,k,u)$ Pontryagin funksiyasını daxil edək.

Burada $\psi = \psi(t,k)$

$$\dot{\psi}(t,k) = -A'(t,k)\psi(t,k) - B'(t,k+1)\psi(t,k+1), \quad 1 \le k \le N-1, \tag{10}$$
$$\dot{\psi}(t,N) = -A'(t,N)\psi(t,N),$$
$$\psi(t_1,N) = -c\,, \quad \psi(t_1,k) = 0, \quad 1 \le k \le N \tag{11}$$

qoşma məsələsinin həllidir.

Teorem 2. Baxılan (6)-(9) məsələsində $u(t,k)$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri və kafi şərt

$$\max_{v \in U} H(\theta,m,v,\psi(\theta,m)) = H(\theta,m,u(\theta,m),\psi(\theta,m)) \tag{12}$$

münasibətinin ixtiyari m $(1 \le m \le N)$, $\theta \in [t_0,t_1)$ üçün ödənməsidir.

Burada və sonralar $\theta \in [t_0,t_1)$ $u(t,k)$ idarəsinin t-yə görə ixtiyari kəsilməzlik nöqtəsidir.

Üçüncü bölmədə

$$S(u) = \sum_{k=1}^{N} \varphi(k, x(t_1,k)) \tag{13}$$

funksionalının (7)-(9) şərtləri daxilində minimumunun tapılması məsələsinə baxılır.

Burada $\varphi(k,x)$ verilmiş və hər bir k $(1 \le k \le N)$ üçün x-ə görə iki dəfə kəsilməz diferensiallanan skalyar funksiyadır.

Tutaq ki, $(u(t,k), x(t,k))$ qeyd olunmuş mümkün idarədir, $\psi(t,k)$ ilə

$$\dot{\psi}(t,k) = -A'(t,k)\psi(t,k) - B'(t,k+1)\psi(t,k+1), \qquad (14)$$
$$\dot{\psi}(t,N) = -A'(t,N),$$
$$\psi(t_1,k) = -\varphi'_x(k, x(t_1,k)), \quad 1 \le k \le N \qquad (15)$$

qoşma məsələsinin həllini işarə edək və $H(t,k,u,\psi) = \psi' f(t,k,u)$ Hamilton-Pontryagin funksiyasını daxil edək.

Baxılan məsələdə (13) funksionalı üçün ikinci tərtib artım düsturu qurulmuş, onun köməyi ilə müxtəlif hamarlıq şərtləri daxilində optimallıq üçün zəruri şərtlər alınmış və məxsusi hal tədqiq olunmuşdur.

Teorem 3. Əgər

$$f(t,k,U) = \{\alpha : \alpha = f(t,k,v), \ v \in U\} \qquad (16)$$

çoxluğu hər bir t və k üçün qabarıqdırsa, onda $u(t,k)$ mümkün idarəsinin (7)-(9), (13) məsələsində optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$\sum_{k=1}^{N} \int_{t_0}^{t_1} \left[H(t,k,v(t,k),\psi(t,k)) - H(t,k,u(t,k),\psi(t,k)) \right] dt \le 0 \qquad (17)$$

bərabərsizliyinin ixtiyari $v(t,k) \in U$, $t \in T$, $k = \overline{1,N}$ üçün ödənməsidir.

Daha sonra bu teoremdən alınan bir nəticə verilmişdir.

Tərif 1. Əgər hər bir $v(t,k) \in U$, $t \in T$, $k = \overline{1,N}$ üçün

$$\sum_{k=1}^{N} \int_{t_0}^{t_1} \left[H(t,k,v(t,k),\psi(t,k)) - H(t,k,u(t,k),\psi(t,k)) \right] dt = 0 \qquad (18)$$

bərabərliyi ödənərsə, onda $u(t,k)$ mümkün idarəsinə baxılan məsələdə Pontryaginin maksimum prinsipi mənada məxsusi idarə deyəcəyik.

$$K(\tau,\xi,\alpha,\beta) = -\sum_{k=max(\alpha,\beta)}^{N} F'(t_1,k;\,\tau,\alpha) \frac{\partial^2 \varphi(k, x(t_1,k))}{\partial x^2} F(t_1,k;\,\xi,\beta)$$

işarələməsini daxil edək.

Məxsusi halda aşağıdakı hökm isbat olunmuşdur.

Teorem 4. Tutaq ki, (16) çoxluğu qabarıqdır. Onda Pontryaginin maksimum prinsipi mənada məxsusi $u(t,k)$ idarəsinin (7)-(9), (13) məsələsində optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$\int_{t_0}^{t_1}\int_{t_0}^{t_1}\sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N}\left[f(\tau,\alpha,v(\tau,\alpha))-f(\tau,\alpha,u(\tau,\alpha))\right]' K(\tau,\xi,\alpha,\beta)\times$$
$$\times\left[f(\xi,\beta,v(\xi,\beta))-f(\xi,\beta,u(\xi,\beta))\right]d\tau\, d\xi \le 0$$

bərabərsizliyinin ixtiyari $v(t,k)\in U$, $t\in T$, $k=\overline{1,N}$ üçün ödənməsidir.

Birinci fəslin dördüncü bölməsində

$$\dot{x}(t,k)=f(t,k,x(t,k),x(t,k-1),u(t,k)),$$
$$(t,k)\in D=\{(t,k): t\in T=[t_0,t_1],\ 1\le k\le N\}, \tag{19}$$
$$x(t_0,k)=h(k),\quad 1\le k\le N,$$
$$x(t,0)=g(t),\quad t\in T, \tag{20}$$
$$u(t,k)\in U,\quad (t,k)\in D, \tag{21}$$
$$S(u)=\Phi(x(t_1,N))\to min \tag{22}$$

məsələsinə baxılır.

Burada U – verilmiş, boş olmayan məhdud çoxluq, $u(t,k)$ – r-ölçülü t-yə görə hissə-hissə kəsilməz (sonlu sayda birinci növ kəsilmə nöqtəsinə malik) idarəedici vektor-funksiya, $f(t,k,x,y,u)$ − verilmiş, n-ölçülü arqumentlərinin küllüsünə nəzərən (x,y)-ə görə törəmələri ilə birlikdə kəsilməz vektor-funksiya, $h(k)$ – verilmiş, n-ölçülü diskret vektor-funksiya, $g(t)$ − verilmiş, n- ölçülü kəsilməz vektor-funksiya, $\Phi(x)$ – verilmiş skalyar funksiya olub Lipşis şərtini ödəyir və ixtiyari istiqamətə görə törəməyə malikdir.

Baxılan məsələdə istiqamət üzrə törəmə terminində optimallıq üçün zəruri şərt tapılmışdır.

Dissertasiya işinin ikinci fəsli dörd bölmədən ibarətdir.

Birinci bölmədə

$$S(u)=\sum_{k=1}^{N}\varphi(k,x(t_1,k)), \tag{23}$$

funksionalının

$$u(t,k)\in U\subset R^r,\quad t\in T=[t_0,t_1],\quad 1\le k\le N, \tag{24}$$

$$\dot{x}(t,k)=f(t,k,x(k,t),x(k-1,t),u(t,k)), \tag{25}$$

$$x(t_0,k)=h(k),\quad 1\le k\le N,$$

$$x(t,0)=g(t),\quad t\in T \tag{26}$$

şərtləri daxilində minimumunun tapılması məsələsinə baxılır.

Burada $f(t,k,x,y,u)$ – verilmiş n-ölçülü vektor-funksiya olub arqumentlərinin küllüsünə nəzərən (x,y)-ə nəzərən xüsusi törəmələri ilə birlikdə kəsilməzdir, t_0, t_1 – verilmiş ədədlər, $h(k)$ – verilmiş n-ölçülü diskret vektor-funksiya, $g(t)$ – verilmiş n-ölçülü kəsilməz vektor-funksiya, N – verilmiş natural ədəd, $\varphi(k,x)$ – arqumentlərinin küllüsünə nəzərən x-ə görə xüsusi törəmələri ilə birlikdə kəsilməz skalyar funksiya, $u(t,k)$ isə r-ölçülü idarəedici vektor-funksiya olub, hər bir k $(1\le k\le N)$ üçün t-yə görə hissə-hissə kəsilməzdir, U – verilmiş boş olmayan məhdud çoxluqdur.

Belə idarəedici vektor-funksiyaya mümkün idarə deyəcəyik.

Fərz olunur ki, hər bir mümkün $u(t,k)$ idarəsinə (25)-(26) məsələsinin hər k üçün t-yə görə hissə-hissə hamar yeganə $x(t,k)$ həlli uyğundur.

Tutaq ki, $(u(t,k),x(t,k))$ qeyd olunmuş mümkün proses, $H(t,k,x,y,u,\psi)=\psi' f(t,k,x,y,u)$ Hamilton-Pontryagin funksiyası, $\psi=\psi(t,k)$ isə

$$\dot{\psi}(t,k)=-H_x(t,k)-H_y(t,k+1),\qquad 1\le k\le N-1, \tag{27}$$

$$\dot{\psi}(t,N) = -H_x(t,N),$$
$$\psi(t_1,k) = -\varphi_x(k, x(t_1,k)), \qquad 1 \le k \le N \tag{28}$$

məsələsinin həllidir.

Burada və sonralar

$$H_x(t,k) \equiv H_x(t,k,x(t,k),x(t,k-1),u(t,k),\psi(t,k)),$$
$$H_y(t,k) \equiv H_y(t,k,x(t,k),x(t,k-1),u(t,k),\psi(t,k)),$$
$$\Delta_{\bar{u}(t,k)}H_x(t,k) \equiv H_x(t,k,x(t,k),x(t,k-1),\bar{u}(t,k),\psi(t,k)) -$$
$$- H_x(t,k,x(t,k),x(t,k-1),u(t,k),\psi(t,k)),$$
$$f_x(t,k) \equiv f_x(t,k,x(t,k),x(t,k-1),u(t,k)),$$
$$f_y(t,k) \equiv f_y(t,k,x(t,k),x(t,k-1),u(t,k))$$

tipli işarələmələrdən istifadə olunur.

Teorem 5. Baxılan (23)-(26) optimal idarəetmə məsələsində $u(t,k)$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$\sum_{k=1}^{N} \Delta_{v(k)} H(\theta, k) \le 0 \tag{29}$$

bərabərsizliyinin ixtiyari $v(k) \in U$, $1 \le k \le N$, $\theta \in [t_0, t_1)$ üçün ödənməsidir.

Bu bərabərsizlik baxılan məsələ üçün Pontryaginin maksimum şərtinin analoqudur.

Daha sonra, idarə oblastının qabarıq və açıq olduğu hallar öyrənilmiş və xəttiləşdirilmiş maksimum şərti və Eyler tənliyinin analoqu formasında zəruri şərtlər isbat olunmuşdur.

Teorem 6. (Xəttiləşdirilmiş maksimum prinsipi) Tutaq ki, U çoxluğu qabarıq, $f(t,k,x,y,u)$ vektor-funksiyası isə arqumentlərinin küllüsünə nəzərən (x,y,u)-ya görə törəmələri ilə birlikdə kəsilməzdir. Onda $u(t,k)$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$\int_{t_0}^{t_1}\sum_{k=1}^{N} H_u'(t,k)\big(v(t,k)-u(t,k)\big)dt \le 0 \tag{30}$$

bərabərsizliyinin ixtiyari, $v(t,k) \in U$, $t \in [t_0, t_1)$, $1 \le k \le N$ üçün ödənməsidir.

Teorem 7. (Eyler tənliyinin analoqu) Əgər U çoxluğu açıqdırsa, onda $u(t,k)$ mümkün idarəsinin (23)-(26) məsələsində optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$H_u(\theta, m) = 0 \tag{31}$$

münasibətinin ixtiyari $\theta \in [t_0, t_1)$ və m $(1 \le m \le N)$ üçün ödənməsidir.

İkinci bölmədə

$$\dot{x}(t,k) = A(k,t)x(t,k-1) + g(t,k,x(t,k),u(t,k)), \tag{32}$$

$$(t,k) \in D = \{(t,k): t_0 \le t \le t_1;\ 1 \le k \le N\},$$

$$x(t_0,k) = h(k), \quad 1 \le k \le N,$$

$$x(t,0) = e(t), \quad t \in T = [t_0, t_1], \tag{33}$$

$$u(t,k) \in U \subset R^r, \quad (t,k) \in D, \tag{34}$$

$$S(u) = \varphi(x(t_1, N)) \to \min \tag{35}$$

şəklində terminal optimal idarəetmə məsələsinə baxılır.

Burada k – natural ədəd, $A(k,t)$ – verilmiş, hər bir k $(1 \le k \le N)$ üçün t-yə görə kəsilməz $(n \times n)$ ölçülü matris funksiya, $g(t,k,x,u)$ − hər bir k üçün (t,x,u)-ya nəzərən x-ə görə ikinci tərtib törəmələri ilə birlikdə kəsilməz n-ölçülü vektor-funksiya, N – verilmiş natural ədəd, $h(k)$ – verilmiş, n-ölçülü diskret vektor-funksiya, $e(t)$ − verilmiş, n-ölçülü kəsilməz vektor-funksiya, $u(t,k)$ – r-ölçülü hər bir k $(1 \le k \le N)$ üçün t-yə nəzərən hissə-hissə kəsilməz (sonlu sayda birinci növ kəsilmə nöqtəsinə malik) idarəedici vektor-funksiya, U – verilmiş, boş olmayan və məhdud çoxluqdur.

Tutaq ki, $\left(u(t,k),\ x(t,k)\right)$ qeyd olunmuş mümkün prosesdir.

$$H(t,k,x,u,\psi)=\psi'\,g(t,k,x,u)$$

şəklində Pontryagin funksiyasını daxil edək və fərz edək ki, $\psi=\psi(t,k)$

$$\dot{\psi}(t,k)=-A'(t,k+1)\psi(t,k+1)-H_x(t,x), \tag{36}$$

$$\dot{\psi}(t,N)=-H_x(t,N),$$

$$\psi(t_1,N)=-\varphi_x(x(t_1,N)),\quad \psi(t_1,k)=0,\quad 1\le k\le N-1 \tag{37}$$

qoşma məsələsinin həllidir.

Əvvəlcə funksionalın $\bar{u}(t,k)=u(t,k)+\Delta u(t,k)$ və $u(t,k)$ mümkün idarələrinə cavab verən və konstruktiv xarakter daşıyan

$$\begin{aligned}\Delta S(u)&=-\sum_{k=1}^{N}\int_{t_0}^{t_1}\Delta_{\bar{u}(t,k)}H(t,k)\,dt-\\&-\sum_{k=1}^{N}\int_{t_0}^{t_1}\left[\sum_{s=k}^{N}\int_{t}^{t_1}\Delta_{\bar{u}(t,s)}H'_x(t,s)F(\tau,s;t,k)\,d\tau\right]\Delta_{\bar{u}(t,k)}g(t,k)\,dt-\\&-\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N}\int_{t_0}^{t_1}\int_{t_0}^{t_1}\Delta_{\bar{u}(\tau,s)}g'(\tau,s)M(\tau,s,\alpha,\beta)\Delta_{\bar{u}(\alpha,\beta)}g(\alpha,\beta)\,d\alpha\,d\tau+\eta(\Delta u)\end{aligned} \tag{38}$$

şəklində artım düsturu qurulmuşdur.

Burada $\eta(\Delta u)-$ artım düsturunun qalıq həddi, $M(\tau,s;\ \alpha,\beta)$

$$\begin{aligned}M(\tau,s;\ \alpha,\beta)=&\sum_{k=max(s,\beta)}^{N}\ \int_{max(\tau,\alpha)}^{t_1}F'(t,k;\tau,s)H_{xx}(t,k)F(t,k;\alpha,\beta)\,dt-\\&-F'(t_1,N;\ \tau,s)\varphi_{xx}(x(t_1,N))F(t_1,N;\ \alpha,\beta)\end{aligned} \tag{39}$$

düsturu ilə təyin olunan matris funksiya, $F(t,k;\tau,s)$ isə $(n\times n)$ ölçülü matris funksiya olub

$$F_\tau(t,k;\,\tau,s) = -F(t,k;\,\tau,s)g_x(\tau,s) - F(t,k;\,\tau,s+1)A(\tau,s+1),$$
$$1 \le s \le k-1,$$
$$F_\tau(t,k;\,\tau,k) = -F(t,k;\,\tau,k)g_x(\tau,k),$$
$$F(t,k;\,t,s) = 0, \quad 1 \le s \le k-1;$$
$$F(t,k;\,t,k) = E$$

məsələsinin həllidir.

Qurulan artım düsturunun əsas xüsusiyyətlərindən biri də ondan ibarətdir ki, o, həm Pontryaginin maksimum prinsipi forasında zəruri şərt almağa imkan verir, həm də onun vasitəsi ilə bu zəruri şərtin cırlaşdığı halı öyrənmək mümkündür.

Göstərilmişdir ki, $(u(t,k),\,x(t,k))$ optimal prosesi boyunca ixtiyari $\theta \in [t_0,t_1)$, $v(k) \in U$, $k = \overline{1,N}$ üçün

$$\sum_{k=1}^{N} \Delta_{v(k)} H(\theta,k) \le 0. \tag{40}$$

Daha sonra (40) zəruri şərtinin cırlaşdığı hal tədqiq edilmişdir.

Tərif 2. Əgər ixtiyari $v(k) \in U$, $1 \le k \le N$, $\theta \in [t_0,t_1)$ üçün

$$\sum_{k=1}^{N} \Delta_{v(k)} H(\theta,k) = 0 \tag{41}$$

münasibəti ödənərsə, onda $u(t,k)$ mümkün idarəsinə (32)-(35) məsələsində Pontryaginin maksimum prinsipi mənada məxsusi idarə deyəcəyik.

Məxsusi idarənin optimallığı üçün aşağıdakı hökm isbat edilmişdir.

Teorem 8. Baxılan (32)-(35) məsələsində Pontryaginin maksimum prinsipi mənada məxsusi $u(t,k)$ idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$\sum_{s=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N}\Delta_{v(s)}g'(\theta,s)M(\theta,s;\,\theta,\beta)\Delta_{v(\beta)}g(\theta,\beta)+ \tag{42}$$

$$+\sum_{k=1}^{N}\sum_{s=k}^{N}\Delta_{v(s)}H_x'(\theta,s)F(\theta,s;\theta,k)\Delta_{v(k)}g(\theta,k)\le 0$$

bərabərsizliyinin ixtiyari $\theta\in[t_0,t_1)$, $v(k)\in U$, $1\le k\le N$ üçün ödənməsidir.

Üçüncü bölmədə (32)-(35) məsələsi U çoxluğunun qabarıqlığı, $g(t,k,x,u)$ vektor-funksiyasının isə (x,u)-ya görə ikinci tərtib kəsilməz törəməsi olması şərti daxilində tədqiq edilir.

Əvvəlcə xəttiləşdirilmiş maksimum formasında zəruri şərt isbat edilmiş, sonra isə onun cırlaşdığı hal öyrənilmişdir.

Tərif 3. Əgər ixtiyari $v(t,k)\in U$, $(t,k)\in D$ üçün

$$\sum_{k=1}^{N}\int_{t_0}^{t_1}H_u'(t,k)(v(t,k)-u(t,k))dt=0 \tag{43}$$

münasibəti ödənərsə, onda $u(t,k)$ mümkün idarəsinə (32)-(35) məsələsində kvazimәxsusi idarə deyəcəyik.

Üçüncü bölmədə ikinci bölmədə olduğu kimi keyfiyyət meyarının ikinci tərtib artım düsturu baxılan məsələnin xüsusiyyətləri nəzərə alınmaqla qurulmuş və onun köməyi ilə kvazimәxsusi idarənin optimallığı üçün müxtəlif zəruri şərtlər alınmışdır.

Teorem 9. Baxılan (32)-(35) məsələsində $u(t,k)$ kvazimәxsusi idarəsinin optimallığı üçün zəruri şərt

$$\sum_{s=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N}\int_{t_0}^{t_1}\int_{t_0}^{t_1}(v(\tau,s)-u(\tau,s))'\,g_u'(\tau,s)\,M(\tau,s,\alpha,\beta)g_u(\alpha,\beta)\times$$

$$\times(v(\alpha,\beta)-u(\alpha,\beta))d\tau\,d\alpha+$$

$$+2\sum_{k=1}^{N}\int_{t_0}^{t_1}\left[\int_{t}^{t_1}\sum_{s=k}^{N}(v(\tau,s)-u(\tau,s))' H_{ux}(\tau,s)F(\tau,s;t,k)d\tau\right]\times$$
$$\times g_u(t,k)(v(t,k)-u(t,k))dt+$$
$$+\sum_{k=1}^{N}\int_{t_0}^{t_1}(v(t,k)-u(t,k))' H_{uu}(t,k)(v(t,k)-u(t,k))dt\le 0 \qquad (44)$$

bərabərsizliyinin ixtiyari $v(t,k)\in U$, $(t,k)\in D$ üçün ödənməsidir.

İkinci fəslin axırıncı – dördüncü bölməsində (32)-(35) məsələsi U çoxluğunun açıq olması şərti daxilində öyrənilir.

Keyfiyyət meyarının birinci və ikinci variasiyası hesablanmış, onların köməyi ilə Eyler tənliyinin analoqu alınmış və optimallıq üçün ikinci tərtib zəruri şərt isbat olunmuşdur.

Dissertasiynın üçüncü fəsli iki bölmədən ibarətdir.

Birinci bölmədə bərabərsizlik tipli funksional məhdudiyyət olan hal öyrənilmiş və optimallıq üçün Pontryaginin maksimu prinsipi tipli zəruri şərt alınmışdır.

İkinci bölmədə idarə oblastının açıq olması şərti daxilində bərabərlik və bərabərsizlik tipli funksional məhdudiyyətlər olan halda optimallıq üçün birinci və ikinci tərtib zəruri şərtlər alınmışdır.

Sonda elmi rəhbərim professor K.B. Mənsimova faydalı məsləhətlərinə görə öz minnətdarlığımı bildirirəm.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işində diferensial-rekurrent tənliklər sistemi ilə təsvir olunan bəzi diskret-kəsilməz optimal idarəetmə məsələləri öyrənilmişdir. Pontryaginin maksimum prinsipi, xəttiləşdirilmiş maksimum şərti və Eyler tənliyi formasında optimallıq üçün zəruri şərtlər alınmışdır.Hamar olmayan keyfiyyət meyarı halında optimallıq üçün zıruri şərt isbat edilmişdir.

Pontryaginin maksimum prinsipi mənada məxsusi, kvaziməxsusi idarələrin optimallığı üçün zəruri şərtlər çıxarılmışdır. İdarə oblastı açıq olduqda optimallıq üçün ikinci tərtib zəruri şərtlər alınmışdır. Bir xüsusi halda optimallıq üçün Pontryaginin maksimum prinsipi şəklində optimallıq üçün zəruri və kafi şərt alınmışdır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Huseynzada G.A., Mansimov K.B. Necessary optimality conditions in one discretly-continuous control problem // The third International Conference "Problems of Cybernetics and Informatics". Vol. 3. September G-8. Baku. Azerbaijan 2010, pp. 88-89.
2. Гусейнзаде Г.А., Мансимов К.Б. Интегральное представление решений одной линейной дискретно-непрерывной системы и его приложения // Международная конференция «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация». Тезисы докладов. Минск, 2013, с. 111-113.
3. Гусейнзаде Г.А. Об одной линейной дискретно-непрерывной задаче управления // Изв. НАН Азербайджана. Сер. физ.-техн. и мат. наук. 2013, № 6, с. 72-77.
4. Гусейнзаде Г.А., Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности в одной дискретно-непрерывной задаче управления // Докл. НАН Азербайджана, 2013, № 2, с. 3-7.
5. Гусейнзаде Г.А., Мансимов К.Б. Об интегральном представлении решений одной линейной дискретно-непрерывной системы // Изв. НАН Азербайджана. Сер. физ.-техн. и мат. наук, 2013, № 6, с. 26-29.
6. Гусейнзаде Г.А., Мансимов К.Б. Об одной дискретно-непрерывной задаче управления // Докл. НАН Азербайджана. 2014, № 3, с. 35-38.
7. Гусейнзаде Г.А., Мансимов К.Б. Об оптимальности квазиособых управлений в одной дискретно-непрерывной задаче управления // Мат-лы международн. конф. посв. 55-летию ИМиМ НАН Азербайджана. Баку, 15-16 мая, 2014, с. 236-238.
8. Huseynzadeh G.A., Mansimov K.B. On a discretely-continuous control problem with functional constraints // Azerbaijan-Turkey-Ukrainan Infortational Conference Math. anal., differential equations their Appl. Abstracts. Baku, September 08-13, 2015, 72-73 p.
9. Гусейнзаде Г.А., Мансимов К.Б. К необходимым условиям оптимальности для одного класса дискретно-непрерывной задачи оптимального управления // Журнал «Математическое и компьютерное моделирования» (Киев). Сер. физ.-мат. наук. 2015, вып. 12, с. 56-68.

10. Huseynzadeh G.A. On a discretly-continuous control problem with functional constrained right end of trayectory // The 5th Intern. Conf. on Control and Optim. with Indust. appl. COIA, 2015, pp. 106-107.

11. Гусейнзаде Г.А., Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности в процессах, описываемые системой дифференциально-рекуррентных уравнений // Мат-лы межд. конф. «Теоретические и практические проблемы математики». Сумгаит, 2017, с. 212.

İddiaçının həmmüəllif olduğu elmi işlərdə şəxsi iştirakı:

İddiaçının həmmüəllif olduğu [1, 2, 4 – 9, 11] işlərində məsələlərin qoyuluşu elmi rəhbər K.B.Mənsimova məxsusdur. Alınmış bütün elmi nəticələr isə dissertanta məxsusdur.

ГЮНАЙ АЛЕКБЕР КЫЗЫ ГУСЕЙНЗАДЕ

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫХ ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

РЕЗЮМЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию задач оптимального управления описываемые дифференциально-рекуррентными уравнениями.

В рассматриваемых задачах получены различные необходимые условия оптимальности первого порядка в форме принципа максимума Понтрягина, линеаризованного принципа максимума, уравнения Эйлера. В линейном случае доказано необходимое и достаточное условия оптимальности.

Отдельно изучен случай негладкого функционала качества. Исследованы случаи вырождения (особый случай)полученных необходимых условий оптимальности первого порядка.

HUSEYNZADE GUNAY ALAKBAR

OPTIMALITY CONDITIONS IN DISCRETE-CONTINUOUS OPTIMAL CONTROL PROBLEMS.

SUMMARY

The dissertation is devoted to study of optimal control problems described by differential-recursive equations.

In the problems under consideration, various first order necessary optimality conditions in Pontryagins maximum principle form, linearized maximum principle, Euler equation are obtained. In linear case, the necessary and sufficient optimality condition is proved.

The no smooth quality functional case has been studied separately.

The cases of degeneracy (singular case) of first-order necessary optimality conditions are investigated.

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

На правах рукописи

ГЮНАЙ АЛЕКБЕР кызы ГУСЕЙНЗАДЕ

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫХ ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

1203.01 − Компьютерные науки

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени доктора философии по математике

Баку - 2018