AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

AYSEL BEYBALA qızı İMANOVA

ORTA OSSİLYASİYA TERMİNLƏRİNDƏ KOŞİ TİPLİ İNTEQRALIN SƏRHƏD QİYMƏTLƏRİNİN TƏDQİQİ

1202.01 – Analiz və funksional analiz

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Баку – 2018

Dissertasiya işi **Bakı Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz"** kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Rəhim Rzayev**

Rəsmi opponentlər:

- fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Fərman Məmmədov**

(SOCAR "Neftqazelmitədqiqatlayihə İnstitutu");

- AMEA-nın professoru, r.e.d. **Rövşən Bəndəliyev**

(AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu).

Aparıcı təşkilat: Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti "Ali riyaziyyat" kafedrası**.**

Dissertasiyanın müdafiəsi 06 aprel 2018-ci il saat 14^{00}-da Azərbaycan MEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün D.01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat 16 fevral 2018-ci il tarixində buraxılıb.

D.01.111 Dissertasiya

Şurasının elmi katibi **dos. Tamilla Həsənova**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin güclü konstruktiv üsullarından biri inteqralla təsvir üsuludur. Integralla təsvir oblastda analitik hər hansı bir funksiyanın qiymətini onun oblast sərhəddindəki və ya sərhəd hissəsindəki qiyməti ilə ifadə edir.

1800-ci illərin ortalarından başlayaraq bir sıra məqalələrdə Koşi qapalı oblastda analitik funksiyalar üçün doğru olan və indi Koşi inteqral düsturu adlanan inteqralla təsviri inkişaf etdirmişdir.

Koşidən sonra Soxotski, Plemel və Privalov kimi digər alimlər Koşi düsturunda sərhəd funksiyası yalnız vahid çevrə üzrə təyin edilmiş müvafiq funksiya ilə əvəz olunan Koşi tipli inteqralı tədqiq etmişdilər. Sərhəd nöqtələrində Koşi inteqralı məxsusi (sinqulyar) olur və adi mənada dağılan olur. Koşi tipli inteqralla müəyyən edilən analitik funksiya üçün inteqrallama konturu məxsusi əyri olduğuna görə, Koşi tipli inteqralın həmin konturda davranışının tədqiqi sualı yaranır. Bundan əlavə, Soxotski, Plemel və Privalov sıxlıq funksiyası və Koşi tipli inteqralın sərhəd qiymətləri arasında əlaqəni tədqiq etmişdilər.

Məlumdur ki, Koşi tipli inteqral sinqulyar inteqrallarla sıx əlaqəlidir. Bu əlaqə Soxotski düsturları ilə ifadə olunur. Beləliklə, Koşi tipli inteqralın sərhəd qiymətlərinin tədqiqi sinqulyar inteqralların müvafiq xassələrinin öyrənilməsini tələb edir. Sinqulyar inteqral operatorların tədqiqi A.Puankare, D.Hilbert, N.N.Luzin, I.I.Privalov və digər müəlliflərin əsərlərində başladı. Bu tədqiqatlar N.I.Musxelişvili, F.D.Qaxov, S.G.Mihlin, T.G.Gegelia, Z.I.Xəlilov, A.I.Huseynov, A.Kalderon, A.Ziqmund, I.Steyn, Ç.Fefferman, A.A.Babayev, V.V.Salayev, A.D.Hacıyev, S.G.Samko, S.K.Abdullayev, Y.G.Huseynov, R.K.Seyfullayev, T.S.Salimov, V.S.Quliev, R.M.Rzaev və başqaları kimi müəlliflərin əsərlərində inkişaf etmişdir.

Orta ossillyasiya terminlərində sinqulyar inteqral operatorların struktur xassələri (çoxölçülü, ümumiyyətlə) S.Spanne, J.Peetre, S. Janson, Ch.Fefferman, İ.Steyn, A.A.Korenovski, R.M. Rzayev və s. kimi bir çox müəlliflər tərəfindən tədqiq edilmişdir. Bir ölçülü halda Hilbert çevrilməsindən danışırıq.

Orta ossilyasiya üzərinə qoyulan şərtlərlə təyin olunan fəzalara aid sıxlığa malik Koşi tipli inteqralın sərhəd qiymətlərinin tədqiqi, habelə sıxlılq funksiyası mühüm məhdud funksiya olduğu hal mühüm və aktualdır.

Dissertasiya işi həqiqi ox üzrə verilmiş Koşi tipli inteqralın radial sərhəd qiymətlərinin tədqiqinə həsr olunmuşdur. Sıxlıq funksiyasının xassələri Lebeq fəzaları terminlərində və orta ossilyasiya terminlərində verilir. Dissertasiya işində həmdə Koşi tipli inteqralın sərhəd qiymətlərinin orta ossilyasiya terminləri ilə təsvir olunan struktur xassələri öyrənilir.

İşin məqsədi. Dissertasiyanın məqsədi funksiyanın orta ossilyasiya terminlərində Koşi tipli inteqralın həqiqi ox üzrə sərhəd davranışının tədqiqi, habelə Koşi tipli inteqralın sərhəd qiymətlərinin lokal və qlobal orta ossilyasiya modulu terminləri ilə təsvir olunan struktur xassələrini öyrənməkdir.

Ümumi tədqiqat üsulları. Dissertasiya işində həqiqi və kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin, inteqral operatorlar nəzəriyyəsinin, funksional fəzalar nəzəriyyəsinin, harmonik analizin üsullarından istifadə olunmuşdur.

Elmi yenilik. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- Lokal cəmlənən funksiyaların lokal xassələri ilə əlaqədar $H_{\varphi,\theta}^{x_0}$ və $BMO_{\varphi,\theta}^{x_0}$ normallaşmış fəzaları daxil edilmiş və bu fəzaların üst-üstə düşməsini və normaların ekvivalentliyini təmin edən şərtlər tapılmışdır;
- Hilbert çevrilməsi üçün (modifikasiya olunmuş Hilbert çevrilməsi) lokal orta ossilyasiya modulu terminlərində Ziqmund tipli qiymətləndirmə alınmışdır. Qiymətləndirmənin nəticəsi kimi bəzi orta ossilyasiya fəzalarında Hilbert çevrilməsinin məhdudluğu haqqında teoremlər alınmışdır;
- Sıxlıq funksiyası $L^p(R)$, $1 \le p < \infty$ fəzasına daxil olan hal üçün Koşi tipli inteqralın öz radial sərhəd qiymətlərinə yaxınlaşma sürətinin qiymətləndirmələri alınmışdır;
- Sıxlıq funksiyası R –də mühüm məhdud olan hal üçün Koşi tipli inteqralın (modifikasiya olunmuş Koşi tipli inteqralın) öz radial sərhəd qiymətlərinə yaxınlaşma sürətinin qiymətləndirmələri alınmışdır, eləcə də Koşi tipli inteqralın (modifikasiya olunmuş Koşi tipli inteqralın) həqiqi ox üzrə radial sərhəd qiymətləri üçün uyğun düsturlar tapılmışdır;
- Sıxlıq funksiyası $BMO_{\varphi}(R)$ fəzasına daxil olan hal üçün Koşi tipli inteqralın (modifikasiya olunmuş Koşi tipli inteqralın) öz radial sərhəd qiymətlərinə yaxınlaşma sürətinin qiymətləndirmələri alınmışdır, eləcə də həqiqi ox üzrə Koşi tipli inteqralın (modifikasiya olunmuş Koşi tipli inteqralın) radial sərhəd qiymətləri üçün uyğun düsturlar tapılmışdır;

- Loкal orta ossilyasiya modulu terminlərində Puasson inteqralının öz bucaq limit qiymətlərinə yaxınlaşma sürətinin qiymətləndirməsi alınmışdır.

Nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya nəzəri xarakter daşıyır. İşdə alınmış nəticələr Koşi tipli inteqralın sərhəd xassələrinin sonrakı tədqiqində, analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin sərhəd məsələlərinin həllində, habelə xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsində və riyazi fizikanın bəzi məsələlərində tətbiq oluna bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiya işinin nəticələri BDU-nun "Riyazi analiz" kafedrasının, AMEA RMİ-nin "Riyazi analiz" şöbəsinin, habelə ADPU-nun "Funksiyalar nəzəriyyəsi" kafedrasının seminarlarında məruzə edilmiş və müzakirə olunmuşdur.

Dissertasiya işinin nəticələri AMEA-nın müxbir üzvü, prof. İ.T.Məmmədovun anadan olmasının 50-illiyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanika üzrə Beynalxalq konfransda (Bakı 2005), Əməkdar elm xadimi, professor Ə.Ş.Həbibzadənin anadan olmasının 100-cü ildönümünə həsr olunmuş "Funksional analiz və onun tətbiqləri" adlı respublika elmi konfransda (Bakı 2016), AMEA-nın həqiqi üzvü, professor M.L.Rəsulovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktuall məsələləri" adlı respublika elmi konfransda (Şəki 2016) məruzə edimişdir.

Nəşrlər. Dissertasiya işinin nəticələri 5 elmi məqalədə və 3 tezisdə dərc olunub.

Dissertasiyanın strukturu və həcmi. Dissertasiya işi giriş, üç fəsil və 66 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin həcmi 110 səhifədir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Girişdə mövzunun aktuallığı əsaslandırılıb, dissertasiyasıya mövzusu ilə bağlı əvvəlki nəticələrin qısa tarixi baxışı, onların qısa təhlili verilib və dissertasiyasının əsas nəticələri təsvir edilib. Burada həmçinin dissertasiyasının mövzusu ilə bağlı bəzi yardımçı faktlar və anlayışlar verilib.

I fəsil modifikasiya olunmuş Hilbert çevrilməsinin orta ossilyasiya terminləri ilə təsvir olunan lokal xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur.

1.1 yarımfəslində R-də lokal inteqrallanan funksiyanın orta ossilyasiya anlayışı, eləcə də $\omega_f(x_0;\delta,\xi)$, $M_f(x_0;\delta,\xi)$ metrik xarakteristikalar daxil edilir və onların bəzi xassələrinə baxılır.

$f \in L_{loc}(R)$ funksiyası üçün

$$f(I(x,r)) := \frac{1}{|I(x,r)|} \int_{I(x,r)} f(t)dt,$$

$$\Omega(f, I(x,r)) := \frac{1}{|I(x,r)|} \int_{I(x,r)} |f(t) - f(I(x,r))| dt$$

işarə edək. $\Omega(f, I(x,r))$ kəmiyyəti f funksiyasının $I(x,r) = [x-r, x+r]$ parçasında orta ossilyasiyası adlanır. Qeyd edək ki, $\Omega(f, I(x,r)) = 0$ bərabərliyi yalnız və yalnız f funksiyası $I(x,r)$ parçasında sanki hər yerdə sabit olduqda odənir.

Tutaq ki, $x_0 \in R$ fiksə edilmiş nöqtədir. Tutaq ki,

$$\omega_f(x_0; \delta, \xi) = ess\sup\{|f(x) - f(y)| : |x-y| \le \delta,\ x, y \in I(x_0, \xi)\}, \delta, \xi > 0;$$

$$M_f(x_0; \delta, \xi) = \sup\{\Omega(f, I(x,r)) : I(x,r) \subset I(x_0, \xi), r \le \delta\};$$

$$M_f(x_0; \delta) \equiv M_f(x_0; \delta, \delta) = \sup\{\Omega(f, I(x,r)) : I(x,r) \subset I(x_0, \delta)\};$$

$$m_f(x_0; \delta) = \sup\{\Omega(f, I(x_0, r)) : r \le \delta\}.$$

Habelə, fərz edək ki,

$$\omega_f(\delta) = ess\sup\left\{|f(x) - f(y)| : |x-y| \le \delta, \quad x, y \in R\right\},$$

$$M_f(\delta) = \sup\{\Omega(f, I(x,r)) : r \le \delta, x \in R\} =$$

$$= \sup\{m_f(x; \delta) : x \in R\},\ \delta > 0.$$

$\omega_f(\delta) - f$ funksiyasının kəsilməzlik modulu adlanır, $M_f(\delta)$ isə f funksiyasının orta ossilyasiya modulu adlanır.

1.1 yarımfəslində orta ossilyasiya üzərinə olan şərtlərlə təyin olunan fəzalar daxil edilir. Qeyd edək ki, orta ossilyasiya üzərinə olan şərtlərlə təyin olunan fəzalar sinfi S.Campanato, N.G.Meyers, F.John, L.Nirenberg, S.Spanne, J.Peetre, Ch.Fefferman, E.M.Stein, R.DeVore, R.Sharpley, S.Janson, Дж.Гарнетт, П.Кусис, А.А.Кореновский, P.M.Рзаев və s. kimi bir çox müəlliflərin əsərlərində tədqiq edilmişdir**.**

Əgər $f \in L^1_{loc}(R)$ və

$$\sup\{\Omega(f, I) : \ I \subset R\} < \infty$$

olarsa, harada ki, dəqiq yuxarı sərhəd bütün $I \subset R$ parçalarına görə götürülür, onda deyirlər ki, f funksiyası R-də məhdud orta ossilyasiyaya malikdir və bunu belə yazırlar: $f \in BMO(R)$ və ya qısaca $f \in BMO$. Qeyd edək ki, BMO fəzası ilk olaraq 1961-ci ildə John və Nirenberqin əsərində daxil edilib.

Tutaq ki, $\psi(\delta,\xi)$ və $\varphi(\delta)$ uyğun olaraq $(\delta,\xi) \in (0,+\infty)\times(0,+\infty)$ və $\delta \in (0,+\infty)$ olduqda hər arqumentinə görə monoton artan müsbət funksiyalardır və $x_0 \in R$ fiksə edilmiş nöqtədir.

$BMO_{\varphi} = BMO_{\varphi}(R)$ ilə

$$\|f\|_{BMO_{\varphi}} := \sup\left\{\frac{M_f(\delta)}{\varphi(\delta)}:\ \delta > 0\right\} < +\infty$$

şərtini ödəyən $f \in L_{loc}(R)$ funksiyalar çoxluğunu işarə edək. Başqa sözlə $BMO_{\varphi} = \left\{f \in L_{loc}(R\ ):\ M_f(\delta) = O(\varphi(\delta)),\quad \delta > 0\right\}$. Əgər $\varphi(t) \equiv 1$ olarsa, onda BMO_{φ} adi BMO-dur.

Daha sonra, $BMO_{\psi}^{x_0}$ və $BMO_{\varphi}(x_0)$, habelə VMO fəzalarına baxaq.

$$BMO_{\psi}^{x_0} = \left\{f \in L_{loc}(R\ ):\ M_f(x_0,\delta,\xi) = O(\psi(\delta,\xi)),\ 0 < \delta \le \xi\right\},$$

$$BMO_{\varphi}(x_0) = \left\{f \in L_{loc}(R\ ):\ M_f(x_0,\delta) = O(\varphi(\delta)),\ \delta > 0\right\},$$

$$VMO = \left\{f \in BMO : \lim_{\delta\to 0} M_f(\delta) = 0\right\}$$

Qeyd edək ki, 1.1-də eləcə də növbəti şərhlər üçün zəruri olan bəzi lemmalar daxil edilmişdir.

1.2 yarımfəslində $H_{\varphi,\theta}^{x_0}$ və $BMO_{\varphi,\theta}^{x_0}$ fəzalarına baxılır.

Tutaq ki, $\varphi(\delta,\xi)$, $(\delta,\xi) \in (0,+\infty)\times(0,+\infty)$ olduqda hər arqumentinə görə monoton artan müsbət funksiyadir. Belə φ funksiyalar sinfini *Φ* işarə edək.

Tutaq ki, $\varphi \in \Phi$, $1 \le \theta \le \infty$. $\theta = \infty$ halında müvafiq modifikasiyası ilə

$$\|f\|_{H^{x_0}_{\varphi,\theta}} = \sup_{\xi\ge 0}\left(\int_0^\infty\left(\frac{\omega_f(x_0;t,\xi+t)}{\varphi(t,\xi+t)}\right)^\theta dt\right)^{\frac{1}{\theta}} < \infty$$

şərtini ödəyən bütün $f \in L^\infty_{loc}(R)$ funksiyalar çoxluğunu $H^{x_0}_{\varphi,\theta}$ ilə işarə edək. $\theta = \infty$ halında müvafiq modifikasiyası ilə

$$\|f\|_{BMO^{x_0}_{\varphi,\theta}} = \sup_{\xi\ge 0}\left(\int_0^\infty\left(\frac{M_f(x_0;t,\xi+t)}{\varphi(t,\xi+t)}\right)^\theta dt\right)^{\frac{1}{\theta}} < \infty$$

şərtini ödəyən bütün $f \in L_{loc}(R)$ funksiyalar çoxluğunu $BMO^{x_0}_{\varphi,\theta}$ ilə işarə edək.

Bu yarımfəsildə $H^{x_0}_{\varphi,\theta}$ və $BMO^{x_0}_{\varphi,\theta}$ fəzaları arasında əlaqələr öyrənilir. Həmin fəzaların normaları arasında münasibət müəyyənləşdirilib. Daha dəqiq desək, aşağıdaki nəticə alınıb.

Teorem 1.2.3. Tutaq ki, $\varphi \in \Phi$, $\varphi(2\delta,\xi) \approx \varphi(\delta,\xi)$ ξ -yə nəzərən müntəzəm, $\varphi(\delta,2\xi) \approx \varphi(\delta,\xi)$ δ -ya nəzərən müntəzəm. $(\xi,\delta) \in (0,+\infty)^2$ və $1 \le \theta \le \infty$ olduqda

$$\sup_{\xi\ge 0}\left\|\frac{1}{\varphi(x,\xi+x)}\left\|\frac{\varphi(t,\xi+x+t)}{t}\right\|_{L^{\theta'}([0,x],dt)}\right\|_{L^{\theta}([0,+\infty),dx)} < \infty,$$

harada ki, $\frac{1}{\theta}+\frac{1}{\theta'}=1$. Onda $BMO^{x_0}_{\varphi,\theta} = H^{x_0}_{\varphi,\theta}$ və elə c_1, c_2, müsbət sabitləri var ki, istənilən f funksiyası üçün

$$c_1\|f\|_{H^{x_0}_{\varphi,\theta}} \le \|f\|_{BMO^{x_0}_{\varphi,\theta}} \le c_2\|f\|_{H^{x_0}_{\varphi,\theta}}$$

bərabərsizliyi döğrudur.

1.3 yarımfəslində Hilbert çevrilməsinə baxılır.

Tərif 1.3.1. Tutaq ki, $f \in L^p(R)$, $1 \le p < \infty$. f funksiyasının Hilbert çevrilməsi aşağıdaki kimi təyin olunur:

$$Hf(x)=v.p.\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(t)}{x-t}dt=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{\pi}\int_{|x-t|>\varepsilon}\frac{f(t)}{x-t}dt.$$

Mühüm məhdud funksiyanın Hilbert çevrilməsinə baxaq.

Tərif 1.3.2. $f\in L^{\infty}(R)$ funksiyasının Hilbert çevrilməsi (modifikasiya olunmuş Hilbert çevrilməsi) aşağıdaki kimi təyin olunur:

$$\widetilde{H}f(x)=v.p.\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\frac{1}{x-t}+\frac{t}{1+t^2}\right\}f(t)dt=$$

$$=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{\pi}\int_{|x-t|>\varepsilon}\left\{\frac{1}{x-t}+\frac{t}{1+t^2}\right\}f(t)dt,\quad \varepsilon>0,\ x\in R.$$

Bu yarımfəsildə funksiyanın orta ossilyasiya üzərinə olan şərtlərlə təyin olunmuş fəzalarda Hilbert çevrilməsinin davranışı tədqiq edilib. Aşağıdaki nəticələr alınıb.

Teorem 1.3.1. Tutaq ki, $f\in L_{loc}(R)$, $x_0\in R$. Onda sağ tərəfdəki inteqralın yığılması şərti daxilində

$$M_{\widetilde{H}f}(x_0;\delta,\xi)\le c\cdot\delta\int_{\delta}^{+\infty}\frac{1}{x^2}\left(x\int_{x}^{+\infty}\frac{M_f(x_0;x,\xi+t)}{t^2}dt\right)dx$$

bərabərsizliyi doğrudur. Burada $c>0$ mütləq sabitdir.

Qimətləndirmənin nəticəsi olaraq bəzi orta ossilyasiya fəzalarında Hilbert çevrilməsinin məhdud təsir etməsi haqqında teoremlər alınmışdır.

Teorem 1.3.2. Əgər

$$Z(\psi;\delta,\xi)\equiv\delta\int_{\delta}^{\infty}\frac{1}{x^2}\left(x\int_{x}^{\infty}\frac{\psi(x,\xi+t)}{t^2}dt\right)dx=O(\psi(\delta,\xi)),\delta>0,\xi>0,$$

olarsa, onda $\widetilde{H}$ operatoru $BMO_{\psi}^{x_0}$ – dən $BMO_{\psi}^{x_0}$ – yə məhdud təsir edir.

Teorem 1.3.3. Əgər

$$F(\varphi;\delta)\equiv\delta\int_{\delta}^{\infty}\frac{\varphi(t)}{t^2}dt=O(\varphi(\delta)),\ \delta>0,$$

olarsa, onda $\widetilde{H}$ operatoru BMO_{φ}-dən BMO_{φ}-yə məhdud təsir edir.

Teorem 1.3.4. Əgər

$$F(\varphi;\delta)=O(\varphi(\delta)),\ \delta>0,$$

olarsa, onda $\widetilde{H}$ operatoru $BMO_\varphi(x_0)$-dən $BMO_\varphi(x_0)$-yə məhdud təsir edir.

Teorem 1.3.5. $\widetilde{H}$ operatoru BMO-dan BMO-ya məhdud təsir edir.

Teorem 1.3.6. $\widetilde{H}$ operatoru VMO-dan VMO-ya məhdud təsir edir.

II Fəsil sıxlıq funksiyası $L^p(R)$, $1 \le p \le \infty$ fəzasına daxil olan Koşi tipli inteqralın sərhəd qiymətlərinin tədqiqinə həsr olunub.

2.1 yarımfəslində növbəti şərhlər üçün zəruri olan əsas təriflər, işarəmələr və ilkin məlumatlar verilib.

Koşi tipli inteqrala baxaq

$$\Phi(z) = Kf(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(t)}{t-z}dt,\ z \in C,\ f \in L^p(R),\ 1 \le p < \infty .$$

Eləcə də mühüm məhdud funksiyanın, yəni $f \in L^\infty(R)$ funksiyasının Koşi tipli inteqralına baxaq

$$\widetilde{\Phi}(z) = \widetilde{K}f(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\frac{1}{t-z} - \frac{t}{1+t^2}\right\}f(t)dt,\ z \in C.$$

$\dfrac{1}{t-z}$ və $\dfrac{1}{t-z} - \dfrac{t}{1+t^2}$ nüvələrinin həqiqi və xəyali hissələrini ayıraraq Koşi tipli inteqralın Puasson və qoşma Puasson inteqralla təsvirini alırıq:

$$\Phi(z) = Kf(z) = \frac{1}{2}\left(P_y f(x) + iQ_y f(x)\right),\ z = x + iy,\ y > 0,$$

$$\Phi(z) = Kf(z) = \frac{1}{2}\left(-P_y f(x) + iQ_y f(x)\right),\ z = x - iy,\ y > 0,$$

$$\widetilde{\Phi}(z) = \widetilde{K}f(z) = \frac{1}{2}\left(P_y f(x) + i\widetilde{Q}_y f(x)\right),\ z = x + iy,\ y > 0,$$

$$\widetilde{\Phi}(z) = \widetilde{K}f(z) = \frac{1}{2}\left(-P_y f(x) + i\widetilde{Q}_y f(x)\right),\ z = x - iy,\ y > 0.$$

Bu düsturlar onu göstərir ki, Koşi tipli inteqralın sərhəd qiymətlərinin öyrənilməsi məsələsi Puasson inteqralının və qoşma Puasson inteqrallının sərhəd qiymətlərinin tədqiqinə gətirib çıxarır.

Qeyd edək ki, $f \in L^p(R)$, $1 \le p \le \infty$ funksiyasının Puasson inteqralı

$$P_y f(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} f(t)dt$$

kimi təyin edilir, qoşma Puasson inteqralı isə $f \in L^p(R)$, $1 \le p < \infty$ olduqda

$$Q_y f(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-t}{(x-t)^2 + y^2} f(t)dt$$

kimi, $f \in L^\infty(R)$ olduqda isə

$$\widetilde{Q}_y f(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{x-t}{(x-t)^2 + y^2} + \frac{t}{1+t^2} \right\} f(t)dt$$

kimi təyin edilir.

2.1-də həmçinin lokal inteqrallanan funksiyalar üçün *d, l* və *m* nöqtələr anlayışı, habelə $f \in L^p_{loc}(R)$, $1 \le p < \infty$ və $f \in L^\infty_{loc}(R)$ funksiyaları üçün lokal metrik xarakteristika anlayışı daxil edilib

$$\omega_f(x;\delta)_p := \sup_{0<h\le\delta} \left\{ \left(\frac{1}{2h} \int_{x-h}^{x+h} |f(t) - f(x)|^p dt \right)^{1/p} \right\}, \quad \delta > 0.$$

$$\omega_f(x;\delta)_\infty := \sup_{|h|\le\delta} \|f(\cdot) - f(x)\|_{L^\infty_{(x-h,x+h)}}, \ \delta > 0.$$

Qeyd edək ki, bu zaman aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur

$$\omega_f(x;\delta)_1 := \omega_f(x;\delta) \le \omega_f(x;\delta)_p, \ 1 \le p \le \infty, \ \delta > 0.$$

Tərif 2.1.1. Əgər

$$\lim_{\varepsilon\to 0} f(I(x_0,\varepsilon)) =: s_f(x_0)$$

sonlu limit varsa, onda $x_0 \in R$ nöqtəsi $f \in L_{loc}(R)$ funksiyası üçün d-nöqtə adlandırılır. f funksiyasının d-nöqtələr çoxluğunu $D(f)$ ilə işarə edək.

Tərif 2.1.2. Əgər elə $l_f(x_0)$ sonlu ədədi varsa ki,

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{|I(x_0,\varepsilon)|}\int_{I(x_0,\varepsilon)}|f(t)-l_f(x_0)|dt=0$$

olsun, onda $x_0\in R$ nöqtəsi $f\in L_{loc}(R)$ funksiyası üçün l-nöqtə adlanır.

f funksiyasının l-nöqtələr çoxluğunu $L(f)$ ilə işarə edək. Məlumdur ki, əgər $f\in L_{loc}(R)$ olarasa, onda sanki bütün $x\in R$ nöqtələri f funksiyasının l-nöqtələri olur və sanki hər yerdə $l_f(x)=f(x)$ bərabərliyi doğru olur.

Tərif 2.1.3. Əgər

$$\lim_{\varepsilon\to 0}m_f(x_0;\varepsilon)=0$$

olarsa, onda $x_0\in R$ nöqtəsi $f\in L_{loc}(R)$ funksiyası üçün m-nöqtə adlandırılır. f funksiyasının m-nöqtələr çoxluğunu $M(f)$ ilə işarə edək.

Tərif 2.1.4. Əgər

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{|I(x_0,\varepsilon)|}\int_{I(x_0,\varepsilon)}|f(t)-f(x_0)|dt=0$$

olarsa, onda $x_0\in R$ nöqtəsi $f\in L_{loc}(R)$ funksiyasının Lebeq nöqtəsi adlanır. f funksiyasının Lebeq nöqtələr çoxluğu onun lebeq çoxluğu adlanır. Sanki hər bir $x\in R$ nöqtəsi $f\in L_{loc}(R)$ funksiyasının Lebeq nöqtəsi olur.

2.2 yarımfəslində $f\in L^p(R)$, $1\le p\le\infty$ olduqda Puasson inteqralının sərhəd qiymətləri tədqiq edilib, $|P_yf(x)-f(x)|$ fərqi qiymətləndirilib və aşağıdaki teorem isbat edilib

Teorem 2.2.1. Tutaq ki, $f\in L^p(R)$, $1\le p\le\infty$, x f funksiyasının Lebeq nöqtəsidir. Onda novbəti qiymətləndirilmə doğrudur

$$|P_yf(x)-f(x)|\le cy\int_y^\infty\frac{\omega_f(x;t)}{t^2}dt,\quad y>0,$$

harada ki, $c>0$ sabiti *x, y* və f funksiyasından asılı deyil.

2.1-də isbat edilmiş $\omega_f(x;\delta)\le\omega_f(x;\delta)_p$, $1\le p\le\infty$, $\delta>0$ bərabərsizliyinin köməyi ilə növbəti nəticəni alırıq.

Nəticə 2.2.1. Tutaq ki, və

$$\lim_{\delta \to 0} \omega_f (x;\delta)_p = 0$$

şərti ödənir. Onda

$$\left| P_y f(x) - f(x) \right| \le cy \int_y^{\infty} \frac{\omega_f (x;t)_p}{t^2} dt, \quad y > 0$$

bərabərsizliyi doğrudur, harada ki, $c > 0$ sabiti x, y və f funksiyasından asılı deyil. Sonuncu nəticədən xüsusi halda, alırıq ki, əgər $f \in L^p(R)$ $(1 \le p \le \infty)$, $0 < \alpha < 1$ və

$$\omega_f (x;t)_p = O(t^{\alpha}) \quad (t > 0)$$

olarsa, onda

$$\left| P_y f(x) - f(x) \right| = O(y^{\alpha}), \quad y > 0$$

münasibəti doğrudur.

2.3 və 2.4 yarımfəsilləri qoşma Puasson inteqralının sərhəd qiymətlərinin tədqiqinə həsr olunub. 2.3-də $f(t)$ sıxlıq funksiyası $L^p(R)$, fəzasına aid olan hal üçün, harada ki, $1 \le p < \infty$, $\left| Q_y f(x) - H_y f(x) \right|$ fərqi qiymətləndirilib və aşağıdaki teorem isbat edilib

Teorem 2.3.1. Tutaq ki, $f \in L^p(R)$, $1 \le p < \infty$, x f funksiyasının Lebeq nöqtəsidir. Onda novbəti qiymətləndirmə doğrudur

$$\left| Q_y f(x) - H_y f(x) \right| \le cy^2 \int_y^{+\infty} \frac{\omega_f (x;t)}{t^3} dt, \quad y > 0,$$

harada ki, $c > 0$ sabiti x, y və f funksiyasından asılı deyil.

Bu teoremdən aşağıdakı nəticə alınır:

Nəticə 2.3.1. Tutaq ki, $f \in L^p(R)$, $1 \le p < \infty$ və

$$\lim_{\delta \to 0} \omega_f (x;\delta)_p = 0$$

şərti ödənir. Onda

$$\left| Q_y f(x) - H_y f(x) \right| \le cy^2 \int_y^{+\infty} \frac{\omega_f (x;t)_p}{t^3} dt, \quad y > 0$$

bərabərsizliyi doğrudur, harada ki, $c > 0$ sabiti x, y və f funksiyasından asılı deyil.

2.4-də mühüm məhdud funksiyanın, yəni $f \in L^{\infty}(R)$ funksiyasının qoşma Puasson inteqralı üçün $\left|\widetilde{Q}_y f(x) - \widetilde{H}_y f(x)\right|$ kəmiyyəti qiymətləndirilir.

Aşağıdaki nəticə alınmışdır.

Teorem 2.4.1. Tutaq ki, f – mühüm məhdud funksiyanın, yəni $f \in L^{\infty}(R)$, $x -$ f funksiyasının Lebeq nöqtəsidir. Onda növbəti qiymətləndirmə doğrudur

$$\left|\widetilde{Q}_y f(x) - \widetilde{H}_y f(x)\right| \le c y^2 \int_y^{\infty} \frac{\omega_f(x;\tau)}{\tau^3} d\tau + \frac{1}{2\pi}|f(x)|\left|\ln\frac{(x-y)^2+1}{(x+y)^2+1}\right|,$$

$$0 < y \le 1,$$

harada ki, $c > 0$ sabiti *x, y* və *f* funksiyasından asılı deyil.

2.5 yarımfəslində Koşi tipli inteqral üçün aşağıdaki qiymətləndirmələr alınıb. $f \in L^p(R)$, $1 \le p < \infty$ olduqda sanki bütün $x \in R$ nöqtələri üçün

$$\left|\Phi(z) - \frac{1}{2}\left(f(x) + iH_y f(x)\right)\right| \le const \cdot y \int_y^{\infty} \frac{\omega_f(x;t)}{t^2} dt, \quad z = x + iy, \quad y > 0,$$

$$\left|\Phi(z) - \frac{1}{2}\left(-f(x) + iH_y f(x)\right)\right| \le const \cdot y \int_y^{\infty} \frac{\omega_f(x;t)}{t^2} dt, \quad z = x - iy, \quad y > 0.$$

və sıxlıq funksiyası mühüm məhdud funksiya olduqda, yəni $f \in L^{\infty}(R)$ olduqda, sanki bütün $x \in R$ nöqtələri üçün

$$\left|\widetilde{\Phi}(z) - \frac{1}{2}\left(f(x) + i\widetilde{H}_y f(x)\right)\right| \le$$

$$\le const \cdot y \int_y^{\infty} \frac{\omega_f(x;t)}{t^2} dt + \frac{1}{2\pi}|f(x)|\left|\ln\frac{(x-y)^2+1}{(x+y)^2+1}\right|, \qquad z = x + iy, \; 0 < y \le 1.$$

$$\left|\widetilde{\Phi}(z) - \frac{1}{2}\left(-f(x) + i\widetilde{H}_y f(x)\right)\right| \le$$

$$\le const \cdot y \int_y^{\infty} \frac{\omega_f(x;t)}{t^2} dt + \frac{1}{2\pi}|f(x)|\left|\ln\frac{(x-y)^2+1}{(x+y)^2+1}\right|, \qquad z = x - iy, \; 0 < y \le 1.$$

Qeyd edək ki, bu paraqrafda həmçinin aşağıdaki nəticələr alınıb.

Nəticə 2.5.1. Tutaq ki, $f \in L^p(R)$, $1 \le p < \infty$, x f funksiyasının Lebeq nöqtəsidir və x nöqtəsində aşağıdaki limit var

$$Hf(x) = \lim_{y \to 0} H_y f(x) = \lim_{y \to 0} \frac{1}{\pi} \int\limits_{|x-t|>y} \frac{f(t)}{x-t} dt = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(t)}{x-t} dt,$$

onda

$$\Phi^+(x) = \frac{1}{2}\left(f(x) + iHf(x)\right) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(t)}{t-x} dt + \frac{1}{2} f(x),$$

$$\Phi^-(x) = \frac{1}{2}\left(-f(x) + iHf(x)\right) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(t)}{t-x} dt - \frac{1}{2} f(x).$$

Nəticə 2.5.2. Tutaq ki, $f \in L^\infty(R)$, x f funksiyasının Lebeq nöqtəsidir və x nöqtəsində aşağıdaki limit var

$$\widetilde{H}f(x) = \lim_{y \to 0} \widetilde{H}_y f(x) = \lim_{y \to 0} \frac{1}{\pi} \int\limits_{|x-t|>y} \left\{\frac{1}{x-t} + \frac{t}{1+t^2}\right\} f(t)dt =$$

$$= \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left\{\frac{1}{x-t} + \frac{t}{1+t^2}\right\} f(t)dt,$$

onda

$$\widetilde{\Phi}^+(x) = \frac{1}{2}\left(f(x) + i\widetilde{H}f(x)\right) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left\{\frac{1}{t-x} - \frac{t}{1+t^2}\right\} f(t)dt + \frac{1}{2} f(x),$$

$$\widetilde{\Phi}^-(x) = \frac{1}{2}\left(-f(x) + i\widetilde{H}f(x)\right) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left\{\frac{1}{t-x} - \frac{t}{1+t^2}\right\} f(t)dt - \frac{1}{2} f(x).$$

Qeyd edək ki, burada

$$\widetilde{\Phi}^+(x) = \lim_{y \to +0} \widetilde{\Phi}(x+iy);$$

$$\widetilde{\Phi}^-(x) = \lim_{y \to -0} \widetilde{\Phi}(x+iy).$$

III fəsil f sıxlıq funksiyası BMO_φ fəzasına daxil olan modifikasiya olunmuş Koşi tipli inteqralın sərhəd qiymətlərinin tədqiqinə həsr edilib.

3.1 yarımfəslində $f \in BMO_{\varphi}$ olduqda Puasson inteqralının sərhəd qiymətləri tədqiq edilir. $\left|P_y f(x) - f(I(x,y))\right|$ kəmiyyəti üçün qiymətləndirmə alınıb.

Teorem 3.1.1. Tutaq ki, $x \in R$ və $f \in L_{loc}(R)$. Onda aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur

$$\left|P_y f(x) - f(I(x,y))\right| \le cy \int_y^{\infty} \frac{m_f(x;t)}{t^2} dt, \qquad y > 0,$$

harada ki, c müsbət mütləq sabitdir.

Nəticə 3.1.2. Tutaq ki, $x \in R$, $f \in L_{loc}(R)$. Əgər

$$\int_1^{\infty} \frac{m_f(x;t)}{t^2} dt < +\infty$$

olarsa və $x \in L(f)$, onda $\lim\limits_{y \to 0} P_y f(x) = l_f(x)$.

3.2 yarımfəslidə qoşma Puasson inteqralının sərhəd qiymətləri tədqiq edilir. $\left|\widetilde{Q}_y f(x) - \widetilde{H}_y f(x)\right|$ kəmiyyəti qiymətləndirilir. Məhz aşağıdakı teorem isbat edilib.

Teorem 3.2.1. Tutaq ki, $f \in L_{loc}(R)$. Onda $0 < y \le 1$ və $x \in R$ nöqtələri üçün növbəti qiymətləndirmə doğrudur

$$\left|\widetilde{Q}_y f(x) - \widetilde{H}_y f(x)\right| \le C\left(y^2 \int_y^{\infty} \frac{m_f(x;t)}{t^3} dt + \left|f(I(x,y))\right| \left|\ln \frac{1+(x-y)^2}{1+(x+y)^2}\right| \right),$$

harada ki, C müsbət mütləq sabitdir.

Nəticə 3.2.3. Tutaq ki, $f \in L_{loc}(R)$, $x \in M(f)$ və

$$\int_1^{\infty} \frac{m_f(x;t)}{t^3} dt < +\infty, \ \sup_{0<y\le 1} \frac{1}{|I(x,y)|} \int_{I(x,y)} |f(t)| dt < +\infty.$$

Əgər $\lim\limits_{y \to 0} \widetilde{Q}_y f(x)$ və $\lim\limits_{y \to 0} \widetilde{H}_y f(x)$ limitlərindən biri varsa, onda digər limit də var və onlar bərabərdir.

Nəticə 3.2.4. Tutaq ki, $f \in BMO_{\varphi}$ və

$$\int_{1}^{\infty} \frac{\varphi(t)}{t^2} dt < +\infty .$$

Onda sanki hər yerdə

$$\lim_{y \to 0} \widetilde{Q}_y f(x) = \widetilde{H}f(x)$$

limiti var.

3.3 yarımfəslində BMO_{φ} fəzasına daxil olan f sıxlıq funksiyasına malik Koşi tipli inteqralın radial sərhəd qiymətləri tədqiq edilir.

$0 < y \le 1$, $z = x + iy$ olduqda

$$\left| \widetilde{K}f(z) - \frac{1}{2}\left(i\widetilde{H}_y f(x) + f\left(I(x,y)\right)\right) \right| \le$$

$$\le c\left(y\int_{y}^{\infty} \frac{m_f(x;t)}{t^2} dt + \left| f(I(x,y)) \ln \frac{1+(x-y)^2}{1+(x+y)^2} \right| \right),$$

bərabərsizliyi doğrudur, harada ki, c müsbət mütləq sabitdir.

Əgər $z = x - iy$, $0 < y \le 1$ olarsa, onda analoji olaraq alırıq ki,

$$\left| \widetilde{K}f(z) - \frac{1}{2}\left(i\widetilde{H}_y f(x) - f\left(I(x,y)\right)\right) \right| \le$$

$$\le c'\left(y\int_{y}^{\infty} \frac{m_f(x;t)}{t^2} dt + \left| f(I(x,y)) \ln \frac{1+(x-y)^2}{1+(x+y)^2} \right| \right),$$

harada ki, c' müsbət mütləq sabitdir.

Bu bərabərsizliklərdən aşağıdakə teorem çıxır

Teorem 3.3.1. Əgər $f \in L_{loc}(R)$, $x \in L(f)$, $\widetilde{H}f(x)$ sinqulyar inteqralı varsa və

$$\int_{1}^{\infty} \frac{m_f(x;t)}{t^2} dt < +\infty$$

olarsa, onda aşağıdaki düsturlar doğrudur

$$(\widetilde{K}f)^{+}(x) := \lim_{y \to +0} \widetilde{K}f(x+iy) = \frac{1}{2}\left(i\frac{1}{\pi} v.p.\int_{R} \left\{ \frac{1}{x-t} + \frac{t}{1+t^2} \right\} f(t)dt + l_f(x) \right),$$

$$(\widetilde{K}f)^{-}(x) := \lim_{y\to+0} \widetilde{K}f(x-iy) = \frac{1}{2}\left(i\frac{1}{\pi} v.p.\int_R \left\{ \frac{1}{x-t} + \frac{t}{1+t^2} \right\} f(t)dt - l_f(x) \right).$$

Sonuncu bərabərliklər, sıxlıq $\int_1^\infty \frac{m_f(x;t)}{t^2}dt < +\infty$ şərtini ödədikdə (əgər $f \in BMO_\varphi$ və $\int_1^\infty t^{-2}\varphi(t)dt < +\infty$ olarsa, onda $\int_1^\infty \frac{m_f(x;t)}{t^2}dt < +\infty$ şərti hər bir $x \in R$ nöqtəsində ödənir və $\widetilde{H}f(x)$ s.h.y. R-də mövcuddur), Koşi tipli inteqralın radial sərhəd qiymətləri üçün Soxotski düsturlarının analoqudur.

3.4 и 3.5 yarımfəsilləri Puasson inteqralının bucaq limit qiymətlərinin tədqiqnə həsr olunmuşdur.

Müəllif, elmi rəhbəri fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor R.M. Rzayevə məsələnin qoyuluşuna, alınmış nəticələrin faydalı müzakirə edilməsinə, qiymətli şəhrlərə və dəstəyə görə öz dərin minnətdarlığını bildirir.

Dissertasiyanın əsas nəticələri növbəti əsərlərdə çap edilib:

1. Пашаева А.Б. О предельных значениях сопряженного интеграла Пуассона существенно ограниченной функции / Тезисы Междунар. конф. по мат. и мех., посв. 50-летнему юбилею проф. И.Т.Мамедова. Баку, 2005, с.159.
2. Pashayeva A.B. Some estimates for boundary values of Poisson's conjugate integral // Khazar jour. of Math., 2006, v.2, p.61-70.
3. Rzaev R.M., Imanova A.B. Some boundary properties of Cauchy type integral in terms of mean oscillation // WSEAS Transactions on Mathematics, 2012, v.11, issue 2, p.135-145.
4. Imanova A.B. Angular boundary values of Poisson integral in terms of mean oscillation // Proc. of Inst. of Math. and Mech. of NASA, Baku, 2012, p.51-60.
5. Иманова А.Б. Оператор Hf в пространствах, определяемых условиями на среднюю осцилляцию функций / Материалы Респ. науч. конф. «Функциональный анализ и его приложения»,

посвященной 100-летию со дня рождения засл. деят. науки, проф. А.Ш. Габибзаде. Баку, 2016, с. 150-152.

6. Рзаев Р.М., Иманова А.Б. О некоторых пространствах, связанных с локальными свойствами функций / Материалы Респ. науч. конф. «Актуальные задачи теоретической и прикладной математики», посв. 100- летнему юбилею дейст. члена НАНА, проф. М.Л.Расулова, Шеки, 2016, с.252-255.
7. Рзаев Р.М., Иманова А.Б. О пространствах $H_{\varphi,\theta}^{x0}$ и $BMO_{\varphi,\theta}^{x0}$ // Известия педагогического университета, 2016, т.64, №1, с.36-45.
8. Иманова А.Б. Преобразования Гильберта в пространствах, определяемых условиями на среднюю осцилляцию функций // Известия педагогического университета, 2017, т.65, №1, с.74-85.

АЙСЕЛЬ БЕЙБАЛА кызы ИМАНОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ИНТЕГРАЛА ТИПА КОШИ В ТЕРМИНАХ СРЕДНЕЙ ОСЦИЛЛЯЦИИ

АННОТАЦИЯ

Диссертационная работа посвящена исследованию радиальных предельных значений интеграла типа Коши в случае, когда контур

интегрирования является бесконечной прямой. Условия на плотность интеграла даны в терминах пространств Лебега и в терминах средней осцилляции функций. В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

Найдены условия, при которых нормированные пространства $H_{\varphi,\theta}^{x_0}$ и $BMO_{\varphi,\theta}^{x_0}$, связанные с локальными свойствами локально суммируемых функций совпадают и эквивалентны их нормы.

- Для модифицированного преобразования Гильберта получена оценка типа Зигмунда в терминах локального модуля средней осцилляции. Как следствия оценки получены теоремы об ограниченности преобразования Гильберта в некоторых пространствах средней осцилляции.
- Получены оценки скорости приближения интеграла типа Коши к своим радиальным предельным значениям в случае, когда функция плотности принадлежит пространству $L^p(R)$, $1 \leq p < \infty$.
- Получены оценки скорости приближения модифицированного интеграла типа Коши к своим радиальным предельным значениям в случае, когда функция плотности является существенно ограниченной в R, а также найдены соответствующие формулы для радиальных граничных значений интеграла типа Коши по бесконечной прямой.
- Получены оценки скорости приближения модифицированного интеграла типа Коши к своим радиальным предельным значениям в случае, когда функция плотности принадлежит пространству $BMO_{\varphi}(R)$, а также найдены соответствующие формулы для радиальных граничных значений интеграла типа Коши по бесконечной прямой.
- Получена оценка скорости приближения интеграла Пуассона к своему угловому предельному значению в терминах локального модуля средней осцилляции.

AYSEL BEYBALA kizi İMANOVA

STUDYİNG LİMİT VALUES OF THE CAUCHY TYPE İNTEQRAL İN THE TERMS OF MEAN OSCİLLATİON

ABSTRACT

The dissertation work is devoted to study of radial limit values of the Cauchy type inteqral in the case when the integration contour is an infinite straightline. The conditions of the density of the integral are given in the terms of Lebesgue spaces in the terms of mean oscillation of functions. In the work, structural properties of limit values of the Cauchy type integral described in the terms of mean oscillation are also studied.

In the work the following main results are obtained:

- The conditions under which the normed $H_{\varphi,\theta}^{x_0}$ and $BMO_{\varphi,\theta}^{x_0}$ spaces connected with local properties of locally summable functions coincide and their norms are eguivalent, are found.
- The Zigmund type estimation in the terms of local modulus of mean oscillation is obtained for modified Hilbert transformation.
- As a corollary, theorems on boundedness of Hilbert transformation in some spaces of mean oscillation, are obtained.
- The estimates of approximation velocity of the Cauchy type integral to its own radial limit values in the case when the density function belongs to the space $L^p(R)$, $1 \le p < \infty$ are obtained.
- The estimates of approximation velocity of the Cauchy type modified integral of its non radial limit values in the case when the density function is essentially bounded in R, are obtained, corresponding formulas for radial boundary values of the Cauchy type integral along the infinite straight-line, are found.
- The estimates of approximation velocity of the Cauchy type modified integral to its non radial limit values in the case when the density function belongs to the space, are obtained, corresponding formulas for radial boundary values of the Cauchy type integral along the infinite straight-line, are found.
- The estimate of approximation velocity of the Poisson integral to its own angular limit value in the terms of local modulus of mean oscillation, is obtained.