AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

NAZİLƏ LƏTİF QIZI MURADOVA

HİLBERT FƏZASINDA BƏZİ QEYRİ-TİPİK OPERATOR-DİFERENSİAL TƏNLİKLƏRİN KORREKT HƏLL OLUNMASI

1202.01 – Analiz və funksional analiz

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

BAKI – 2017

İş **Naxçıvan Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz"** kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor **A.R.Əliyev**

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **S.S.Mirzəyev** (Bakı Dövlət Universiteti)

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru **Ə.A.Hüseynli** (Xəzər Universiteti)

Aparıcı təşkilat: **Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti** ("Riyazi analiz" kafedrası)

Dissertasiyanın müdafiəsi 14 aprel 2017-ci il tarixində saat 16^{00}-da Azərbaycan MEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim olunan dissertasiyaların müdafiəsini keçirən D.01.111 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya ilə Azərbaycan MEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı ş., B.Vahabzadə küç., 9.

Avtoreferat 13 mart 2017-ci il tarixində buraxılıb.

D.01.111 Dissertasiya Şurasının elmi katibi **dosent T.X.Həsənova**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Məlumdur ki, yarım əsrdən bir qədər çox müddət ərzində diferensial tənliklərin müasir nəzəriyyəsinin xarakterik cəhəti operatorların Banax və Hilbert fəzalarında mücərrəd nəzəriyyəsinin tətbiqi ilə bağlıdır. Bu onunla izah olunur ki, müxtəlif növ məsələlər operator-diferensial tənliklər şəklində yazıla bilər. Belə tənliklərin öyrənilməsi daha ümumi qanunauyğunluqlara diqqət yetirməyə və hər bir konkret məsələyə xas olan xüsusi və spesifik çətinliklərdən uzaqlaşmağa imkan verir. Qeyd edək ki, operator-diferensial tənliklər həm də o üstünlüklərə malikdirlər ki, onlar, xüsusi halda, nisbətən daha az tədqiq olunmuş xüsusi törəməli tənlikləri də əhatə edir.

Operator-diferensial tənliklər sahəsində ilk işlər kimi E.Hillenin, K.İosidanın, T.Katonun, Z.İ.Xəlilovun, S.Aqmon və L.Nirenberqin və digərlərinin işlərini hesab etmək olar. Bu müəlliflərin işlərində

$$\frac{du(t)}{dt} = Au(t), \quad 0 \le t < +\infty,$$

$$u(0) = \varphi,$$

xətti diferensial operatorlar üçün Koşi məsələsinin həllinin keyfiyyət xassələrinin öyrənilməsi və həllolunma məsələləri inkişaf etdirilmişdir. Burada A - $U(t)$ xətti məhdud operatorlar yarımqrupunu doğuran müəyyən qapalı operatordur. Belə ki, həm Koşi məsələsinin korrektlik şərti, həm də eksponensial tip həllər üçün asimptotik düsturların çıxarılması A operatorunun spektral xassələri terminində müəyyən olunmuşdur.

Sonrakı illərdə bir çox riyaziyyatçıların işlərində birinci və ikinci tərtib operator-diferensial tənliklər üçün həm Koşi məsələsi həm də sərhəd məsələlərinin həll olunması və onlarla bağlı problemlər hərtərəfli öyrənilmişdir. Bu işlər içərisində ötən əsrin 60-80-ci illərinin nəticələrinin əhəmiyyətli hissəsini özündə əks etdirən S.Q.Kreynin, J.-L.Lions və E.Macenesin, A.A.Dezinin, V.İ.Qorbaçuk və M.L.Qorbaçukun, S.Y.Yakubovun kitablarını xüsusi qeyd etmək lazımdır. Bu tədqiqatlarla yanaşı yüksək tərtibli operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələləri də öyrənilmiş və fundamental nəticələr alınmışdır. Bu işlər içərisində əhəmiyyətli yeri M.G.Qasımovun, H.İ.Aslanovun, V.V.Vlasovun, Yu.A.Dubinskinin, V.Q.Mazya və B.A.Plamenevskinin, S.S.Mirzəyevin, M.B.Orazovun, H.D.Orucovun, Q.V.Radziyevskinin, V.K.Romankonun, A.A.Şkalikovun, N.İ.Yurçukun məqalələri və S.Y.Yakubovun kitabı tutur.

Son 15 il ərzində operator-diferensial tənliklərin tədqiqinə yenidən böyük maraq yaranıb. Bu istiqamətdə olan məqalələrin sayı əhəmiyyətli dərəcədə artıb. Burada A.R.Əliyevin, B.A.Əliyevin, İ.V.Əliyevin, N.V.Artomonovun, V.M.Bruk və V.A.Krıskonun, V.V.Vlasov və K.İ.Şmatovun, V.İ.Qorbaçuk və M.L.Qorbaçukun, N.D.Kopaçevskovonun, R.Mennikenin, Y.S.Paşkov və K.Tretterin, S.S.Mirzəyevin, M.Otelbayevin, A.Favininin, R.V.Şaminin, S.Yakubov və Y.Yakubovun işlərini qeyd etmək olar.

Məlumdur ki, xüsusi törəməli tənliklər üçün bir çox məsələlər tənliklərdəki və sərhəd şərtlərindəki əmsalları Hilbert fəzasında təsir edən abstrakt operatorlar olan diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinə gətirilə bilər. Ikitərtibli operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd şərtlərinə operatorlar daxil olan məsələlərin öyrənilməsinə həsr olunmuş işlərin kifayət qədər çox olmasına baxmayaraq bu tədqiqatlar hələ tam başa çatmamışdır. Üç və dördtərtibli operator-diferensial tənliklər üçün belə sərhəd məsələlərinin öyrənilməsinə həsr olunmuş işlər nisbətən azdır.

Hazırki dissertasiya işi sərhəd şərtlərində abstrakt xətti operatorlar iştirak edən kəsilən əmsallı üçtərtibli iki sinif operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərin öyrənilməsinə həsr olunub. Belə tənliklər riyazi fizikanın qeyri bircins mühitlərdə tədqiq olunan bəzi qeyri-klassik məsələlərini, həmçinin deformasiya olunmuş borularda axan özlüelastik mayeni modelləşdirən tənlikləri əhatə edir.

İşin məqsədi.

1. Sobolev tipli fəzalarda üçüncü tərtib kəsilən əmsallı ikihədli operator-diferensial tənliklər üçün operator-qiymətli sərhəd məsələlərinin korrekt və birqiymətli həll olunmasının öyrənilməsi.
2. Sobolev tipli fəzalarda aralıq törəmə operatorlarının normalarının baxılan ikihədli operator-diferensial ifadələrin və operator əmsallı sərhəd şərtlərinin doğurduğu operatorların normalarına nəzərən qiymətləndirilməsinin tapılması.
3. Sobolev tipli fəzalarda kəsilən əmsallı üçtərtibli tam operator-diferensial tənliklər üçün operator-qiymətli sərhəd məsələlərinin korrekt və birqiymətli həll olunmasının araşdırılması.

Elmi yeniliklər. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr tapılmışdır:

- Sobolev tipli fəzalarda sərhəd şərtlərinə operator daxil olan kəsilən əmsallı üçtərtibli ikihədli operator-diferensial tənliklər üçün qoyulmuş sərhəd məsələlərinin yarımoxda korrekt və birqiymətli həll olunması şərtləri müəyyən edilib;

- Sobolev tipli fəzalarda aralıq törəmə operatorlarının normaları ikihədli operator-diferensial ifadələrin və operator əmsallı sərhəd şərtlərinin doğurduğu operatorların normalarına nəzərən yuxarıdan qiymətləndirilib;
- Sobolev tipli fəzalarda kəsilən əmsallı üçtərtibli tam operator-diferensial tənliklər üçün operator-qiymətli sərhəd məsələlərinin yarımoxda korrekt və birqiymətli həll olunması şərtləri alınıb;
- aralıq törəmə operatorlarının normalarının qiymətləndirilməsi ilə korrekt və birqiymətli həll olunmanın şərtləri arasında əlaqə tapılıb.

Tədqiqatların ümumi metodikası. İşdə operator-diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, yarımqruplar nəzəriyyəsinin, Hilbert fəzasında xətti operatorlar nəzəriyyəsinin və operatorların spektral nəzəriyyəsinin metodları tətbiq edilmişdir. Bundan əlavə, işdə abstrakt fəzalarda Furye çevirmələri metodundan və analizin klassik bərabərsizliklərindən istifadə edilib.

Nəzəri və praktik əhəmiyyəti. Dissertasiyada tapılan nəticələr əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Bu nəticələr xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün bəzi məsələlərin operator-diferensial tənliklər nəzəriyyəsi əsasında araşdırılmasında, həmçinin mexanikanın bir sıra məsələlərinin modelləşdirilməsində, xüsusi halda deformasiya olunmuş borularda özlüelastik maye axınının tədqiqinə tətbiq edilə bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyanın əsas nəticələri Bakı Dövlət Universitetinin "Tətbiqi riyaziyyat" kafedrasının seminarında, Azərbaycan MEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Funksional analiz" və "Qeyri-harmonik analiz" şöbələrinin seminarlarında, Naxçıvan Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz" kafedrasının seminarında, həmçinin Naxçıvan Müəllimlər İnstitutunun "Riyaziyyat və tədrisi metodikası" və "Ali riyaziyyat və informatika" kafedralarının seminarlarında məruzə edilmişdir. Dissertasiyanın nəticələri akademik Muxtarbay Otelbayevin 70 illiyinə həsr olunmuş "Funksional analiz və onun tətbiqləri" Beynəlxalq elmi konfransında (Astana, 2-5 oktyabr 2012-ci il), Heydər Əliyevin 90 illiyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və informatikanın aktual problemləri" Beynəlxalq konfransında (Bakı, 29-31 may 2013-cü il) məruzə olunmuşdur. Nəticələr həmçinin Azərbaycanın MEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və informatikanın aktual problemləri" Beynəlxalq konfransında (Bakı, 15-16may 2014-cü il), 7-ci "Riyazi analiz, diferensial tənliklər və onların tətbiqi" Beynəlxalq konfransında (Bakı, 08-13 sentyabr 2015-ci il) məruzə olunmuşdur.

İşin çap edilməsi. Dissertasiyanın əsas nəticələri siyahısı avtoreferatın sonunda təqdim olunmuş 10 işdə nəşr edilmişdir.

İşin həcmi və strukturu. Dissertasiya giriş hissə, 7 paraqraflı iki fəsil və 73 adda ədəbiyyat siyahısından ibarət olub 113 səhifə həcmdə tərtib edilmişdir.

İŞİN MƏZMUNU

Tutaq ki, H - separabel Hilbert fəzası, A isə H - da müsbət-müəyyən öz-özünə qoşma operatordur, yəni $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, E - vahid operatordur.

$L_2(R_+;H)$ ilə $R_+ = [0,+\infty)$ aralığında təyin olunmuş, qiymətləri H fəzasından olan

$$\|f\|_{L_2([a;b];H)} = \left(\int_0^{+\infty} \|f(t)\|_H^2 \, dt \right)^{1/2}$$

sonlu normaya malik bütün vektor funksiyaların Hilbert fəzası, $W_2^3(R_+;H)$ ilə isə

$$\|u\|_{W_2^3(R_+;H)} = \left(\left\| \frac{d^3u}{dt^3} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \left\| A^3 u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 \right)^{1/2}$$

normalı

$$W_2^3(R_+;H) = \left\{ u(t) : \frac{d^3u(t)}{dt^n} \in L_2(R_+;H), A^3u(t) \in L_2(R_+;H) \right\}$$

Hilbert fəzası işarə edilmişdir.

Burada və bundan sonra törəmələr ümumiləşmiş funksiyalar nəzəriyyəsi mənasında başa düşülür.

$L(X,Y)$ ilə X Hilbert fəzasından Y Hilbert fəzasına təsir edən xətti məhdud operatorlar çoxluğu işarə edilmişdir. $\sigma(\cdot)$ işarəsi altında isə $\cdot$ operatorunun spektri başa düşülür.

Dissertasiyanın birinci fəsli baş hissəsi $-\dfrac{d^3}{dt^3} + \rho(t)A^3$ şəklində olan operator-diferensial tənliklər üçün yarımoxda sərhəd məsələsinin korrekt və birqiymətli həll olunması məsələlərinə həsr olunub, belə ki, $t = 0$ nöqtəsindəki sərhəd şərtlərinin birində müəyyən abstrakt operator iştirak edir. Bu fəsildə, baxılan operator-diferensial tənliklər üçün yeni sərhəd məsələlərinin öyrənilməsinə və onlar üçün həllolunma şərtlərinin müəyyən edilməsinə imkan verən aralıq törəmə operatorlarının normalarının qiymətləndirilməsi metodikası inkişaf etdirilmişdir.

Dissertasiyanın bu fəslində H fəzasında

$$-\frac{d^3u(t)}{dt^3}+\rho(t)A^3u(t)+\sum_{j=1}^{3}A_j\frac{d^{3-j}u(t)}{dt^{3-j}}=f(t),\ t\in R_+, \tag{1}$$

operator-diferensial tənliyinə və

$$u(0)=K\frac{d^2u(0)}{dt^2},\quad \frac{du(0)}{dt}=0 \tag{2}$$

və ya

$$\frac{du(0)}{dt}=0,\quad \frac{d^2u(0)}{dt^2}=Mu(0) \tag{3}$$

sərhəd şərtlərininə baxılır, burada $f(t)\in L_2(R_+;H)$, $u(t)\in W_2^3(R_+;H)$, $\rho(t)=\alpha$ (əgər $0\le t\le 1$ olarsa), $\rho(t)=\beta$ (əgər $1<t<+\infty$ olarsa), α, β - müsbət, ümumiyyətlə desək bir-birinə bərabər olmayan ədədlərdir, operator əmsallar isə aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$A=A^*\ge cE$, $c>0$;

A_j, $j=1,2,3$, – xətti, ümumiyyətlə desək məhdud olmayan operatorlardır;

$K\in L(H_{1/2},H_{5/2})$;

$M\in L(H_{5/2},H_{1/2})$.

Tərif 1. *Əgər* $u(t)\in W_2^3(R_+;H)$ *vektor-funksiyası* (1) *tənliyini* R_+ *-də sanki hər yerdə ödəyirsə, onda onu* (1) *tənliyinin requlyar həlli adlandıracağıq.*

Tərif 2. *Əgər istənilən* $f(t)\in L_2(R_+;H)$ *üçün* (1) *tənliyinin* (2) *sərhəd şərtlərini*

$$\lim_{t\to 0}\left\|u(t)-K\frac{d^2u(t)}{dt^2}\right\|_{H_{5/2}}=0,\quad \lim_{t\to 0}\left\|\frac{du(t)}{dt}\right\|_{H_{3/2}}=0$$

mənasında ödəyən requlyar həlli varsa və

$$\|u\|_{W_2^3(R_+;H)}\le const\|f\|_{L_2(R_+;H)}$$

bərabərsizliyi ödənilirsə, onda deyəcəyik ki, (1), (2) *sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.*

Tərif 3. *Əgər istənilən* $f(t)\in L_2(R_+;H)$ *üçün* (1) *tənliyinin* (3) *sərhəd şərtlərini*

$$\lim_{t\to 0}\left\|\frac{du(t)}{dt}\right\|_{H_{3/2}}=0\,,\quad \lim_{t\to 0}\left\|\frac{d^2u(t)}{dt^2}-Mu(t)\right\|_{H_{1/2}}=0$$

mənasında ödəyən requlyar həlli varsa və

$$\|u\|_{W_2^3(R_+;H)}\le const\|f\|_{L_2(R_+;H)}$$

bərabərsizliyi ödənilirsə, onda deyəcəyik ki, (1), (3) *sərhəd məsələsi requlyar həllolunandır.*

Bu fəslin başlıca məsələsi (1), (2) və (1), (3) sərhəd məsələlərinin requlyar həllolunması üçün kafi şərtlərin tapılmasıdır.

Bu məqsədlə əvvəlcə (1) tənliyi $A_j=0$, $j=1,2,3$ olduqda araşdırılır. Bunun üçün $W_2^3(R_+;H)$ fəzasının (2) və (3) sərhəd şərtlərinin diktə etdiyi altfəzalarını

$$W_{2,K}^3(R_+;H)=\left\{u(t):u(t)\in W_2^3(R_+;H),\,u(0)=K\frac{d^2u(0)}{dt^2},\,\frac{du(0)}{dt}=0\right\},$$

$$W_{2,M}^3(R_+;H)=\left\{u(t):u(t)\in W_2^3(R_+;H),\,\frac{du(0)}{dt}=0,\,\frac{d^2u(0)}{dt^2}=Mu(0)\right\}$$

ilə, $W_{2,K}^3(R_+;H)$ və $W_{2,M}^3(R_+;H)$ fəzalarından $L_2(R_+;H)$ fəzasına

$$P_{0,K}u(t)=-\frac{d^3u(t)}{dt^3}+\rho(t)A^3u(t),\;u(t)\in W_{2,K}^3(R_+;H)\,,$$

$$P_{0,M}u(t)=-\frac{d^3u(t)}{dt^3}+\rho(t)A^3u(t),\;u(t)\in W_{2,M}^3(R_+;H)$$

qaydaları ilə təsir edən operatorları isə, uyğun olaraq, $P_{0,K}$ və $P_{0,M}$ ilə işarə edək.

$$\kappa(c_1,c_2,c_3)=c_1\sqrt[3]{\beta^2}+c_2\sqrt[3]{\alpha\beta}+c_3\sqrt[3]{\alpha^2}\,,$$

$$\omega_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\,,\quad \omega_2=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\,,$$

götürməklə aşağıdakı teorem isbat edilir:

Teorem 1. *Tutaq ki,* $A=A^*\ge cE$, $c>0$, $K\in L(H_{1/2},H_{5/2})$, $-\frac{1}{\sqrt[3]{\alpha^2}\,\omega_2}\notin\sigma(C)$, $C=A^{5/2}KA^{-1/2}$ *və*

$$K_{\alpha,\beta} = \left(E + \sqrt[3]{\alpha^2} KA^2\right)\left(\kappa(\omega_1, 1, \omega_2) e^{\sqrt[3]{\alpha}(\omega_2 - 1)A} - \kappa(1,1,1)E\right) -$$
$$- \left(E + \sqrt[3]{\alpha^2}\, \omega_2 KA^2\right)\left(\kappa(\omega_1, \omega_2, 1) e^{\sqrt[3]{\alpha}(\omega_1 - 1)A} - \kappa(1, \omega_2, \omega_1) e^{\sqrt[3]{\alpha}(\omega_2 - 1)A}\right)$$

operatoru $H_{5/2}$ *fəzasında məhdud tərsə malikdir. Onda* $P_{0,K}$ *operatoru* $W_{2,K}^3(R_+;H)$ *və* $L_2(R_+;H)$ *fəzaları arasında izomorfizm əmələ gətirir.*

Analoji olaraq növbəti teorem doğrudur.

Teorem 2. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $M \in L(H_{5/2}, H_{1/2})$, $-\sqrt[3]{\alpha^2}\,\omega_2 \notin \sigma(B)$, $B = A^{1/2} M A^{-5/2}$ *və*

$$M_{\alpha,\beta} = \left(E + \frac{1}{\sqrt[3]{\alpha^2}} \omega_2 A^{-2} M\right)\left(\kappa(1,1,1)\omega_2 E - \kappa(1, \omega_2, \omega_1) e^{\sqrt[3]{\alpha}(\omega_2 - 1)A}\right) +$$
$$+ \left(E + \frac{1}{\sqrt[3]{\alpha^2}} \omega_1 A^{-2} M\right)\left(\kappa(1, \omega_1, \omega_2) e^{\sqrt[3]{\alpha}(\omega_1 - 1)A} - \kappa(1,1,1)\omega_1 E\right)$$

operatoru $H_{5/2}$ *fəzasında məhdud tərsə malikdir. Onda* $P_{0,M}$ *operatoru* $W_{2,M}^3(R_+;H)$ *və* $L_2(R_+;H)$ *fəzaları arasında izomorfizm əmələ gətirir.*

1-ci və 2-ci teoremlərdən çıxır ki, $\|P_{0,K}u\|_{L_2(R_+;H)}$ və $\|P_{0,M}u\|_{L_2(R_+;H)}$ normaları uyğun olaraq $W_{2,K}^3(R_+;H)$ və $W_{2,M}^3(R_+;H)$ fəzalarında $\|u\|_{W_2^3(R_+;H)}$ normasına ekvivalentdir.

$$A^j \frac{d^{3-j}}{dt^{3-j}} : W_{2,K}^3(R_+;H) \to L_2(R_+;H),$$
$$A^j \frac{d^{3-j}}{dt^{3-j}} : W_{2,M}^3(R_+;H) \to L_2(R_+;H), \; j = 1,2,3,$$

aralıq törəmə operatorları kəsilməz olduğundan onların normalarını da uyğun olaraq $\|P_{0,K}u\|_{L_2(R_+;H)}$ və $\|P_{0,M}u\|_{L_2(R_+;H)}$ normalarına nəzərən qiymətləndirmək olar.

Teorem 3. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $K \in L(H_{1/2}, H_{5/2})$, $C = A^{5/2} K A^{-1/2}$ *və* $\operatorname{Re} C \geq 0$. *Onda istənilən* $u(t) \in W_{2,K}^3(R_+;H)$ *üçün aşağıdakı bərabərsizliklər ödənilir:*

$$\left\| A^j \frac{d^{3-j}u}{dt^{3-j}} \right\|_{L_2(R_+;H)} \leq a_j \|P_{0,K}u\|_{L_2(R_+;H)}, \quad j = 1,2,3, \tag{4}$$

burada

$$a_1 = \frac{2^{1/3} \max^{1/3}(\alpha;\beta)}{3^{1/2} \min^{2/3}(\alpha;\beta)},\ a_2 = \frac{2^{1/3} \max^{1/6}(\alpha;\beta)}{3^{1/2} \min^{5/6}(\alpha;\beta)},\ a_3 = \frac{1}{\min(\alpha;\beta)}.$$

(4) qiymətləndirməsini isbat etmək üçün aşağıdakı koersitiv bərabərsizlikdən istifadə edilir.

Lemma 1. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $K \in L(H_{1/2}, H_{5/2})$, $C = A^{5/2} K A^{-1/2}$ *və* $\operatorname{Re} C \geq 0$. *Onda istənilən* $u(t) \in W_{2,K}^3(R_+;H)$ *üçün*

$$\left\| \rho^{-1/2}(t) \frac{d^3 u}{dt^3} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \left\| \rho^{1/2}(t) A^3 u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 \leq \frac{1}{\min(\alpha;\beta)} \left\| P_{0,K} u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2$$

bərabərsizliyi doğrudur.

Analoji olaraq aşağıdakı teorem də isbat edilir.

Teorem 4. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $M \in L(H_{5/2}, H_{1/2})$, $B = A^{1/2} M A^{-5/2}$ *və* $\operatorname{Re} B \geq 0$. *Onda istənilən* $u(t) \in W_{2,M}^3(R_+;H)$ *üçün aşağıdakı bərabərsizliklər ödənilir:*

$$\left\| A^j \frac{d^{3-j} u}{dt^{3-j}} \right\|_{L_2(R_+;H)} \leq a_j \left\| P_{0,M} u \right\|_{L_2(R_+;H)},\quad j = 1,2,3, \tag{5}$$

buradakı a_j, $j = 1,2,3$ *ədədləri teorem 3-dəki ədədlərdir.*

(5) bərabərsizliyini isbat etmək üçün aşağıdakı təklifdən istifadə edilir.

Lemma 2. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $M \in L(H_{5/2}, H_{1/2})$, $B = A^{1/2} M A^{-5/2}$ *və* $\operatorname{Re} B \geq 0$. *Onda istənilən* $u(t) \in W_{2,M}^3(R_+;H)$ *üçün*

$$\left\| \rho^{-1/2}(t) \frac{d^3 u}{dt^3} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \left\| \rho^{1/2}(t) A^3 u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 \leq \frac{1}{\min(\alpha;\beta)} \left\| P_{0,M} u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2$$

bərabərsizliyi doğrudur.

Qeyd edək ki, adətən operator qiymətli sərhəd şərtli məsələlərdə skalyar sərhəd şərtli məsələlərin həllolunma metodları faktiki olaraq tətbiq edilmir. Bizim halda bu aralıq törəmə operatorlarının normalarının qiymətləndirilməsi zamanı baş verir. Belə normaların qiymətləndirilməsi öyrənilən sərhəd məsələsinin həll olunma şərtlərinin müəyyən edilməsində vacib rol oynayır. Belə normaların qiymətləndirilməsi üçün S.S.Mirzəyevin işlərində sabit əmsallı və skalyar sərhəd şərtli operator-diferensial tənliklərə baxılması məqsədilə həll prosesində təbii şəkildə meydana çıxan həqiqi parametrdən asılı polinomial operatorlar dəstəsinin faktorizasiyası metodu təklif edilib. Burada onu da demək lazımdır ki, bu metod kəsilən əmsallı, amma skalyar sərhəd şərtli operator-diferensial tənliklərə baxılması üçün A.R.Əliyevin, S.S.Mirzəyev və A.R.Əliyevin işlərində inkişaf etdirilib. Buna baxmayaraq, həmin metodu təktərtibli operator qiymətli sərhəd şərtli tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin araşdırılmasına tətbiq etmək olmur. Ona görə də, aralıq törəmə operatorlarının normalarının qiymətləndirilməsi üçün analizdən məlum bərabərsizlikləri burada alınmış koersitiv bərabərsizliklərlə birlikdə istifadə etmək zərurəti yaranır.

Alınan nəticələr bu fəslin başlıca məsələsinə keçməyə imkan verir.

Teorem 5. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $K \in L(H_{1/2}, H_{5/2})$, $-\dfrac{1}{\sqrt[3]{\alpha^2}\,\omega_2} \notin \sigma(C)$, $C = A^{5/2} K A^{-1/2}$, $K_{\alpha,\beta}$ *operatoru* $H_{5/2}$ *fəzasında məhdud tərsə malikdir,* $\operatorname{Re} C \geq 0$, $A_j A^{-j} \in L(H,H)$, $j = 1,2,3$ *və*

$$a_1 \left\| A_1 A^{-1} \right\|_{H \to H} + a_2 \left\| A_2 A^{-2} \right\|_{H \to H} + a_3 \left\| A_3 A^{-3} \right\|_{H \to H} < 1,$$

bərabərsizliyi ödənilir, burada a_j, $j = 1,2,3$ *ədədləri 3-cü teoremdə müəyyən edilib. Onda* (1), (2) *sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.*

Analoji olaraq (1), (3) sərhəd məsələsi üçün requlyar həll olunma haqqında teorem də doğrudur.

Teorem 6. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $M \in L\left(H_{5/2}, H_{1/2}\right)$, $-\sqrt[3]{\alpha^2}\,\omega_2 \notin \sigma(B)$, $B = A^{1/2} M A^{-5/2}$, $M_{\alpha,\beta}$ *operatoru* $H_{5/2}$ *fəzasında məhdud tərsə malikdir,* $\operatorname{Re} B \geq 0$, $A_j A^{-j} \in L(H,H)$, $j = 1,2,3$ *və*

$$a_1 \left\| A_1 A^{-1} \right\|_{H \to H} + a_2 \left\| A_2 A^{-2} \right\|_{H \to H} + a_3 \left\| A_3 A^{-3} \right\|_{H \to H} < 1,$$

bərabərsizliyi ödənilir, burada a_j, $j = 1,2,3$ *ədədləri 4-cü teoremdə müəyyən edilib. Onda* (1), (3) *sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.*

Qeyd edək ki, alınan nəticələr $A_3 = 0$, $K = 0$ və $M = 0$ olduqda A.R.Əliyevin işindəki nəticələrlə, $K = 0$, $M = 0$ və $\alpha = \beta = 1$ olduqda isə S.S.Mirzəyevin işindəki nəticələrlə üst-üstə düşür.

Dissertasiyanın ikinci fəsili birinci fəsildə baxılan məsələlərə həsr olunub, amma burada operator-diferensial tənliyin baş hissəsi $\dfrac{d^3}{dt^3} + \rho(t) A^3$

şəklində operatora malikdir. Burada da sərhəd məsələlərinə yarımoxda baxılır , belə ki, $t=0$ nöqtəsindəki sərhəd şərtində müəyyən abstrakt operator iştirak edir.

Dissertasiyanın bu fəsilində H fəzasında

$$\frac{d^3u(t)}{dt^3}+\rho(t)A^3u(t)+\sum_{j=1}^{3}A_j\frac{d^{3-j}u(t)}{dt^{3-j}}=f(t),\ t\in R_+, \tag{6}$$

operator-diferensial tənliyinə və

$$u(0)=T\frac{d^2u(0)}{dt^2} \tag{7}$$

və ya

$$\frac{d^2u(0)}{dt^2}=Su(0) \tag{8}$$

sərhəd şərtlərininə baxılır. Burada yenə də $f(t)\in L_2(R_+;H)$, $u(t)\in W_2^3(R_+;H)$, $\rho(t)=\alpha$ (əgər $0\le t\le 1$ olarsa), $\rho(t)=\beta$ (əgər $1<t<+\infty$ olarsa), α , β - müsbət, ümumiyyətlə desək bir-birinə bərabər olmayan ədədlərdir, operator əmsallar isə aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$A=A^*\ge cE$, $c>0$;

A_j, $j=1,2,3$, – xətti, ümumiyyətlə desək məhdud olmayan operatorlardır;

$T\in L(H_{1/2},H_{5/2})$;

$S\in L(H_{5/2},H_{1/2})$.

Qeyd edək ki, (6) tənliyinin baş hissəsi (1) tənliyinin baş hissəsindən uyğun xarakteristik tənliklərin köklərinin yerləşdiyi mövqeyə görə fərqlənir.

Tərif 4. *Əgər* $u(t)\in W_2^3(R_+;H)$ *vektor funksiyası* (6) *tənliyini* R_+ *-də sanki hər yerdə ödəyirsə, onda onu* (6) *tənliyinin requlyar həlli adlandıracağıq.*

Tərif 5. *Əgər istənilən* $f(t)\in L_2(R_+;H)$ *üçün* (6) *tənliyinin* (7) *sərhəd şərtlərini*

$$\lim_{t\to 0}\left\| u(t)-T\frac{d^2u(t)}{dt^2}\right\|_{H_{5/2}}=0$$

mənasında ödəyən requlyar həlli varsa və

$$\|u\|_{W_2^3(R_+;H)} \le const\|f\|_{L_2(R_+;H)}$$

bərabərsizliyi ödənilirsə, onda deyəcəyik ki, (6), (7) *sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.*

Tərif 6. *Əgər istənilən* $f(t) \in L_2(R_+;H)$ *üçün* (6) *tənliyinin* (8) *sərhəd şərtlərini*

$$\lim_{t\to 0}\left\| \frac{d^2u(t)}{dt^2} - Su(t)\right\|_{H_{1/2}} = 0$$

mənasında ödəyən requlyar həlli varsa və

$$\|u\|_{W_2^3(R_+;H)} \le const\|f\|_{L_2(R_+;H)}$$

bərabərsizliyi ödənilirsə, onda deyəcəyik ki, (6), (8) *sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.*

Bu fəslin əsas məqsədi (6), (7) və (6), (8) sərhəd məsələlərinin requlyar həll olunmasını təmin edən kafi şərtləri tapmaqdan ibarətdir.

Birinci fəsildə olduğu kimi əvvəlcə (6) tənliyi $A_j = 0$, $j = 1,2,3$ halında araşdırılır. Bu halda ilk öncə $W_2^3(R_+;H)$ fəzasının (7) və (8) sərhəd şərtlərinin diktə etdiyi altfəzalarını

$$W_{2,T}^3(R_+;H) = \left\{ u(t) : u(t) \in W_2^3(R_+;H),\ u(0) = T\frac{d^2u(0)}{dt^2} \right\},$$

$$W_{2,S}^3(R_+;H) = \left\{ u(t) : u(t) \in W_2^3(R_+;H),\ \frac{d^2u(0)}{dt^2} = Su(0) \right\},$$

ilə, $W_{2,T}^3(R_+;H)$ və $W_{2,S}^3(R_+;H)$ fəzalarından $L_2(R_+;H)$ fəzasına

$$P_{0,T}u(t) = \frac{d^3u(t)}{dt^3} + \rho(t)A^3u(t),\ u(t) \in W_{2,T}^3(R_+;H),$$

$$P_{0,S}u(t) = \frac{d^3u(t)}{dt^3} + \rho(t)A^3u(t),\ u(t) \in W_{2,S}^3(R_+;H),$$

şəklində təsir edən operatorları isə, uyğun olaraq, $P_{0,T}$ və $P_{0,S}$ ilə işarə edək.

$$T_{\alpha,\beta} = E - \sqrt[3]{\alpha^2}TA^2 + \frac{\sqrt[3]{\alpha} - \sqrt[3]{\beta}}{\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta}\omega_2}\left(E + \sqrt[3]{\alpha^2}\omega_2 TA^2\right)e^{-\sqrt[3]{\alpha}(\omega_1+1)A} +$$

$$+ \frac{\sqrt[3]{\alpha} - \sqrt[3]{\beta}}{\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta}\omega_1}\left(E + \sqrt[3]{\alpha^2}\omega_1 TA^2\right)e^{-\sqrt[3]{\alpha}(\omega_2+1)A},$$

$$S_{\alpha,\beta} = E - \frac{1}{\sqrt[3]{\alpha^2}} A^{-2} S + \frac{\sqrt[3]{\beta} - \sqrt[3]{\alpha}}{\sqrt[3]{\beta} + \sqrt[3]{\alpha}\,\omega_1} \left(E + \frac{\omega_1}{\sqrt[3]{\alpha^2}} A^{-2} S \right) e^{-\sqrt[3]{\alpha}\,(\omega_1 + 1) A} +$$

$$+ \frac{\sqrt[3]{\beta} - \sqrt[3]{\alpha}}{\sqrt[3]{\beta} + \sqrt[3]{\alpha}\,\omega_2} \left(E + \frac{\omega_2}{\sqrt[3]{\alpha^2}} A^{-2} S \right) e^{-\sqrt[3]{\alpha}\,(\omega_2 + 1) A}$$

götürək, burada

$$\omega_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i, \quad \omega_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i.$$

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 7. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $T \in L(H_{1/2}, H_{5/2})$ *və* $T_{\alpha,\beta}$ *operatoru* $H_{5/2}$ *fəzasında məhdud tərsə malikdir. Onda* $P_{0,T}$ *operatoru* $W_{2,T}^3(R_+;H)$ *və* $L_2(R_+;H)$ *fəzaları arasında izomorfizm əmələ gətirir.*

Teorem 8. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $S \in L(H_{5/2}, H_{1/2})$ *və* $S_{\alpha,\beta}$ *operatoru* $H_{5/2}$ *fəzasında məhdud tərsə malikdir. Onda* $P_{0,S}$ *operatoru* $W_{2,S}^3(R_+;H)$ *və* $L_2(R_+;H)$ *fəzaları arasında izomorfizm əmələ gətirir.*

7-ci və 8-ci teoremlərdən nəticə kimi çıxır ki, $\|P_{0,T} u\|_{L_2(R_+;H)}$ və $\|P_{0,S} u\|_{L_2(R_+;H)}$ normaları uyğun olaraq $W_{2,K}^3(R_+;H)$ və $W_{2,M}^3(R_+;H)$ fəzalarında ilkin $\|u\|_{W_2^3(R_+;H)}$ normasına ekvivalentdirlər.

$$A^j \frac{d^{3-j}}{dt^{3-j}} : W_{2,T}^3(R_+;H) \to L_2(R_+;H),$$

$$A^j \frac{d^{3-j}}{dt^{3-j}} : W_{2,S}^3(R_+;H) \to L_2(R_+;H), \ j = 1,2,3,$$

aralıq törəmə operatorları kəsilməz olduğundan onların normalarını da uyğun olaraq $\|P_{0,T} u\|_{L_2(R_+;H)}$ və $\|P_{0,S} u\|_{L_2(R_+;H)}$ normaları vasitəsilə qiymətləndirmək olar.

Teorem 9. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $T \in L(H_{1/2}, H_{5/2})$, $Q = A^{5/2} T A^{-1/2}$ *və* $\operatorname{Re} Q \leq 0$. *Onda istənilən* $u(t) \in W_{2,T}^3(R_+;H)$ *üçün aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur:*

$$\left\| A^j \frac{d^{3-j}u}{dt^{3-j}} \right\|_{L_2(R_+;H)} \leq b_j \left\| P_{0,T}u \right\|_{L_2(R_+;H)}, \quad j=1,2,3,$$

burada

$$b_1 = b_2 = \frac{2\max(1;\alpha;\beta)}{\min(\alpha;\beta)}, \; b_3 = \frac{1}{\min(\alpha;\beta)}.$$

Teorem 10. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $S \in L(H_{5/2}, H_{1/2})$, $U = A^{1/2} S A^{-5/2}$ *və* $\operatorname{Re} U \leq 0$. *Onda istənilən* $u(t) \in W_{2,S}^3(R_+;H)$ *üçün aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur:*

$$\left\| A^j \frac{d^{3-j}u}{dt^{3-j}} \right\|_{L_2(R_+;H)} \leq b_j \left\| P_{0,S}u \right\|_{L_2(R_+;H)}, \quad j=1,2,3,$$

burada b_j, $j=1,2,3$, *9-cu teoremdə təyin olunmuş ədədlərdir.*

9-cu və 10-cu teoremlərin isbatında aşağıdakı koersitiv bərabərsizliklərdən əsaslı şəkildə istifadə edilir.

Lemma 3. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $T \in L(H_{1/2}, H_{5/2})$, $Q = A^{5/2} T A^{-1/2}$ *və* $\operatorname{Re} Q \leq 0$. *Onda istənilən* $u(t) \in W_{2,T}^3(R_+;H)$ *üçün*

$$\left\| \rho^{-1/2}(t) \frac{d^3u}{dt^3} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \left\| \rho^{1/2}(t) A^3 u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 +$$

$$+ \left\| A^{3/2} \frac{du(0)}{dt} \right\|_H^2 \leq \frac{1}{\min(\alpha;\beta)} \left\| P_{0,T}u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2$$

bərabərsizliyi doğrudur.

Lemma 4. *Tutaq ki,* $A = A^* \geq cE$, $c > 0$, $S \in L(H_{5/2}, H_{1/2})$, $U = A^{1/2} S A^{-5/2}$ *və* $\operatorname{Re} U \leq 0$. *Onda istənilən* $u(t) \in W_{2,S}^3(R_+;H)$ *üçün*

$$\left\| \rho^{-1/2}(t) \frac{d^3u}{dt^3} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \left\| \rho^{1/2}(t) A^3 u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 +$$

$$+ \left\| A^{3/2} \frac{du(0)}{dt} \right\|_H^2 \leq \frac{1}{\min(\alpha;\beta)} \left\| P_{0,S}u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2$$

bərabərsizliyi doğrudur.

Sonda alınan nəticələri tətbiq etməklə (6), (7) və (6), (8) sərhəd məsələlərinin requlyar həll olunmaları haqqında aşağıdakı hökmlər isbat olunur.

Teorem 11. *Tutaq ki,* $A = A^* \ge cE$, $c > 0$, $T \in L(H_{1/2}, H_{5/2})$, $T_{\alpha,\beta}$ *operatoru* $H_{5/2}$ *fəzasında məhdud tərsə malikdir,* $\operatorname{Re} Q \le 0$, $Q = A^{5/2} T A^{-1/2}$, $A_j A^{-j} \in L(H, H)$, $j = 1,2,3$ *və*

$$b_1 \left\| A_1 A^{-1} \right\|_{H \to H} + b_2 \left\| A_2 A^{-2} \right\|_{H \to H} + b_3 \left\| A_3 A^{-3} \right\|_{H \to H} < 1$$

bərabərsizliyi ödənilir, burada b_j, $j = 1,2,3$, *9-cu teoremdə təyin olunmuş ədədlərdir. Onda* (6), (7) *sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.*

Теорема 12. *Tutaq ki,* $A = A^* \ge cE$, $c > 0$, $S \in L(H_{5/2}, H_{1/2})$, $S_{\alpha,\beta}$ *operatoru* $H_{5/2}$ *fəzasında məhdud tərsə malikdir,* $\operatorname{Re} U \le 0$, $U = A^{1/2} S A^{-5/2}$, $A_j A^{-j} \in L(H, H)$, $j = 1,2,3$ *və*

$$b_1 \left\| A_1 A^{-1} \right\|_{H \to H} + b_2 \left\| A_2 A^{-2} \right\|_{H \to H} + b_3 \left\| A_3 A^{-3} \right\|_{H \to H} < 1$$

bərabərsizliyi ödənilir, burada b_j, $j = 1,2,3$, *9-cu teoremdə təyin olunmuş ədədlərdir. Onda* (6), (8) *sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.*

Qeyd edək ki, (7) və (8) sərhəd şərtlərində operator əmsalları $T = 0$ və $S = 0$ şərtlərini ödədiyi halda requlyar həllolunma məsələlərinə S.S.Mirzəyev və A.R.Əliyevin, A.R.Əliyevin işlərində baxılıb. $T = 0$, $S = 0$ və $\rho(t) \equiv 1$, $t \in R_+$ halında (6), (7) və (6), (8) sərhəd məsələlərinə oxşar məsələlər S.S.Mirzəyevin işində tədqiq edilib.

Sonda elmi rəhbərim, riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor A.R.Əliyevə məsələnin qoyuluşu və faydalı məsləhətlərinə görə dərin minnətdarlığımı ifadə edirəm.

Dissertasiyanın əsas məzmunu aşağıdakı işlərdə çap edilmişdir:

1. Muradova N.L. Solvability of boundary value problem for a class of non-standard operator-differential equations / International scientific conference "Functional Analysis and its Applications" dedicated to the 70-th anniversary of Mukhtarbay Otelbaev, Abstracts of Reports, October 2-5, 2012, Astana, Kazakhstan, p. 89-90.
2. Muradova N.L. Bir sinif qeyri-tipik operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin həll olunması haqqında // Naxçıvan Dövlət Universitetinin Xəbərləri, fizika-riyaziyyat seriyası, 2013, № ?, səh. ?-?.
3. Алиев А.Р., Мурадова Н.Л. О разрешимости задачи с операторно-значным краевым условием для операторно-дифференциального уравнения третьего порядка с разрывным коэффициентом // Вестник Бакинского Университета, сер. физ.-матем. наук, 2013, № 2, с. 55-63.
4. Muradova N.L. Solvability conditions of a boundary value problem for an operator-differential equation of the third order with discontinuous coefficients / On Actual Problems of Mathematics and Informatics, Abstracts of International conference dedicated to the 90-th anniversary of Haydar Aliyev, May 29-31, 2013, Baku, Azerbaijan, p. 81.
5. Muradova N.L. On solvability of a boundary value problem with an operator in the boundary conditions for a class of third order operator-differential equations // Proceedings of Institute Mathematics and Mechanics of NAS of Azerbaijan, 2013, vol. 38(46), p. 109-114.
6. Muradova N.L. Solvability conditions of a boundary value problem for an operator-differential equation of the third order with discontinuous coefficients // Transactions of NAS of Azerbaijan, ser. of phys.-tech. and math. sci., 2013, vol. 33, no. 4, p. 115-122.
7. Aliev A.R., Muradova N.L. Third-order operator-differential equations with discontinuous coefficients and operators in the boundary conditions // Electronic Journal of Differential Equations, 2013, vol. 2013, no. 219, p. 1-13.
8. Muradova N.L. Operator əmsallı bir sərhəd məsələsinin həll olunması haqqında / AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı Beynəlxalq konfransın materialları, 15-16 may 2014-cü il, Bakı ş., səh. 264-266.

9. Muradova N.L. Boundary value problem with an operator in the boundary condition for a class of operator-differential equations of the third order with discontinuous coefficients / Abstracts of Azeraijan-Turkey-Ukrainian International Conference "Mathematical Analysis, Differential Equation and Their Applications, MADEA-7", September 08-13, 2015, Baku, Azerbaijan, p. 118.
10. Мурадова Н.Л. Краевая задача с оператором в краевом условии для одного класса операторно-дифференциальных уравнений третьего порядка с разрывным коэффициентом // Journal of Contemporary Applied Mathematics, 2016, vol. 6, no. 1, p. 3-12.

НАЗИЛЯ ЛЯТИФ КЫЗЫ МУРАДОВА

КОРРЕКТНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ НЕКОТОРЫХ НЕТИПОВЫХ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

АННОТАЦИЯ

Диссертация посвящена изучению корректной и однозначной разрешимости краевых задач для двух классов операторно-дифференциальных уравнений третьего порядка с разрывным коэффициентом, в краевых условиях которых участвуют абстрактные линейные операторы. В работе найдены следующие основные результаты:

- установлены условия корректной и однозначной разрешимости в пространствах типа Соболева для двучленных операторно-дифференциальных уравнений третьего порядка с разрывным коэффициентом и операторами в краевых условиях на полуоси;
- проведены оценки сверху норм операторов промежуточных производных в пространствах типа Соболева относительно норм операторов, порожденных рассматриваемыми двучленными операторно-дифференциальными выражениями и операторными краевыми условиями;
- получены условия корректной и однозначной разрешимости в пространствах типа Соболева для полных операторно-дифференциальных уравнений третьего порядка с разрывным коэффициентом и операторами в краевых условиях на полуоси;
- найдена связь оценок норм операторов промежуточных производных с условиями корректной и однозначной разрешимости.

NAZILA LATIF MURADOVA

WELL-DEFINED SOLVABILITY OF SOME NON-STANDARD OPERATOR-DIFFERENTIAL EQUATIONS IN HILBERT SPACE

SUMMARY

The dissertation is devoted to studying well-defined and unique solvability of boundary value problems for two classes of third order operator-differential equations with a discontinuous coefficient and with abstract linear operators in the boundary conditions. In the work the following main results were found:

- conditions of well-defined and unique solvability in the Sobolev-type spaces for binomial operator-differential equations of third order with a discontinuous coefficient and operators in the boundary conditions on a semi-axis were established;
- upper estimations of the norms of the operators of intermediate derivatives in the Sobolev-type spaces were conducted with respect to the norms of the operators generated by the considered binomial operator-differential expressions and operator boundary conditions;
- conditions of well-defined and unique solvability in the Sobolev-type spaces for complete operator-differential equations of third order with a discontinuous coefficient and operators in the boundary conditions on a semi-axis were obtained;
- relation of the estimations of the norms of the operators of intermediate derivatives with conditions of well-defined and unique solvability was found.

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

На правах рукописи

НАЗИЛЯ ЛЯТИФ КЫЗЫ МУРАДОВА

КОРРЕКТНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ НЕКОТОРЫХ НЕТИПОВЫХ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

1202.01 – Анализ и функциональный анализ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по математике

БАКУ – 2017