AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

NAİLƏ MƏHƏMMƏD qızı NAMAZOVA

DÖRDÜNCÜ TƏRTİB BİR SİNİF DİFERENSİAL OPERATORLAR DƏSTƏSİNİN SPEKTRAL ANALİZİ

1202.01 - Analiz və funksional analiz

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı-2018

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Dissertasiyada tədqiq olunan 4-cü tərtib təkrar xarakteristikalı diferensial operatorlar dəstəsi klassik mənada spektral parametrli requlyar sərhəd məsələləri sinfinə daxil deyil. Təkrarlanan köklər olduqda müəyyən məsələlərə baxılmışdır. Əsasən iki fərqli köklərin hər biri müəyyən tərtibdən təkrarlandıqda uyğun məsələlərin məxsusi və qoşma funksiyalarına nəzərən çoxqat ayrılış düsturları alındığı halda, yalnız bir xarakteristik kök olduqda ümumi halda verilmiş sərhəd məsələlərindən requlyar sərhəd şərtlərini ayırmaq olduqca mürəkkəb texniki hesablamalarla müşaiyət olunduğundan, bu tip məsələlərin ancaq xüsusi halları son 5 ildə öyrənilməyə başlanılmışdır. Baxılan məsələlərin isə, qarışıq məsələlərin öyrənilməsinə tətbiqləri yoxdur. Bu qeyd olunanlar yalnız sonlu parçaya aiddir. Sonsuz intervallarda isə, dissertasiyada tədqiq olunan məsələlərdən başqa, uyğun məsələlərə yerli və xarici tədqiqatlarda demək olar ki, baxılmamışdır. Bunun səbəbi ondan ibarətdir ki, baş xarakteristik çoxhədlinin yeganə kökünün olması ənənəvi yanaşmalarla çoxqat ayrılış düsturlarının alınmasında müəyyən çətinliklər yaradır. Bu zaman spektral parametrin müstəvinin hansı hissəsində olması sol ucda şərtlərin sayına ciddi təsir göstərir. Bu mənada belə diferensial dəstələrin xüsusi hallarının öyrənilməsi təkrar xarakteristikalı diferensial operatorlar dəstəsinin ümumi spektral nəzəriyyəsinin formalaşması üçün mühüm əhəmiyyətlidir.

Dissertasiyada baxılan L_λ^α operatorlar dəstəsinin spesifikası ondan ibarətdir ki, $\ell_\lambda(y)=0$ tənliyinin Birkhof mənada baş xarakteristik çoxhədlisi dörd dəfə təkrarlanan xəyali i kökünə malikdir. Bu çoxhədlinin kökləri təkrarlandıqda $\ell_\lambda(y)=0$ tənliyinin formal həlləri parametrin kəsr dərəcələrini həm eksponentdə, həm də eksponentin vuruğunda saxlaya bilər və həllin strukturu nəinki tənliyin λ-ya nəzərən yüksək dərəcələrinin əmsallarından, həm də onun aşağı dərəcəli əmsallarından və aşağı dərəcəli əmsalları üçün müəyyən cəbri münasibətlərin ödənməsi şərtlərindən asılıdır.

Qeyd edək ki, Birkhof-Tamarkin mənada xarakteristik köklər fərqli olduqda sonlu parçada adi diferensial operatorlar dəstəsinin düz spektral xarakteristikaları kifayət qədər tədqiq edilmişdir. Müxtəlif spektral aspektli məsələlər tam halda ən çox Q.D. Birkhofun, Y.D. Tamarkinin, M.A. Naimarkın, M.V.Keldışın, A.Q. Kostyuçenkonun, V.A. İlinin, M.G.

Qasımovun, M.L. Rəsulovun, A.A. Şkalikovun, A.İ.Vahabovun, Y.Ə. Məmmədovun və s. işlərində öyrənilmişdir. Xüsusi halda, uyğun dəstələrin məxsusi və qoşma funksiyalarının tamlığı məsələləri xarakteristik köklərin yerləşməsindən asılı olaraq öz həllini tapmışdır. Bu zaman köklərin koordinat başlan-ğıcından çıxan fərqli xəttlər üzərində olması şərti ciddi şərt olur. Bu şərt ödənilmədikdə n - qat tamlıq mənada məxsusi və qoşma funksiyalar sonsuz defektli olur.

Xarakteristik köklər sadə olduqda yüksək tərtibli diferensial operatorlar dəstəsi sonsuz intervallarda da kifayət qədər öyrənilmişdir. Burada da, belə effekt aşkarlanmışdır ki, yarımox halında sol ucda sərhəd şərtlərinin sayı spektral parametrin kompleks müstəvinin hansı hissəsində yerləşməsindən asılı olaraq dəyişir və xarakteristik tənliyin köklərinin necə paylanmasından asılı olaraq baxılan operatorlar dəstəsi bütün λ müstəvisində analitik olmaya bilər.

Dissertasiyada baxılan halda diferensial ifadəyə uyğun baş xarakteristik çoxhədli yalnız bir xəyali kökə malik olduğundan, bu məsələni spesifikasına nəzərən ayrıca tədqiq etmək lazımdır. Xarakteristik köklər təkrarlandıqda, lakin onlardan fərqliləri koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olduqda, kəsilməz spektrin baş funksiyalarına və diskret spektrin məxsusi funksiyalarına görə ayrılış düsturları E.Q.Orucovun işlərində alınmışdır.

Qeyd olunanlar dissertasiya mövzusunun olduqca aktual olmasını göstərir.

İşin məqsədi. 4-cü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin sonlu və sonsuz intervallarda spektral xassələrinin tədqiqi. Sonlu parçada iki istiqamət üzrə spektral məsələlərə baxılır:

1.Birkhof mənada baş xarakterisik çoxhədlisinin 4-dəfə təkrarlanan yeganə kökü olduğu halda 4-cü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin spektral xassələri öyrənilir. Xarakteristik köklər təkrarlandıqda bu tip məsələlər çox az öyrənilmişdir. Bunun səbəbi uyğun diferensial tənliklərin fundamental həllər sisteminin spektral parametrə nəzərən ayrılışında əmsalların tam öyrənilməməsi və mürəkkəb hesablamaların aparılmasının zəruri olmasıdır. Ona görə də həmin məsələlərin məxsusi və qoşma funksiyalarına nəzərən ayrılış düsturlarının alınması məsələsi ümumi halda indiyə qədər açıq qalmışdır. Bunun nəticəsi kimi, uyğun qarışıq məsələlərin həllinin varlığının əsaslandırılması məsələsi həll olunmamışdır. Bu işdə məqsəd bir xarakteristik kök halında Birkhof tipli həllərin öyrənilməsi, ümumi şəkildə verilmiş normallaşmış sərhəd şərtlərindən requlyarlıq şərtini ödəyən sərhəd şərtlərinin ayrılmasıdır ki, bu spektral məsələnin Qrin funksiyası kompleks λ-müstəvisində bir-birinin daxilində yerləşən qapalı konturlar üzərində məhdud funksiya olur. Sonra isə, 4-qat ayrılış düsturlarının alınması nəzərdə tutulur ki, alınan nəticələr 4-qat xarakteristikalı hiperbolik tənlik üçün qoyulmuş qarışıq məsələlərinin klassik həllinin göstərilişinin alınmasına müvəffəqiyyətlə tətbiq edilir.

2.Sərhəd şərtlərində spektral parametrin müəyyən dərəcələri ilə spektral məsələlərə baxılır. Bu məsələlər üçün də, requlyar sərhəd şərtlərinin ayrılması nəzərdə tutulur və sərhəd şərtlərində zamana görə tənliyin tərtibi qədər və ondan yuxarı tərtibdən törəmələr olan qarışıq məsələlərin həllinin göstərilişinin alınması qarşıya məqsəd qoyulur.

Sonsuz interval halında parametrli operatorlar dəstəsinə həm yarımoxda, həm də bütün oxda baxılır. Sinqulyar operatorlar dəstəsi üçün, requlyar operatorlardan fərqli olaraq, spektr məxsusi ədədlərdən əlavə, kəsilməz spektrləri də, altçoxluq kimi özündə saxlayır. Bu isə, məxsusi və qoşma funksiyalara nəzərən ayrılış düsturlarının alınması üçün xüsusi tədqiqatı zəruri edir.

Elmi yeniliklər. İşdə aşağıdakı yeni elmi nəticələr alınmışdır:

- Baş xarakteristik çoxhədlinin 4-dəfə təkrarlanan kökü olduqda Tamarkin tipli həllər alınmışdır;
- Xüsusi tipli requlyar və qeyri-requlyar sərhəd məsələləri tədqiq edilərək, rezolventin nüvəsinin spektrin kiçik ətrafından kənarda asimptotikası qiymətləndirilmiş, alınmış məxsusi və qoşma funksiyalara nəzərən 4-qat ayrılış düsturları alınmışdır;
- Uyğun qarışıq məsələlərin həllinin spektral məsələlərin həlli ilə göstərilən inteqaral çıxığı ilə ifadələri alınmış, məsələlərin korrektliyi üçün kafi şərtlər verilmişdir;
- 4 - qat xarakteristikalı diferensial dəstələr $L_2(0,\infty)$ və $L_2(-\infty,\infty)$ fəzalarında tədqiq olunmuş, spektrin strukturu müəyyənləşdirilmiş, rezolvent operatorun aşkar ifadəsi alınmış, diskret spektrin məxsusi funksiyalarına və kəsilməz spektrin baş funksiaylarına nəzərən intervalın sağ və sol hissəsində kifayət qədər tərtibdən hamar finit funksiyaların ayrılış düsturları alınmışdır;
- Xarakteristik köklər təkrarlandıqda və sadə olduqda sərhəd şərtlərində parametr olduqda 4-cü tərtib diferensial operatorların spektral xassələri öyrənilmiş, ayrılış düsturları alınmış, sərhəd şərtlərində zamana görə törəmə olan qarışıq məsələlərin klassik həll düsturları verilmişdir.

Tədqiqatın ümumi üsulları. İşdə sonlu parçada baxılan spektral məsələlərdə Birkhof-Tamarkin metodikasının yeni məsələlərə modifikasiya olunmuş prosedurları tətbiq olunmuş, diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin analitik üsullarından, qarışıq məsələlərin həlli üçün M.L.Rəsulovun çıxıqlar və analitik funksiyalar nəzəriyyəsi üsullarından, sonsuz intervallarda isə, sinqulyar diferensial operatorların spektral analizi yanaşmalarından istifadə olunmuşdur.

Nəzəri və praktiki əhəmiyyət. Dissertasiyada alınmış nəticələr təkrar xarakteristikalı diferensial operatorlar dəstəsinin spektral nəzəriyyəsinin formalaşdırılmasında mühüm əhəmiyyətlidir və çoxlu sayda tətbiqi məsələlərin həllində effektiv tətbiq oluna bilər. Belə məsələlər kvant mexanikasında, hidrodinamikada, kompozit panellərin tədqiqində və s. ortaya çıxır.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyanın əsas elmi nəticələri aşağıda göstərilən respublika və Beynəlxalq konfranslarda, eləcədə elmi seminarlarda məruzə və müzakirə edilmişdir: BDU-nun "Riyazi iqtisadiyyat" kafedrasının elmi seminarlarında; Naxçıvan Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz" kafedrasının elmi seminarlarında; AMEA RMİ-nın "Riyazi analiz" və "Funksional analiz" şöbələrinin birgə seminarında; "Reqional inkişaf və böyük mədəniyyət: mənşə, harmoniya və tipoloğiya" Beynəlxalq konfransında (Naxçıvan 2013); BDU-nun "Hesablama riyaziyyatı" kafedrasının 50 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransda (Bakı 2012); Qoşqar Əhmədovun anadan olmasının 100 illiyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" mövzusunda respublika elmi konfransında (Bakı 2017).

Nəşrlər. Dissertasiyanın əsas nəticələri müəllifin 8 elmi işində çap olunmuşdur.

İşin strukturu və həcmi. Dissertasiya işi giriş, 3 fəsil və 61-adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin həcmi 114 səhifədir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya işi ilə bağlı işlərin qısa təhlili verilir, mövzunun aktuallığı əsaslandırılır. Dissertasiya işi üç fəsildən ibarətdir.

Birinci fəsil dördqat xarakteristik kökü olan diferensial operatorlar dəstəsinin spektral xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur.

1.1-də $[0,1]$ parçasında kompleks λ parametrli aşağıdakı 4-cü tərtib diferensial tənliyə baxılır:

$$\frac{d^4y}{dx^4}+P_1(x,\lambda)\frac{d^3y}{dx^3}+P_2(x,\lambda)\frac{d^2y}{dx^2}+P_3(x,\lambda)\frac{dy}{dx}+P_4(x,\lambda)y=0, \quad (1)$$

burada $P_i(x,\lambda)=\sum_{k=0}^{i}P_{ik}\lambda^k, \quad i=\overline{1,4}$, P_{ii}-sabit ədədlər, $P_{ik}(x)$-funksiyaları $[0,1]$ parçasında müəyyən tərtibdən hamar funksiyalardır.

Fərz edilir ki, (1) tənliyinin Birkhof-Tamarkin mənada

$$\theta^4+P_{11}\theta^3+P_{22}\theta^2+P_{33}\theta+P_{44}=0 \quad (2)$$

xarakteristik tənliyinin 4 - dəfə təkrarlanan $\theta=\theta_1$ kökü vardır.

Teorem 1. *Tutaq ki,* (1) *tənliyinin* $P_{ik}(x),\ i=\overline{1,4},\ k=\overline{0,i}$ *əmsalları sonsuz tərtibdən kəsilməz diferensiallanan kompleks qiymətli funksiaylardır və bu əmsallar*

$$\sum_{i=1}^{4}P_{i,i-1}(x)\theta_1^{4-i}=0, \quad \sum_{i=2}^{4}P_{i,i-2}(x)\theta_1^{4-i}=0,$$
$$\sum_{i=3}^{4}P_{i,i-3}(x)\theta_1^{4-i}=0, \quad \forall x\in[0,1], \quad (3)$$

cəbri şərtlərini ödəyir. Onda (1) *tənliyinin formal həlləri*

$$y_i(x,\lambda)=\left[\sum_{\nu=0}^{\infty}\lambda^{-\nu}g_{i\nu}(x)\right]e^{\theta_i\lambda x}, \quad i=\overline{1,4} \quad (4)$$

şəklində göstərilir. Burada $g_{i0}(x),\ i=\overline{1,4}$ *funksiyaları əmsalları* $P_{ik}(x),\ i=\overline{1,4},\ k=\overline{0,i}$ *funksiyaları ilə ifadə olunan 4-cü tərtib bircins tənliyin həlləri,* $g_{i\nu}(x),\ i=\overline{1,4},\ \nu=\overline{1,\infty}$ *funksiyaları isə 4-cü tərtib bircins olmayan tənliklərin həlləridir.*

Teorem 2. *Tutaq ki,* $P_{ik}(x)\in C^{6-i+k}[0,1],\ k<i$ *və* (3) *şərtləri ödənilir. Onda* (1) *tənliyi hər bir* $\Phi_\pm=\{\lambda:\operatorname{Re}\theta_1\lambda\ge 0^{(+)},\ \operatorname{Re}\theta_1\lambda\le 0^{(-)}\}$ *yarımmüstəvisində fundamental həllər sisteminə malikdir. Bu həllər* $|\lambda|\to\infty$ *olduqda*

$$Y_i(x,\lambda)=\left[g_{i0}^{(0)}(x)+\frac{1}{\lambda}g_{i0}^{(1)}(x)+\frac{1}{\lambda^2}g_{i0}^{(2)}(x)+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\lambda^3}g_{i0}^{(3)}(x)+O\left(\frac{1}{\lambda^4}\right)\right]e^{\theta\lambda x}, \ i=\overline{1,4} \quad (5)$$

ayrılışı ilə ifadə olunur. Burada $g_{i0}^{(0)}(x)$ *və* $g_{i0}^{(j)}(x)$, $j=\overline{1,3}$ *uyğun olaraq əmsalları* $P_{ik}^{(\mu)}(x)$, $\mu<4$ *-lə ifadə olunan* 4*-cü tərtib bircins tənliyin fundamental həlləri və* 4*-cü tərtib qeyri - bircins tənliyin xüsusi həllidir.*

Qeyd edək ki, (3) şərtləri ödənilmədikdə, fundamental həllər sisteminin ayrılışında λ-parametrinin kəsr dərəcələrinə nəzərən həm eksponentdə və həm də vuruqdakı sonsuz sırada mürəkkəb ifadələr alınır ki, bu da (1) tənliyi üçün qoyulmuş sərhəd məsələlərinin tədqiqində ciddi çətinliklər yaradır. Bu çətinliklər həm hesablamaların mürəkkəbləşməsində, həm də analitik mülahizələrin aparılmasında ortaya çıxır. Lakin eksponentdəki ifadələr hər bir həll üçün fərqli olduğundan, xarakteristik köklər sadə olduğu haldakı kimi, burada da uyğun diferensial operatorun təyin oblastından olan funksiyalar üçün məxsusi və qoşma funksiyalara nəzərən ayrılış düsturlarını almaq mümkündür. (5) tipli ayrılışlarla həllər sistemində isə, uyğun spektral məsələlərin Qrin funksiyalarının spektral parametrə nəzərən azalma tərtibləri aşağı olduğundan belə funksiyalara nəzərən ayrılan funksiyalar operatorun təyin oblastına daxil olmur.

1.2-də (1) tənliyinə uyğun (2) baş xarakteristik çoxhədlisinin xəyali $\theta_1=i$ kökü olduğu halda

$$\begin{gathered} y^{IV}-4i\lambda y'''-6\lambda^2 y''+\left(4i\lambda^3+P_{30}(x)\right)y'+ \\ \left(\lambda^4+P_{41}(x)\lambda+P_{40}(x)\right)y=0 \end{gathered} \tag{6}$$

diferensial tənliyə və

$$\begin{gathered} U_1(y)\equiv y(0)=0,\quad U_2(y)\equiv y(1)=0, \\ U_3(y)\equiv y'(0)-y'(1)=0,\; U_4(y)\equiv y''(0)=0 \end{gathered} \tag{7}$$

sərhəd məsələsinə baxılır.

Sağ tərəfi $f(x)$ funksiyası olan qeyri-bircins (6) tənliyinin (7) şərtlərini ödəyən yeganə həlli aşağıdakı kimi göstərilir:

$$y(x,\lambda,f)=\int_0^1 G(x,\xi,\lambda)f(\xi)d\xi\ . \tag{8}$$

(6), (7) məsələsi üçün Vronski determinantının və Koşi funksiyasının uyğun olaraq aşağıdakı asimptotik ifadələri alınmışdır:

$$W(\xi,\lambda)=12e^{4i\lambda x}\left[1+O\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right],\ |\lambda|\to\infty \tag{9}$$

$$g(x,\xi,\lambda)\ =\left[\pm\frac{1}{2}\frac{\left(x-\xi\right)^3}{3!}+O\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right]e^{i\lambda(x-\xi)},\ \begin{matrix}+\xi\le x\\ -\xi>x\end{matrix}, \tag{10}$$

Sonra isə (6),(7) məsələsinin xarakteristik determinantının aşağıdakı asimptotik ayrılışı alınmışdır:

$$\Delta(\lambda)=2e^{i\lambda}\left[1+O\left(\frac{1}{\lambda}\right)-\left[4+O\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right]e^{i\lambda}\right],\ |\lambda|\to\infty. \tag{11}$$

Sərhəd şərtləri

$$y(0)-y(1)=0,\ y'(0)-y'(1)=0,\ y''(1)=0,\ y'''(1)=0 \tag{12}$$

kimi verildikdə isə, (6), (12) sərhəd məsələsinin aşağıdakı göstərilişi alınmışdır:

$$\begin{aligned}\Delta(\lambda)&=\lambda^5e^{2i\lambda}\left[-2i+\lambda\left(2+O\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right)e^{i\lambda}+\left(-22i+O\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right)e^{2i\lambda}\right]=\\&=-2\lambda^5e^{2i\lambda}\left[i+\lambda\left(-2+O\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right)e^{i\lambda}+\left(11i+O\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right)e^{2i\lambda}\right].\end{aligned} \tag{13}$$

1.3-də (6), (7); (6), (12) və ümumiyyətlə, normallaşdırılmış

$$U_i(\mathrm{y})=\alpha_i y^{(k_i)}(0)+\beta_i y^{(k_i)}(1)+\sum_{j=0}^{k_i-1}\alpha_{ij}y^{(j)}(0)+\beta_{ij}y^{(j)}(1)=0, \tag{14}$$

$$3\ge k_1\ge k_2\ge k_3\ge k_4\ge 0,\ k_1>k_3, k_2>k_4$$

sərhəd şərtli məsələlərinin məxsusi ədədlərinin kompleks müstəvidə asimptotik paylanması araşdırılmış və aşağıdakı nəticə alınmışdır:

Teorem 3. (6), (7) və (6), (12) *sərhəd məsələlərinin sonsuz sayda məxsusi ədədləri vardır, onların kifayət qədər sonsuz uzaqlaşmışları sadədir və aşağıdakı asimptotik ayrılışlarla təsvir olunur:*

$$\lambda_k=\frac{1}{i}\ln\frac{1}{4}+i2k\pi,\ k=0,\pm1,\pm2,... \quad ((6),(7)\text{ məsələsi üçün})$$

$$\begin{cases} \lambda_r = 2r\pi + \arg\left(\dfrac{-N_1'}{P_{11}'}\right) \mp \dfrac{\pi}{2} - \\ -i\left(\ln\left|\dfrac{-N_1'}{P_{11}'}\right| - \ln\left|2r\pi + \arg\left(\dfrac{-N_1'}{P_{11}'}\right) \mp \dfrac{\pi}{2}\right|\right) \\ + o(1), \quad r = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \qquad (6),(12);(6),(14) \\ \lambda_n = 2n\pi + \arg\left(\dfrac{P_{20}'}{P_{11}'}\right) \pm \dfrac{\pi}{2} - \\ -i\left(\ln\left|\dfrac{P_{20}'}{P_{11}'}\right| + \ln\left|2n\pi + \arg\left(\dfrac{P_{20}'}{P_{11}'}\right) \pm \dfrac{\pi}{2}\right|\right) \\ + o(1), n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \end{cases}$$

məsələləri üçün) (15)

burada $N_1', P_{11}', P_{10}', P_{20}' \neq 0$, $g(z) = N_1' + (P_{11}' z + P_{10}')e^z + P_{20}' e^{2z}$ $\quad (z = i\lambda)$ kvazipolinomun əmsallarıdır və xarakteristik determinantın uyğun əmsalları ilə ifadə olunur.

1.4-də (6) tənliyi üçün normallaşdırılmış (14) sərhəd şərtləri ilə Qrin funksiyasının kompleks spektral parametr müstəvisində asimptotikası təhlil edilir. Burada requlyar sərhəd məsələlərinin tərifi verilir:

Tərif 1. (6), (14) məsələsinə o zaman *requlyar məsələ* deyilir ki, $|\lambda| \to \infty$ olduqda məxsusi ədədlərin kiçik ətrafını atdıqdan sonra yerdə qalan hissədə $G(x,\xi,\lambda) = \lambda^{-m} O(1)$, $m \leq 0$ qiymətləndirməsi müntəzəm olaraq istənilən $x, \xi \in [0, 1]$ üçün ödənilsin.

Teorem 4. (6), (7) və

$$y(0) = 0, \; y(1) = 0, \; y'(0) - y'(1) = 0, \; y''(1) = 0 \qquad (16)$$

sərhəd şərtləri ilə verilmiş (6), (16) *sərhəd məsələlərinin Qrin funksiyası məxsusi ədədlərin kiçik ətrafından kənarda spektral parametrin modulca kifayət qədər böyük qiymətlərində eksponensial artır.*

Teorem 5. (6), (12) *və*

$$\begin{aligned} &y(0) - y(1) = 0, \; y'(0) - y'(1) = 0, \\ &y''(0) - y''(1) = 0, \; y'''(0) - y'''(1) = 0, \end{aligned} \qquad (17)$$

sərhəd şərtləri ilə verilmiş (6), (17) *sərhəd məsələsinin Qrin funksiyası məxsusi ədədlərin kiçik ətrafını atdıqdan sonra yerdə qalan hissədə aşağıdakı asimptotik ayrılışa malikdir.*

$$G(x,\xi,\lambda) = O(1),\ |\lambda| \to \infty . \tag{18}$$

1.5-də (6), (12) sərhəd məsələsinin məxsusi və qoşma funksiyalarına nəzərən 4-qat ayrılış düsturunun alınmasına həsr olunmuşdur.

Burada $\{\Phi_0(x), \Phi_1(x), \Phi_2(x), \Phi_3(x)\}$ funksiyalarını daxil etməklə, aşağıdakı ifadəyə baxılır:

$$F_0(x,\ \lambda) = \sum_{m=1}^{4}\sum_{k=0}^{4-m} P_{4-km} \frac{d^k}{dx^k}\left(\sum_{\nu=0}^{m-1} \lambda^{\nu} \Phi_{m-1-\nu}(x)\right). \tag{19}$$

M.L. Rəsulovun kontur inteqral üsulunu tətbiq etməklə, öyrənilən diferensial operatorun təyin oblastında yerləşməyən funksiyalar üçün (6), (12) məsələsinin məxsusi və qoşma funksiyalarına nəzərən 4-qat ayrılış haqda aşağıdakı teorem alınmışdır:

Teorem 6. *Tutaq ki,* $\Phi_k(x),\ k = \overline{0,3}$ *funksiyaları 6-k tərtibə qədər kəsilməz diferensiallanan funksiyalardır və onların uyğun olaraq 5-k tərtibə qədər törəmələri* $[0,\ 1]$ *parçasının uclarında sıfra çevrilir. Onda* (6), (12) *məsələsinin həlli üçün*

$$\frac{1}{2\pi\nu\sqrt{-1}}\sum_{\nu}\int_{c_\nu} \lambda^s d\lambda \int_0^1 G(x,\xi,\lambda) F(\xi,\lambda) d\xi = \Phi_s(x),\ \ s = \overline{0,3} \tag{20}$$

4-qat ayrılış düsturu doğrudur ki, buradakı sonsuz inteqral cəmləri bütün $x \in [0,\ 1]$ *üçün müntəzəm yığılır. Burada* c_ν*- konturları inteqralaltı* $G(x,\xi,\lambda)$ *funksiyasının yalnız bir* λ_ν *polyusunu daxilində saxlayan sadə qapalı konturlardır və* ν*-yə nəzərən cəmləmə Qrin funksiyasının bütün polyuslarını əhatə edir.*

Qeyd edək ki, (20) düsturu istənilən requlyar (6), (14) sərhəd məsələsi üçün doğrudur.

1.6-da hiperbolik tənlik üçün qoyulmuş aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılır:

$$\sum_{m=0}^{4}\sum_{k=0}^{4-m} P_{4-k,m} \frac{\partial^{k+m} u(x,t)}{\partial x^k \partial t^m} = 0,\quad x \in (0,1),\quad t > 0, \tag{21}$$

$$U_i(u(x,t)) = \alpha_i U_x^{(k_i)}(0,t) + \beta_i U_x^{(k_i)}(1,t) + \sum_{j=0}^{k_i-1} \alpha_{ij} U_x^{j}(0,t) + \beta_{ij} U_x^{(j)}(1,t) = 0, \tag{22}$$

$$3 \ge k_1 \ge k_2 \ge k_3 \ge k_4 \ge 0,\quad k_i > k_{i-2},$$

$$\left.\frac{d^k u(x,t)}{dt^k}\right|_{t=0} = \Phi_k(x), \quad k=\overline{0,3}. \tag{23}$$

Burada P_{ii} sabit ədədlər, $P_{ik}(x)$ funksiyaları $[0, 1]$ parçasında kifayət qədər tərtibli hamar funksiyalardır.

$$\theta^4 + P_{11}\theta^3 + P_{22}\theta^2 + P_{33}\theta + P_{44} = 0 \tag{24}$$

tənliyinə (21) xüsusi törəməli tənliyinə uyğun Birkhof mənada xarakteristik tənlik deyilir.

Fərz edilir ki, (24) tənliyinin 4-dəfə təkrarlanan həqiqi kökü vardır. Kökün həqiqi olması o deməkdir ki, (21) -tənliyinin tipi hiperbolikdir.

Teorem 7. *Tutaq ki,* (22) *sərhəd şərtləri requlyardır, məxsusi ədədlər xəyali oxa paralel zolaqlar üzərində yerləşir, başlanğıc funksiyalar üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir*

$$\Phi_k(x) \in c^{8-k}[0,1]; \left.\frac{\partial^s \Phi_k(x)}{\partial x^k}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial^s \Phi_k(x)}{\partial x^k}\right|_{x=1}, \quad 1=\overline{0,7-k}. \tag{25}$$

Onda (21)-(23) *qarışıq məsələsi korrektdir və onun həlli*

$$u(x,t) = \frac{\theta_1^4}{2\pi\sqrt{-1}} \sum_{v} \int_{c_v} e^{\lambda t} d\lambda \int_0^1 G(x,\xi,\lambda) F(\xi,\lambda) d\xi \tag{26}$$

Burada $F(x,\lambda)$ *funksiyası* $F(x,\lambda) = \sum_{m=1}^{4}\sum_{k=0}^{4-m} P_{4-km} \frac{d^k}{dx^k}\left(\sum_{v=0}^{m-1} \lambda^v \Phi_{m-1-v}(x)\right)$ *düsturu ilə təyin olunur,* c_v*-daxilində yalnız bir məxsusi ədəd saxlayan kiçik radiuslu çevrələrdir və* v *- üzrə cəmləmə bütün polyusları əhatə edir.*

İkinci fəsildə yarımoxda və bütün oxda verilmiş təkrar xarakteristikalı sinqulyar diferensial operatorlar dəstəsi öyrənilir və $L_2(0, \infty)$ fəzasında aşağıdakı diferensial ifadəni və sərhəd şərtlərini doğuran L_λ^α, diferensial operatorlar dəstəsinə baxılır:

$$\begin{aligned} \ell_\lambda(y) \equiv y^{\mathrm{IV}} - 4i\lambda y''' - 6\lambda^2 y'' + \left(4i\lambda^3 + P_{30}(x)\right)y' + \\ + \left(\lambda^4 + P_{41}(x)\lambda + P_{40}(x)\right)y = 0, \end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned} U_v(y) = \alpha_{v0}y(0,\lambda) + \alpha_{v1}y'(0,\lambda) + \\ \alpha_{v2}y''(0,\lambda) + \alpha_{v3}y'''(0,\lambda) = 0, \ v=\overline{1,4}, \end{aligned} \tag{28}$$

burada λ - spektral parametr, $P_{30}(x), P_{41}(x), P_{40}(x)$ funksiayaları $[0, \infty)$, intervalında kompleks qiymətli cəmlənən funksiyalardır, onlar və 4-cü tərtibə qədər törəməli $x \to \infty$ olduqda kifayət qədər sürətlə stabilizə olunur, $\alpha_{\nu k}$, $\nu=\overline{1,4}$, $k=\overline{0,3}$ qeyd olunmuş kompleks ədədlərdir, belə ki, $U_\nu(y)$ formaları xətti asılı deyil.

2.1-də (27) düsturu ilə verilmiş $\ell_\lambda(y)=0$ tənliyinin fundamental həllər sisteminin həm parametrin modulca böyük qiymətlərində, həm də asılı olmayan dəyişən sonsuzluğa yaxınlaşdıqda ikili asimptotik ayrılışları alınmışdır:

Teorem 8. *Tutaq ki,* $\int_a^\infty x^4\left|P_{ks}^{(j)}(x)\right|dx$, $j=\overline{0,\,k+s}$ *inteqralları istənilən* $a>0$ *üçün yığılır. Onda* (27) *diferensial tənliyinin hər bir* $\pm Jm\lambda\ge 0$ *yarımmüstəvisində* $y_k(x,\lambda), k=\overline{1,4}$ *fundamental həlləri mövcuddur və onların uyğun olaraq* $|\lambda|\to\infty$ *və* $x\to\infty$ *olduqda aşağıdakı asimptotik göstərilişini yazmaq olar:*

$$y_k(x,\lambda)=\left[g_k^{(0)}(x)+\frac{1}{\lambda}g_k^{(1)}(x)+\frac{1}{\lambda^2}g_k^{(2)}(x)+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\lambda^3}g_k^{(3)}(x)+\frac{E_k(x,\lambda)}{\lambda^4}\right]e^{i\lambda x},\ k=\overline{1,4}\qquad,\qquad(29)$$

burada hər bir $x=x_0$ *qeyd edilmişdir və* $|\lambda|\to\infty$*;*

$x\to\infty$ *olduqda* $\lambda:\{\pm Jm\lambda\ge 0,\ |\lambda|\ge R,\ R$ *- kifayət qədər böyük ədəddir* $\}$ *-ya nəzərən müntəzəm olaraq*

$$y_k(x,\lambda)=\left[g_k^{(0)}(x)+o(1)\right]e^{i\lambda x},\quad x\to\infty,\quad k=\overline{1,4}\qquad(30)$$

asimptotik göstərilişi doğrudur.

Bu həllərin törəmələri də, uyğun göstərilişlərlə ifadə olunur. Burada $g_i^{(0)}(x)=x^{i-1}$, $i=\overline{1,4}$ *funksiyaları* $\frac{d^4g^{(0)}(x)}{dx^4}=0$ *diferensial tənliyinin fundamental həlləri,* $g_i^{(k)}(x)$, $k=\overline{1,3}$ *funksiyaları sol tərəfi* $\frac{d^4g^{(0)}(x)}{dx^4}$ *funksiyası olan və sağ tərəfində tənliyin əmsalları və onların* 3*-cü tərtibə qədər törəmələrindən ibarət qeyri-bircins diferensial tənliyin xüsusi həlləri,* $E_i(x,\lambda)$ *funksiyaları isə* $\{a\le x<\infty,\ |\lambda|\ge R\}$ *oblastında məhdud funksiyalardır.*

2.2-də L_λ^α operatorunun spektrinin strukturu öyrənilir.

D_λ ilə aşağıdakı şərtləri ödəyən $y(x,\lambda)\in L_2(0,\infty)$ funksiyalar çoxluğunu işarə edək:

1) istənilən $a>0$ üçün sonlu $[0,a]$ parçasında $y^{(\nu)}(x,\lambda),\ \nu=\overline{0,3}$ törəmələri mövcuddur və bu törəmələr mütləq kəsilməzdir;

2) qeyd olunmuş $\lambda\neq 0$ üçün $\ell\left(x,\frac{d}{dx},\lambda\right)y=\ell_\lambda(y)\in L_2(0,\infty)$.

D_λ^α ilə isə, D_λ-ya daxil olan elə funksiyalar çoxluğunu işarə edək ki, bu funksiyalar (28) sərhəd şərtlərini ödəsin.

L_λ operatorlar dəstəsini belə təyin edək: onun təyin oblastı D_λ^α çoxluğudur və $y(x,\lambda)\in D_\lambda^\alpha$ olduqda

$$L_\lambda y=\ell\left(x,\frac{d}{dx},\lambda\right)y\,.$$

Teorem 9. *λ ədədinin $\pm Jm\lambda>0$ yarımmüstəvisində L_λ^α operatorlar dəstəsinin məxsusi ədədi olması üçün zəruri və kafi şərt onun $A(\lambda)\equiv\det\{U_i(y_i)\}_{i,j=1}^4=0$ tənliyinin kökü olmasıdır*

Teorem 10. *L_λ^α operatorlar dəstəsinin açıq aşağı yarımmüstəvisidə məxsusi ədədləri yoxdur, açıq yuxarı yarımmüstəvidə sonlu və ya hesabi sayda məxsusi ədədləri vardır ki, onlar $A(\lambda)=0$ tənliyinin kökləridir. Bu operatorun həqiqi oxda məxsusi ədədləri yoxdur. Əgər $A(\lambda)=0$ tənliyi həqiq $\lambda=\lambda_0$ kökünə malikdirsə, bu kök spektral məxsusiyyətdir.*

2.3-də L_λ^α operatorunun rezolventası qurulur və onun spektral xassələri öyrənilir.

Teorem 11. *Spektral parametrin yuxarı və ya aşağı açıq yarımmüstəvidə yerləşən və $A(\lambda)=0$ tənliyinin kökləri ilə üst-üstə düşməyən qiymətlərində L_λ^α operatorunun rezolventi bütün $L_2(0,\infty)$ fəzasında təyin olunmuş məhdud inteqral operatordur, onun nüvəsi Karleman tipli nüvədir. λ-həqiqi oxa kifayət qədər yaxınlaşdıqda rezolventin norması sonsuzluğa yaxınlaşır və həqiqi ox bütünlüklə L_λ^α operatorlar dəstəsinin $\sigma_c(R_\lambda^\alpha)$ kəsilməz spektrlər çoxluğuna daxildir.*

2.4-də $L_2(-\infty,\infty)$ fəzasında aşağıdakı diferensial ifadənin doğurduğu diferensial operator dəstəsinə baxılır:

$$\begin{aligned}&\ell_\lambda(y)\equiv y^{IV}-4iy'''+\left(4i\lambda^3+P_{30}(x)\right)y'+\left(\lambda^4+P_{41}(x)\lambda+\right.\\&\left.+P_{40}(x)\right)y=\ell_\lambda^0(y)P_{30}(x)y'+\left(P_{41}(x)\lambda+P_{40}(x)\right)y,\ -\infty<x<\infty,\end{aligned}\tag{31}$$

burada λ-kompleks spektral parametr, $P_{30}(x), P_{41}(x), P_{40}(x)$ funksiyaları kompleks qiymətli funksiyalardır, $P_{30}(x)=P_{41}(x)i$ və

$$\int_{-\infty}^{\infty}|x^4|\left\|P_{ks}^{(j)}(x)\right|dx<\infty,\quad j=\overline{0,k+s}\ .\tag{32}$$

Burada da, rezolvent operatorun nüvəsi qurulmuş və kifayət qədər hamar finit funksiyalar üçün diskret spektrin məxsusi funksiyalarına və kəsilməz spektrin baş funksiyalarına nəzərən ayrılış teoremləri isbat olunmuşdur.

Üçüncü fəsildə uyğun spektral məsələnin Birkhof mənada xarakteristik tənliyinin kökləri təkrarlandıqda və sadə olduqda sərhəd şərtlərində zamana nəzərən törəmələr iştirak etdikdə qarışıq məsələlər tədqiq olunmuşdur.

3.1-də əmsalları fəza dəyişənindən asılı funksiyalar və ya sabitlər olan

$$\begin{aligned}&\left[\frac{\partial^4}{\partial x^4}+P_{22}\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial t^2}+P_{21}(x)\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial t}+P_{20}(x)\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\right.\\&P_{32}(x)\frac{\partial^3}{\partial t^2\partial x}+P_{31}(x)\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}+P_{30}(x)\frac{\partial}{\partial x}+P_{44}\frac{\partial^4}{\partial t^4}+\\&\left.+P_{43}(x)\frac{\partial^3}{\partial t^3}+P_{42}(x)\frac{\partial^2}{\partial t^2}+P_{41}(x)\frac{\partial}{\partial t}+P_{40}(x)\right]u(x,t)=0,\\&x\in(0,1),\quad t>0\end{aligned}\tag{33}$$

tənliyinə

$$\begin{aligned}&\left[\alpha_{40}^{(\nu)}\frac{\partial^4}{\partial t^4}+\alpha_{31}^{(\nu)}\frac{\partial^4}{\partial t^3\partial x}+\alpha_{22}^{(\nu)}\frac{\partial^4}{\partial t^2\partial x^2}+\alpha_{13}^{(\nu)}\frac{\partial^4}{\partial t\partial x^3}\right|_{x=0}+\\&\left.+\beta_{40}^{(\nu)}\frac{\partial^4}{\partial t^4}+\beta_{31}^{(\nu)}\frac{\partial^4}{\partial t^3\partial x}+\beta_{22}^{(\nu)}\frac{\partial^4}{\partial t^2\partial x^2}+\beta_{13}^{(\nu)}\frac{\partial^4}{\partial t\partial x^3}\right|_{x=1}\Bigg]u(x,t)=\\&=0,\qquad \nu=\overline{1,4}\end{aligned}\tag{34}$$

sərhəd şərtlərilə və

$$\left.\frac{\partial^k u(x,t)}{\partial t^k}\right|_{t=0}=\Phi_k(x),\ k=\overline{0,3}\tag{35}$$

başlanğıc şərtlərilə baxılır. Burada P_{ii} - sabit ədədlər, $P_{ik}(x)\in C^{4-i+k}[0,1]$, $0\le k<i,\ i=\overline{1,4}$, $\alpha_{40}^{(\nu)},\alpha_{31}^{(\nu)},\alpha_{22}^{(\nu)},\ \alpha_{13}^{(\nu)},\beta_{40}^{(\nu)},\ \ \beta_{31}^{(\nu)},\beta_{22}^{(\nu)},\beta_{13}^{(\nu)}$ verilmiş sabit ədədlər, $\Phi_k(x)$, $k=\overline{0,3}$ kifayət qədər hamar funksiyalardır.

(33)-(35) qarışıq məsələsi (34) şərtlərində zamana nəzərən törəmələr iştirak etmədikdə E.Q. Orucovun işlərində araşdırılmış, normallaşdırılmış sərhəd şərtləri üçün requlyar sərhəd şərtləri ayrılmış, qarışıq məsələnin həllinin uyğun spektral məsələnin həlli vasitəsilə göstərilişi alınmışdır. Uyğun spektral məsələnin fərqli xarakteristik kökləri iki dəfə təkrarlanan olduğu halda, spektral parametr sərhəd şərtlərinə daxil olduqda 4 -qat ayrılış düsturu tam araşdırılmayıb. Burada (33)-(35) məsələsinin həllinin kontur inteqrallar vasitəsilə göstərilişi tədqiq edilir, həllin varlığı üçün kafi şərtlər alınır.

3.2-də $[0,\,1]$ parçasında sadə xarakteristikalı, sərhəd şərtlərində spektral parametr olan aşağıdakı məsələyə baxılmışdır:

$$y^{IV}(x)-\lambda^4 y(x)=h(x) \tag{36}$$

$$\begin{aligned}&\Im_1(Y)\equiv y(0)=0,\quad \Im_2(Y)\equiv y'(0)=0\\&\Im_3(Y)=y''(0)+\lambda^2 Y(1)=0,\ \ \Im_4(Y)=y'''(0)+\lambda^4 y'(1)=0,\end{aligned} \tag{37}$$

burada $h(x)$ kəsilməz funksiya, λ -kompleks spektral parametrdir.

(36) tənliyi üçün requlyar və qeyri - requlyar normallaşmış sərhəd şərtli spektral məsələlər kifayət qədər öyrənilmişdir. Xüsusi halda, requlyar sərhəd məsələləri üçün məxsusi və qoşma funksiyalara nəzərən ayrılış düsturları alınmış, qeyri-requlyar sərhəd məsələlərinin məxsusi funksiyalarının tamlığı şərtləri tədqiq edilmişdir. A.A. Şkalikov və Y.Ə.Məmmədovun işlərində spektral parametri çoxhədli şəklində özündə saxlayan ümumi sərhəd şərtlərindən requlyar, sanki requlyar şərtləri ayrılmış, uyğun məsələnin məxsusi funksiyalarının $L_2(0,\,1)$-də tamlığı haqda teoremlər isbat edilmişdir.

Burada baxılan (36), (37) məsələsinin spesifik xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, sərhəd şərtlərində parametrin dərəcələri arasında uzlaşma yoxdur və ona görə də bu tip məsələləri ayrılıqda tədqiq etmək lazımdır.

3.3-də aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılır:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}+\frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4}=f(x,t) \tag{38}$$

$$u(0,t)=0,\ u'_x(0,t)=0,\ u''_x(0,t)+\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right|_{x=1}=0,$$
$$u''_x(0,t)+\left.\frac{\partial^3 u(x,t)}{\partial t^2 \partial x}\right|_{x=1}=0, \tag{39}$$
$$u\ (x,0)=\Phi_0(x),\ \left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0}=\Phi_1(x). \tag{40}$$

M.L.Rəsulovun çıxıqlar üsulunu (38)-(40) qarışıq məsələsinə tətbiq etməklə spektral parametrli iki məsələ alınır:

$$1)\ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}-\lambda^4 y=-\lambda^2\Phi_0(0)-\Phi_1(x)-\int_0^\infty e^{-\lambda^2 t} f(x,t)dt \tag{41}$$

$$y(0)=0,\ \ y'(0)=0,\ \ y''(0)+\lambda^2 y(1)=\Phi_0(1),$$
$$y'''(0)+\lambda^4 y'(1)=-\Phi_1'(1)-\lambda^2\Phi_0'(1). \tag{42}$$

$$2)\ \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2}+\lambda^4 z(x,t)=f(x,t),\ t\in(0,\ T), \tag{43}$$

$$\left.\frac{\partial^k z(x,t)}{\partial t^k}\right|_{t=0}=\Phi_k(x),\ k=0,1. \tag{44}$$

(41), (42) məsələsinin yeganə həlli

$$y(x,\lambda,h)=\int_0^1 G(x,\xi,\lambda)h(\xi)d\xi+N(x,\lambda,\Phi,f) \tag{45}$$

düsturu ilə ifadə olunur. Burada $G(x,\xi,\lambda)=\dfrac{\Delta(x,\xi,\lambda)}{\Delta(\lambda)}$, funksiyası (36), (37) məsələsinin Qrin funksiyasıdır,

$$h(x)=-\lambda^2\Phi_0(0)-\Phi_1(x)-\int_0^\infty e^{-\lambda^2 t} f(x,t)dt,$$

$$N(x,\lambda,\Phi,f)=\frac{\Delta_1(x,\lambda,\Phi,f)}{\Delta(\lambda)}, \tag{46}$$

$$\Delta_1(x,\lambda,\Phi,f)=\begin{vmatrix} 0 & e^{-\lambda x} & e^{i\lambda x} & e^{-\lambda x} & e^{-\lambda x} \\ 0 & . & . & . & . \\ F_1 & . & \Delta(\lambda) & & \\ F_2 & . & & & \\ 0 & . & & & \end{vmatrix}$$

$$F_1 = \Phi_0(1),\ \ F_2 = -\Phi_1'(1) - \lambda^2\Phi_0'(1)\ .$$

$\Delta(\lambda)$-nın sıfırlarının kiçik ətrafından kənarda

$$\frac{\Delta_1(x,\lambda,\Phi,f)}{\Delta(\lambda)} = O\left(\frac{1}{\lambda^3}\right),\ |\lambda| \to \infty. \qquad (47)$$

(43), (44) Koşi məsələsinin həlli

$$z(t,\lambda,\xi) = \Phi_0(\xi)\cos\lambda^2 t + \frac{1}{\lambda^2}\Phi_1(\xi)\sin\lambda^2 t + \frac{1}{\lambda^2}\int_0^t \sin\lambda^2(t-\tau)f(\xi,\tau)d\tau \qquad (48)$$

düsturu ilə ifadə olunur.

Teorem 12. *Tutaq ki,* $\Phi_0(x)$ *və* $\Phi_1(x)$ *funksiyalarının uyğun olaraq 6-cı və 4-cü tərtibə qədər kəsilməz törəmələri var və*

$$\left.\frac{d^m\Phi_0(x)}{dx^m}\right|_{x=0} = \left.\frac{d^m\Phi_0(x)}{dx^m}\right|_{x=1} = 0,\ m = \overline{0,5}\,,$$

$$\left.\frac{d^m\Phi_1(x)}{dx^m}\right|_{x=0} = \left.\frac{d^m\Phi_1(x)}{dx^m}\right|_{x=1} = 0,\ m = \overline{0,3}\,.$$

Onda (38)-(40) *qarışıq məsələsinin klassik həlli mövcuddur və bu həll*

$$u(x,t) = \frac{1}{2\pi\nu\sqrt{-1}}\sum_\nu \int_{c_\nu} \lambda^3 d\lambda y[(x,\lambda,z,t,\dot{x},\lambda)] \qquad (49)$$

göstərilişi ilə ifadə olunur. Burada c_ν*-lər yalnız bir məxsusi ədədi daxilində saxlayan kiçik radiuslu çevrələrdir və* ν *-yə görə cəmləmə bütün məxsusi ədədləri əhatə edir.*

Sonda elmi rəhbərim professor E.Q.Orucova məsələlərin qoyuluşu və alınan nəticələrin müzakirəsində göstərdiyi diqqətə və verdiyi məsləhətlərə görə səmimi minnətdarlığımı bildirirəm.

Dissertasiya işinin əsas məzmunu aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:

1. Намазова Н.М. Об одной краевой задачи для уравнения 4-го порядка// Bakı Dövlət Universitetinin "Hesablama riyaziyyatı" kafedrasının 50 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransın materialları, Bakı, 2012, səh.177.
2. Namazova N.M. On some boundary value problems for a four in order differential equations with multiple characteristics // Transactions of NAS of Azerbaijan, 2012, vol. XXXII, №4, pp.79-86.
3. Namazova N.M. On spectral properties of a differential bundle on the axis // Proceedings of IMM of Azerbaijan, 2013, v. XXXIX (XLVII), pp.105-110.
4. Namazova N.M. Təkrar xarakteristikalı 4-cü tərtib hiperbolik tənlik üçün qarışıq məsələlər. Reqional inkişaf və böyük mədəniyyət: mənşə, harmoniya və tipologiya məsələləri, Beynəlxalq konfrans, Naxçıvan 2013, səh. 59.
5. Namazova N.M. Təkrar xarakteristikalı 4-cü tərtib tənlik üçün bir qarışıq məsələnin tədqiqi //Naxçıvan Dövlət Universiteti, Elmi əsərlər, fizika-riyaziyyat və texnika elimləri seriyası, 2015, №5(73), səh. 32-40.
6. Намазова Н.М. Кратное разложение по решению краевой задачи с параметром в краевых условиях// Проблемы современной науки и образования, 2017, №8(90), стр.12-19.
7. Намазова Н.М. О спектре одного дифференциального пучка на всей оси // Q.T. Əhmədovun anadan olmasının 100 illiyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri" elmi konfransı, Bakı,2017, səh.218-219.

НАИЛЯ МАГОМЕД кызы НАМАЗОВА

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОДНОГО КЛАССА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ ПУЧКОВ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

АННОТАЦИЯ

Диссертационная работа посвящена исследованию спектральных характеристик дифференциальных операторных пучков 4-го порядка с кратными и некратными характеристиками на конечных и бесконечных отрезках, а также использовании этих пучков при изучении соответствующих смешанных задач с производным по времени в граничных условиях. В работе получены следующие новые научные результаты:

- В случае четырехкратности корня главного характеристического полинома найдены решения типа Биркгофа-Тамаркина.
- Исследованы регулярные и нерегулярные задачи специального типа, для которых оценены резольвенты пучков вне малой окрестности спектра, для регулярных задач в смысле определения настоящей работы получены формулы 4-х кратных разложения по собственным и присоединенным функциям.
- Найдены представления решений соответствующих смешанных задач через интегральных вычетов спектральных задач, получены достаточные условия корректности поставленных смешанных задач.
- В пространствах $L_2(0,\infty)$ и $L_2(-\infty,\infty)$ исследованы пучки дифференциальных операторов 4-го порядка с кратными характеристиками, определены структуры спектра, получены явные представления для резольвентных операторов, для достаточно гладких финитных функций найдены формулы кратных разложений.

NAILYA MAHAMMAD kizi NAMAZOVA

SPECTRAL ANALYSIS OF A CLASS OF FOURTH ORDER DIFFERENTIAL OPERATORS BUNDLE

SUMMARY

The work is devoted to investigation of spectral properties of a bundle of fourth order differential operators in finite and infinite intervals. In the dissertation work the following new results were obtained:

- The Tamarkin type solutions are obtained when the characteristic polynomial has four times repeated root.
- Special type regular and irregular boundary value problems are studied, the asymptotics of the kernel of the resolvent out of the small vicinity of the spectrum is estimated, four-fold expansion formules with respect to eigen and associated functions are obtained.
- The expressions of the solutions of the spectral problems and solutions of corresponding mixed problems with the mentioned integral residue are obtained, sufficient conditions for well-posedness of the problems are given.
- The four-fold characteristics differential boundles are studied in the spaces $L_2(0, \infty)$ and $L_2(-\infty, \infty)$ the structure of the spectrum is determined, explicit expression of the resolvent operator is obtained, expansion formulas are obtained in the left with respect to hand side of the interval eigen functions of discrete spectrum and principle functions of continuous spectrum.
- When characteristics roots are repeated and are simple, when the boundary conditions contain a parameter, the spectral properties of fourth order differential operators are studied, expansion formulas are obtained, the formulas for classic solutions of mixed problems with derivative with respect to time in boundary conditions, are given.