AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI

RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

CƏLALƏ ƏLÖVSƏT QIZI OSMANLI

KƏSİLMƏ ŞƏRTİNƏ MALİK ŞTURM-LİUVİLL OPERATORU ÜÇÜN SƏPİLMƏNİN DÜZ VƏ TƏRS MƏSƏLƏLƏRİ

1211.01-Diferensial tənliklər

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi

almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı - 2014

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

На правах рукописи

ДЖАЛАЛА АЛОВСАТ кызы ОСМАНЛЫ

ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ С УСЛОВИЯМИ РАЗРЫВА

1211.01-Дифференциальные уравнения

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени

доктора философии по математике

Баку – 2014

Dissertasiya işi **AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun** «Funksional analiz» şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Hidayət M.Hüseynov**

Rəsmi opponentlər:

riyaziyyat elmləri doktoru **Araz R.Əliyev**

(Bakı Dövlət Universiteti);

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dos. **Nigar M.Aslanova**

(Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti).

Aparıcı təşkilat:

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

«Riyazi analiz» kafedrası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 07 mart 2014-cü il saat 14^{00}-da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün D 01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat göndərilib 28 yanvar 2014-cü il.

AMEA RMİ-nın D 01.111

Dissertasiya Şurasının

elmi katibi dosent Tamilla Həsənova

Работа выполнена в отделе «Функциональный анализ» **Института Математики и Механики НАН Азербайджана**.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, проф. **Идаят М.Гусейнов**

Официальные оппоненты:

доктор математических наук **Араз Р.Алиев**

(Бакинский Государственный Университет);

кандидат физико-математических наук, доц. **Нигяр М.Асланова**

(Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет).

Ведущая организация:

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

кафедра «Математический анализ».

Защита диссертации состоится 07 марта 2014 г. в 14^{00} часов на заседании диссертационного совета Д 01.111 по присуждению ученой степени доктора наук и доктора философии при Институте Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

Адрес: AZ 1141, г.Баку, ул. Б.Вагабзаде, 9.

Автореферат разослан 28 января 2014 года.

Ученый секретарь

Диссертационного Совета

Д 01.111 ИММ НАНА **доцент Тамилла Гасанова**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Dissertasiya işi bütün oxda və yarımoxda Şturm-Liuvill operatoru (birölçülü Şredinger tənliyi)* üçün müəyyən nöqtədə kəsilmə şərti verildikdə səpilmənin tərs məsələlərinin tədqiqinə həsr olunmuşdur.

Səpilmənin tərs məsələsi spektral analizin tərs məsələsi nəzəriyyəsinin intensiv inkişaf edən qollarından biridir. Spektral analizin tərs məsələsi dedikdə bu və ya digər spektral xarakteristikalarına görə xətti operatorların bərpa olunması məsələsi başa düşülür. Belə xarakteristikalar spektrlər, spektral funksiya, Veyl funksiyası, səpilmə verilənləri və s. ola bilər. Spektral xarakteristikaların seçimindən asılı olaraq tərs məsələnin müxtəlif qoyuluşları mümkündür. Səpilmənin tərs məsələlərində spektral xarakteristikalar olaraq səpilmə verilənləri götürülür. Səpilmənin tərs məsələsi nəzəri fizikanın tələbatından yaranmışdır və aşağıdakından ibarətdir: məlumdur ki, kvant mexanikasında potensiallı sahədə zərrəciklərin səpilməsi dalğa funksiyalarının sonsuzluqda asimptotikasına görə tamamilə təyin olunur və məhz dalğa funksiyalarının asimptotik göstərilişi fiziki məna kəsb edir. Buna görə də dalğa funksiyalarının sonsuzluqda asimptotikasına görə sahə potensialının bərpasının mümkünlüyü və əgər bu mümkündürsə, bərpa etmə üsulunun verilməsi məsələsi meydana çıxır.

İlk dəfə səpilmənin tərs məsələsinin tam həlli yarımoxda Şturm-Liuvill tənliyi üçün V.A.Marçenko, Şturm-Liuvill tənliklər sistemi üçün isə Z.S.Aqranoviç və V.A.Marçenko tərəfindən alınmışdır. Bu nəticələrin alınmasında, İ.M.Qelfand və B.M.Levitanın spektral funksiyaya görə tərs məsələnin həllinə və B.Ya.Levinin Yost həllinin (sonsuzluqda sərhəd şərtli çevirmə operatoru) "üçbucaq" göstərilişinə həsr olunmuş işləri mühüm rol oynamışdır.

Tərs məsələnin həllinin tapılması üçün digər effektli üsul M.Q.Kreynin işlərində verilmişdir. Tərs məsələnin əsas tənlikləri – Qelfand-Levitan-Marçenko tənlikləri tərs məsələ nəzəriyyəsinin gələcək inkişafında əsas rol oynamışdır.

$(1+|x|)|q(x)| \in L_1(-\infty,+\infty)$ şərtini ödəyən $q(x)$ potensialı üçün bütün oxda Şturm-Liuvill tərs məsələsinin tam riyazi araşdırılması

---

* Son zamanlar bütün oxda və ya yarımoxda baxılan halda Şturm-Liuvill operatoru, həmçinin birölçülü Şredinger operatoru da adlanır.

L.D.Faddeyevin işlərində verilmişdir. Bu işlərdə göstərilmişdir ki, müsbət və mənfi sonsuzluqdakı Qelfand-Levitan-Marçenko inteqral tənliklərinin hər ikisindən istifadə etmək olar. Lakin L.D.Faddeyevin məqalələrində kəsilməz spektrin kənarında S səpilmə matrisinin özünü aparması səliqəsiz yazılmışdır. V.A.Marçenko öz monoqrafiyasında göstərmişdir ki, kəsilməz spektrin kənarında əksetmə əmsalının özünü aparmasını dəqiqləşdirdikdən sonra L.D.Faddeyevin işindəki sxem öz qüvvəsində qalır. S- matrisin kəsilməz spektrin kənarında özünü aparmağı haqqında daha dəqiq nəticələr H.M.Hüseynovun işlərində alınmışdır.

Müxtəlif potensiallı Şturm-Liuvill tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələləri V.S.Buslayevin və V.M.Fominin, İ.A.Anders və V.P.Kotlyarovun, N.Y.Firsovanın, V.V.Blaşakın və b. işlərində araşdırılmışdır.

Dirak tənliklər sistemi üçün səpilmənin tərs məsələsi M.Q.Qasımov və B.M.Levitanın, H.M.Hüseynovun, İ.S.Frolovun, F.Q.Maqsudov və S.Q.Vəliyevin və b. işlərində öyrənilmişdir

Şturm-Liuvill və Dirak tənlikləri üçün səpilmənin tərs məsələlərinin araşdırılması fərq tənlikləri üçün də oxşar məsələlərin baxılmasına stimul verdi. Bu istiqamətdə olan mühüm nəticələr V.Q.Tarnapolskinin, M.Katsın, M.Kats və S.Çinin, H.Ş.Hüseynovun, A.X.Xanməmmədovun və b. işlərində alınmışdır.

1967-ci ildə K.Qardner, C.Qrinn, M.Kruskal və R.Miura bütün oxda Şturm-Liuvill tənliyi üçün səpilmənin düz və tərs məsələləri ideyasından istifadə etməklə Korteveq-de Friz tənliyi üçün Koşi məsələsinin həll üsulunu kəşf etdilər. Onların üsulunun əsas ideyası $L-A$ cütü anlayışını daxil edən P.L.Laksın işində inkişaf etdirilmişdir. V.Q.Zaxarov və A.B.Şabat göstərdilər ki, bu işlərin ideyasından istifadə etməklə qeyri-xətti Şredinger tənliyi üçün Koşi məsələsini həll etmək mümkündür. Bu nəticələr riyazi-fizikanın yeni üsulunun – tərs məsələ üsulunun yaranmasına gətirib çıxardı.

Tərs məsələ üsulunun kəşfindən sonra tərs məsələ və onların tətbiqlərinə maraq sürətlə artdı. Hal-hazırda tərs məsələ və onların tətbiqlərinə həsr olunmuş geniş ədəbiyyat mövcuddur. Biz sadəcə B.M.Levitanın, V.A.Marçenkonun, M.A.Naymarkın, V.E.Zaxarov, S.V.Manakov, S.P.Novikov və L.P.Pitayevskinin, L.P.Nijnikin, K.Şadan və P.Sabatyenin, V.A.Yurkonun, R.Bils, R.Deyft və S.Tomeyin, C.Poşel və E.Truboviçin, F.Kolocero və A.Deqasperisin, B.E.Zaxaryev və A.A.Suzkonun, V.A.Sadovniçi, Ya.T.Sultanayev və A.M.Axtyamovun, N.Ş.İsgəndərovun, İ.M.Nəbiyevin, A.X.Xanməmmədovun və b. monoqrafiyalarını, M.G.Qasımovun və B.M.Levitanın, Yu.M.Berezanskinin, L.D.Faddeyevin və b. icmal məqalələrini qeyd edək.

Son illərdə müəyyən nöqtədə kəsilmə şərtinə malik diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsi haqqında çoxlu işlər meydana çıxmışdır. Bu tip məsələlər mühitin kəsilmə xassələri ilə bağlıdır. Kəsilmə şərtli Şturm-Liuvill tərs məsələlərinə radioelektronikada texniki xarakteristikaları verilən qeyri-bircins ötürücü xətlərin parametrlərinin sintez olunmasında rast gəlinir. Spektral informasiya birölçülü kəsilən mühitin xassələrini xarakterizə edən əmsalların bərpa olunmasında istifadə oluna bilər. Daxili nöqtədə kəsilmə şərtli sərhəd məsələlərinə Yer səthinin rəqsi üçün geofiziki modellərdə də rast gəlinir. Kəsilmənin mövcudluğu sərhəd məsələlərinin tədqiqində ciddi çətinliklərə gətirib çıxarır. Müxtəlif qoyuluşlarda kəsilmə şərtli tərs məsələlərə R.X.Əmirovun, R.X.Əmirov və V.A.Yurkonun, E.N.Əhmədova və H.M.Hüseynovun, H.M.Hüseynov və R.T.Paşayevin, H.M.Hüseynov və A.R.Lətifovanın, O.H.Haldın, V.V.Provotorovun, R.Y.Kryugerin, M.Kobayaşinin, Xuan-Fu Yanqın, K.T.Şih və V.A.Yurkonun və b. işlərində baxılmışdır. Bütün bu işlərdə məsələlərə parçada və ya yarımoxda baxılır. Sonsuz aralıqlarda kəsilmə şərtli tərs məsələlər, xüsusi halda kəsilmə şərtinə malik səpilmənin tərs məsələləri, demək olar ki, araşdırılmamışdır.

İşin məqsədi. Müəyyən nöqtədə kəsilmə şərtinə malik Şturm-Liuvill operatorları üçün səpilmə verilənlərinin bütün oxda və yarımoxda əsas xassələrinin araşdırılması və bütün oxda və yarımoxda kəsilmə şərtinə malik Şturm-Liuvill operatorları üçün tərs məsələlərinin həlli.

İşin ümumi metodu. Baxılan məsələlərin tədqiqi üçün funksiyalar nəzəriyyəsinin və funksional analizin, diferensial və inteqral tənliklər nəzəriyyəsinin üsullarından istifadə olunmuşdur.

İşin elmi yeniliyi. Dissertasiya işinin əsas nəticələri aşağıdakılardır:

- kəsilmə şərtinə malik Şturm-Liuvill tənliyinin Yost həllinin inteqral göstərilişi qurulmuşdur;
- kəsilmə şərtinə malik Şturm-Liuvill operatorları üçün bütün oxda və yarımoxda səpilmə verilənlərinin əsas xassələri öyrənilmişdir;
- kəsilmə şərtinə malik Şturm-Liuvill operatorları üçün bütün oxda səpilmənin tərs məsələsinin tam həlli verilmişdir;

- kəsilmə şərtinə malik Şturm-Liuvill operatorları üçün yarımoxda səpilmənin tərs məsələsinin həlli üçün yeganəlik teoremi isbat olunmuşdur.

İşin nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınan nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. Onlar spektral analizin tərs məsələlər nəzəriyyəsində istifadə oluna bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyada alınmış əsas nəticələr AMEA RMİ-nin «Funksional analiz» (rəhbər f-r.e.d., prof. H.İ.Aslanov), «Diferensial tənliklər» (rəhbər f-r.e.d., prof. Ə.B.Əliyev) şöbələrinin seminarlarında məruzə edilmiş, həmçinin AMEA-nın müxbir üzvü, prof. B.A.İsgəndərovun 70 illik yubileyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanika üzrə Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2006), akademik A.C.Hacıyevin 70 illiyinə həsr olunmuş riyaziyyat və mexanika üzrə XIII Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2007), «Qarışıq tipli tənliklər və analiz və informatikanın yaxın problemləri» Beynəlxalq Rusiya-Azərbaycan simpoziumunda (Elbrus, 2008), akademik F.Q.Maqsudovun 80 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2010), Heydər Əliyevin 90 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2013) məruzə edilmişdir.

Nəşrlər. Dissertasiyanın mövzusu üzrə 10 elmi iş dərc edilmişdir, onların siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

Dissertasiyanın strukturu. Dissertasiya işi girişdən, iki fəsil və 90 adda olan ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiyanın həcmi 109 səhifə təşkil edir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işi girişdən və iki fəsildən ibarətdir.

Girişdə mövzunun aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiyanın mövzusu ilə bağlı alınan nəticələrin xülasəsi verilir və işdə alınan əsas nəticələr şərh olunur.

Birinci fəsildə qeyd olunmuş $a \in (-\infty, +\infty)$ nöqtəsində kəsilmə şərtinə malik

$$-y'' + q(x)y = \lambda^2 y, \quad -\infty < x < +\infty, \tag{1}$$

$$\begin{aligned} y(a-0) &= \alpha\, y(a+0), \\ y'(a-0) &= \alpha^{-1} y'(a+0), \end{aligned} \tag{2}$$

Şturm-Liuvill məsələsi üçün səpilmənin düz və tərs məsələləri araşdırılır, burada $1 \neq \alpha > 0$, λ – kompleks parametr, $q(x)$ – aşağıdakı şərti ödəyən həqiqi qiymətli funksiyadır:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (1+|x|)|q(x)|\,dx < +\infty . \tag{3}$$

1.1-də (1), (2) məsələsinin Yost həllinin inteqral göstərilişləri tapılır və onların nüvəsinin xassələri öyrənilir.

(1) tənliyini, (2) şərtini və sonsuzluqda

$$\lim_{x\to\pm\infty} e^{\pm}(x,\lambda)e^{\mp i\lambda x} = 1$$

şərtini ödəyən $e^{\pm}(x,\lambda)$ funksiyalarını Yost tipli həllər adlandıracağıq. Asanlıqla göstərmək olar ki, əgər $q(x)\equiv 0$ olarsa, (1), (2) məsələsinin Yost həlləri

$$e_0^{\pm}(x,\lambda) = \begin{cases} e^{\pm i\lambda x}, & \pm x > \pm a, \\ Ae^{\pm i\lambda x} \pm Be^{\pm i\lambda(2a-x)}, & \pm x < \pm a \end{cases}$$

şəklindədir, burada $A = \frac{1}{2}\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)$, $B = \frac{1}{2}\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)$.

Teorem 1.1. $\operatorname{Im}\lambda \geq 0$ *yarımmüstəvisindən olan bütün* λ*-lar üçün (2) kəsilmə şərtinə malik (1) tənliyinin (3) şərti daxilində* $e^{\pm}(x,\lambda)$ *həlləri var və aşağıdakı şəkildədir:*

$$e^{\pm}(x,\lambda) = e_0^{\pm}(x,\lambda) \pm \int_x^{\pm\infty} K^{\pm}(x,t)e^{\pm i\lambda t}\,dt, \tag{4$_\pm$}$$

belə ki, $K^{\pm}(x,t)$ *nüvələri aşağıdakı bərabərsizlikləri ödəyir:*

$$\begin{aligned} &\left|K^{\pm}(x,t)\right| \leq \frac{C}{2}\sigma^{\pm}\left(\frac{x+t}{2}\right)e^{C\sigma_1^{\pm}(x)}, \quad 0<|x-a|<\pm(t-a), \\ &\left|K^{\pm}(x,t)\right| \leq \left\{\frac{C}{2}\sigma^{\pm}\left(\frac{x+t}{2}\right)+\frac{|B|}{2}\sigma^{\pm}\left(\frac{2a+x-t}{2}\right)\right\}e^{C\sigma_1^{\pm}(x)}, \quad |t-a|<\pm(a-x), \end{aligned} \tag{5$_\pm$}$$

burada $C = A + |B|,\ \sigma^{\pm}(x) = \pm\int\limits_{x}^{\pm\infty} |q(s)|ds,\ \sigma_1^{\pm}(x) = \pm\int\limits_{x}^{\pm\infty} \sigma^{\pm}(s)ds.$

Bundan başqa $K^{\pm}(x,t)$ *funksiyaları* $t \neq 2a - x,\ x \neq a$ *olduqda kəsilməzdir və aşağıdakı münasibətlər doğrudur:*

$$K^{\pm}(x,x) = \pm\frac{A}{2}\int\limits_{x}^{\pm\infty} q(t)dt, \quad \pm x < \pm a,$$

$$K^{\pm}(x,x) = \pm\frac{1}{2}\int\limits_{x}^{\pm\infty} q(t)dt, \quad \pm x > \pm a, \tag{6$_\pm$}$$

$$K^{\pm}(x,2a-x+0) - K^{\pm}(x,2a-x-0) =$$
$$= \pm\frac{B}{2}\left(\int\limits_{a}^{\pm\infty} q(t)dt - \int\limits_{x}^{a} q(t)dt\right), \quad \pm x < \pm a.$$

$K^{\pm}(x,t)$ nüvələrinin inteqral tənliklərindən bilavasitə aşağıdakı bərabərliklər alınır:

$$K^{\pm}(a-0,t) = \alpha K^{\pm}(a+0,t), \quad \pm t > \pm a,$$
$$K_x^{\pm\prime}(a-0,t) = \alpha^{-1} K_x^{\pm\prime}(a+0,t), \quad \pm t > \pm a. \tag{7$_\pm$}$$

Əgər $q(x)$ funksiyası diferensiallanandırsa, onda $K^{\pm}(x,t)$ funksiyaları ikinci tərtib xüsusi törəmələrə malikdir və onlar üçün aşağıdakı tənliklər alınır:

$$\frac{\partial^2 K^{\pm}(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 K^{\pm}(x,t)}{\partial t^2} = q(x)K^{\pm}(x,t). \tag{8$_\pm$}$$

Səpilmənin tərs məsələsinin həllində biz aşağıdakı tərs təklifdən istifadə edəcəyik: əgər $K^{\pm}(x,t)$ funksiyaları $(6)_\pm$, $(7)_\pm$ şərtlərini və $x + t \to \pm\infty$ olduqda müəyyən 0-a yaxınlaşma şərtlərini ödəyən $(8)_\pm$ tənliklərinin həllidirsə, onda bu məsələləri inteqral tənliklərə gətirmək olar.

Buna görə də 1.2-də kəsilmə şərtinə malik hiperbolik tənliklər üçün müəyyən məsələlərə baxılır və onların həllərinin inteqral göstərilişi alınır.

1.3-də (1), (2) məsələsinin səpilmə verilənləri daxil edilir və onların xassələri öyrənilir.

$q(x)$ funksiyasının və α ədədinin həqiqiliyindən çıxır ki, $\lambda \neq 0$ həqiqi olduqda $e^{+}(x,\lambda), \overline{e^{+}(x,\lambda)}$ və $e^{-}(x,\lambda), \overline{e^{-}(x,\lambda)}$ cütü (burada və bundan sonra funksiyalar üzərindəki xətlə kompleks qoşma işarə olunur) (1), (2) məsələsinin iki fundamental həllər sistemini təşkil edir. Aşağıdakı münasibətlər doğrudur $(\lambda \in \mathbb{R}^{*} = \mathbb{R} \setminus \{0\})$:

$$e^{+}(x,\lambda) = b(\lambda)e^{-}(x,\lambda) + a(\lambda)\overline{e^{-}(x,\lambda)},$$

$$e^{-}(x,\lambda) = -b(-\lambda)e^{+}(x,\lambda) + a(\lambda)\overline{e^{+}(x,\lambda)}.$$

Fərz edək ki,

$$u^{\pm}(x,\lambda) = e^{\mp}(x,\lambda)\frac{1}{a(\lambda)},$$

$$r^{\pm}(\lambda) = \mp\frac{b(\mp\lambda)}{a(\lambda)},$$

$$t(\lambda) = \frac{1}{a(\lambda)}.$$

$u^{\pm}(x,\lambda)$ həlləri səpilmə məsələsinin sol $(u^{-}(x,\lambda))$ və sağ $(u^{+}(x,\lambda))$ məxsusi funksiyaları adlanır, $r^{-}(\lambda)$, $r^{+}(\lambda)$ və $t(\lambda)$ əmsalları isə uyğun olaraq sol və sağ əksetmə əmsalı və keçid əmsalı adlanır.

Lemma 1.2. $a(\lambda), b(\lambda)$ *funksiyaları aşağıdakı göstərilişlərə malikdir:*

1) $a(\lambda) = A - \dfrac{d}{2i\lambda} + \dfrac{1}{2i\lambda}\displaystyle\int_{0}^{+\infty}\varphi(t)e^{i\lambda t}dt,$

2) $b(\lambda) = Be^{2i\lambda a} + \dfrac{1}{2i\lambda}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(t)e^{i\lambda t}dt,$

burada $d = A\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}q(t)dt,\ \ \varphi(t) \in L_1(0,\infty),\ \ \psi(t) \in L_1(-\infty,+\infty),$

3) $|a(\lambda)|^2 - |b(\lambda)|^2 = 1.$

Lemma 1.3. *$a(\lambda)$ funksiyası $\operatorname{Im}\lambda > 0$ yarımmüstəvisində yalnız sonlu sayda sıfırlara malik ola bilər. Bu sıfırlar sadədir, xəyali yarımoxda yerləşir və $a^{-1}(\lambda)$ funksiyası sıfrın müəyyən ətrafında məhduddur.*

$a(\lambda)$ funksiyasının sıfırlarını $i\chi_1, i\chi_2, ..., i\chi_n$ $(a(i\chi_k) = 0,\ \chi_k > 0)$ ilə, $u_k^{\pm}(x) = e^{\pm}(x, i\chi_k)$ məxsusi funksiyalarının normalarının tərs qiymətlərini isə $m_k^{\pm}$ ilə işarə edəcəyik, belə ki,

$$\left(m_k^{\pm}\right)^{-2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left|e^{\pm}(x, i\chi_k)\right|^2 dx.$$

$u_k^{+}(x)$ və $u_k^{-}(x)$ həlləri xətti asılıdır: $u_k^{\pm}(x) = c_k^{\pm} u_k^{\mp}(x)$.

Lemma 1.4. $\left(m_k^{\pm}\right)^{-2} = i c_k^{\pm} \dot{a}(i\chi_k),\ k = 1, 2, ..., n.$

Lemma 1.5. *$z\,a(z)$ funksiyası qapalı yuxarı yarımmüstəvidə kəsilməzdir və $\lim\limits_{\lambda\to 0} \lambda a(\lambda)[r^{+}(\lambda) + 1] = 0$. Elə $C > 0$ var ki, aşağıdakı bərabərsizlik ödənilir:*

$$1 > \left(1 - \left|r^{+}(\lambda)\right|^2\right) > C\lambda^2\left(1 + \lambda^2\right)^{-1}.$$

$\{r^{-}(\lambda), i\chi_k, m_k^{-}; k = 1, 2, ..., n\}$ və $\{r^{+}(\lambda), i\chi_k, m_k^{+}; k = 1, 2, ..., n\}$ kəmiyyətlər yığımını uyğun olaraq (1), (2) məsələsinin sol və sağ səpilmə verilənləri adlandıracağıq.

Səpilmə verilənlərindən biri digəri ilə birqiymətli təyin olunur:

$$r^{-}(\lambda) = -\overline{r^{+}(\lambda)}\frac{a(-\lambda)}{a(\lambda)}, \quad (m_k^{-})^{-2} = -(m_k^{+})^2[\dot{a}(i\chi_k)]^2,$$

$$a(z) = A\exp\left\{-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\ln\left[A^2\left(1 - \left|r^{+}(\lambda)\right|^2\right)\right]}{\lambda - z}d\lambda\right\}\cdot\prod_{k=1}^{n}\frac{z - i\chi_k}{z + i\chi_k}.$$

(1)-(2) məsələsi üçün səpilmənin tərs məsələsi sol və ya sağ səpilmə verilənlərinə görə $q(x)$ potensialının bərpa olunmasından və ixtiyari götürülmüş $\{r(\lambda), i\chi_k, m_k;\ k = 1, 2, ..., n\}$ kəmiyyətlər yığımının (3) şərtini ödəyən həqiqi əmsala malik olan və $\alpha > 0$ ədədi iştirak edən (1), (2) tipli məsələnin sol (sağ) səpilmə verilənləri olması üçün zəruri və kafi şərtlərin tapılmasından ibarətdir.

1.4-də səpilmənin tərs məsələsinin əsas tənlikləri çıxarılmışdır.

Teorem 1.3. $(4)_\pm$ *göstərilişlərinin nüvələri aşağıdakı funksional-inteqral tənlikləri (tərs məsələnin əsas tənliklərini) ödəyir:*

$$K^\pm(x,y) \mp \frac{B}{A} K^\pm(x, 2a-y) + F_1^\pm(x,y) \pm$$

$$\pm \int_x^{\pm\infty} K^\pm(x,t) F^\pm(t+y)\,dt = 0, \ \pm y > \pm x, \qquad (9)_\pm$$

burada

$$F_1^\pm(x,y) = \begin{cases} F^\pm(x+y), & \pm x > \pm a, \\ AF^\pm(x+y) \pm BF^\pm(2a-x+y), & \pm x < \pm a, \end{cases}$$

$$F^\pm(x) = R^\pm(x) + \sum_{k=1}^{n} (m_k^\pm)^2 e^{-\chi_k x}, \qquad (10)_\pm$$

$$R^\pm(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [r^\pm(\lambda) - r_0^\pm(\lambda)] e^{\pm i\lambda x} d\lambda, \quad r_0^\pm(\lambda) = \mp \frac{B}{A} e^{\mp 2i\lambda a}.$$

1.5-də $(9)_\pm$ əsas tənliklərindən istifadə edərək, səpilmə verilənlərinin başqa xassələri öyrənilmişdir. İsbat olunmuşdur ki, (1), (2) məsələsinin əksetmə əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:

I. Hər bir həqiqi $\lambda \neq 0$ üçün $r^\pm(\lambda)$ əksetmə əmsalları kəsilməzdir, $\lambda \to \pm\infty$ olduqda $r^\pm(-\lambda) = \overline{r^\pm(\lambda)}$, $\left|r^\pm(\lambda)\right| < 1$ və $r^\pm(\lambda) = r_0^\pm(\lambda) + O\left(\frac{1}{\lambda}\right)$.

$R^\pm(x)$ funksiyaları (bax: $(10)_\pm$) həqiqidir və $2a$ nöqtəsini özündə saxlamayan istənilən parçada mütləq kəsilməzdir, $x = 2a$ nöqtəsində isə sonlu $R^\pm(2a+0)$, $R^\pm(2a-0)$ limitlərinə malikdir. Bundan başqa $R^\pm(x)$ funksiyası $L_2(-\infty,+\infty)$ fəzasına daxildir və hər bir $x' > -\infty$ üçün

$$\int_{x'}^{+\infty} \left| R^{\pm}(\pm x) \right| dx < \infty, \qquad \int_{x'}^{+\infty} (1+|x|) \left| R^{\pm'}(\pm x) \right| dx < \infty.$$

Bu yarımfəsildə həmçinin əsas tənliklərin birqiymətli həll olunması və deməli, səpilmənin tərs məsələsinin həllinin yeganəliyi isbat edilmişdir.

Теорема 1.4. *Əgər I şərtləri ödənilirsə, onda* $x > -\infty$ *və* $x < \infty$ *parametrlərinin hər bir qeyd olunmuş qiymətlərində (9)*$_+$ *və (9)*$_-$ *tənlikləri uyğun olaraq* $K^+(x,\cdot) \in L_1(x,\infty)$, $K^-(x,\cdot) \in L_1(-\infty,x)$ *yeganə həllərə malikdir.*

Nəticə. *(1)-(2) məsələsində (3) sinfindən olan* $q(x)$ *həqiqi potensialı sağ (sol) səpilmə verilənlərinə görə birqiymətli təyin olunur, yəni əgər (3) sinfindən olan* $q(x)$ *və* $\tilde{q}(x)$ *potensiallı iki (1)-(2) məsələsinin sağ (sol) səpilmə verilənləri üst-üstə düşürsə, onda bütün oxda sanki hər yerdə* $q(x) = \tilde{q}(x)$.

Nəhayət, birinci fəslin sonuncu 1.6 yarımfəsli səpilmənin tərs məsələsinin həll olunması üçün zəruri və kafi şərtlərin tapılmasına həsr edilmişdir.

Teorem 1.5. $\{r^+(\lambda), i\chi_k, m_k^+\}$ $(-\infty < \lambda < \infty,\ k = 1,2,...,n,\ \chi_k > 0,$ $m_k^+ > 0)$ *kəmiyyətlər yığımının (3) şərtini ödəyən* $q(x)$ *həqiqi əmsala malik olan və* $\alpha > 0$ *həqiqi ədədi iştirak edən (1), (2) məsələsinin sağ səpilmə verilənləri olması üçün aşağıdakı şərtlərin ödənilməsi zəruri və kafidir:*

1) həqiqi $\lambda \neq 0$ *üçün* $r^+(\lambda)$ *funksiyası kəsilməzdir* $\overline{r^+(\lambda)} = r^+(-\lambda)$, $\quad r^+(\lambda) = r_0^+(\lambda) + O(\frac{1}{\lambda}),\ \lambda \to \pm\infty$ *(burada* $r_0^+(\lambda) = e^{-2i\lambda a}\dfrac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}$*) və elə müsbət* $C > 0$ *ədədi var ki,*

$$1 - \left| r^+(\lambda) \right| \geq C \frac{\lambda^2}{1+\lambda^2};$$

2) $z\,a(z)$ *funksiyası qapalı yuxarı yarımmüstəvidə kəsilməzdir, burada*

$$a(z)=\frac{\alpha^2+1}{2\alpha}\exp\left\{-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\ln\left[\left(1-|r_+(\lambda)|^2\right)\frac{(\alpha^2+1)^2}{4\alpha^2}\right]}{\lambda-z}d\lambda\right\}\cdot\prod_{k=1}^{n}\frac{z-i\chi_k}{z+i\chi_k}$$

və $\lim\limits_{\lambda\to 0}\lambda\, a(\lambda)[r^+(\lambda)+1]=0$*;*

3) $R^+(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}[r^+(\lambda)-r_0^+(\lambda)]e^{i\lambda x}d\lambda$ *və*

$$R^-(x)=-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\overline{r^+(\lambda)}\,\frac{a(-\lambda)}{a(\lambda)}-\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}e^{2i\lambda a}\right]e^{-i\lambda x}d\lambda$$

funksiyaları $2a$ *nöqtəsini özündə saxlamayan istənilən parçada mütləq kəsilməzdir, sonlu* $R^{\pm}(2a+0)$, $R^{\pm}(2a-0)$ *limitlərinə malikdir və bütün* $\alpha'>-\infty$ *və* $\beta'<\infty$ *üçün* $R^{+'}(x)$, $R^{-'}(x)$ *törəmələri aşağıdakı bərabərsizlikləri ödəyir:*

$$\int_{\alpha'}^{+\infty}\left(1+|x|\right)\left|R^{+'}(x)\right|dx<\infty,\qquad \int_{-\infty}^{\beta'}\left(1+|x|\right)\left|R^{-'}(x)\right|dx<\infty.$$

4) $(9)_{\pm}$ *əsas tənliklərin* $K^{\pm}(x,t)$ *həlli aşağıdakı şərtləri ödəyir*

$$K^{\pm}(x,x)\Big|_{a\mp 0}=\frac{\alpha^2+1}{2\alpha}K^{\pm}(x,x)\Big|_{a\pm 0}.$$

Dissertasiya işinin dörd yarımfəsildən ibarət ikinci fəsli

$$-y''+q(x)y=\lambda^2 y,\quad 0<x<+\infty, \tag{11}$$

diferensial tənliyinin,

$$y(0)=0 \tag{12}$$

sərhəd şərtinin və müəyyən $a\in(0,+\infty)$ nöqtəsində

$$\begin{aligned} y(a-0)&=\alpha\, y(a+0),\\ y'(a-0)&=\alpha^{-1}y'(a+0), \end{aligned} \tag{13}$$

kəsilmə şərtlərinin doğurduğu Şturm-Liuvill operatoru üçün səpilmənin tərs və düz məsələlərinin araşdırılmasına həsr edilmişdir, burada $\alpha > 0,\ \alpha \neq 1$, λ – kompleks parametr, $q(x)$ isə

$$\int_0^{+\infty} x|q(x)|dx < +\infty . \tag{14}$$

şərtini ödəyən həqiqi qiymətli funksiyadır.

2.1-də Yost həllinin tərifi verilir və onun inteqral göstərilişi yazılır.

(11) tənliyini, (13) və sonsuzluqda $\lim\limits_{x\to+\infty} e(x,\lambda)\cdot e^{-i\lambda x} = 1$ şərtini ödəyən $e(x,\lambda)$ funksiyası Yost həlli adlanır. Əgər $q(x) \equiv 0$ olarsa, onda

$$e_0(x,\lambda) = \begin{cases} e^{i\lambda x}, & x > a, \\ Ae^{i\lambda x} + Be^{i\lambda(2a-x)}, & 0 < x < a \end{cases}$$

funksiyası Yost həlli olur.

Birinci fəslin 1.1 yarımfəslindən çıxır ki, əgər (14) şərti ödənirsə, onda (2.1), (2.3) məsələsinin Yost həlli var, yeganədir və aşağıdakı şəkildə göstərilir (teorem 2.1):

$$e(x,\lambda) = e_0(x,\lambda) + \int_x^{+\infty} K(x,t)e^{i\lambda t}dt , \tag{15}$$

belə ki, $K(x,t)$ nüvəsi $(4)_+$ düsturundakı $K^+(x,t)$ nüvəsinin $(5)_+$ və $(6)_+$ xassələri ilə üst-üstə düşən xassələrə malikdir.

2.2-də (11)-(13) məsələsinin səpilmə verilənləri təyin edilmişdir və sonsuzluqda səpilmə funnksiyasının xassələri öyrənilmişdir.

Lemma 2.1. *λ-nın bütün qiymətlərində (11) tənliyinin (13) şərtini ödəyən $s(x,\lambda)$ həlli var və*

$$s(x,\lambda) = x[1 + o(1)],\ \ s'(x,\lambda) = 1 + o(1),\ \ x \to 0 .$$

Bu həll λ-nın tam funksiyasıdır və $\operatorname{Im}\lambda \geq 0$ olduqda aşağıdakı bərabərsizliyi ödəyir:

$$\left|\lambda\left(s(x,\lambda) - s_0(x,\lambda)\right)e^{i\lambda x}\right| \leq c^2 \left\{\sigma_1(0) - \sigma_1(|\lambda|^{-1})\right\} e^{c\int_0^x t|q(t)|dt} ,$$

burada $c = A + |B|$ və $s_0(x,\lambda)$ funksiyası

$$s_0(x,\lambda)=\begin{cases}\dfrac{\sin\lambda x}{\lambda}, & 0<x<a,\\ A\dfrac{\sin\lambda x}{\lambda}+B\dfrac{\sin\lambda(x-2a)}{\lambda}, & a<x<\infty\end{cases}$$

düsturu ilə təyin olunur.

Həqiqi $\lambda\neq 0$ üçün $s(x,\lambda)$ və $e(x,\lambda)$ həlləri arasında əlaqə aşağıdakı kimidir:

$$-\frac{2i\lambda s(x,\lambda)}{e(0,\lambda)}=e(x,-\lambda)-S(\lambda)e(x,\lambda),$$

burada $S(\lambda)$ səpilmə funksiyası

$$S(\lambda)=\frac{e(0,-\lambda)}{e(0,\lambda)}$$

düsturu ilə təyin olunur və

$$S(\lambda)=\overline{S(-\lambda)}=S^{-1}(-\lambda)$$

xassəsinə malikdir.

Lemma 2.2. *$e(0,\lambda)$ funksiyası $\operatorname{Im}\lambda>0$ yarımmüstəvisində yalnız sonlu sayda sıfra malik ola bilər. Bu sıfırlar sadədir və xəyali oxda yerləşir. $\lambda[e(0,\lambda)]^{-1}$ funksiyası sıfrın müəyyən ətrafında məhduddur.*

$e(0,\lambda)$ funksiyasının sıfırlarını $i\lambda_1,i\lambda_2,...,i\lambda_n$ $(0<\lambda_1<\cdots<\lambda_n)$ ilə işarə edək. Aşağıdakı işarələmələri də daxil edək:

$$m_k^{-2}=\int\limits_0^{+\infty}\left|e(x,i\lambda_k)\right|^2dx,$$

$$u(x,\lambda)=e(x,-\lambda)-S(\lambda)e(x,\lambda),$$

$$u_k(x)=m_k e(x,i\lambda_k)\,.$$

$u(x,\lambda)$, $u_k(x)$ funksiyaları (11)-(13) məsələsinin məhdud həlləridir və $x\to\infty$ olduqda

$$u(x,\lambda)=e^{-i\lambda x}-S(\lambda)e^{i\lambda x}+o(1),\ \ \lambda\in(-\infty,+\infty)\,,$$

$$u_k(x)=m_k e^{-\lambda_k x}(1+o(1)),\ \ k=1,2,...,n\,.$$

asimptotik düsturlar doğrudur.

(11)-(13) məsələsinin normallaşmış məxsusi funksiyalarının sonsuzluqda özlərini aparmasını tamamilə təyin edən

$$\{S(\lambda),\ \lambda_k, m_k\},$$

kəmiyyətlər yığımı səpilmə verilənləri adlanır.

(11)-(13) məsələsi üçün səpilmənin tərs məsələsi səpilmə verilənlərinə görə potensialın bərpa olunmasından ibarətdir.

$S(\lambda)$ səpilmə funksiyasının özünü aparması aşağıdakı lemma ilə təyin olunur.

Lemma 2.2. *$S_0(\lambda)-S(\lambda)$ funksiyası müəyyən $\Phi_s(t)$ funksiyasının Furye çevirməsidir, yəni*

$$S_0(\lambda)-S(\lambda)=\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_s(t)e^{-i\lambda t}dt\,,$$

burada $S_0(\lambda)=\dfrac{e_0(0,-\lambda)}{e_0(0,\lambda)}=\dfrac{A+Be^{-2ia\lambda}}{A+Be^{2ia\lambda}}$; $\Phi_s(t)$ *isə* $\Phi_s(t)=\Phi_s^{(1)}(t)+\Phi_s^{(2)}(t)$ *şəklində göstərilir, burada* $\Phi_s^{(1)}(\cdot)\in L_1(-\infty,+\infty)$, $\Phi_s^{(2)}(\cdot)\in L_2(-\infty,+\infty)$ *və* $\sup\limits_{-\infty<t<\infty}\left|\Phi_s^{(2)}(t)\right|<\infty$.

2.3-də Yost həllinin (15) göstərilişindəki $K(x,t)$ nüvəsi ilə (11)-(14) məsələsinin səpilmə verilənlərini əlaqələndirən əsas tənlik çıxarılmışdır.

Teorem 2.2. *$x\neq 0$ olduqda (15) düsturundakı $K(x,y)$ nüvəsi*

$$K(x,y)-\frac{B}{A}K(x,2a-y)+\Phi_1(x,y)+$$

$$+\int_x^{+\infty}K(x,t)\Phi(t+y)dt=0,\quad (x<y<\infty),\qquad (16)$$

funksional-inteqral tənliyini (səpilmənin tərs məsələsinin əsas tənliyini) ödəyir, burada

$$\Phi(y)=\Phi_s(y)+\sum_{k=1}^{n}m_k^2e^{-\chi_k y},$$

$$\Phi_1(x,y)=\begin{cases}\Phi(x+y), & x>a,\\ A\Phi(x+y)+B\Phi(2a-x+y), & 0<x<a.\end{cases}$$

(16) əsas tənliyindən istifadə edərək səpilmə funksiyasının digər xassələri isbat edilir. Nəticədə alırıq ki, (11)-(13) məsələsinin səpilmə funksiyası aşağıdakı şərti ödəyir:

I$_s$) Hər bir həqiqi $\lambda \neq 0$ üçün $S(\lambda)$ funksiyası kəsilməzdir, $S(\lambda) = \overline{S(-\lambda)} = \left[S(-\lambda)\right]^{-1}$, $S_0(\lambda) - S(\lambda)$ funksiyası $|\lambda| \to \infty$ olduqda sıfra yaxınlaşır və biri $L_2(-\infty,\infty)$ fəzasına daxil olmaqla iki funksiyanın cəmi şəklində göstərilən

$$\Phi_s(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}[S_0(\lambda) - S(\lambda)]e^{i\lambda x}d\lambda,$$

$$S_0(\lambda) = \frac{A + Be^{-2ia\lambda}}{A + Be^{2ia\lambda}}$$

funksiyasının Furye çevirməsidir. $\Phi_s(x)$ funksiyası $(0,+\infty)$-da özündə $2a$ nöqtəsini saxlamayan istənilən parçada mütləq kəsilməzdir, $x = 2a$ nöqtəsində isə $\Phi_s(2a+0)$, $\Phi_s(2a-0)$ sonlu limitlərinə malikdir. Bundan başqa $\Phi_s(x)$ funksiyası

$$\int_0^{+\infty} x\left|\Phi_s'(x)dx\right| < \infty$$

şərtini ödəyir.

2.4-də əsas tənliyin həllinin yeganəliyi haqqında teorem isbat edilmişdir.

Teorem 2.3. *Əgər I$_s$) şərti ödənərsə, onda hər bir $x \neq a$ üçün (16) əsas tənliyin yeganə $K(x,\cdot) \in L_2(x,+\infty)$ həlli var.*

Nəticə. *$q(x)$ potensialı səpilmə verilənlərinə görə birqiymətli təyin olunur.*

Sonda elmi rəhbərim professor, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru H.M.Hüseynova məsələnin qoyuluşuna, daimi diqqətinə və dəyərli məsləhətlərinə görə dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

Dissertasiya işi üzrə nəşr olunan məqalələrin siyahısı

1. Гусейнов И.М, Османова Дж. А. О решении Йоста для разрывной задачи Штурма-Лиувилля // Тезисы XII Международной конференции по математике и механике посвященной 70-летнему

юбилею чл.- корр. НАН Азербайджана, профессора Б.А.Искендерова, Баку-2006, с. 72.
2. Гусейнов И.М, Османова Дж. А. Обратная задача рассеяния для разрывного оператора Штурма-Лиувилля // Тезисы XIII Международ-ной конференции по математике и механике, посвященной 70-летию академика А.Дж.Гаджиева, Баку-2007, с.60.
3. Huseynov H.M., Osmanova J.A. On Jost solution of Sturm-Liouville equation with discontinuity conditions // Transaction of NAS of Azerbaijan, 2007, vol. XXVII, №1, p. 63-70.
4. Osmanova J.A. On scaterring data for discontinuous Sturm-Liouville operator // Transaction of NAS of Azerbaijan, 2007, vol. XXVII, №4, p. 73-80.
5. Гусейнов И.М, Османова Дж. А. Об одной обратной задаче для разрывного оператора Штурма-Лиувилля // Материалы Международного Российско-Азербайджанского симпозиума "Уравнения смешанного типа и родственных проблемы анализа и информатики", Эльбрус, 12-17 мая 2008, с.86-88.
6. Huseynov H.M., Osmanli J.A. Uniqueness of the solution of the inverse scattering problem for discontinuous Sturm-Liouville operator // Transactions of NAS of Azerbaijan, 2009, vol. XXIX, №1, p. 53-60.
7. Гусейнов И.М, Османлы Дж. А. Обратная задача рассеяния для уравнения Штурма-Лиувилля на всей оси с условиями разрыва // Тезисы Международной конференции, посвященной 80-летнему юбилею академика Ф.Г.Максудова, Баку-2010, с.132-133.
8. Osmanli J.A. On the properties of passage coefficient of Schrödinger one-dimensional equation with discontinuity condition // Proceedings of NAS of Azerbaijan, 2012, vol. XXXVI (XLIV), p. 91-96.
9. Гусейнов И.М, Османлы Дж. А. Обратная задача для оператора Штурма-Лиувилля на полуоси с условиями разрыва // Тезисы Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения Гейдара Алиева, Баку 2013, с.150.
10. Huseynov H.M., Osmanli J.A. Inverse scaterring problem for one-dimoensional Schrödinger equation with discontinuity conditions // Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry, 2013, v.9, No. 3, p. 332-359.

ДЖАЛАЛА АЛОВСАТ кызы ОСМАНЛЫ

ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ С УСЛОВИЯМИ РАЗРЫВА

РЕЗЮМЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию обратных задач рассеяния для операторов Штурма-Лиувилля (одномерного уравнения Шредингера) на всей оси и на полуоси с условиями разрыва в некоторой точке.

В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

- построено интегральное представление для решения Йоста уравнения Штурма-Лиувилля с условиями разрыва;
- изучены основные свойства данных рассеяния операторов Штурма-Лиувилля с условиями разрыва на всей оси и на полуоси;
- дано полное решение обратной задачи рассеяния для операторов Штурма-Лиувилля с условиями разрыва на всей оси;
- доказана теорема единственности решения обратной задачи рассеяния для операторов Штурма-Лиувилля с условиями разрыва на полуоси.

JALALA ALOVSAT gizi OSMANLI

DIRECT AND INVERSE PROBLEMS OF SCATTERING THEORY FOR STURM-LIOUVILLE OPERATOR WITH DISCONTINUITY CONDITIONS

SUMMARY

The dissertation work is devoted to study of the inverse problems of scattering theory for Sturm-Liouville operator (one-dimensional Schrödinger equation) on the whole axis and semi axis with discontinuity conditions at the same point.

In the dissertation work the following main results are obtained:

- the integral representation for Jost solution of Sturm-Liouville equation with discontinuity conditions is constructed;
- the main properties of scattering data of Sturm-Liouville operators with discontinuity conditions on the whole axis and semi axis are studied;
- the complete solution of inverse problem of scattering theory for Sturm-Liouville operator with discontinuity conditions on the whole axis is given;
- the uniqueness theorem for inverse problem of scattering theory for Sturm-Liouville operators with discontinuity conditions on semi axis is proved.