AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

ASYA MƏMMƏDKƏRİM qızı QULİYEVA

YENİ MƏNADA QOŞMA OPERATORUNUN QURULMASI VƏ TƏDQİQİ

1212.01 – Riyazi fizika tənlikləri

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Баку – 2017

Dissertasiya işi **AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Riyazi fizika tənlikləri”** şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbərlər:

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, prof. **Nihan Əliyev**

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Sabir Hüseynzadə**

Rəsmi opponentlər:

- fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Fərman Məmmədov**

(SOCAR "Neftqazelmitədqiqatlayihə İnstitutu");

- fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dos. **Şirmayıl Bağırov**

(Bakı Dövlət Universiteti).

Aparıcı təşkilat: Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti “Ümumi və tətbiqi riyaziyyat” kafedrası**.**

Dissertasiyanın müdafiəsi 19 yanvar 2018-ci il saat 14^{00}-da Azərbaycan MEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün D.01.111 birdəfəlik dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat 14 dekabr 2017-ci il tarixində buraxılıb.

D.01.111 Birdəfəlik Dissertasiya

Şurasının elmi katibi **dos. Tamilla Həsənova**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Təbiətdə, cəmiyyətdə və gündəlik həyatımızda baş verən bütün hadisələr sanki ikili xarakter daşıyır. Bu baxımdan, istər adi, istərsə də xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün qoyulmuş sərhəd məsələlərinin həllərinin araşdırılması da bir çox hallarda uyğun qoşma məsələnin həllinin araşdırılması ilə paralel aparılır. Belə ki, ən çox yayılmış mühəndis üsulu və ya Furye üsulu adlanan dəyişənlərin ayrılması üsulunun qarışıq məsələnin (xüsusi törəməli tənlik, başlanğıc və sərhəd şərtləri daxilində) həllinə tətbiqi alınmış köməkçi məsələnin (sərhəd məsələsinin) yaratdığı operatorun öz-özünə qoşmalıq şərtinə bağlıdır. Bu zaman, təyin olunma oblastından olan ixtiyari elementin (funskiyanın) alınmış köməkçi məsələnin məxsusi funkiyalarına nəzərən ayrılışının əmsallarını təyin etmək üçün məxsusi funksiyaların ortoqonallıq xassəsindən istifadə edilir. Bu da sərhəd məsələsinin öz-özünə qoşmalıq şərti ilə təmin olunur.

Əgər köməkçi sərhəd məsələsinin (dəyişənlərin ayrılması və ya Laplas çevirməsiylə alınan) yaratdığı operator öz-özünə qoşma deyilsə, onda onunla birlikdə qoşma operator da tədqiq edilir. Müəyyən şərtlər daxilində bu iki operatorun məxsusi funksiyaları biortoqonal sistem təşkil edir və əvvəlki operatorun təyin olunma oblastından olan ixtiyari elementin bu operatorun məxsusi funksiyalarına nəzərən ayrılış əmsallarının təyin edilməsi üçün qoşma operatorun məxsusi funksiyalarından istifadə edilir. Bu üsul Furye-Birkhof üsulu adlanır. Bu nöqteyi-nəzərdən də dissertasiyada baxılan mövzu aktualdır.

Dissertasiyanın mövzusuna yaxın olan və adi diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələri ilə məşğul olmuş, yüksək nəticələr almış V.A. Steklov , V.I. Smirnov, Ya. D. Tamarkin , N. M. Qyunter , F. Xartman , Э. Kamke kimi alimlərin işlərini xüsusilə qeyd etmək lazımdır . Xüsusi törəməli tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin öyrənilməsində Bers L. , Djon F., Şexter M. , Bitsadze A. V., Kurant R., Ladıjenskaya O. A , Miranda K. , Musxelişvili N.İ., Tixonov A. N, Samarskiy A. A kimi görkəmli alimlərin işlərini göstərmək olar.

Elliptik tip tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin öyrənilməsi ilə Miranda K., Vekua İ. N., Bitsadze A. V. , Keldış M. V., Hörmander L., Borrelli R. L., Yeqorov Yu.V. , Kondratyev V. A. , Mazya V.Q. , Vişik M. İ, Eskin Q. İ., Gording G. , Lavrentyev M. A., Qaxov F. D., Sobolev S. L., Aqmon S., Duqles A. , Nironberq L., Leray J., Şauder J. kimi alimlər məşğul olmuşlar.

Məlumdur ki, adi və xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin həllinə tətbiq olunan mükəmməl üsullardan biri də potensiallar üsuludur. Bu üsul adi xətti diferensial tənliklər üçün Laqranj düsturuna, xüsusi törəməli tənliklər üçün isə ikinci Qrin düsturuna əsaslanır.

Yuxarıda adları çəkilən düsturlara daxil olan hər toplanana bir potensial kimi baxıb, onun xassələrini araşdırmaq lazım gəlir ki, bu potensiallardan məsələ həllində istifadə etmək mümkün olsun. Baxmayaraq ki, sadə və ikiqat lay potensialları üçün altı teorem isbat edilmişdir, amma bu vaxta qədər bu teoremlərin yalnız ikisindən (sadə layın törəməsi, ikiqat layın isə özu üçün sıçrayış düsturları) istifadə edilmişdir. Alınan düsturların köməyi ilə uyğun məsələnin fredholmluluğu isbat edilmişdir. Bəzi hallarda sərhəd məsələsi nüvəsi zəif məxsusiyyətə (və ya nüvəsi kəsilməz olan) malik olan ikinci növ Fredholm tipli inteqral tənliyə gətirilir ki, onun da həllinin varlığı üçün kafi şərt tapılır. Bu baxımdan qoyulmuş sərhəd məsələlərinin fredholmluluğuna (nüvəsində sinqulyarlığı zəif olan ikinci növ Fredholm tipli inteqral tənliklər sisteminə gətirilməsi) həsr olunmuş bəzi işləri qeyd edək. Birinci tərtib elliptik tip olan Koşi-Riman tənliyi üçün sərhəd məsələləri, ikinci tərtib elliptik tip olan Laplas tənliyi üçün, qeyri-lokal və qlobal hədləri olan sərhəd şərtləri daxilində məsələlər, parabolik tənliklər üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli məsələlər, hiperbolik tip tənlik üçün sərhəd məsələsi, qarışıq tip tənliklər üçün sərhəd məsələləri, birgə tip tənliklər üçün sərhəd məsələləri, qarışıq və birgə tip tənliklər üçün lokal sərhəd şərtləri daxilində məsələlər, Bitsadze tənliyi üçün sərhəd məsələləri, Sobolev tənliyi üçün sərhəd məsələsi, Sredinger tənliyi üçün sərhəd məsələsi, yüklənmiş inteqro-diferensial tənliklər üçün ümumi xətti qeyri-lokal və qlobal hədlər olan sərhəd şərtləri daxilində məsələlər qeyd oluna bilər.

İşin məqsədi. Naymark mənada qurulan qoşma məsələnin birqiymətli olmadığını göstərmək və birqiymətli qoşma məsələnin qurulması üçün yeni üsul verməkdən ibarətdir. Bu baxılan üsul elədir ki, Naymark sxemindən fərqli olaraq həm adi, həm də xüsusi törəməli tənliklər üçün qoyulmuş sərhəd məsələlərinə qoşma olan məsələnin qurulmasına imkan verir.

Elmi yeniliklər. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

1. Adi diferensial tənliklər üçün qoyulmuş sərhəd məsələsinə qoşma olan məsələnin sərhəd şərtləri Naymark sxemində olduğu kimi Laqranj düsturu ilə qurulmuş, məlum sxemdən fərqli olaraq qoşma məsələnin sərhəd şərtləri birqiymətli təyin olunmuşdur;
2. ikinci tərtib adi xətti diferensial tənliklər üçün verilmiş məsələyə uyğun qoşma məsələ qurulduqda Naymark sxemində olan ixtiyari qoşulmuş ifadələr əvəzinə qoşma tənliyin fundamental həllinin köməyi ilə alınmış zəruri şərtlərdən istifadə edilmişdir;
3. xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün qoyulmuş sərhəd məsələlərində qoşma məsələ ikinci Qrin düsturu vasitəsi ilə yazılmışdır. Koşi-Riman tənliyi üçün qoyulmuş sərhəd məsələsində isə qoşma məsələnin sərhəd şərtləri qoşma tənliyin fundamental həllindən alınmış zəruri şərtlərin köməyi ilə qurulmuşdur.

Tədqiqat metodikası. Həm adi, həm də xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün baxılan sərhəd məsələlərinə qoşma məsələlərin qurulmasına imkan verir. Bu işdə bəzən alınmış zəruri şərtlərin köməyi ilə, bəzən də elə verilmiş sərhəd şərtlərinin köməyi ilə qoşma məsələnin təyin olunma oblastı qurulmuş olur.

Nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Qoşma məsələnin qurulmasının həm nəzəri, həm də praktiki əhəmiyyəti vardır. Belə ki, riyazi fizika tənliklərində dəyişənlərin ayrılması üsulunun (Furye üsulu) tətbiq edə bilinməsi üçün əsas şərt qarışıq məsələdən alınan köməkçi məsələnin(spektral məsələnin) öz-özünə qoşmalıq şərtidir. Furye-Birkhof üsulunda isə alınan köməkçi məsələ öz-özünə qoşma olmadığından hər iki sərhəd məsləsi(həm alınan sərhəd məsələsi, həm də onun qoşması) birlikdə araşdırılmalıdır. Bununla da praktiki olaraq qoyulmuş məsələnin təyin oblastında olan ixtiyari funksiyanın alınan spektral məsələnin məxsusi funksiyalarına nəzərən ayrılışının əmsallarını təyin etmək mümkün olmuşdur.

İşin aprobasiyası. Dissetasiya işində alınan nəticələr dəfələrlə Bakı Dövlət Universitetinin “Tətbiqi analizin riyazi üsulları” və “Riyazi fizika tənlikləri” kafedralarının seminarlarında və

- New challenges in the European area: İnternational Baku Forum of Young Scientists dedicated to the 90-th anniversary of national leader Heydar Aliyev (Baku, 2013)
- Neftqaz sahəsində qeyri-Nyuton sistemlər. Akademik Azad Xəlil oğlu Mirzəcanzadənin 85-illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Elmi Konfrans (Bakı,2013)

- Y.Ə.Əmənzadənin anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Mexanikanın klassik və müasir problemləri" mövzusunda Beynəlxalq konfrans (Bakı, 2014)
- Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri. Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans (Bakı, 2014)
- Azərbaycan xalqının Ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 91-ci ildönümünə həsr olunmuş Gənc tədqiqatçıların II Beynelxalq Elmi Konfransı, Qafqaz Universiteti (Bakı, 2014)
- Fundamental və tətbiqi elmlərin (yer, texnika və kimya elmlər)aktual problemlərinin həllində multidissiplinar yanaşmanın rolu (Bakı, 2014)
- Шестнадцатая международная научная конференция имени академика Михаила Кравчука (Киев, 2015)
- Актуальные проблемы математики и информатики: теория, методика, практика, Елецкий Государственный Университет Имени И.А. Бунина (Елец, 2015)

müzakirə olunmuşdur.

Çap olunmuş elmi əsərlər. Dissertasiya işinin nəticələri 6 elmi məqalə və 8 konfrans materialı şəklində çap olunmuşdur.

İşin strukturu və həcmi. Dissertasiya girişdən, 3 fəsildən, əsas nəticələrdən və istifadə olunan 102 ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin həcmi 136 səhifədir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiyanın mövzusunun aktuallığı əsaslandırılmış, işin məqsədi, elmi yeniliyi, praktiki əhəmiyyəti müəyyən edilmiş və işin aprobasiyası verilmişdir.

Dissertasiya işinin **birinci fəslində** adi xətti diferensial tənliklər və birinci tərtib sistem üçün qoyulmuş sərhəd məsələlərinə qoşma olan məsələlərin qurulmasına həsr olunmuşdur. 1.1-də ikinci tərtib sabit əmsallı adi xətti diferensial tənlik üçün qoşma məsələnin qurulması göstərilmişdir. Aşağıdakı məsələyə baxılmışdır:

$$l\,y \equiv y''(x) + p\,y'(x) + q\,y(x) = f(x)\,, \quad x \in (a,b)\,, \qquad (1)$$

$$l_j y \equiv \sum_{k\le 1}\left[\alpha_{jk} y^{(k)}(a) + \beta_{jk} y^{(k)}(b)\right] = 0\,, \qquad j = 1,2\,, \qquad (2)$$

Burada tənliyin və sərhəd şərtlərinin əmsalları $p, q, \alpha_{jk}, \beta_{jk}$ $(j = 1, 2, k = 0, 1)$ verilmiş kompleks sabitlər, $f(x)$ kompleks qiymətli məlum funksiya, $y(x)$ isə kompleks qiymətli naməlum funksiyadır. Sərhəd şərtləri xətti asılı deyildir. Laqranj düsturunu tətbiq edərək, baxılan məsələnin tənliyinə qoşma tənlik aşağıdakı kimi alınmışdır:

$$l^* z \equiv z''(x) - \overline{p}\, z'(x) + \overline{q}\, z(x) = g(x)\,. \tag{3}$$

$g(x)$ ixtiyari kəsilməz funksiyadır. Naymark mənada qoşma məsələni qurarkən verilmiş sərhəd şərtlərinə ixtiyari əmsallarla daha iki ifadə əlavə olunur və fərz edilir ki, bu dörd ifadədən ibarət sistemin baş determinantı sıfırdan fərqlidir ($\Delta \neq 0$). Sonra bu sistemdən $y(a)$, $y'(a)$, $y(b)$, $y'(b)$ birqiymətli təyin olunur. Əgər $y(x)$ verilmiş məsələnin bircins sərhəd şərtlərini, $z(x)$ isə qoşma məsələnin bircins sərhəd şərtlərini ödəyirsə, onda Laqranj düsturunda olan ikiqat xətti ifadəsi sıfıra çevrilməlidir. Ona görə $y(a)$, $y'(a)$, $y(b)$, $y'(b)$-nin tapılmış qiymətlərini bu ifadədə yazdıqda alınır :

$$\frac{1}{\Delta}\sum_{j=1}^{4}\Big\{\Delta^{(j,4)}\overline{z}(b) + p\,\Delta^{(j,3)}\overline{z}(b) - \Delta^{(j,3)}\overline{z}'(b) - \Delta^{(j,2)}\overline{z}(a) -$$
$$- p\;\Delta^{(j,1)}\overline{z}(a) + \Delta^{(j,1)}\overline{z}'(a)\Big\}\, l_j y = 0 \quad , \tag{4}$$

Verilmiş (2) sərhəd şərtlərinə əsasən $l_j y = 0, j = 1, 2$, $l_j y, j = 3, 4$ isə ixtiyari olduqlarından alınır:

$$l_j^* z = \Big[\overline{\Delta}^{(j+2,4)} + \overline{p}\overline{\Delta}^{(j+2,3)}\Big] z(b) - \overline{\Delta}^{(j+2,3)} z'(b) -$$
$$-\Big[\overline{\Delta}^{(j+2,2)} + \overline{p}\overline{\Delta}^{(j+2,1)}\Big] z(a) + \overline{\Delta}^{(j+2,1)} z'(a) = 0,\ j = 1,\ 2\,. \tag{5}$$

Teorem 1. Əgər $p, q, \alpha_{jk}, \beta_{jk}$ $(j = 1, 2, k = 0, 1)$ verilmiş kompleks sabitlər olub, (2) sərhəd şərtləri xətti asılı deyilsə və $\Delta \neq 0$ onda (3), (5) məsələsi (1)- (2) sərhəd məsələsinə Naymark mənada qoşma məsələdir.

1.2-də əvvəlki hissədə qoyulmuş sərhəd məsələsinə qoşma məsələ zəruri şərtlərdən istifadə etməklə qurulmuşdur. (3) tənliyinin fundamental həlli vasitəsilə alınmış zəruri şərtləri (2) sərhəd şərtlərinə qoşsaq, alarıq:

$$\begin{cases} \alpha_{10} y(a) + \alpha_{11} y'(a) + \beta_{10} y(b) + \beta_{11} y'(b) = l_1 y = 0 \,, \\ \alpha_{20} y(a) + \alpha_{21} y'(a) + \beta_{20} y(b) + \beta_{21} y'(b) = l_2 y = 0 \,, \\ y(a) + 0 \cdot y'(a) + \widetilde{\beta}_{30} y(b) + \widetilde{\beta}_{31} y'(b) = l_3 y \,, \\ 0 \cdot y(a) + y'(a) + \widetilde{\beta}_{40} y(b) + \widetilde{\beta}_{41} y'(b) = l_4 y \,, \end{cases} \qquad (6)$$

burada $\widetilde{\beta}_{30}$, $\widetilde{\beta}_{31}$, $\widetilde{\beta}_{40}$ və $\widetilde{\beta}_{41}$ -lər $\overline{\lambda_1}$, $\overline{\lambda_2}, a, b$ vasitəsilə ifadə olunmuş sabit ədədlər, $l_3 y$ və $l_4 y$ isə fundamental həlldə iştirak edən c_1 və c_2 ixtiyari sabitlərindən asılı ifadələrdir . Bu sistemdən $y(a), y'(a), y(b), y'(b)$ təyin edilərək Laqranj düsturundakı ikiqat xətti ifadədə yazılmış və alınan ifadə sıfra bərabər edilmişdir. Beləliklə, qoşma məsələnin sərhəd şərtləri aşağıdakı şəkildə alınmışdır:

$$\left(\Delta_0^{(k,2)} + p\,\Delta_0^{(k,1)}\right) \bar{z}(a) - \Delta_0^{(k,1)}\, \bar{z}'(a) -$$
$$- \left(\Delta_0^{(k,4)} + p\,\Delta_0^{(k,3)}\right) \bar{z}(b) + \Delta_0^{(k,3)} \bar{z}'(b) = 0 \,, \quad k = 3, 4 \,. \qquad (7)$$

Burada Δ_0 ilə (6) sisteminin baş determinantı, $\Delta_0^{(k,m)}$ ilə Δ_0 determinantının k-cı sətri ilə m-ci sütununun kəşisməsində duran elementin cəbri tamamlayıcısı işarə edilmişdir.

Teorem 2. Əgər $p, q, \alpha_{jk}, \beta_{jk}, (j = 1,2, \ k = 0,1)$ verilmiş kompleks sabitlər olmaqla, (2) şərtləri xətti asılı deyilsə və (6) sisteminin baş determinantı sıfırdan fərqlidirsə, onda (1), (2)-yə qoşma məsələ (3), (7) şəklindədir.

1.3-də üçüncü tərtib adi xətti diferensial tənlik üçün qoyulmuş sərhəd məsələsinə qoşma məsələ qurulmuşdur. Aşağıdakı məsələyə baxılmışdır:

$$l\,y \equiv y'''(x) + p(x)\, y''(x) + q(x)\, y'(x) + r(x)\, y(x) = 0 \,, x \in (a, b) \,, \qquad (8)$$

$$l_k y \equiv \alpha_{k0}\, y(a) + \beta_{k0}\, y(b) + \alpha_{k1}\, y'(a) + \beta_{k1}\, y'(b) + \alpha_{k2}\, y''(a) +$$
$$+ \beta_{k2}\, y''(b) = 0 \,, \quad k = 1, 2, 3 \,, \qquad (9)$$

burada $p(x), q(x), r(x)$ funksiyaları $x \in (a,b)$-də , uyğun olaraq $C^{(2)}, C^{(1)}$ və C fəzalarına daxil olan funksiyalar, α_{kj}, β_{kj} $(k = 1,2,3,$ $j = 0,1,2)$ kompleks sabitlər, (9) sərhəd şərtləri xətti asılı deyil. (8)

tənliyinə Laqranj düsturunu tətbiq edilərək, qoşma məsələnin tənliyi aşağıdakı şəkildə alınmışdır:

$$l^* z \equiv -z'''(x) + \left(\overline{p}(x)\, z(x)\right)'' - \left(\overline{q}(x)\, z(x)\right)' + \overline{r}(x)\, z(x) = 0, \quad (10)$$

Müəyyən əvəzləmələrdən sonra qoşma məsələnin sərhəd şərtləri alınmışdır:

$$\overline{p}'(a)\, z(a) + \overline{p}(a)\, z'(a) - \overline{q}(a)\, z(a) - z''(a) - \frac{1}{\Delta} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{3} \Big\{ \left[z''(b) - \overline{p}(b)\, z'(b) + \left[\vec{q}(b) - \overline{p}'(b)\right] z(b) \right] \overline{\Delta}^{(1,k)} +$$

$$+ \left[z'(a) - \overline{p}(a)\, z(a) \right] \overline{\Delta}^{(2,k)} + z(b)\, \overline{\Delta}^{(3,k)} \Big\} \overline{\alpha}_{k0} = 0 \quad ,$$

$$\overline{p}(b)\, z(b) - z'(b) - \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^{3} \Big\{ \left[z''(b) - \overline{p}(b)\, z'(b) + \right.$$

$$\left. + \left[\vec{q}(b) - \overline{p}'(b)\right] \cdot \left[z'(a) - \overline{p}(a)\, z(a) \right] \overline{\Delta}^{(2,k)} z(b) \right] \overline{\Delta}^{(1,k)} +$$

$$+ z(b)\, \overline{\Delta}^{(3,k)} \Big\} \overline{\beta}_{k1} = 0 \quad ,$$

$$- z(a) - \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^{3} \Big\{ \left[z''(b) - \overline{p}(b)\, z'(b) + \left[\vec{q}(b) - \overline{p}'(b)\right] \times \right.$$

$$\left. \times z(b) \right] \overline{\Delta}^{(1,k)} + \left[z'(a) - \overline{p}(a)\, z(a) \right] \overline{\Delta}^{(2,k)} + z(b) \overline{\Delta}^{(3,k)} \Big\} \overline{\alpha}_{k2} = 0 \,. (11)$$

Teorem3. Əgər (8)-(9) məsələsində $p \in C^{(2)}(a,b) \cap C^{(1)}[a,b]$, $q \in C^{(1)}(a,b) \cap C[a,b], r \in C(a,b)$ şərtləri ödənilərsə, (9) sərhəd şərtləri xətti asılı deyilsə və

$$\Delta = \begin{vmatrix} \beta_{10} & \beta_{20} & \beta_{30} \\ \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{32} \end{vmatrix} \neq 0 \quad ,$$

onda qoşma məsələ (10) və (11) şəklindədir.

Beləliklə, qoşma məsələnin sərhəd şərtləri ancaq verilmiş məsələnin sərhəd şərtlərindən istifadə etməklə qurulmuşdur.

1.4-də aşağıdakı sərhəd məsələsi üçün qoşma məsələ qurulmuşdur :

$$l\, y \equiv A_0(x) y'(x) + A_1(x) y(x) = f(x)\,, \quad x \in (0,1)\,, \qquad (12)$$

$$l_0 y \equiv \alpha_0 y(0) + \alpha_1 y(1) = 0\,, \qquad (13)$$

burada $A_0(x)$, $A_1(x)$ verilmiş n tərtibli həqiqi elementli kvadrat matris funksiyalar, $f(x)$ isə n ölçülü sütun vektor funksiyadır. $A_0(x)$ elementləri kəsilməz diferensiallanan matris, $A_1(x)$ və $f(x)$ isə elementləri kəsilməz olan matris və vektorlardır. Laqranj düsturunu tətbiq edərək, qoşma məsələnin tənliyi aşağıdakı kimi alınmışdır:

$$l^* z \equiv -\left(A_0^T(x)\, z(x)\right)' + A_1^T(x)\, z(x) = g(x). \tag{14}$$

Qoşma məsələnin sərhəd şərtləri isə aşağıdakı kimi alınmış olur:

$$\sum_{q=1}^{n} z_q(0) \left[\sum_{p=1}^{s} A_{0q\,k_p}(0) \sum_{i=1}^{n} \alpha_{0i\,m_j} \frac{\Delta_{i\,k_p}}{\Delta} - A_{0q\,m_j} \right] -$$

$$-\sum_{q=1}^{n} z_q(1) \sum_{p=s+1}^{n} A_{0q\,k_p}(1) \times \sum_{i=1}^{n} \alpha_{0i\,m_j} \frac{\Delta_{i\,k_p}}{\Delta} = 0 \ , \quad j = \overline{1,r} \quad ,$$

$$\sum_{q=1}^{n} z_q(0) \sum_{p=1}^{s} A_{0q\,k_p}(0) \sum_{i=1}^{n} \alpha_{1i\,m_j} \frac{\Delta_{i\,k_p}}{\Delta} + \sum_{q=1}^{n} z_q(1) \times$$

$$\times \left[A_{0q\,m_j} - \sum_{p=s+1}^{n} A_{0q\,k_p}(1) \times \sum_{i=1}^{n} \alpha_{1i\,m_j} \frac{\Delta_{i\,k_p}}{\Delta} \right] = 0 \ , \ j = \overline{r+1,n} \ . \tag{15}$$

Teorem 4. Əgər $A_0(x)$ elementləri kəsilməz diferensiallanan və $\det A_0(x) \neq 0$, $A_1(x)$ elementləri isə kəsilməz olan n tərtibli kvadrat matrislər, $f(x)$ isə elementləri kəsilməz olan n ölçülü vektor funksiya, α_0 və α_1 elementləri sabit olan n tərtibli kvadrat matris olmaqla (13) şərtləri xətti asılı deyilsə və

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_{01k_1} & \cdots & \alpha_{01k_s} & \alpha_{11k_{s+1}} \cdots & \alpha_{11k_n} \\ \alpha_{02k_1} & \cdots & \alpha_{02k_s} & \alpha_{12k_{s+1}} \cdots & \alpha_{12k_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \quad \cdots & \cdots \\ \alpha_{0n\,k_1} & \cdots & \alpha_{0n\,k_s} & \alpha_{1n\,k_{s+1}} \cdots & \alpha_{1n\,k_n} \end{vmatrix} \neq 0 \ ,$$

olarsa, onda (12)-(13) sərhəd məsələsinə qoşma məsələ (14) və (15) şəklində qurulur.

İkinci fəsildə xüsusi törəməli xətti birinci və ikinci tərtib elliptik tip tənliklər üçün sərhəd məsələlərinə qoşma olan məsələlərin qurulmasından bəhs edilir.

2.1-də Koşi-Riman tənliyi üçün aşağıdakı məsələyə baxılmışdır:

$$lu \equiv \frac{\partial u(x)}{\partial x_2} + i\frac{\partial u(x)}{\partial x_1} = 0, \quad x = (x_1, x_2) \in D \subset R^2, \tag{16}$$

$$l_1 u \equiv \alpha_1(x_1)\, u(x_1, \gamma_1(x_1)) + \alpha_2(x_1)\, u(x_1, \gamma_2(x_1)) = 0, \; x_1 \in [a_1, b_1], \tag{17}$$

$D - x_2$ istiqamətində qabarıq, məhdud oblast, $\Gamma = \partial D$ sərhədi Lyapunov xətti, $i = \sqrt{-1}$, $\alpha_1(x_1)$, $\alpha_2(x_1)$ - $[a_1, b_1]$-də kompleks qiymətli kəsilməz funksiyalar, $u(x)$-analitik funksiya olub, D oblastında axtarılan məchul funksiyadır. Koşi-Riman tənliyi üçün qoşma tənliyi qurmaq üçün (16) tənliyini $v(x)$-ə vurub, D oblastı üzrə inteqrallayaq. Alınmış ifadəyə hissə-hissə inteqrallama üsulunu və ya Ostroqradski-Qaus düsturunu tətbiq edib, uyğun hədləri qruplaşdırdıqdan sonra qoşma tənliyi aşağıdakı kimi alınmışdır:

$$l^* v \equiv -\frac{\partial v(x)}{\partial x_2} + i\frac{\partial v(x)}{\partial x_1} = 0 \quad . \tag{18}$$

2.2-də zəruri şərtlər tədqiq olunur. Bilavasitə yoxlama yolu ilə isbat edilir ki, (18) tənliyinin fundamental həlli

$$V(x - \xi) = -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{x_2 - \xi_2 - i\,(x_1 - \xi_1)} \quad , \tag{19}$$

funksiyasıdır. Fundamental həlldən istifadə etməklə aşağıdakı kimi zəruri şərtlər alınmışdır:

$$u(\xi_1, \gamma_1(\xi_1)) = \frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1} \frac{u(x_1, \gamma_1(x_1))}{x_1 - \xi_1} dx_1 - \frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1} \frac{\gamma_1'(\sigma_1) - \gamma_1'(x_1)}{x_1 - \xi_1} \cdot$$

$$\cdot \frac{u(x_1, \gamma_1(x_1))}{\gamma_1'(\sigma_1) + i}\, dx_1 + \frac{1}{\pi}\int_{a_1}^{b_1} \frac{1 - i\gamma_2'(x_1)}{\gamma_2(x_1) - \gamma_1(\xi_1) + i(x_1 - \xi_1)}$$

$$\cdot u(x_1, \gamma_2(x_1)) dx_1 \; ,$$

$$u(\xi_1, \gamma_2(\xi_1)) = -\frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1} \frac{u(x_1, \gamma_2(x_1))}{x_1 - \xi_1} dx_1 + \frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1} \frac{\gamma_2'(\sigma_2) - \gamma_2'(x_1)}{x_1 - \xi_1} \cdot$$

$$\cdot \frac{u(x_1,\gamma_2(x_1))}{\gamma_2'(\sigma_2)+i}\,dx_1 - \frac{1}{\pi}\int_{a_1}^{b_1} \frac{1-i\gamma_1'(x_1)}{\gamma_1(x_1)-\gamma_2(\xi_1)+i(x_1-\xi_1)}\cdot$$

$$\cdot u(x_1,\gamma_1(x_1))dx_1 \ . \qquad (20)$$

Alınmış zəruri şərtlərin hər biri özündə bir sinqulyar inteqral saxlayır.

2.3-də verilmiş (17) sərhəd şərtini nəzərə almaqla, (20)-nin köməyi ilə aşağıdakı xətti kombinasiyanı qurulmuşdur:

$$\alpha_1(\xi_1)u(\xi_1,\gamma_1(\xi_1))-\alpha_2(\xi_1)u(\xi_1,\gamma_2(\xi_1))=$$

$$=\frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{\alpha_1(\xi_1)-\alpha_1(x_1)}{x_1-\xi_1}u(x_1,\gamma_1(x_1))dx_1 +$$

$$+\frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{\alpha_2(\xi_1)-\alpha_2(x_1)}{x_1-\xi_1}u(x_1,\gamma_2(x_1))dx_1 -$$

$$-\frac{i\alpha_1(\xi_1)}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{\gamma_1'(\sigma_1)-\gamma_1'(x_1)}{x_1-\xi_1}\cdot\frac{u(x_1,\gamma_1(x_1))}{\gamma_1'(\sigma_1)+i}\,dx_1 +$$

$$+\frac{\alpha_1(\xi_1)}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{1-i\gamma_2'(x_1)}{\gamma_2(x_1)-\gamma_1(\xi_1)+i(x_1-\xi_1)}\cdot u(x_1,\gamma_2(x_1))dx_1 -$$

$$-\frac{i\alpha_2(\xi_1)}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{\gamma_2'(\sigma_2)-\gamma_2'(x_1)}{x_1-\xi_1}\cdot\frac{u(x_1,\gamma_2(x_1))}{\gamma_2'(\sigma_2)+i}\,dx_1 +$$

$$+\frac{\alpha_2(\xi_1)}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{1-i\gamma_1'(x_1)}{\gamma_1(x_1)-\gamma_2(\xi_1)+i(x_1-\xi_1)}\cdot u(x_1,\gamma_1(x_1))dx_1 \equiv l_2 u \ , \qquad (21)$$

Teorem 5. Tutaq ki, $D\subset R^2$- x_2 istiqamətində qabarıq, məhdud oblast, Γ sərhədi isə Lyapunov xəttidir. Əgər $\alpha_1(x_1)$ və $\alpha_2(x_1)$ müəyyən Hölder sinfinə mənsubdurlarsa, onda zəruri şərtlərdən alınmış (21) münasibəti özündə sinqulyar inteqral saxlamır.

2.4-də qoyulmuş məsələnin fredholmluğu üçün kafi şərtin alınmasından bəhs edilir. Burada verilmiş (17) sərhəd şərti requlyar (21) münasibətinə qoşulduqda alınan

$$\begin{cases}\alpha_1(\xi_1)\,u(\xi_1,\gamma_1(\xi_1))+\alpha_2(\xi_1)\,u(\xi_1,\gamma_2(\xi_1))=l_1u=0,\\ \alpha_1(\xi_1)\,u(\xi_1,\gamma_1(\xi_1))-\alpha_2(\xi_1)\,u(\xi_1,\gamma_2(\xi_1))=l_2u,\end{cases} \quad , \qquad (22)$$

sistemindən

$$\alpha_k(x_1)\neq 0, k=1,2;\ x_1\in[a_1,b_1], \tag{23}$$

şərti daxilində $u(\xi_1,\gamma_k(\xi_1))$, $k=1,2$ ifadələri təyin edilmişdir. Beləliklə, aşağıdakı teoremin doğruluğunu alınmışdır:

Teorem 6. Teorem 5-in şərtləri daxilində, əgər (23) şərtləri ödənilərsə, onda (16)-(17) sərhəd məsələsi Fredholm tiplidir.

2.5-də verilmiş sərhəd məsələsi üçün qoşma məsələnin sərhəd şərti qurulmuşdur. Bu şərt aşağıdakı şəkildədir:

$$\overline{\alpha_2}(\xi_1)[1+i\gamma_1'(\xi_1)]v(\xi_1,\gamma_1(\xi_1))+\overline{\alpha_1}(\xi_1)[1+i\gamma_2'(\xi_1)]\cdot$$
$$\cdot v(\xi_1,\gamma_2(\xi_1))=0. \tag{24}$$

Teorem 7. Teorem 6-nın şərtləri daxilində və $\alpha_1(x_1)B(x_1)=\alpha_2(x_1)A(x_1)$ bərabərliyi ödənildikdə, (16)-(17) sərhəd məsələsinə qoşma məsələ (18),(24) şəklindədir.

Qeyd edək ki, teoremdəki bərabərlik ödənilərsə, $A(\xi_1)$ və $B(\xi_1)$ üçün aşağıdakı ifadə doğrudur:

$$B(\xi_1)=\bar{v}(\xi_1,\gamma_2(\xi_1))[1-i\gamma_2'(\xi_1)],\quad A(\xi_1)=\frac{\alpha_1(\xi_1)}{\alpha_2(\xi_1)}\cdot B(\xi_1)\quad .$$

2.6-da iki ölçülü Laplas tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərti daxilində qoyulmuş sərhəd məsələsinə qoşma məsələ qurulmuşdur. Aşağıdakı məsələyə baxılmışdır:

$$l\,u\equiv\Delta u(x)=\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_k^2}=0\quad,\qquad x\in D\subset R^2, \tag{25}$$

$$\sum_{s=1}^{2}\left[\sum_{k=1}^{2}\alpha_{mk}^{(s)}(x_1)\frac{\partial u(x)}{\partial x_k}+\alpha_m^{(s)}(x_1)u(x)\right]\Bigg|_{x_2=\gamma_s(x_1)}=0, \tag{26}$$

$$m=1,2\,,x_1\in[a_1,b_1]$$

burada $D-x_2$ istiqamətində qabarıq, məhdud oblast, $\Gamma=\partial D$ sərhədi Lyapunov xətti, $\alpha_{mk}^{(s)}(x_1)$ və $\alpha_m^{(s)}(x_1)$ $m,k,s=1,2;\ x_1\in[a_1,b_1]$ olduqda kəsilməz funksiyalar, (26) şərtləri isə xətti asılı deyil. Verilmiş (25) tənliyi üçün ikinci Qrin düsturunu yazsaq, qoşma məsələnin tənliyi üçün aşağıdakı kimi ifadə alarıq:

$$l^* v \equiv \Delta v(x) \equiv \sum_{k=1}^{2} \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x_k^2} = 0\,, \qquad x \in D\,. \tag{27}$$

Aşağıdakı teorem isbat edilmişdir:

Teorem 8. Əgər x_2 istiqamətində qabarıq olan D müstəvi oblastı məhdud, $\Gamma = \partial D$ sərhədinin hissələrinin ikinci tərtib törəməsi kəsilməz olan funksiyalardırsa, xətti asılı olmayan (26) sərhəd şərtinin əmsalları üçün

$$\alpha_{mk}^{(1)}(x_1) \in C^{(1)}(a_1, b_1),\, \alpha_{m1}^{(2)}(x_1) \in C^{(1)}(a_1, b_1),\, m, k = 1, 2;$$

$$\alpha_{m2}^{(2)}(x_1) \in C(a_1, b_1),\, \alpha_{m}^{(s)}(x_1) \in C^{(1)}(a_1, b_1),\, m, s = 1, 2;$$

və

$$u(b_1, \gamma_1(b_1)) = u(a_1, \gamma_1(a_1)) = u(a_1, \gamma_2(a_1)) = u(b_1, \gamma_2(b_1)) = 0$$

$$\alpha_{22}^{(1)}(x_1) - \alpha_{21}^{(1)}(x_1)\, \gamma_1'(x_1) \neq 0$$

$$A(x_1) = -\alpha_{11}^{(2)}(x_1) + \alpha_{21}^{(2)}(x_1)\, \frac{\alpha_{12}^{(1)}(x_1) - \alpha_{11}^{(1)}(x_1)\, \gamma_1'(x_1)}{\alpha_{22}^{(1)}(x_1) - \alpha_{21}^{(1)}(x_1)\, \gamma_1'(x_1)} \neq 0\,,$$

şərtləri ödənilərsə, onda (25)-(26) sərhəd məsələsinə qoşma məsələ (27) tənliyi üçün qeyri-lokal və qlobal(inteqrallar şəklində)hədlər olan sərhəd şərtləri alınır.

Üçüncü fəsildə biharmonik tənlik üçün sərhəd məsələsinə qoşma məsələ qurulmuşdur. Aşağıdakı məsələyə baxaq:

$$l\,u \equiv \Delta^2 u(x) \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^{\,2}} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^{\,2}} \right)^2 u(x) = 0 \quad , \tag{28}$$

$$x = (x_1, x_2) \in D \subset R^2 \quad ,$$

$$l_i u \equiv \sum_{0 \le k+j \le 3} \left\{ \alpha_{ikj}^{(1)}(x_1) \left. \frac{\partial^{k+j} u(x)}{\partial x_1^{\,k}\, \partial x_2^{\,j}} \right|_{x_2 = \gamma_1(x_1)} + \alpha_{ikj}^{(2)}(x_1) \left. \frac{\partial^{k+j} u(x)}{\partial x_1^{\,k}\, \partial x_2^{\,j}} \right|_{x_2 = \gamma_2(x_1)} \right\} = 0$$

$$x_1 \in (a_1, b_1),\; i = \overline{1,4}, \tag{29}$$

burada $D - x_2$ istiqamətində qabarıq, məhdud oblast, $\Gamma = \partial D$ sərhədi isə Lyapunov xətti, $\alpha_{ikj}^{(s)}(x_1)$, $i = \overline{1,4}$, $0 \le k + j \le 3,\, s = 1,2$ olduqda kəsilməz, həqiqi qiymətli funksiyalar, $[a_1, b_1] = np_{x_1} D = np_{x_1} \overline{\Gamma_1} =$

$= np_{x_1}\overline{\Gamma_2}, \overline{\Gamma_1} \cup \Gamma_2 = \Gamma_1 \cup \overline{\Gamma_2} = \Gamma, \gamma_s(x_1)$ isə Γ_s -lərin tənliyidir, sərhəd şərtləri xətti asılı deyil.

3.1-də

$$\left(\Delta^2 u, v\right) = B\left(u, v\right) + \left(u, \Delta^2 v\right),$$

ikinci Qrin düsturu alınmışdır. Burada $B\left(u, v\right)$ u, v və onların üçüncü tərtibə qədər törəmələrindən alınan ikiqat xətti ifadə, $\Delta^2 v(x)$ isə qoşma tənlikdir.

$$\Delta^2 v(x) = \frac{\partial^4 v\ (x)}{\partial x_1^{\ 4}} + 2\frac{\partial^4 v(x)}{\partial x_1^{\ 2}\, \partial x_2^{\ 2}} + \frac{\partial^4 v\ (x)}{\partial x_2^{\ 4}} = 0 \quad , \tag{30}$$

3.2-də sərhəd şərtləri tədqiq olunmuşdur. **3.3-də** sərhəd şərtləri üzərində müəyyən çevirmələr aparılmış və aşağıdakı nəticə alınmışdır:

$$\sum_{i=1}^{4}\int_{a_1}^{b_1} l_i u \cdot z_i\ dx_1 = \sum_{i=1}^{4}\sum_{k=1}^{2}\int_{a_1}^{b_1} u\left(x_1, \gamma_k(x_1)\right)\left\{\alpha_{i\,00}^{(k)}(x_1)\, z_i(x_1) - \right.$$

$$\left. -\left[\alpha_{i\,10}^{(k)}(x_1) z_i(x_1)\right]' + \left[\alpha_{i\,20}^{(k)}(x_1) z_i(x_1)\right]'' - \left[\alpha_{i\,30}^{(k)}(x_1) z_i(x_1)\right]''' \right\} dx_1 +$$

$$+\sum_{i=1}^{4}\sum_{k=1}^{2}\int_{a_1}^{b_1} \left.\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)} \left\{\alpha_{i\,10}^{(k)}(x_1)\, \gamma_k'(x_1)\, z_i(x_1) + \alpha_{i\,01}^{(k)}(x_1) z_i(x_1) + \right.$$

$$+ 2\,\gamma_k'(x_1)\left[\alpha_{i\,20}^{(k)}(x_1) z_i(x_1)\right]' + 2\,\alpha_{i\,20}^{(k)}(x_1)\,\gamma_k''(x_1)\, z_i(x_1) - \gamma_k'(x_1) \times$$

$$\times\left[\alpha_{i\,30}^{(k)}(x_1) z_i(x_1)\right]'' - \gamma_k''(x_1)\left[\alpha_{i\,30}^{(k)}(x_1) z_i(x_1)\right]' -$$

$$\left. -\left[\alpha_{i\,30}^{(k)}(x_1)\gamma_k''(x_1)\, z_i(x_1)\right]' + \left[\alpha_{i\,21}^{(k)}(x_1) z_i(x_1)\right]' \right\} dx_1 +$$

$$+\sum_{i=1}^{4}\sum_{k=1}^{2}\int_{a_1}^{b_1} \left.\frac{\partial^2 u\,(x)}{\partial\, x_2^{\ 2}}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)} \left\{ 2\,\alpha_{i\,20}^{(k)}(x_1)\,\gamma_k'^{\,2}(x_1) \times \right.$$

$$\times z_i(x_1) - \alpha_{i\,11}^{(k)}(x_1)\,\gamma_k'(x_1)\, z_i(x_1) + \alpha_{i\,02}^{(k)}(x_1) z_i(x_1) -$$

$$- 2\left[\alpha_{i\,30}^{(k)}(x_1) z_i(x_1)\right]' - 3\,\alpha_{i\,30}^{(k)}(x_1)\,\gamma_k'(x_1)\,\gamma_k''(x_1)\, z_i(x_1) +$$

$$+2\left[\alpha_{i\,21}^{(k)}(x_1)\gamma_k'(x_1)\,z_i(x_1)\right]' - \alpha_{i\,21}^{(k)}(x_1)\;\gamma_k''(x_1)\,z_i(x_1) -$$

$$-\left[\alpha_{i\,12}^{(k)}(x_1)z_i(x_1)\right]'\Bigg\}dx_1 + \sum_{i=1}^{4}\sum_{k=1}^{2}\int_{a_1}^{b_1}\left.\frac{\partial^3 u(x)}{\partial x_2^{\;3}}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)} \times$$

$$\times\left\{-\alpha_{i\,30}^{(k)}(x_1)\,\gamma_k'^{\,3}(x_1)+\alpha_{i\,21}^{(k)}(x_1)\,\gamma_k'^{\,2}(x_1)-\alpha_{i\,12}^{(k)}(x_1)\,\gamma_k'(x_1)+\right.$$

$$\left.+\alpha_{i\,03}^{(k)}(x_1)\right\}\times z_i(x_1)\,dx_1 = 0\,. \qquad (31)$$

Teorem 9. Əgər $D-x_2$ istiqamətində qabarıq, məhdud müstəvi oblast, $\Gamma=\partial D$ sərhədi isə Lyapunov xəttidirsə, $\alpha_{i\,pq}^{(k)}(x_1)\in C^{(p)}(a_1,b_1)\cap C^{(p-1)}[a_1,b_1]$, $i=\overline{1,4}$, $0\le p+q\le 3, k=1,2$, $\gamma_k(x_1)\in C^{(3)}(a_1,b_1)\cap C^{(2)}[a_1,b_1]$ şərtləri ödənilirsə, onda (29) sərhəd şərtlərindən alınan (31) ifadəsi doğrudur.

3.4-də ikinci Qrin düsturunda olan ikiqat xətti ifadə üzərində çevirmələr aparılmış və aşağıdakı şəklə salınmışdır:

$$B(u,v)=\sum_{k=1}^{2}(-1)^k\int_{a_1}^{b_1}u\left(x_1,\gamma_k(x_1)\right)\Bigg\{\left[v\left(x_1,\gamma_k(x_1)\right)\gamma_k'(x_1)\right]''' +$$

$$+\left[\left.\frac{\partial v(x)}{\partial x_1}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}\gamma_k'(x_1)\right]'' + \left[\left.\frac{\partial^2 v(x)}{\partial x_1^{\;2}}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}\gamma_k'(x_1)\right]' +$$

$$+\left.\frac{\partial^3 v(x)}{\partial x_1^{\;3}}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}\gamma_k'(x_1)-\left.\frac{\partial^3 v(x)}{\partial x_1^{\;2}\partial x_2}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)} -$$

$$-\left.\frac{\partial^3 v(x)}{\partial x_2^{\;3}}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}\Bigg\}dx_1+\sum_{k=1}^{2}(-1)^k\,2\int_{a_1}^{b_1}\left.\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}\cdot$$

$$\cdot\Big\{\gamma_k'(x_1)\left[v\left(x_1,\gamma_k(x_1)\right)\gamma_k'(x_1)\right]''+\gamma_k''(x_1)\left[v\left(x_1,\gamma_k(x_1)\right)\gamma_k'(x_1)\right]'+$$

$$+\left[v\left(x_1,\gamma_k(x_1)\right)\cdot\times\gamma_k'(x_1)\gamma_k''(x_1)\right]'+2\gamma_k'(x_1)\cdot$$

$$\cdot\left[\left.\frac{\partial v(x)}{\partial x_1}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)} \gamma_k'(x_1)\right]' + 2\,\gamma_k'(x_1)\,\gamma_k''(x_1)\cdot\left.\frac{\partial v(x)}{\partial x_1}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)} +$$

$$+\gamma_k'^{\,2}(x_1)\left.\frac{\partial^2 v(x)}{\partial x_1^{\,2}}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)} + \left.\frac{\partial^2 v(x)}{\partial x_1^{\,2}}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)} +$$

$$\left.+\left.\frac{\partial^2 v(x)}{\partial x_2^{\,2}}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}\right\} dx_1 + \sum_{k=1}^{2}(-1)^k\int_{a_1}^{b_1}\left.\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_2^{\,2}}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}\cdot$$

$$\cdot\Big\{\gamma_k'^{\,2}(x_1)\left[v\big(x_1,\gamma_k(x_1)\big)\gamma_k'(x_1)\right]' + 3\,\gamma_k'^{\,2}(x_1)\cdot\gamma_k''(x_1)\cdot$$

$$\cdot v\big(x_1,\gamma_k(x_1)\big) + 2\gamma_k'^{\,3}(x_1)\left.\frac{\partial v(x)}{\partial x_1}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}\left[v\big(x_1,\gamma_k(x_1)\big)\gamma_k'(x_1)\right]' +$$

$$\left.+\gamma_k'(x_1)\cdot\left.\frac{\partial v(x)}{\partial x_1}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)} - \left.\frac{\partial v(x)}{\partial x_2}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}\right\} dx_1 +$$

$$+\sum_{k=1}^{2}(-1)^k\int_{a_1}^{b_1}\left.\frac{\partial^3 u(x)}{\partial x_2^{\,3}}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}\Big\{\gamma_k'^{\,4}(x_1)\cdot v\big(x_1,\gamma_k(x_1)\big) +$$

$$+\gamma_k'^{\,2}(x_1)\; v\big(x_1,\gamma_k(x_1)\big) + v\big(x_1,\gamma_k(x_1)\big)\Big\}dx_1\,. \qquad (32)$$

Bu yarımfəsildə aşağıdakı teoremin doğruluğu göstərilmişdir:

Teorem 10. Əgər $D\subset R^2$ oblastı x_2 istiqamətində qabarıq və məhdud olmaqla, onun $\Gamma=\partial D$ sərhədinin hissələri $\gamma_k(x_1)\in C^{(4)}(a_1,b_1)\cap C^{(3)}[a_1,b_1]$, $k=\overline{1,2}$ və

$$\alpha_{i10}^{(k)}(x_1)=0\;,\;\alpha_{i20}^{(k)}(x_1)=0\;,\;\alpha_{i20}^{(k)\prime}(x_1)=0\;,\;\alpha_{i11}^{(k)}(x_1)=0\,,$$

$$\alpha_{i30}^{(k)}(x_1)=0\quad,\quad\alpha_{i30}^{(k)\prime}(x_1)=0\quad,\quad\alpha_{i21}^{(k)}(x_1)=0\quad,$$

$$\alpha_{i21}^{(k)\prime}(x_1)=0\;,\;\alpha_{i12}^{(k)}(x_1)=0\,,\quad i=\overline{1,4},\; x_1=a_1, x_1=b_1\quad,$$

$$u^{(n)}\big(x_1,\gamma_k(x_1)\big)=0,\; n=0,1,2;\; k=1,2;\; x_1=a_1\;,\; x_1=b_1$$

$$\left.\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}=0,\ \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\left.\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}\right)=0,$$

$k=1,2;\ x_1=a_1,\ x_1=b_1$,

$$\left.\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_2^{\ 2}}\right|_{x_2=\gamma_k(x_1)}=0,\quad k=1,2;\ x_1=a_1,\ x_1=b_1\ .$$

şərtləri ödənilirsə, onda ikinci Qrin düsturunda olan ikiqat xətti ifadəsi üçün (32) bərabərliyi doğrudur.

3.5-də verilmiş məsələyə qoşma olan məsələnin sərhəd şərtləri qurulmuşdur.

Sonda elmi rəhbərlərim professor S. M. Hüseyn-zadəyə, professor N. Ə. Əliyevə məsələnin qoyuluşu və faydalı məsləhətlərinə görə minnətdarlığımı bildirirəm.

Dissertasiyanın əsas nəticələri müəllifin dərc olunmuş aşağıdakı elmi işlərində öz əksini tapmışdır:

1. Алиев Н. А., Гулиева А. М. Построение сопряженной задачи для уравнения Коши-Римана // Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, Баку, 2013, №4, с.43-54.

2. Гулиева А. М. О регуляризации одного сингулярного интегрального уравнения / Международная Научная Конференция посвященной юбилею акад. А.Х.Мирзаджан-заде. Баку, 2013, с. 76-77.

3. Guliyeva A. M. Construction of a problem adjoint in a new approach to the boundary value problem for a third order linear differential equation / Abstracts of New challenges in the European area: İnternational Baku Forum of Young Scientists dedicated to the 90-th anniversary of national leader Heydar Aliyev, Baku, 2013, p.45-47.

4. Əliyev N.Ə., Quliyeva A. M. Xətti, dəyişən əmsallı, adi birinci tərtib diferensial tənliklər sistemi üçün sərhəd məsələsinə qoşma məsələnin qurulması // Pedaqoji Universitetinin xəbərləri, Bakı, 2014, №2, s. 30-34.

5. Əliyev N. Ə., Quliyeva A. M. Laplas tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərti daxilində məsələnin qoşması / Y.Ə.Əmənzadənin anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş Mexanikanın klassik və müasir problemləri. Bakı, 2014, 60-65 s.

6. Quliyeva A. M. Yeni mənada qoşma məsələ. Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri / RMİ-in 55 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans, Bakı, 2014, 138-140 s.
7. Əliyev N.Ə., Quliyeva A.M. Üçüncü tərtib dəyişən əmsallı adi diferensial tənlik üçün sərhəd məsələsinə yeni mənada qoşma məsələnin qurulması // Qafqaz Universitetinin jurnalı, riyaziyyat və kompüter elmləri, Bakı, cild 2, 2014, №2 , s.176-180.
8. Quliyeva A. M. Biharmonik tənlik üçün sərhəd məsələsinə qoşma məsələnin qurulması // Azərbaycan Texniki Universiteti, Elmi əsərlər, Fundamental elmlər, cild 2, 2014, №2, s. 228-235.
9. Quliyeva A. M. Birinci tərtib, adi, xətti diferensial tənliklər sistemi üçün sərhəd məsələsinə qoşma məsələnin qurulması / Azərbaycan xalqının Ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 91-ci ildönümünə həsr olunmuş Gənc tədqiqatçıların II Beynelxalq Elmi Konfrans, Qafqaz Univiversiteti, Bakı, 2014, 87-88 s.
10. Quliyeva A. M. Naymark mənada qoşma məsələnin dəqiqləşdirilməsi / Fundamental və tətbiqi elmlərin(yer, texnika və kimya elmlər)aktual problemlərinin həllində multidissiplinar yanaşmanın rolu, Bakı, 2014, 233-235 s.
11. Гулиева А. М. Построение сопряженной задачи для уравнения эллиптического типа первого порядка с нелокальными граничными условиями /Актуальные проблемы математики и информатики: теория, методика, практика, Елецкий Государственный Университет Имени И.А. Бунина. Елец, 2015, с. 42-44.
12. Гулиева А. М. Нормирование условий одной задачи / Шестнадцатая международная научная конференция имени академика Михаила Кравчука. Киев, 2015, с.72-74 .
13. Aliyev N. A., Guliyeva A. M. Construction a problem adjoint in a new sense to the boundary value problem for a constant coefficient, second order ordinary linear differential equation //Естественные и технические науки, Москва, 2015, №3, p. 28-38.
14. Aliyev N.A., Guliyeva A.M., Gusein-Zade S.M. Adjoint Problem for the Laplace Equation under a Nonlocal Boundary Condition // Turkic World Mathematical Society Journal of Pure and Applied Mathematics, Baku, 2016, vol.7, №2, p.167-17

АСЯ МАМЕДКЕРИМ КЫЗЫ ГУЛИЕВА

ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ СОПРЯЖЕННОГО ОПЕРАТОРА В НОВОМ СМЫСЛЕ

АННОТАЦИЯ

Диссертация посвящена построению сопряжённых задач, соответствующих граничным задачам с нелокальными граничными условиями для дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными. Сначала был показан путь устранения произвольностей в граничных условиях, сопряжённой в смысле Наймарка граничной задаче для линейного уравнения второго порядка. А затем, была построена сопряжённая задача новым методом, т.е. используя необходимые условия, полученные при помощи фундаментального решения уравнения сопряжённой задачи. Так что, к заданным граничным условиям присоедениются необходимые условия вместо выражений, присоеденяемых по схеме Наймарка.

Для линейных обыкновенных уравнений третьего порядка и систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка сопряжённая задача была построена только с помощью заданных граничных условий.

А что касается уравнений эллиптического типа с частными производными первого, второго и четвертого порядка, к которым относятся уравнения Коши-Римана, Лапласа и бигармонические уравнения, то для них были рассмотрены нелокальные граничные задачи. Сопряжённая задача для уравнения Коши-Римана построена при помощи необходимых условий, а для двух других уравнений - непосредственно используя граничные условия.

Следует отметить, что сопряжённые задачи, построенные для всех рассматриваемых задач были построены однозначно.

GULIYEVA ASYA MAMMADKARIM

CONSTRUCTION AND INVESTIGATION OF THE ADJOINT OPERATOR IN A NEW SENSE

SUMMARY

The dissertation work is devoted to creation of the conjugate problem, corresponding to boundary problem with nonlocal boundary conditions for differential equations and the equations with partial derivatives. At first the path of elimination of arbitraries in boundary conditions was shown, to the conjugate in Naymark's sense to a boundary problem for the simple equation of the second order. And then, the conjugate problem was constructed by a new method, i.e. using the necessary conditions received by means of the fundamental solution of the equation of the conjugate problem . So, to the given boundary conditions attached necessary conditions instead of the expressions associated according to Naymark's scheme.

For the simple ordinary equations of the third order and systems of the simple ordinary differential equations of first order the conjugate problem was constructed only by means of the given boundary conditions.

And as for the equations of elliptic type with partial derivatives of the first, second and fourth order to which the equations of Cauchy Riemann, Laplace and biharmonic equations belong for them nonlocal boundary problem were considered. The conjugate problem for the equation of Cauchy Riemann is constructed by means of necessary conditions, and for two other equations - directly using boundary conditions.

It should be noted that the conjugate problem constructed for all considered problem were constructed uniquely.

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

На правах рукописи

АСЯ МАМЕДКЕРИМ кызы ГУЛИЕВА

ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ СОПРЯЖЕННОГО ОПЕРАТОРА В НОВОМ СМЫСЛЕ

1212.01 – Уравнения математической физики

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по математике

Баку – 2017