AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
İDARƏETMƏ SİSTEMLƏRİ İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

ESMİRA AKİF QIZI QARAYEVA

BİR SİNİF DİSKRET OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏLƏRİ ÜÇÜN OPTİMALLIQ ŞƏRTLƏRİ

1203.01 − Kompüter elmləri

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim olunmuş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı - 2018

İş Azərbaycan MEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun “Mürəkkəb dinamik sistemlərdə idarəetmə” laboratoriyasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:
riyaziyyat elmləri doktoru, professor **K.B. Mənsimov**

Rəsmi oponentlər:
riyaziyyat elmləri doktoru, professor **R.Q.Tağıyev**
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent **A.B.Rəhimov**

Aparıcı təşkilat:
Sumqayıt Dövlət Universitetinin
“Diferensial tənliklər və optimallaşdırma” kafedrası

Müdafiə 28 sentyabr 2018-ci ildə saat 16^{00} -da Azərbaycan MEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdindəki D 01.121 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: Az1141. Bakı ş. B. Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya işi ilə AMEA-nın İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun elmi kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat “12” iyul 2018 -ci il tarixində göndərilmişdir.

D 01.121 Dissertasiya Şurasının elmi katibi,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent Ə.B. Paşayev

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Hal-hazırda nəzəri və praktiki tələbatla əlaqədar olaraq toplanmış və paylanmış parametrli sistemlərlə təsvir olunan müxtəlif sinif optimal idarəetmə məsələlərində optimallıq üçün zəruri şərtlərin keyfiyyət nəzəriyyəsi kifayət qədər işlənmişdir.

Optimal idarəetmə məsələləri içərisində müxtəlif növ fərq tənlikləri ilə təsvir olunan diskret optimal idarəetmə məsələləri xüsusi yer tutur.

Diskret optimal idarəetmə məsələləri iqtisadiyyatın, kimya texnologiyasının və s. sahələrdə optimallaşdırma proseslərinin riyazi modeli kimi meydana gəlir. Bundan başqa, bu növ idarəetmə məsələlərinə kəsilməz optimal idarəetmə məsələlərinin ədədi həlli zamanı da rast gəlinir.

Diskret sistemlərdə optimallıq şərtləri nəzəriyyəsinin işlənməsi L.İ.Rozonoerin işlərindən başlamışdır. O, bir xüsusi halda Pontryaginin maksimum prinsipinin analoqunu isbat etmiş (diskret maksimum prinsipi) və əlavə şərtlər olmadıqda ümumi halda maksimum prinsipinin analoqunun doğruluğunun şübhəli olduğunu bildirmişdir. Bu şübhələr A.Q.Butkovskinin, R. Qabasovun və b. işlərində gətirilmiş misallarda öz təsdiqini tapmışdır.

Sonralar L.T. Aşepkovun; V.Q.Boltyanskinin; A.Q.Butkovskinin; M.P.Dımkovun; S.T.Əliyevanın; R.R.Əmirovanın; F.M.Kirillovanın; R.Qabasovun; İ.V.Qayşunun; V.V.Qoroxovikin; V.V.Qoroxovik, S.Y.Qoroxovik və B.Marinkoviçin; V.İ.Qurman və V.F.Krotovun; Ş.F.Məhərrəmovun; K.B.Mənsimovun; M.C.Mərdanov və S.T.Malikin; və T.K.Məlikovun; R.O.Məstəliyevin; N.N.Moiseyevin; B.Ş.Morduxoviçin; İ.F.Nağıyevanın; M.M.Nəsiyyətinin; Q.M.Ostrovski və B.V.Tanditin; A.İ.Propoyun; B.N.Pşeniçninin; Y.A.Şərifovun; Y.M.Volinin; N.İ. Mahmudov; J. Dollezal; H. Halkin; R. Hilsher; J.M. Holtsman; V. Zeidan və b. işlərində toplanmış və paylanmış parametrli diskret sistemlərlə təsvir olunan müxtəlif optimal idarəetmə məsələlərində optimallıq üçün zəruri və kafi şərtlər alınmış, idarə olunma və müşahidə olunma ilə bağlı məsələlər araşdırılmış, Pontryaginin maksimum prinsipinin analoqunun və xəttiləşdirilmiş maksimum şərtinin cırlaşdığı hallar tədqiq edilmişdir.

A.İ.Moskalenko öz işlərində, toplanmış və paylanmış parametrli optimal idarəetmə məsələləri arasında aralıq yer tutan bir sıra kəsilməz optimal idarəetmə məsələlərini araşdırmışdır.

Bu növ optimal idarəetmə məsələləri həm toplanmış parametrli optimal idarəetmə məsələlərinin, həm də paylanmış parametrli optimal idarəetmə məsələlərinin spesifik xüsusiyyətlərini özündə saxlayır.

Təqdim olunmuş işdə ilk dəfə A.İ.Moskalenkonun tədqiq etdiyi bəzi optimal idarəetmə məsələlərinin diskret analoqları öyrənilir.

Buna görə də toplanmış və paylanmış parametrli diskret optimal idarəetmə məsələləri arasında aralıq yer tutan diskret optimal idarəetmə məsələlərində optimallıq üçün zəruri şərtlərin alınmasına və məxsusi idarələrin tədqiqinə həsr olunmuş dissertasiyanın mövzusu aktualdır.

İşin məqsədi bir standart olmayan diskret optimal idarəetmə məsələsində optimallıq üçün zəruri və kafi şərtlərin alınması və optimallıq üçün birnci tərtib zəruri şərtlərin çırlaşdığı halların tədqiqidir.

Tədqiqat üsulları. İşdə optimal idarəetmənin, variasiya hesabının və fərq tənlikləri nəzəriyyəsinin üsullarından istifadə edilmişdir.

Elmi yeniliklər:

– toplanmış və paylanmış parametrli diskret optimal idarəetmə məsələləri arasında aralıq yer tutan diskret optimal idarəetmə məsələlərində optimallıq üçün birinci tərtib zəruri şərtlər (diskret maksimum prinsipinin, xəttiləşdirilimiş maksimum şərtinin və Eyler tənliyinin analoqları) isbat edilmişdir;

– xətti keyfiyyət meyarlı xətti optimal idarəetmə məsələsində diskret maksimum prinsipi formasında zəruri və kafi şərt isbat edilmişdir;

– qeyri-xətti halda optimallıq üçün Krotov tipli kafi şərt alınmışdır;

– hamar olmayan keyfiyyət meyarı halında istiqamətlər üzrə törəmə terminində optimallıq üçün zəruri şərtlər alınmışdır;

– Pontryaginin maksimum prinsipi mənada məxsusi idarələrin optimallığı üçün zəruri şərtlər çıxarılmışdır;

– kvaziməxsusi idarələrin optimallığı üçün zəruri şərtlər alınmışdır;

– idarə oblastı açıq olan halda optimallıq üçün ikinci tərtib zəruri şərt çıxarılmışdır;

– trayektoriyanın sağ ucunda bərabərsizlik tipli funksional məhdudiyyət olan halda optimallıq üçün zəruri şərt isbat olunmuşdur;

İşin nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınmış nəticələr nəzəri xarakter daşıyır və diskret optimal idarəetmə məsələləri üçün optimallığın zəruri və kafi şərtləri nəzəriyyəsini inkişaf etdirirlər. Bundan başqa, bu nəticələr praktikada rast gəlinən konkret optimal idarəetmə məsələlərinin həllində də istifadə oluna bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiya işinin nəticələri Azərbaycan MEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun “Mürəkkəb dinamik sistemlərdə idarəetmə” laboratoriyasının seminarlarında, Bakı Dövlət Universitetinin “Riyazi kibernetika” kafedrasının seminarlarında, Azərbaycan MEA-nın müxbir üzvü, prof. Y.C.Məmmədovun 85 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2015-ci il), Azərbaycan MEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2014-cü il), «The 5th Intern. Conf. on Control and Optimiz. with industry. appl.» (Baku, 2015) Beynəlxalq konfransında məruzə edilmişdir.

Nəşr olunan məqalələr. Dissertasiyanın mövzusu üzrə 9 iş, o cümlədən Azərbaycan Respublikası Prezidenti yanında AAK-nın tövsiyyə etdiyi jurnallarda [2, 4-6, 8, 9] məqalələri çap edilmişdir. Müştərək işlərdə elmi rəhbərə yalnız məsələlərin qoyuluşu və alınan nəticələrin müzakirəsi məxsusdur.

İşin stukturu və həcmi. Dissertasiya işi girişdən, iki fəsil, nəticə və ədəbiyyat siyahısından (122 adda) ibarətdir. İşin həcmi 153 səhifədir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya işinin mövzusuna yaxın işlərin xülasəsi verilmiş, mövzunun aktuallığı əsaslandırılmış və işin əsas nəticələri şərh olunmuşdur.

İşin birinci fəsli səkkiz yarımfəsildən ibarətdir.

Dissertasiyanın 1.1 yarımfəslində

$$S(u,v)=\varphi_1(y(x_1))+\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\varphi_2(x,z(t_1,x)), \tag{1}$$

funksionalının

$$\begin{aligned} &u(t)\in U\subset R^r,\quad t\in T=\{t_0,t_0+1,\ldots,t_1-1\},\\ &v(x)\in V\subset R^q,\quad x\in X=\{x_0,x_0+1,\ldots,x_1-1\}, \end{aligned} \tag{2}$$

$$z(t+1,x)=f(t,x,z(t,x),u(t)),\quad t=t_0,t_0+1,\ldots t_1-1;\ \ x\in X\cup x_1, \tag{3}$$

$$z(t_0,x)=y(x),\quad x\in X\cup x_1, \tag{4}$$

$$\begin{aligned} &y(x+1)=g(x,y(x),v(x)),\quad x\in X,\\ &y(x_0)=y_0. \end{aligned} \tag{5}$$

məhdudiyyətləri daxilində minimumunun tapılması məsələsinə baxılır.

Burada $f(t,x,z,u)$ $(g(x,y,v))$ – verilmiş, öz dəyişənləri küllüsünə nəzərən z (y)-ə görə törəmələri ilə birlikdə kəsilməz, n-ölçülü vektor-funksiya; y_0 – verilmiş sabit vektor; t_0, t_1, x_0, x_1 – verilmiş ədədlər, belə ki $t_1 - t_0$ və $x_1 - x_0$ fərqləri natural ədədlər; $\varphi_1(y)$, $\varphi_2(x,z)$ – verilmiş, öz dəyişənləri küllüsünə nəzərən, uyğun olaraq $\partial\varphi_1(y)/\partial y$, $\partial\varphi_2(x,z)/\partial z$ törəmələri ilə birlikdə kəsilməz skalyar funksiyalar; $U \subset R^r$, $V \subset R^q$ – verilmiş boş olmayan və məhdud çoxluqlar; $u(t)$ $(v(x))$ isə r (q)- ölçülü idarəedici vektordur.

Axırıncı iki xassələri ödəyən hər bir $(u^o(t),\, v^o(x))$ cütünə mümükün idarə deyəcəyik.

İndi $(u^o(t),\, v^o(x))$ idarəsini mümkün idarə hesab edərək, Hamilton-Pontryagin funksiyasının analoqlarını daxil edək:

$$H(t,x,z,u,\psi^o) = \psi^{o\prime} f(t,x,z,u), \quad M(x,y,v,p^o) = p^{o\prime} g(x,y,v),$$

Burada $'$ – transponirə işarəsi, $(\psi^o(t,x),\, p^o(x))$ isə

$$\psi^o(t-1,x) = H_z(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)), \tag{6}$$

$$\psi^o(t_1-1,x) = -\frac{\partial\varphi_2(x,z^o(t_1,x))}{\partial z}, \tag{7}$$

$$p^o(x-1) = M_y(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)) + \psi^o(t_1-1,x), \tag{8}$$

$$p^o(x_1-1) = -\frac{\partial\varphi_1(y^o(x_1))}{\partial y}. \tag{9}$$

qoşma sisteminin həllidir.

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 1. Əgər

$$f(t,x,z^o(t,x),U) = \{\alpha:\ \alpha = f(t,x,z^o(t,x),u),\ u \in U\}, \tag{10}$$

$$g\left(x, y^o(x), V\right)=\left\{\beta:\ \beta=g\left(x, y^o(x), v\right),\ v\in V\right\} \qquad (11)$$

çoxluqları qabarıqdırlarsa, onda $\left(u^o(t),\ v^o(x)\right)$ mümükün idarəsinin (1)-(5) məsələsində optimal idarə olması üçün zəruri şərt aşağıdakı bərabərsizliklərin uyğun olaraq bütün $u(t)\in U$, $t\in T$, $v(x)\in V$, $x\in X$ üçün ödənməsidir.

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[H\left(t,x,z^o(t,x),u(t),\psi^o(t,x)\right)-H\left(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)\right)\right]\le$$

$$\le 0, \qquad (12)$$

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[M\left(x,y^o(x),v(x),p^o(x)\right)-M\left(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)\right)\right]\le 0. \qquad (13)$$

Sonra teorem 1-in bir nəticəsi verilmişdir.

Məlum olduğu kimi, diskret optimal idarəetmə məsələlərində xəttiləşdirilmiş maksimum prinsipi diskret maksimum prinsipinin nəticəsi olmayıb, ayrıca əhəmiyyətə malikdir. Ona görə də 1.2 yarımfəslində (1)-(5) məsələsi, optimallıq üçün xəttiləşdirilmiş maksimum prinsipi formasında zəruri şərt almaq məqsədilə digər fərziyyələr daxilində öyrənilir.

Teorem 2. Fərz edək ki, U və V çoxluqları qabarıqdırlar, $f(t,x,z,u)$, $g(x,y,v)$ vektor-funksiyaları isə öz dəyişənləri küllüsünə nəzərən, uyğun olaraq (z,u), (y,v)-yə nəzərən xüsusi törəmələri ilə birlikdə kəsilməzdirlər. Onda (1)-(5) məsələsində $\left(u^o(t),\ v^o(x)\right)$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}H'_u\left(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)\right)\left(u(t)-u^o(t)\right)\le 0, \qquad (14)$$

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1}M'_v\left(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)\right)\left(v(x)-v^o(x)\right)\le 0 \qquad (15)$$

bərabərsizliklərinin uyğun olaraq istənilən $u(t)\in U$, $t\in T$, $v(x)\in V$, $x\in X$ üçün ödənməsidir.

Üçüncü yarimfəsildə idarə oblastları açıq olan hal araşdırılmışdır. Əvvəlcə keyfiyyət meyarının birinci variasiyası hesablanmış, sonra isə onun köməkliyi ilə göstərilmişdir ki, $\left(u^o(t),\ v^o(x),\ z^o(t,x),\ y^o(x)\right)$ optimal prosesi boyunca aşağıdakı münasibətlər ödənir:

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1} H_u\left(\theta, x, z^o(\theta,x), u^o(\theta), \psi^o(\theta,x)\right) = 0, \quad \forall\, \theta \in T \ , \quad (16)$$

$$M_v\left(\xi, y^o(\xi), v^o(\xi), p^o(\xi)\right) = 0, \qquad \forall\ \xi \in X \ . \quad (17)$$

(16), (17) münasibətləri baxılan məsələ üçün Eyler tənliyinin analoqudur.

Eyler tənliyinin həlli olan hər bir mümkün $\left(u^o(t),\ v^o(x)\right)$ idarəsinə baxılan məsələ üçün klassik ekstremal deyəcəyik.

Birinci fəslin 1.4 yarımfəslində

$$S(u,v) = d'y(x_1) + \sum_{x=x_0}^{x_1-1} c'(x) z(t_1,x) \quad (18)$$

xətti funksionalının

$$u(t,x) \in U \subset R^r, \quad t \in T, \quad x \in X \cup x_1, \quad (19)$$

$$v(x) \in V \subset R^q, \quad x \in X, \quad (20)$$

$$z(t+1,x) = A(t,x) z(t,x) + f(t,x,u(t,x)), \quad t \in T, \quad x \in X \cup x_1, \quad (21)$$

$$z(t_0,x) = y(x), \quad x \in X \cup x_1, \quad (22)$$

$$y(x+1) = B(x) y(x) + g(x, v(x)), \quad x \in X, \quad (23)$$

$$y(x_0) = y_0,$$

məhdudiyyətləri daxilində minimumunun tapılması məsələsinə baxılır.

Burada $A(t,x)$, $B(x)$ – verilmiş $(n \times n)$ ölçülü diskret matris funksiyalar; t_0, t_1, x_0, x_1 – verilmiş ədədlər, belə ki, $t_1 - t_0$ və $x_1 - x_0$ fərqləri natural ədədlərdir; U, V – verilmiş boş olmayan, məhdud çoxluqlar; $f(t,x,u)$ $(g(x,v))$ – bütün (t,x) $((x))$ üçün u (v)-yə nəzərən kəsilməz, verilmiş n-ölçülü vektor-funksiya; y_0 – verilmiş sabit vektor; $u(t,x)$ $(v(x))$ – r (q)-ölçülü diskret idarəedici vektor-funksiya; d – verilmiş sabit vektor; $c(x)$ – verilmiş n-ölçülü diskret vektor-funksiyadır.

$(u^o(t,x), v^o(x))$-i qeyd olunmuş mümkün idarə hesab edib, aşağıdakı kimi Hamilton-Pontryagin funksiyasını daxil edək:

$$H(t,x,u,p^o) = p^{o'} f(t,x,u), \qquad M(x,v,q^o) = q^{o'} g(x,v),$$

harada ki,

$$p^o(t,x) = -F'(t_1,t;x)c(x),$$

$$q^o(x) = -\left[\Phi'(x_1,x)d + \sum_{s=x+1}^{x_1-1}\Phi'(s,x)F'(t_1,t_0-1;s)c(s)\right].$$

Burada $F(t,\tau;x)$ və $\Phi(x,s)$ $(n\times n)$ ölçülü matris funksiyaları aşağıdakı matris fərq tənliklərinin həlləridirlər:

$$F(t,\tau-1;x) = F(t,\tau;x)A(\tau,s), \qquad F(t,t-1;x) = E,$$

$$\Phi(x,s-1) = \Phi(x,s)B(s), \qquad \Phi(s,s-1) = E,$$

(E – $(n\times n)$ – ölçülü vahid matrisdir).

Teorem 3. Baxılan (18)-(23) məsələsində $(u^o(t,x), v^o(x))$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri və kafi şərt

$$\max_{u\in U} H(\theta,\xi,u,p^o(\theta,\xi)) = H(\theta,\xi,u^o(\theta,\xi),p^o(\theta,\xi)) \tag{24}$$

münasibətinin ixtiyari $u\in U$, $(\theta,\xi)\in T\times X$ $(T=\{t_0,t_0+1,\ldots,t_1-1\};$, $X=\{x_0,x_0+1,\ldots,x_1-1\})$ üçün,

$$\max_{v\in V} M(\xi,v,q^o(\xi)) = M(\xi,v^o(\xi),q^o(\xi)) \tag{25}$$

münasibətinin isə ixtiyari $\xi \in X$ üçün ödənməsidir.

Sonra xətti olmayan, lakin qabarıq olan keyfiyyət funksionalı halında Pontryaginin maksimum prinsipi şəklində optimallıq üçün kafi şərt isbat edilmişdir.

Altıncı yarımfəsildə keyfiyyət meyarı qeyri-hamar olan halda optimallıq üçün zəruri şərt isbat olunmuşdur.

Birinci fəslin yeddinci yarımfəslində (1)-(5) məsələsində faza məhdudiyyətləri daxilində optimallıq üçün Krotov tipli kafi şərt isbat edilmişdir.

Birinci fəslin sonuncu yarımfəsli sistemin trayektoriyasının üzərinə bərabərsizlik tip funksional məhdudiyyətlərin qoyulduğu halda optimallıq üçün zəruri şərtin alınmasına həsr edilmişdir. Bu yarımfəsildə

$$S_0(u,v)=\varphi_0(y(x_1))+\sum_{x=x_0}^{x_1-1}G_0(x,z(t_1,x)) \tag{26}$$

funksionalının

$$S_i(u,v)=\varphi_i(y(x_1))+\sum_{x=x_0}^{x_1-1}G_i(x,z(t_1,x))\le 0, \quad i=\overline{1,p}, \tag{27}$$

$$\begin{gathered} u(t)\in U\subset R^r, \quad t\in T=\{t_0,t_0+1,\dots,t_1-1\}, \\ v(x)\in V\subset R^q, \quad x\in X=\{x_0,x_0+1,\dots,x_1-1\}, \end{gathered} \tag{28}$$

$$\begin{gathered} z(t+1,x)=f(t,x,z(t,x),u(t)), \\ t=t_0,t_0+1,\dots t_1-1; \quad x=x_0,x_0+1,\dots x_1, \end{gathered} \tag{29}$$

$$z(t_0,x)=y(x), \quad x=x_0,x_0+1,\dots x_1, \tag{30}$$

$$y(x+1)=g(x,y(x),v(x)), \quad x=x_0,x_0+1,\dots,x_1-1, \tag{31}$$

$$y(x_0)=y_0, \tag{32}$$

məhdudiyyətləri daxilində minimumunun tapılması məsələsinə baxılır.

Burada $\varphi_i(y)$ $(G_i(x,z))$, $i=\overline{0,p}$ – verilmiş kəsilməz diferensiallanan (bütün x-lər üçün z-ə nəzərən kəsilməz diferensiallanan) skalyar funksiyalardır, (26)-(32) məsələsinin qalan verilənləri isə 1.1 yarımfəslində qoyulmuş hamarlıq şərtlərini ödəyirlər.

Optimallıq üçün zəruri şərtlər nəzəriyyəsində funksional məhdudiyyətli optimal idarəetmə məsələlərində Laqranj vuruqlarını istifadə etməklə optimallıq üçün birinci tərtib zəruri şərtlərin alınması ənənəvi xarakter daşıyır.

1.8 yarımfəslində baxılan (26)-(32) məsələsində optimallıq üçün başqa formada (baxılan məsələdə məxsusi idarənin tədqiqi üçün əlverişli formada) birinci tərtib zəruri şərt çıxarılır.

Dissertasiyanın ikinci fəsli üç yarımfəsildən ibarət olub, optimallıq üçün birinci tərtib zəruri şərtlərin cırlaşdığı halların tədqiqinə və idarə oblastlarının açıq olduğu hallarda optimallıq üçün ikinci tərtib zəruri şərtlərin çıxarılmasına həsr olunmuşdur.

İkinci fəslin birinci yarımfəslində (1)-(5) məsələsinin aşağıdakı əlavə şərtlər daxilində araşdırılması davam etdirilir:

1°. $f(t,x,z,u)$ vektor-funksiyası öz dəyişənləri küllüsü ilə birlikdə z -ə nəzərən ikinci tərtib törəmələri də daxil olmaqla kəsilməzdir.

2°. $g(x,y,v)$ vektor-funksiyası öz dəyişənləri küllüsü ilə birlikdə y -ə nəzərən ikinci tərtib törəmələri də daxil olmaqla kəsilməzdir.

3°. $\varphi_1(y)$ iki dəfə kəsilməz diferensiallanandır.

4°. $\varphi_2(x,z)$ öz dəyişənləri küllüsü ilə birlikdə z -ə nəzərən ikinci tərtib törəmələri də daxil olmaqla kəsilməzdir.

Fərz edək ki, $\left(u^o(t), v^o(x)\right)$ qeyd olunmuş mümkün idarə, $\left(\overline{u}(t) = u^o(t) + \Delta u(t),\ \overline{v}(x) = v^o(x) + \Delta v(x)\right)$ isə ixtiyari mümkün idarədir. Aşağıdakı işarələmələri daxil edək:

$$K(x,\tau,s) = -F'(t_1,\tau,x)\frac{\partial^2\varphi_2\left(x, z^o(t_1,x)\right)}{\partial z^2}F(t_1,s,x) + \tag{33}$$
$$+\sum_{t=\max(\tau,s)+1}^{t_1-1} F'(t,\tau,x)H_{zz}\left(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)\right)F(t,s,x),$$

$$N(m,\ell) = -\Phi'(x_1,m)\frac{\partial^2 \varphi_1(y^o(x_1))}{\partial y^2}\Phi(x_1,\ell) +$$

$$+\sum_{x=\max(m,\ell)+1}^{x_1-1} \Phi'(x_1,m)F'(t_1,t_0-1,x)\frac{\partial^2 \varphi_2(x,z^o(t_1,x))}{\partial z^2}F(t_1,t_0-1,x)\times$$

$$\times\Phi(x_1,\ell) + \sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=\max(m,\ell)+1}^{x_1-1}\Phi'(x_1,m)F'(t,t_0-1,x)\times \tag{34}$$

$$\times H_{zz}(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x))F(t,t_0-1,x)\Phi(x_1,\ell),$$

harada ki, $F(t,\tau;x)$ və $\Phi(x,s)$ $(n\times n)$ matris–funksiyaları aşağıdakı məsələlərin həlləridir:

$$F(t,\tau-1;x) = F(t,\tau;x)f_z(\tau,x,z^o(\tau,x),u^o(\tau)), \quad F(t,t-1;x) = E,$$
$$\Phi(x,s-1) = \Phi(x,s)g_y(s,y^o(s),v^o(s)), \quad \Phi(x,x-1) = E.$$

Sonralar, xüsusi qeyd etmədən, aşağıdakı kimi işarələmədən istifadə edəcəyik:

$$\Delta_{\bar{u}(t)}H(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)) \equiv H(t,x,z^o(t,x),\bar{u}(t),\psi^o(t,x)) -$$
$$- H(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)),$$
$$\Delta_{\bar{v}(x)}M(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)) \equiv M(x,y^o(x),\bar{v}(x),p^o(x)) -$$
$$- M(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)),$$
$$\Delta_{\bar{u}(t)}f(t,x,z^o(t,x),u^o(t)) \equiv f(t,x,z^o(t,x),\bar{u}(t)) -$$
$$- f(t,x,z^o(t,x),u^o(t)),$$
$$\Delta_{\bar{v}(x)}g(x,y^o(x),v^o(x)) \equiv g(x,y^o(x),\bar{v}(x)) - g(x,y^o(x),v^o(x)).$$

Yuxarıda verilən hamarlıq şərtləri daxilində (1) keyfiyyət funksionalının xüsusi artımları aşağıdakı şəkildə göstərilmişdir:

$$
\begin{gathered}
\Delta S_{\bar{u}}\left(u^o, v^o\right) = S\left(u^o + \Delta u, v^o\right) - S\left(u^o, v^o\right) = \\
= -\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1} \Delta_{\bar{u}(t)} H\left(t, x, z^o(t,x), u^o(t), \psi^o(t,x)\right) - \\
-\frac{1}{2}\sum_{\tau=t_0}^{t-1}\sum_{s=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1} \Delta_{\bar{u}(\tau)} f'\left(\tau, x, z^o(\tau,x), u^o(\tau)\right) \times \\
\times K(x,\tau,s) \Delta_{\bar{u}(s)} f\left(s, x, z^o(s,x), u^o(s)\right) - \\
-\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[\sum_{\tau=t_0}^{t-1} \Delta_{\bar{u}(t)} H'_z\left(t, x, z^o(t,x), u^o(t), \psi^o(t,x)\right) \times \right. \\
\left. \times F(t, \tau, x)\, \Delta_{\bar{u}(\tau)} f\left(\tau, x, z^o(\tau,x), u^o(\tau)\right)\right] + \eta_1(\Delta u)\,,
\end{gathered} \tag{35}
$$

$$
\begin{gathered}
\Delta S_{\bar{v}(x)}\left(u^o, v^o\right) = S\left(u^o, \bar{v}\right) - S\left(u^o, v^o\right) = \\
= -\sum_{x=x_0}^{x_1-1} \Delta_{\bar{v}(x)} M\left(x, y^o(x), v^o(x), p^o(x)\right) - \\
-\frac{1}{2}\sum_{m=x_0}^{x_1-1}\sum_{\ell=x_0}^{x_1-1} \Delta_{\bar{v}(m)} g'\left(m, y^o(m), v^o(m)\right) N(m,\ell) \Delta_{\bar{v}(\ell)} g\left(\ell, y^o(\ell), v^o(\ell)\right) - \\
-\frac{1}{2}\sum_{x==x_0}^{x_1-1}\left[\sum_{m=x_0}^{x-1} \Delta_{\bar{v}(x)} M'_y\left(x, y^o(x), v^o(x), p^o(x)\right) \Phi(x,m) \times \right. \\
\left. \times \Delta_{\bar{v}(m)} g\left(m, y^o(m), v^o(m)\right)\right] + \eta_2(\Delta v).
\end{gathered} \tag{36}
$$

Burada $\eta_1(\Delta u)$ və $\eta_2(\Delta v)$ artım düsturlarının qalıq hədləridir.

Qeyd edək ki, bu tip artım düsturları müxtəlif məsələlər üçün K.B.Mənsimov tərəfindən daxil edilmiş və sonralar müxtəlif sinif optimal idarəetmə məsələlərində məxsusi idarələrin tədqiqi üçün istifadə olunmuşdur.

Qurulmuş (35), (36) artım düsturları optimallıq üçün birinci tərtib zəruri şərtlərin alınmasına və məxsusi halları vahid mövqedən tədqiq etməyə imkan verən xüsusiyyətlərə malikdir.

Tərif 1. Əgər ixtiyari $u(t) \in U$, $t \in T$ və $v(x) \in V$, $x \in X$ üçün

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar{u}(t)}H\left(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)\right)=0, \tag{37}$$

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar{v}(x)}M\left(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)\right)=0 \tag{38}$$

münasibətləri ödənərsə, onda $\left(u^o(t),\ v^o(x)\right)$ mümkün idarəsinə Pontryaginin maksimum prinsipi mənada məxsusi idarə deyəcəyik.

Tərif 1-dən aydındır ki, məxsusi idarələr üçün diskret maksimum şərti öz məzmunlu mahiyyətini itirir. Ona görə də optimallıq üçün diskret maksimum şərtinin cırlaşdığı halda "işləyən" yeni zəruri şərtlər almaq lazımdır.

(35), (36) artım düsturları vasitəsilə məxsusi idarənin xüsusi variasiyalarını istifadə etməklə aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 4. Əgər (10), (11) çoxluqları qabarıqdırlarsa, onda Pontryaginin maksimum prinsipi mənada məxsusi $\left(u^o(t),\ v^o(x)\right)$ idarəsinin (1)-(5) məsələsində optimal idarə olması üçün zəruri şərt uyğun olaraq ixtiyari $u(t)\in U$, $t\in T$, $v(x)\in V$, $x\in X$ üçün

$$\begin{aligned}&\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1}\sum_{s=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{u(\tau)}f'\left(\tau,x,z^o(\tau,x),u^o(\tau)\right)K(x,\tau,s)\times\\&\times\Delta_{u(s)}f\left(s,x,z^o(s,x),u^o(s)\right)+\\&+2\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[\sum_{\tau=t_0}^{t-1}\Delta_{u(\tau)}H'_z\left(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)\right)\times\right.\\&\left.\times F(t,\tau,x)\Delta_{u(\tau)}f\left(\tau,x,z^o(\tau,x),u^o(\tau)\right)\right]\le 0,\end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{m=x_0}^{x_1-1}\sum_{\ell=x_0}^{x_1-1}\Delta_{v(m)}g'\left(m,y^o(m),v^o(m)\right)N(m,\ell)\Delta_{v(\ell)}g\left(\ell,y^o(\ell),v^o(\ell)\right)+\\&+2\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[\sum_{m=x_0}^{x-1}\Delta_{v(x)}M'_y\left(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)\right)\Phi(x,m)\times\right.\\&\left.\times\Delta_{v(m)}g\left(m,y^o(m),v^o(m)\right)\right]\le 0\end{aligned} \tag{40}$$

münasibətlərinin ödənilməsidir.

Optimallıq üçün zəruri olan (39), (40) bərabərsizlikləri kifayət qədər ümumi şərtlərdir.

Aşağıdakı teorem, teorem 4-ün birbaşa nəticəsidir.

Teorem 5. Əgər (10), (11) çoxluqları qabarıqdırlarsa, onda Pontryaginin maksimum prinsipi mənada məxsusi $\left(u^o(t),\, v^o(x)\right)$ idarəsinin (1)-(5) məsələsində optimal idarə olması üçün zəruri şərt uyğun olaraq bütün $\theta \in T$, $u \in U$ və $\xi \in X$, $v \in V$ üçün aşağıdakı bərabərsizliklərin ödənməsidir:

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1} \Delta_u f'\left(\theta, x, z^o(\theta, x), u^o(\theta)\right) K(x, \theta, \theta) \Delta_u f\left(\theta, x, z^o(\theta, x), u^o(\theta)\right) \le \qquad (41)$$

$$\le 0\ ,$$

$$\Delta_v g'\left(\xi, y^o(\xi), v^o(\xi)\right) N(\xi, \xi) \Delta_v g\left(\xi, y^o(\xi), v^o(\xi)\right) \le 0\,. \qquad (42)$$

Optimallıq üçün (41), (42) zəruri şərtləri adi fərq tənlikləri ilə təsvir olunan proseslərdə optimallıq üçün başqa üsulla tapılmış Qabasov-Kirillova şərtinin analoqlarıdır.

Qeyd edək ki, optimallıq üçün zəruri olan (39)-(40) şərtləri (41), (42) şərtlərindən daha informativdirlər.

2.2 yarımfəslində U və V çoxluqları qabarıq olan və $f(t, x, z, u)$ $\left(g(x, y, v)\right)$ vektor-funksiyasının öz dəyişənlərinin küllüsünə nəzərən (z, u) $\left((y, v)\right)$-yə görə ikinci tərtib törəmələri də daxil olmaqla kəsilməz olduğu halda (1)-(5) məsələsinin araşdırılması davam etdirilir.

Bu şərtlər daxilində keyfiyyət meyarının ikinci tərtib xüsusi artımları aşağıdakı şəkildə göstərilmişdir:

$$\Delta S_{\bar{u}}\left(u^o, v^o\right) = -\sum_{t=t_0}^{t_1-1} \sum_{x=x_0}^{x_1-1} H'_u\left(t, x, z^o(t, x), u^o(t), \psi^o(t, x)\right) \Delta u(t) -$$

$$-\frac{1}{2} \sum_{\tau=t_0}^{t_1-1} \sum_{s=t_0}^{t_1-1} \sum_{x=x_0}^{x_1-1} \Delta u'(\tau)\, f'_u\left(\tau, x, z^o(\tau, x), u^o(\tau)\right) K(x, \tau, s) \times$$

$$\times f_u\big(s,x,z^o(s,x),u^o(s)\big)\Delta u(s)-2\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left(\sum_{\tau=t_0}^{t-1}\Delta u'(t)\times\right.$$

$$\times H_{uz}\big(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)\big)F(t,\tau,x)f_u\big(\tau,x,z^o(\tau,x),u^o(\tau)\big)\Delta u(\tau)\Big)-$$

$$-\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta u'(t)H_{uu}\big(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)\big)\Delta u(t)+\eta_3(\Delta u), \quad (43)$$

$$\Delta S_{\bar{v}}\big(u^o,v^o\big)=-\sum_{x=x_0}^{x_1-1}M'_v\big(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)\big)\Delta v(x)-$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{m=x_0}^{x_1-1}\sum_{\ell=x_0}^{x_1-1}\Delta v'(m)g'_v\big(m,y^o(m),v^o(m)\big)N(m,\ell)g'_v\big(\ell,y^o(\ell),v^o(\ell)\big)- \quad (44)$$

$$-2\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[\sum_{m=x_0}^{x-1}\Delta v'(x)M'_{vy}\big(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)\big)\Phi(x,m)\times\right.$$

$$\left.\times g_v\big(m,y^o(m),v^o(m)\big)\Delta v(m)\right]-$$

$$-\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta v'(x)M_{vv}\big(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)\big)\Delta v(x)+\eta_4(\Delta v).$$

Burada $\eta_3(\Delta u)$, $\eta_4(\Delta v)$ uyğun artım düsturlarının qalıq hədləridir.

Bu artım düsturları kvaziməxsusi halları, yəni xəttiləşdirilmiş maksimum şərtinin cırlaşdığı halları araşdırmağa imkan verir.

Tərif 2. Əgər

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}H'_u\big(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)\big)\big(u(t)-u^o(t)\big)=0, \quad (45)$$

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1}M'_v\big(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)\big)\big(v(x)-v^o(x)\big)=0 \quad (46)$$

münasibətləri uyğun olaraq bütün $u(t)\in U$, $t\in T$ və $v(x)\in V$, $x\in X$ üçün ödənilərsə, onda $\big(u^o(t),v^o(x)\big)$ mümkün idarəsinə (1)-(5) məsələsində kvaziməxsusi idarə deyəcəyik.

Alınmış (43), (44) artım düsturlarının köməyi ilə kvaziməxsusi idarələrin optimallığı üçün müxtəlif zəruri şərtlər isbat olunur.

2.2 yarımfəslinin əsas nəticəsi aşağıdakı hökmdür.

Teorem 6. Əgər U və V çoxluqları qabarıqdırlarsa, onda kvaziməxsusi $\left(u^o(t), v^o(x)\right)$ idarəsinin (1)-(5) məsəlsində optimal idarə olması üçün zəruri şərt ixtiyari $u(t)\in U$, $t\in T$ və $v(x)\in V$, $x\in X$ üçün uyğun olaraq aşağıdakı bərabərsizliklərin ödənməsidir:

$$\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1}\sum_{s=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x-1}\left(u(\tau)-u^o(\tau)\right)' f_u'\left(\tau,x,z^o(\tau,x),u^o(\tau)\right)K(x,\tau,s)\times$$
$$\times f_u\left(s,x,z^o(s,x),u^o(s)\right)\left(u(s)-u^o(s)\right)+ \tag{47}$$
$$+2\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[\sum_{\tau=t_0}^{t-1}\left(u(t)-u^o(t)\right)' H_{uz}\left(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)\right)\times\right.$$
$$\left.\times F(t,\tau,x) f_u\left(\tau,x,z^o(\tau,x),u^o(\tau)\right)\left(u(\tau)-u^o(\tau)\right)\right]-$$
$$-\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left(u(t)-u^o(t)\right)' H_{uu}\left(t,x,z^o(t,x),u^o(t),\psi^o(t,x)\right)\left(u(t)-u^o(t)\right)\le 0,$$

$$\sum_{m=x_0}^{x_1-1}\sum_{\ell=x_0}^{x_1-1}\left(v(m)-v^o(m)\right)' g_v'\left(m,y^o(m),v^o(m)\right)N(m,\ell)g_v\left(\ell,y^o(\ell),v^o(\ell)\right)\times$$
$$\times\left(v(\ell)-v^o(\ell)\right)+2\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[\sum_{m=x_0}^{x_1-1}\left(v(x)-v^o(x)\right)' M_{vy}\left(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)\right)\times\right.$$
$$\left.\times\Phi(x,m)g_v'\left(m,y^o(m),v^o(m)\right)\left(v(m)-v^o(m)\right)\right]+$$
$$+\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left(v(x)-v^o(x)\right)' M_{vv}\left(x,y^o(x),v^o(x),p^o(x)\right)\left(v(x)-v^o(x)\right)\le 0. \tag{48}$$

Alınmış (47), (48) zəruri şərtləri kvaziməxsusi idarələrin optimallığı üçün kifayət qədər ümumi olan zəruri şərtlərdir.

Bu zəruri şərtdən $\left(u(t), v(x)\right)$-i xüsusi qaydada təyin edərək, kvaziməxsusi idarələrin optimallığı üçün daha asan yoxlanıla bilən, lakin nisbətən zəif olan zəruri şərtləri almaq olar. Onlardan birini verək.

Teorem 7. Əgər U və V çoxluqları qabarıqdırlarsa, onda kvaziməxsusi $\left(u^o(t), v^o(x)\right)$ idarəsinin (1)-(5) məsələsində optimal idarə olması üçün zəruri şərt bütün $\theta \in T$, $u \in U$ və $\xi \in X$, $v \in V$ üçün uyğun olaraq aşağıdakı bərabərsizliklərin ödənməsidir:

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left(u-u^o(\theta)\right)' f_u'\left(\theta, x, z^o(\theta,x), u^o(\theta)\right) K(x,\theta,\theta)\times$$
$$\times f_u\left(\theta, x, z^o(\theta,x), u^o(\theta)\right)\left(u-u^o(\theta)\right)+ \tag{49}$$
$$+\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left(u-u^o(\theta)\right)' H_{uu}\theta\left(t, x, z^o(\theta,x), u^o(\theta), \psi^o(\theta,x)\right)\left(u-u^o(\theta)\right)\le 0,$$

$$\left(v-v^o(\xi)\right)'\left[g_v'\left(\xi, y^o(\xi), v^o(\xi)\right)N(\xi,\xi)g_v\left(\xi, y^o(\xi), v^o(\xi)\right)+\right.$$
$$\left.+M_{vv}\left(\xi, y^o(\xi), v^o(\xi), p^o(\xi)\right)\right]\left(v-v^o(\xi)\right)\le 0. \tag{50}$$

Qeyd edək ki, kəsilməz məsələlərdə olduğu kimi diskret optimal idarəetmə məsələlərində də idarəedici funksiya maksimum şərtini cırlaşmadan ödəyə bilər, amma bununla bərabər kvaziməxsusi idarə də ola bilər. Ona görə də kvaziməxsusi idarələrin optimallığı üçün zəruri şərt maksimum şərtini cırlaşmadan ödəyən idarələrin optimal olmadığını ortaya çıxara bilər.

2.3 yarımfəslində də yenə (1)-(5) məsələsi araşdırılır, lakin burada fərz olunur ki, U və V çoxluqları açıqdırlar. Əvvəlcə keyfiyyət funksionalının birinci və ikinci variasiyası hesablanmış, sonra isə keyfiyyət funksionalının ikinci variasiyasının optimal proses boyunca mənfi olmaması şərtindən istifadə etməklə, klassik ekstremalların optimallığı üçün ikinci tərtib zəruri şərtlər alınmışdır.

Sonda məsələlərin qoyuluşuna, faydalı məsləhətlərinə və alınan nəticələrin müzakirəsinə görə elmi rəhbərim, professor K.B. Mənsimova təşəkkür edirəm.

NƏTİCƏ

Dissertasiyada toplanmış və paylanmış parametrli diskret optimal idarəetmə məsələləri arasında aralıq yer tutan bəzi diskret optimal idarəetmə məsələləri öyrənilmişdir.

Artım üsulunun bir diskret variantının köməyi ilə optimallıq üçün müxtəlif birinci tərtib zəruri şərtlər (diskret maksimum şərtinin, xəttiləşmiş maksimum şərtinin və Eyler tənliyinin analoqları) alınmış, diskret maksimum şərtinin, xəttiləşdirilmiş maksimum şərtinin cırlaşdığı hallar tədqiq edilmiş, idarə oblastı açıq olan halda optimallıq üçün ikinci tərtib zəruri şərtlər alınmışdır.

Müdafiəyə çıxarılan əsas elmi nəticələr aşağıdakılardır:

– optimallıq üçün diskret maksimum şərtinin, xəttiləşmiş maksimum şərtinin və Eyler tənliyinin analoqları formasında zəruri şərtlər;

– xətti halda optimallıq üçün diskret maksimum prinsipi formasında zəruri və kafi şərt;

– idarə oblastı açıq olan halda optimallıq üçün ikinci tərtib zəruri şərtlər;

– kvazimməxsusi idarələrin optimallığı üçün zəruri şərtlər;

– Pontryaginin maksimum prinsipi mənada məxsusi idarələrin optimallığı üçün zəruri şərtlər;

– optimallıq üçün Krotov tipli kafi şərt.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. **Гараева Э.А., Мансимов К.Б.** Необходимые условия оптимальности второго порядка в одной дискретной задаче управления // Мат-лы Международной конференции посвященной 55-летию Института Математики и Механики НАНА Баку, 2014, с. 236-238.
2. **Гараева Э.А., Мансимов К.Б.** Об одной дискретной задаче оптимального управления // Вестник БГУ. Сер. физ.-мат. наук. 2014, № 1, с. 40-49.
3. **Гараева Э.А., Мансимов К.Б.** Необходимые условия оптимальности первого и второго порядков для одного класса дискретных задач оптимального управления // Изв. НАН Азербайджана. Сер. физ.-техн. и мат. наук. 2015, т. XXXV, № 3, с. 92-99.

4. **Гараева Э.А.** Об одной дискретной линейной задаче оптимального управления // Вестник БГУ. Сер. физ.-мат. наук. 2015, № 4, с. 70-76.

5. **Гараева Э.А., Мансимов К.Б.** Исследование квазиособых управлений в одной дискретной задаче оптимального управления // Вестник БГУ, Сер. физ.-мат. наук. 2015, № 3, с. 14-26.

6. **Гараева Э.А.** Достаточное условие оптимальности в одной дискретной задаче управления // Мат-лы межд. конф. посв. 85-летию со дня рождения член-корр. НАН Азерб, проф. Я.Дж. Мамедова. Баку, Изд-во БГУ. 2015, с. 251-253.

7. **Гараева Э.А., Мансимов К.Б.** Достаточное условие оптимальности типа Кротова в одной дискретной задаче управления // Известия НАН Азербайджана. Сер. физ.-мат. наук. 2016,т. XXXVI, № 3, с. 11-15.

8. **Гараева Э.А., Мансимов К.Б.** Необходимое условие оптимальности в задаче управления с дискретным временем при недифференцируемом критерии качества // Вестник Томского Государственного Университета. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. 2017, № 1 (38), с. 4-10.

9. **Garayeva E.A., Mansimov K.B.** Necessary optimality conditions in a discrete control problem with a functional constrained right end of trajectory // The 5th Intern. Conf. on control and Optimiz. with industr. appl. Book of abstracts. Baku, 2015, pp. 72-73.

ЭСМИРА АКИФ КЫЗЫ ГАРАЕВА

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ДИСКРЕТНЫХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Резюме

Диссертационная работа посвящена исследованию одного класса дискретных задач оптимального управления.

В рассматриваемых задачах установлены необходимые условия оптимальности первого порядка (аналоги дискретного принципа максимума, линеаризованного условия максимума и уравнения Эйлера), а также исследованы особые управления на оптимальность.

В общем случае установлено достаточное условия оптимальности типа условий Кротова. Отдельно изучен случай наличия функциональных ограничений на траекторию.

GARAYEVA ESMIRA AKIF

OPTIMALITY CONDITIONS FOR THE ONE CLASS OF DISCRETE OPTIMAL CONTROL PROBLEMS

SUMMARY

The dissertation is devoted to the study the one class of discrete optimal control problems.

In the under consideration problems, first order necessary optimality conditions (analogues of discrete maximum principle, the linearized maximum condition and the Euler equation) are established and singular controls on optimality are investigated.

A sufficient optimality condition Krotov type is established. The functional restrictions case on the trajectory has been studied separately.

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

На правах рукописи

ЭСМИРА АКИФ КЫЗЫ ГАРАЕВА

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ДИСКРЕТНЫХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

1203.01 − Компьютерные науки

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по математике

Баку - 2018