AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

HUMAY ŞƏMŞƏDDİN qızı RZAYEVA

BƏZİ DIFERENSIAL OPERATORLAR ÜÇÜN MƏXSUSI QIYMƏT MƏSƏLƏLƏRININ HƏLLƏRININ LOKAL VƏ QLOBAL STRUKTURU

1211.01 – Diferensial tənliklər

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2018

Dissertasya işi **Gəncə Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz"** kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:
riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor **Ziyatxan Əliyev**

Rəsmi opponentlər:

- fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Nizaməddin İsgəndərov**

(Bakı Dövlət Universiteti);

- fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Nazim Kərimov**

(Xəzər Universiteti).

Aparıcı təşkilat:
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti "Riyazi analiz" kafedrası.

Dissertasiyanın müdafəsi 11 may 2018-ci il saat 14^{00}-da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdindəki elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün D. 01.111 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç.,9

Avtoreferat 30 mart 2018-ci il tarixində buraxılıb.

AMEA RM-nin D.01.111
Dissertasiya Şurasının
elmi katibi **dos. Tamilla Həsənova**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Qeyri-xətti analizin ən mühüm bölmələrindən biri qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin bifurkasiyası nəzəriyyəsidir. Bu tip məsələlərə rəqslər nəzəriyyəsində, istilik konveksiyası nəzəriyyəsində, hidrodinamikada, atom və kimya reaktorlarının kritik iş rejimi nəzəriyyəsində, kritik yüklənmə və elastiklik nəzəriyyələrində rast gəlmək olar. Son zamanlar bu istiqamətdə böyük nailiyyətlər əldə olunmuşdur və bu nəticələr C.B.Keller və E.Antmanın, M.A.Krasnoselskinin, M.A. Krasnoselskinin və P.P.Zabreykonun, L.Nirenberqin, P.B. Dikkinin, S.N.Çau və S.Heylin, Ə.P.Mahmudovun, C.Lopez-Qomezin və digərlərinin monoqrafiyalarında əks olunmuşdur.

M.A. Krasnoselskinin və P.H. Rabinoviçin işlərində qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin lokal və qlobal bifurkasiyası nəzəriyyəsi qurulmuşdur. Rabinoviç həmçinin göstərmişdir ki, xəttiləşən Şturm-Liuvill məsələsinin trivial həlləri çoxluğunun nöqtələrindən budaqlanan iki kontinuumlar ailəsi mövcuddur, bu kontinuumlar uyğun xətti məsələnin məxsusi ədədlərinə uyğun məxsusi funksiyaların osillyasiya xassələrinə malikdirlər və $R \times C^1$-də qeyri-məhduddurlar. Sonralar xəttiləşməyən Şturm-Liuvill məsələsinin trivial həlləri əyrisinin intervallarından bifurkasiya olunan həlləri çoxluğunun kəsilməz budaqlarının strukturu A.Berestiski, K.Şmidt və H.L. Smit, R.Çiappinelli, C.Przubuçin, B.P. Rinni, Q.Day, Z.S.Əliyev və G.M. Məmmədova tərəfindən tədqiq olunmuşdur. Dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qoyulmuş qeyri-xətti məxsusi-qiymət məsələlərinin qlobal bifurkasiyası haqqında nəticələr Ə.P. Mahmudov və Z.S. Əliyev, C.Przubuçin, Z.S. Əliyev tərəfindən alınmışdır.

Birölçülü qeyri-xətti Dirak sisteminin həllərinin bifurkasiyası məsələsinə yalnız K.Şmidt və H.L. Smit baxmışlar, lakin onlar tərəfindən trivial həllər əyrisinin intervallarından bifurkasiya olunan həllər çoxluğunun kəsilməz budaqlarının strukturu öyrənilməmişdir. Bunun əsas səbəbi odur ki, o vaxtlar birölçülü xətti Dirak sisteminin osillyasiya xassələri tədqiq olunmamışdır.

1928-ci ildə Dirak tərəfindən daxil olunan və sonralar onun şərəfinə onun adı ilə adlanan relyativistik dalğa tənliyi müasir riyaziyyatın və fizikanın müxtəlif sahələrində fundamental rol oynayır. Relyativistik kvant mexanikasında və kvant sahəsi nəzəriyyəsində spini $1/2$ olan hissəcikləri (fermionları) təsvir etmək üçün tətbiq olunur. Dirak tənliyinin zəngin riyazi strukturu bir çox riyaziyyatçının marağına səbəb olmuş, bu sahədə maraqlı nəticələr alınmışdır və bu nəticələr Dirak nəzəriyyəsinin sistematik təqdim olunmasına daxil olunmuşdur. 1973-cü ildə M. Ablovis, D.Kaup, A. Nyull və X.Sequr tərəfindən aşkar olundu ki, Şredinger tənliyi Korteveq-de Friz tənliyi ilə necə əlaqəlidirsə, Dirak tənliyi də qeyri-xətti dalğa tənliyi (modifikasiya olunmuş Korteveq-de Friz tənliyi) ilə o cür bağlıdır və bu riyazi və fiziki ədəbiyyatda Dirak operatoru üçün düz və tərs məsələlərə artan marağa stimul verdi. 1966-cı ildə M.Q. Qasımov və B.M. Levitan spektral funksiya və səpilmə fazasından istifadə edərək R_+-də Dirak operatoru üçün tərs məsələləri həll etmişlər. Onların tədqiqatları davam etdirilmiş və müxtəlif istiqamətlərdə inkişaf etdirilmişdir.

Məxsusi vektor-funksiyaların osillyasiya xassələri istisna olmaqla birölçülü Dirak sisteminin spektral xassələri B.M. Levitan və İ,S. Sarkisyanın monoqrafiyasında kifayət qədər ətraflı tədqiq olunmuşdur. İsbat edilmişdir ki, Dirak operatorunun məxsusi ədədləri həqiqidirlər, sadədirlər və $-\infty$-dan $+\infty$-a olan aralığında qiymətlər almaqla artma istiqamətində nömrələnə bilərlər. Yalnız C.F. Yanq və Z.Y. Huanqın işində Dirak sisteminin məxsusi vektor-funksiyaların osillyasiya xassələri tədqiq olunmuşdur, lakin bu işdə məxsusi vektor-funksiyaların komponentlərinin sıfırlarının sayı dəqiq tapılmamışdır. N.B. Kərimov, C.F. Yanq və V.N. Pivovarçik sərhəd şərtlərinə spektral parametr daxil olan Dirak sisteminin məxsusi vektor-funksiyalarının osillyasiya xassələri tədqiq etmişlər. Qeyd edək ki, bu işlərdə də məxsusivektor-funksiyaların komponentlərinin sıfırlarının sayı dəqiq müəyyənləşdirilməmişdir.

Yuxarıda deyilənlərdən aydın olur ki, birölçülü Dirak operatorunun məxsusi vektor-funksiyalarının osillyasiya xassələri demək olar ki, tədqiq olunmamışdır. Odur ki, həm birölçülü Dirak operatorunun məxsusi vektor-funksiyalarının komponentlərinin sıfırlarının sayının, həm də birölçülü Dirak sistemi üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin bifurkasiyasının tədqiqi məsələləri aktualdır.

Tədqiqat üsulları. İşdə funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analizin, diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin, qeyri-xətti analizin və bifurkasiya nəzəriyyəsinin üsullarından istifadə olunur.

İşin məqsədi. Xətti birölçülü Dirak sisteminin məxsusi ədədlərinin həqiqi oxda yerləşməsinin ümumi xatakteristikasının və məxsusi vektor-funksiyalarının osillyasiya xassələrinin öyrənilməsi; birölçülü Dirak sistemi üçün qeyri-xətti məsələlərin bifurkasiya nöqtələrinin, trivial olmayan həlləri çoxluğunun strukturunun və məxsusi vektor-funksiyalarının osillyasiya xassələrinin tədqiqi.

Elmi yeniliklər. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas elmi nəticələr alınmışdır: xətti Dirak sistemi üçün

– məxsusi ədədlərin həqiqi oxda yerləşməsinin ümumi xatakteristikası verilmişdir;

–məxsusi vektor-funksiyalarının komponentlərinin osillyasiya xassələri tam öyrənilmişdir;

–məxsusi ədədlər və məxsusi funksiyalar üçün asimptotik düsturlar dəqiqləşdirilmişdir;

qeyri-xətti Dirak sistemi üçün

– lokalvə qlobal bifurkasiyanın tədqiqində mühüm rol oynayan və komponentləri xətti məsələnin məxsusi vektor-funksiyalarının komponentlərinin osillyasiya xassələrinə malik olan vektor-funksiyalar sinifləri qurulmuşdur;

– həllər çoxluğunun bu siniflərdə yerləşən əlaqəli komponentlərinin strukturu və özünü aparması tam tədqiq olunmuşdur.

İşin nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınan nəticələr əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Onlar diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin müxtəlif məsələlərində, mexanikanın fizikanın və riyazi fizikanın müxtəlif məsələlərində istifadə oluna bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiya işinin əsas nəticələri AMEA Riyazyat və Mexanika İnstitutunun "Diferensial tənliklər" (prof. Ə.B.Əliyev) və "Funksional analiz" (prof. H.İ.Aslanov) şöbələrinin seminarlarında, Gəncə Dövlət Universitetinin “Riyazi analiz” kafedrasının seminarlarında (dos. B.A.Mustafayev) müzakirə olunmuş və "Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın son nailiyyətləri" (İCRAPAM-2014) Beynəlxalq konfransında (Antalya, Türkiyə, 2014), "Riyazi analiz, diferensial tənliklər və onların tətbiqləri", Madea-7 (Azərbaycan-Türkiyə-Ukrayna) Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2015), Gənc alimlərin I Beynəlxalq konfransında (Gəncə, 2016), "Riyaziyyatın nəzəri və təbiqi problemləri" Beynəlxalq konfransında (Sumqayıt 2017) məruzə edilmişdir.

Nəşrlər. Dissertasyanın əsas nəticələri çap olunmuş 9 işdə öz əksini tapmışdır.

İşin həcmi və strukturu. Dissertasiya işi giriş, 2 fəsil və 67 adda istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin həcmi 115 səhifədir.

İŞİN MƏZMUNU

Beş yarımfəsildən ibarət olan birinci fəsil birölçülü stasionar Dirak sisteminin məxsusi vektor-funksiya-larının komponentlərinin osillyasiya xassələrinin tədqiqinə həsr olunmuşdur.

1.1-də məsələnin qoyuluşu verilmişdir. $U(w)=\begin{pmatrix} U_1(w) \\ U_2(w) \end{pmatrix}=0$ sərhəd şərtlərini ödəyən birölçülü

$$\ell\, w(x) \equiv Bw'(x) - P(x)\, w(x) = \lambda\, w(x),\ 0 < x < \pi, \qquad (1)$$

Dirak tənliyinə baxaq. Burada

$$U_1(w) = \begin{pmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix} w(0) = \vartheta(0)\cos\alpha + u(0)\sin\alpha = 0, \qquad (2)$$

$$U_2(w) = \begin{pmatrix} \sin\beta & \cos\beta \\ 0 & 0 \end{pmatrix} w(\pi) = \vartheta(\pi)\cos\beta + u(\pi)\sin\beta = 0, \qquad (3)$$

$\lambda \in C$ – spektral parametrdir,

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ P(x) = \begin{pmatrix} p(x) & 0 \\ 0 & r(x) \end{pmatrix} \ \text{və}\ w(x) = \begin{pmatrix} u(x) \\ \vartheta(x) \end{pmatrix},$$

$p(x),\ r(x)$ – $[0,\pi]$ parçasında təyin olunmuş həqiqiqiymətli kəsilməz funksiyalardır, α, β – həqiqi sabitlərdir, belə ki, $0 \le \alpha,\ \beta < \pi$.

Aydındır ki, (1) tənliyi uyuşan birtərtibli

$$\begin{cases} \vartheta'(x) - \{\lambda + p(x)\}u(x) = 0, \\ u'(x) + \{\lambda + p(x)\}\vartheta(x) = 0. \end{cases} \qquad (4)$$

adi diferensial tənliklər sisteminə ekvivalentdir.

Birölçülü Dirak operatorunun məxsusi vektor-funksiyalarının osillyasiya xassələri istisna olmaqla onun spektral xassələri kifayət qədər ətraflı tədqiq olunmuşdur. Xüsusi halda, isbat edilmişdir ki, (1)-(3) məsələsinin məxsusi ədədləri həqiqidirlər, sadədirlər və $(-\infty, +\infty)$ aralığında qiymətlər almaqla artma istiqamətində nömrələnə bilərlər.

(2)-(3) sərhəd şərtləri ϑ/u nisbətinin $x = 0, \pi$ nöqtələrində qiymətlərini müəyyənləşdirdiyindən, biz 1.2 yarımfəsilində ϑ/u, u/ϑ və $\theta = \arctan \vartheta/u$ funksiyalarının x və λ dəyişənlərinin funksiyası kimi xassələrini öyrənirik. Bu funksiyalar aşkar şəkildə u və ϑ funksiyalarının sıfırları ilə əlaqədardır.

(1)-(3) məsələsinin qeyri-xətti həyəcanlanmalarının bifurkasiyasını öyrənmək üçün bizə yalnız (1)-(3) məsələsinin məxsusi vektor-funksiyalarının osillysiaya xassələrini deyil, həm də bu xassələri daha ümumi şəkildə olan

$$\tilde{\ell}(w(x)) \equiv Bw'(x) - \tilde{P}(x)w(x) = \lambda w(x),\ 0 < x < \pi, \tag{5}$$

$$U(w) = 0, \tag{6}$$

məsələsiüçün də öyrənmək lazımdır, burada $\tilde{P}(x) = \begin{pmatrix} p(x) & s(x) \\ q(x) & r(x) \end{pmatrix}$, $q(x), s(x) \in C([0,\pi]; R)$, belə ki, ümumiliyi pozmadan hesab etmək olar ki, $s(x) \equiv q(x)$.

(5) Dirak sisteminin

$$u(0,\lambda) = \cos\alpha,\ \ \vartheta(0,\lambda) = -\sin\alpha, \tag{7}$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən yeganə $w(x,\lambda) = \begin{pmatrix} u(x,\lambda) \\ \vartheta(x,\lambda) \end{pmatrix}$ həlli var; istənilən qeyd olunmuş $x \in [0,\pi]$ üçün $u(x,\lambda)$ və $\vartheta(x,\lambda)$ funksiyaları λ parametrinin tam funksiyalarıdırlar.

(5)-(6) məsələsinin məxsusi vektor-funksiyalarının komponentlərinin osillyasiya xassələrini tədqiq etmək üçün

$$\theta(x,\lambda) = \arg\{u(x,\lambda) + i\vartheta(x,\lambda)\} \tag{8}$$

bucaq funksiyasını daxil edək. (7)-i nəzərə almaqla θ funksiyasının başlanğıc qiymətini aşağıdakı kimi təyin edək:

$$\theta(0,\lambda) = -\alpha. \tag{9}$$

Digər x və λ-lar üçün $\theta(x,\lambda)$ funksiyası 2π-nin misli olan istənilən hədd dəqiqliyi ilə (8) düsturu ilə verilir, belə ki, $u(x,\lambda)$ və $\vartheta(x,\lambda)$ funksiyaları eyni zamanda sıfıra çevrilə bilməzlər. 2π-nin misli olan bu ifadəni elə seçmək lazımdır ki, $\theta(x,\lambda)$ funksiyası (9) şərtini ödəsin və x və λ dəyişənlərinə nəzərən kəsilməz olsun. x və λ dəyişənlərinin dəyişmə oblastı, yəni $0 \le x \le \pi,\ -\infty < \lambda < +\infty,$ aralığı birəlaqəli olduğundan $\theta(x,\lambda)$ funksiyası birqiymətli təyin olunur.

Qeyd 1. (8)-dən göründüyü kimi $u(x,\lambda)$ və $\vartheta(x,\lambda)$ funksiyalarının sıfırları $\theta(x,\lambda)$ funksiyasının $\pi/2$ -nin tək və cüt misillərinə bərabər qiymətlər aldığı nöqtələrlə üst-üstə düşür.

Teorem 1. *Aşağıdakı hökmlər doğrudur:i) $\theta(x,\lambda)$ funksiyası x dəyişəninə nəzərən*

$$\theta'(x,\lambda) = \lambda + p(x)\cos^2(x,\lambda) + r(x)\sin^2(x,\lambda) + q(x)\sin 2\theta(x,\lambda) \quad (10)$$

diferensial tənliyini ödəyir;(ii) əgər $\lambda + p(x) > 0,\ \lambda + r(x) > 0,$ olarsa, $x \in [0,\pi],$ onda x artdıqda θ funksiyası yuxarıdan $\pi/2$ -nin mislinə bərabər olan ədədə yaxınlaşa bilməz; x azaldıqda isə θ funksiyası aşağıdan $\pi/2$ -nin mislinə bərabər olan ədədə yaxınlaşa bilməz; əgər $\lambda + p(x) < 0,\ \lambda + r(x) < 0,\ x \in [0,\pi],$ olarsa, onda x artdıqda θ funksiyası aşağıdan $\pi/2$ -nin mislinə bərabər olan ədədə yaxınlaşa bilməz; x azaldıqda isə θ funksiyası yuxarıdan $\pi/2$ -nin mislinə bərabər olan ədədə yaxınlaşa bilməz; (iii) əgər λ artarsa, onda qeyd olunmuş x üçün θ funksiyası artandır; xüsusi halda, $\theta(\pi,\lambda)$ funksiyası λ parametrinin ciddi artan funksiyasıdır.

Beş bölmədən ibarət 1.3 yarımfəslində (5)-(6) məsələsinin məxsusi vektor-funksiyalarının komponentlərinin osillyasiya xassələri tədqiq olunmuşdur.

$s(g)$ ilə $g \in C([0,\pi];\ R)$ funksiyasının $(0,\pi)$ intervalındakı sıfırlarının sayını işarə edək.

1.3.1-də bu fəslin əsas nəticəsinin şərhi verilmişdir.

Teorem 2.*(i) (5)-(6) məsələsinin $\lambda_k, k \in \mathrm{Z},$ məxsusi ədədlərini həqiqi oxda artan istiqamətdə elə nömrələmək olar ki, uyğun $\theta(x,\lambda_k)$ bucaq funksiyası $x = \pi$ nöqtəsində*

$$\theta(\pi,\lambda_k) = -\beta + k\pi \quad (11)$$

şərtini ödəsin;

(ii) $w_k(x) = w(x,\lambda_k) = \begin{pmatrix} u(x,\lambda_k) \\ \vartheta(x,\lambda_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_k(x) \\ \vartheta_k(x) \end{pmatrix}, k \in \mathrm{Z},$ *məxsusi vektor-funksiyasları($k = 0$ olduqda $\alpha = \beta = 0$ və $\alpha = \beta = \pi/2$ halları istisna olmaqla) aşağıdakı osillyasiya xassələrinə malikdirlər:*

$$\begin{pmatrix} s(u_k) \\ s(\vartheta_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |k|-1+\chi(\alpha-\pi/2)\,\omega_{\alpha,\beta}(k)+\chi((\pi/2-\beta)\,\omega_{\alpha,\beta}(k)) \\ |k|-1+\operatorname{sgn}\alpha\,\chi(\omega_{\alpha,\beta}(k))+\operatorname{sgn}\beta\,\chi(-\omega_{\alpha,\beta}(k)) \end{pmatrix}, \quad (12)$$

burada $\chi(x)$ *və* $\omega_{\alpha,\beta}(x),\ x\in R,$ *funksiyaları aşağıdakı kimi təyin olunmuşlar:*

$$\chi(x)=\begin{cases}0, \text{если } x\le 0,\\ 1, \text{если } x>0,\end{cases} \quad \omega_{\alpha,\beta}=\begin{cases}-1, \text{если } x<0 \text{ или } x=0, \alpha<\beta,\\ 1, \text{если } x>0 \text{ или } x=0, \alpha\ge\beta.\end{cases} \quad (13)$$

Bundan başqa, $u_k(x)$ *və* $\vartheta_k(x),\ k\in \mathrm{N},$ *funksiyalarının* $(0,\pi)$ *intervalında yalnız düyün sıfırları mövcuddur.*

1.3.2-də teorem 1-in hökmlərindən istifadə etməklə teorem2-nin (i) hökmü isbat olunmuşdur.

1.3.3-də $p(x)\equiv r(x)\equiv q(x)\equiv 0$ olduqda teorem 2-nin (ii) hökmü isbat olunmuşdur. $p(x)\equiv r(x)\equiv q(x)\equiv 0$ olduqda (5) tənliyinə baxaq. Bu halda $u(x,\lambda)$ və $\vartheta(x,\lambda)$ funksiyaları aşağıdakı şəklə düşər:

$$u(x,\lambda)=\cos(\lambda x-\alpha),\ \ \vartheta(x,\lambda)=\sin(\lambda x-\alpha). \quad (14)$$

Ona görə də, (3)-ə əsasən (5)-(6) məsələsinin məxsusi ədədləri

$$\vartheta(\pi,\lambda)\cos\beta+u(\pi,\lambda)\sin\beta=0 \quad (15)$$

tənliyinin kökləri ilə üst-üstə düşür. Onda (9)-u (15)-də nəzərə alsaq $\sin(\lambda\pi-\alpha+\beta)=0$ tənliyini alarıq. Deməli, (5)-(6) məsələsinin məxsusi ədədləri $p(x)\equiv r(x)\equiv q(x)\equiv 0$ olduqda aşağıdakı şəkildədir:

$$\tau_k=k+(\alpha-\beta)/\pi,\ k\in \mathrm{Z}. \quad (16)$$

Qeyd 2.(16)-dan görünür ki, əgər $k<0$ olarsa, $\tau_k<0$ əgər $k>0$ olarsa, $\tau_k>0$ olar; bundan başqa, əgər $\alpha<\beta$ olarsa, $\tau_0<0$ əgər $\alpha=\beta$ olarsa, $\tau_0=0,$ əgər $\alpha>\beta$ olarsa, $\tau_0>0$ olar.

Burada teorem 1-dən, qeyd 1-2-dən və teorem 2-nin (i)-ci hökmündən istifadə etməklə isbat olunur ki, (5)-(6) məsələsinin məxsusi vektor-funksiyaları $p(x)\equiv r(x)\equiv q(x)\equiv 0$ olduqda (12) osillyasiya xassələrinə malikdirlər:

1.3.4-də potensialsız xətti Dirak məsələsinin xəttiləşən həyəcanlanmasının qlobal bifurkasiyası tədqiq olunmuşdur.

Aşağıdakı kimi qeyri-xətti Dirak məsələsinə baxaq:

$$\begin{cases}\ell w(x)=\lambda w(x)+g(x,w(x),\lambda),\ 0<x<\pi,\\ U(w)=0,\end{cases} \quad (17)$$

burada $\ell w(x) = Bw'(x)$, qeyri-xətti $g = (g_1, g_2)^t \in C([0,\pi] \times R^2 \times R : R^2)$ həddi $|y| \to 0$ olduqda hər bir məhdud $\Lambda \subset R$ aralığı üçün $x \in [0,\pi]$ və $\lambda \in \Lambda$ -ya nəzərən müntəzəm olaraq

$$g(x, y, \lambda) \to 0$$

şərtini ödəyir ($|\cdot|$ ilə R^2-də norma işarə olunmuşdur), burada $y = (y_1,\ y_2)^t$.

Tutaq ki, $E = C([0,\pi]; R^2) \bigcap \{w : U(w) = 0\}$, norması

$$\| w \| = \left\| \begin{pmatrix} u \\ \vartheta \end{pmatrix} \right\| = \max_{x \in [0,\pi]} |u(x)| + \max_{x \in [0,\pi]} |\vartheta(x)|.$$

olan Banax fəzasıdır və

$$S = \{ w \in E : |u(x) + |\vartheta(x)| > 0, x \in [0,\pi] \}.$$

Hər bir $w \in S$ üçün $[0,\pi]$ parçasında kəsilməz olan $\theta(w,x)$ funksiyasını aşağıdakı qayda ilə təyin edək:

$$\theta(w,x) = \arctan \frac{\vartheta(x)}{u(x)}, \quad \theta(w,0) = -\ \alpha.$$

$S_k^+,\ k \in \mathrm{Z}$, ilə aşağıdakı şərtləri ödəyən $w \in S$ vektor-funksiyalar çoxluğunu işarə edək: (i) $\theta(w,\pi) = -\beta + k\pi$; (ii) $u(x)$ funksiyası $x = 0$ nöqtəsinin ətrafında müsbətdir; (iii) əgər $k > 0$ və $k = 0, \alpha \ge \beta$ ($\alpha = \beta = 0$ və $\alpha = \beta = \pi/2$ halları istisna olmaqla)olarsa, onda θ funksiyası, qeyd olunmuş y üçün, x 0-dan π-yə qədər artırsa, artaraq $\pi/2$-nin mislinə bərabər qiymətlər alır, belə ki, θ funksiyası azalan x üçün artaraq $\pi/2$-nin mislinə bərabər qiymətlər ala bilməz; əgər $k < 0$ və $k = 0,\ \alpha < \beta$ olarsa, onda θ funksiyası, qeyd olunmuş y üçün, x 0-dan π-yə qədər artırsa, azalaraq $\pi/2$-nin mislinə bərabər qiymətlər alır, belə ki, θ funksiyası azalan x üçün azalaraq $\pi/2$-nin mislinə bərabər qiymətlər ala bilməz.

Tutaq ki, $S_k^- = -S_k^+$ və $S_k = S_k^+ \bigcup S_k^-$.

Bundan sonra, ν ilə $\{+,-\}$ çoxluğunun elementlərini işarə edəcəyik, yəni ya $\nu = +$ ya da $\nu = -$.

Teorem 3. *Hər bir* $k \in \mathrm{Z}$ *və* ν *üçün (17) məsələsinin həllərinin elə* C_k^ν *kontinuumu var ki, bu kontinum* $(\tau_k, 0)$ *nöqtəsini özündə saxlayır,*

$(R\times S_k^{\nu})\bigcup\{(\tau_k,0)\}$ *-da yerləşir və* $R\times E$ *-də qeyri-məhduddur.*

(17) məsələsinin həllərinin qlobal bifurkasiyası $\alpha=\beta=0$ və $g_2(x,0,y_2,\lambda)\equiv 0,\ x\in[0,\pi],y_2\in R,\ \lambda\in R$ halında K.Şmidt və X.L. Smit tərəfindən tədqiq olunmuşdur.

Qeyd edək ki, qeyri-xətti Dirak məsələsinin həllərinin lokal və qlobal bifurkasiyası II fəsildə daha geniş şəkildə tədqiq olunmuşdur.

1.3.5-dəteorem 2-nin (ii) hökmü isbat olunmuşdur. Tutaq ki,

$$m_{-1}=\max\{k\in \mathrm{Z}:\lambda_k+p(x)<0,\lambda_k+\ r(x)<0,\ x\in[0,\pi]\},$$

$$m_1=\min\{k\in \mathrm{Z}:\lambda_k+p(x)>0,\lambda_k+\ r(x)>0,\ x\in[0,\pi]\}.$$

(11) düsturundan və teorem 1-dən teorem 2-nin (ii) hökmü $k\geq m_1$ ($k\leq m_{-1}$) olduqda I-IV-dən (bax 1.3.3)alınır. $m_{-1}<k<m_1$ olduqda (1)-(3) məsələsi ilə yanaşı qeyri-xətti

$$\begin{cases}\ell w-\|w\|^{\varepsilon}\ \tilde{P}w=\lambda w,\\ U(w)=0,\end{cases}\tag{18}$$

məsələsinə baxaq, burada где $\varepsilon\in(0,1]$. Müəyyən mənada bu məsələ kiçik $\varepsilon>0$ ədədləri üçün (5)-(6) məsələsini approksimasiya edir.

Teorem 3-dən istifadə etməklə aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 4. *İxtiyari* $\varepsilon\in(0,1)$ *və* $k\in(m_{-1},m_1)\bigcap \mathrm{Z}$ *üçün (18) məsələsinin* $dist\{\lambda,I_k\}>0,\ w\in S_k^{\nu}$ *və* $\|w\|<1,$ *şərtlərini ödəyən* (λ,w) *həlli yoxdur, burada* $I_k=[\tau_k-K,\tau_k+K],\ K=M/\pi$.

$k\in(m_{-1},m_1)\bigcap \mathrm{Z}$ olduqda teorem 3-ün (ii) hökmü teorem 4 nəzərə alınmaqla (18)-dən $\varepsilon\to 0$ olduqda limitə keçməklə alınır.

1.4-də (5)-(6) məsələsinin məxsusi ədədləri üçün asimptotik düstur dəqiqləşdirilmişdir. Aşağıdakı teoremdən aydın olur ki, B.M. Levitan və İ.S. Sarqsaynın monoqrafiyasında verilmiş məlum asimptotik düsturda xəta vardır.

Teorem 5. *Kifayət qədər böyük* $|k|$ *ədədləri üçün(5)-(6) məsələsinin məxsusi ədədləri üçün aşağıdakı asimptotik düstur doğrudur:*

$$\lambda_k=k+\frac{\alpha-\beta-(1/2)\int_0^{\pi}\{p(x)+r(x)\}dx}{\pi}+O\left(\omega\left(\frac{1}{k}\right)\right),\tag{19}$$

burada $\omega(\delta)=\delta+\omega_1(\delta),\ \omega_1(\delta)$ *isə* $p(x)-r(x)$ *funksiyasının* $[0,\pi]$

parçasında kəsilməzlik moduludur.

1.5-dəPikone düsturundan istifadə etməklə birölçülü Dirak sistemi üçün müqayisə teoremləri isbat olunmuşdur. Sonra isə bucaq funksiyasından istifadə etmədən bu teoremlərin köməyi ilə teorem 2 isbat olunur.

7 yarımfəsildən ibarət olanII fəsil birölçülü qeyri-xətti Dirak sistemlərinin həlləri çoxluğunun lokal və qlobal bifurkasiyasının tədqiqinə həsr olunmuşdur.

2.1-də məsələnin qoyulyşu verilmişdir. Aşağıdakı qeyri-xətti Dirak məsələsinə baxaq:

$$\ell w(x) \equiv B\,w'(x) - P(x)w(x) = \lambda w(x) + h(x, w(x), \lambda), \;\; x \in (0,\pi), \quad (20)$$

$$U_1(w) = (\sin\alpha,\, \cos\alpha)\, w(0) = \vartheta(0)\cos\alpha + u(0)\sin\alpha = 0, \quad (21)$$

$$U_2(w) = (\sin\beta,\, \cos\beta)\, w(\pi) = \vartheta(\pi)\cos\beta + u(\pi)\sin\beta = 0, \quad (22)$$

burada tənliyin və sərhəd şərtlərinin əmsalları I fəsildəki şərtləri ödəyir. Qeyri-xətti h həddi $h = f + g$ şəklindədir, burada

$$f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix},\; g = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} \in C([0,\pi]\times R^2 \times R; R)$$

vektor-funksiyaları aşağıdakı şərtləri ödəyirlər: elə $K > 0$ və $M > 0$ ədələri var ki,

$$\begin{gathered} | f_1(x, w, \lambda) | \le K\,|w|, \;\; | f_2(x, w, \lambda) | \le M\,|w|, \\ x \in [0,\pi],\; 0 < |w| \le 1,\; \lambda \in R; \end{gathered} \quad (23)$$

$|w| \to 0$ olduqda hər bir kompakt $\Lambda \subset R$ aralığı üçün $x \in [0,\pi]$ və $\lambda \in \Lambda$ -lara nəzərən müntəzəm olaraq

$$g(x,\, w, \lambda) = 0\;(|w|). \quad (24)$$

Qeyd edək ki, $p \equiv r \equiv 0$ və $K + M < 1/2$ olduqda (20)-(22) məsələsinə K.Şmidt və X.L.Smit tərəfindən baxılmışdır və onlar isbat etmişlər ki, elə $k_0 \in \mathrm{N}$ var ki, $|k| > k_0$ şərtini ödəyən hər bir $k \in \mathrm{Z}$ üçün (20)-(22) məsələsinin həlləri çoxluğunun (1)-(3) məsələsinin k -cı məxsusi ədədlərini özündə saxlayan trivial həllər parçasından budaqlanan D_k əlaqəli komponenti ya $R \times C([0,\pi]; R^2)$ -də qeyri-məhduddur, ya da digər bifurkasiya parçasını özündə saxlayır.

2.2-də qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin bifurkasiya nəzəriyyəsinin mühüm nəticələri haqqında məlumat verilir

2.3-də (20)-(22) məsələsinin S_k^{ν} çoxluğunun qapanmasına daxil olan həllərinin xassələri tədqiq olunmuşdur. Bundan başqa, (20)-(22) məsələsi ekvivalent inteqral tənliyə gətirilmişdir.

$S_k, k \in Z$, çoxluqlarının təyinindən aydındır ki, bu çoxluqlar E-nin açıq alt çoxluqlarıdırlar və $S_k \bigcap S_m = \varnothing,\ k,m \in Z,\ k \neq m.$ Bundan əlavə, əgər $w \in \partial S_k (\partial S_k^{\nu})$ olarsa, onda elə $\xi \in [0,\pi]$ nöqtəsi var ki, $|w(\xi)| = 0$, $u(\xi) = \vartheta(\xi) = 0.$

Lemma 1. *Əgər* $(\lambda, w) \in R \times E$ *(20)-(22) məsələsinin həllidirsə və* $w \in \partial S_k^{\nu}$ *olarsa, onda* $w \equiv 0$ *olar.*

Tutaq ki, $\lambda = 0$ (1)-(3) məsələsinin məxsusi ədədi deyil. Onda

(20)-(22) məsələsi aşağıdakı inteqral tənliyə ekvivalentdir:

$$w(x) = \lambda \int_0^{\pi} K(x,t)\, w(t)\, dt + \int_0^{\pi} K(x,t)\, h(t, w(t), \lambda)\, dt, \tag{25}$$

burada $K(x,t) = K(x,t,0)$ uyğun Qrin matrisidir.

$$Lw(x) = \int_0^{\pi} K(x,t)\, w(t) dt, \tag{26}$$

$$F(\lambda, w)(x) = \int_0^{\pi} K(x,t)\, f(t, w(t), \lambda) dt, \tag{27}$$

$$G(\lambda, w)(x) = \int_0^{\pi} K(x,t)\, g(t, w(t), \lambda) dt \tag{28}$$

işarə edək. $K(x,t)$ Qrin matrisi $x = t$ dioqanalı istisna olmaqla $[0,\pi;\ 0,\pi]$-də kəsilməzdir və $x = t$ olduqda $K(x,t)$ Qrin matrisi $K(x, x+0) - K(x, x-0) = B$ sıçrayışına malikdir. Odur ki, L operatoru E-də tamam kəsilməzdir. Qeyri-xətti F və G hədlərini uyğun olaraq L operatoru və

$$\tilde{f}(\lambda, w)(x) = f(x, w(x), \lambda) \quad \text{və} \quad \tilde{g}(\lambda, w)(x) = g(x, w(x), \lambda),$$

superpozisiya operatorlarının kompozisiyası şəklində göstərmək olar. $f, g \in C([0,\pi] \times R^2 \times R : R^2)$ olduğundan $\tilde{f}$ və $\tilde{g}$ operatorları $R \times E$-ni

$C([0,\pi]:R^2)$ -yə inikas etdirirlər və kəsilməzdirlər. Ona görə də, $F:R\times E\to E$ və $G:R\times E\to E$ operatorları tamam kəsilməzdirlər. Bundan əlavə, (24)-ə əsasən $\|w\|\to 0$ olduqda $\lambda\in\Lambda$ -lara nəzərən müntəzəm olaraq

$$G(\lambda,w)=o(\|w\|) \tag{29}$$

şərti ödənilir.

(25)-(28)-ə əsasən (20)-(22) məsələsini onunla ekvivalent olan

$$w=\lambda Lw+F(\lambda,w)+G(\lambda,w) \tag{30}$$

şəklində yazmaq olar və ona görə də (20)-(22) məsələsinin həllərinin strukturunu $R\times E$ -də tədqiq etmək kifayətdir.

2.4-də $f\equiv 0$ olduqda xəttiləşən (25)-(27) məsələsinin həllərinin bifurkasiyası tədqiq olunmuşdur. $\mathrm{Y}\subset R\times E$ ilə (20)-(22) məsələsinin trivial olmayan həlləri çoxluğunun qapanmasını işarə edək.Tutaq ki, $Y_k^\nu = Y\bigcap(R\times S_k^\nu),\ k\in Z$.

Teorem 6. *Tutaq ki,* $f\equiv 0$.*Onda hər bir* $k\in Z$ *və hər bir* ν *üçün (25)-(27) məsələsinin həllərinin* $Y_k^\nu\bigcup\{(\lambda_k,0)\}$ *çoxluğunda yerləşən elə* C_k^ν *kontinuumu var ki, bu kontinuum* $(\lambda_k,0)$ *nöqtəsini özündə saxlayır və* $R\times E$ *-də qeyri-məhduddur.*

2.5-də(20)-(22) məsələsinin həllərinin $g\equiv 0$ olduqda lokal və qlobal bifurkasiyası öyrənilmişdir. Bu halda (20)-(22) məsələsi aşağıdakı şəklə düşür:

$$\begin{cases}\ell w(x)=\lambda w(x)+f(x,w(x),\lambda),\ 0<x<\pi,\\ U(w)=0.\end{cases} \tag{31}$$

(31) məsələsi ilə yanaşı approksimasiya olunmuş

$$\begin{cases}\ell w(x)=\lambda w(x)+f(x,|w(x)|^{\varepsilon}\,w(x),\lambda),\ 0<x<\pi,\\ U(w)=0.\end{cases} \tag{32}$$

məsələsinə baxaq, burada $\varepsilon\in(0,1]$. (23)-ə əsasən(32)-dəki qeyri-xətti $f(x,|w|^{\varepsilon}\,w,\lambda)$ həddi (24) şərtini ödəyir. Odur ki, bu məsələ üçün teorem 6-nın hökmü doğrudur. (32)-də $\varepsilon\to 0$ olduqda limitə keçməklə aşağıdakı nəticəni alırıq.

Lemma 2.*Hər bir* $k\in Z$, *hər bir* ν *və istənilən* $0<\chi<1$ *üçün (31) məsələsinin elə* (λ_χ,w_χ) *həlli mövcuddur ki,* $w_\chi\in S_k^\nu,\lambda_\chi\in J_k$ *və* $\|w_\chi\|=\chi$, *burada*

$J_k = [\lambda_k - (M+k)/2 - c_k, \lambda_k + (M+k)/2 + c_k],\ c_k = O(1/k).$

Əgər $(\lambda, 0)$ nöqtəsinin hər bir kiçik ətrafında (20)-(22) məsələsinin $R \times S_k^\nu, k \in Z,$ çoxluğuna daxil olan həlli mövcuddursa, onda $(\lambda, 0)$ nöqtəsinə (20)-(22) məsələsinin $R \times S_k^\nu$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtəsi deyilir.

Nəticə 1. *(31) məsələsinin bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil, belə ki, əgər $(\lambda, 0)$ nöqtəsi bu məsələnin $R \times S_k^\nu$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtəsidirsə, onda $\lambda \in J_k$.*

$J_k \times \{0\} \subset R \times E,\ k \in Z,$ parçasına(31) məsələsinin $R \times S_k^\nu$ çoxluğu üzrə (trivial həllər əyrisinə nəzərən) bifurkasiya parçası deyilir.

Hər bir $k \in Z$ və hər bir ν üçün (31) məsələsinin $R \times S_k^\nu$ çoxluğu üzrə $(\lambda, 0) \in J_k \times \{0\}$ bifurkasiya nöqtələrindən budaqlanan bütün $D_{k,\lambda}^\nu$ əlaqəli komponentlərinin birləşməsini $\tilde{D}_k^\nu$ ilə işarə edək. Nəticə 1-ə əsasən $\tilde{D}_k^\nu \neq \emptyset$. Qeyd edək ki, $\tilde{D}_k^\nu$ çoxluğu $R \times E$ -də əlaqəli olmaya bilər, lakin $D_k^\nu = \tilde{D}_k^\nu \cup (J_k \times \{0\})$ çoxluğu $R \times E$ -də əlaqəlidir.

Teorem 7. *Hər bir $k \in Z$ və hər bir ν üçün çoxluğunun $J_k \times \{0\}$ parçasını özündə saxlayan D_k^ν əlaqəli komponenti $(R \times S_k^\nu) \cup (J_k \times \{0\})$ çoxluğunda yerləşir və $R \times E$ -də qeyri-məhduddur.*

Teorem 8. *Tutaq ki, istənilən $(x, w, \lambda) \in [0, \pi] \times R^2 \times R$ üçün $f(x, w, \lambda)$ funksiyası (23) şərtini ödəyir. Onda hər bir $k \in Z$ və hər bir ν üçün $Y \subset R \times E$ çoxluğunun $J_k \times \{0\}$ parçasını özündə saxlayan D_k^ν əlaqəli komponenti $J_k \times S_k^\nu$ zolağında yerləşir və $R \times E$ -də qeyri-məhduddur.*

2.6-da ümumi halda (20)-(22) məsləsinin həllərinin lokal vəqlobal bifurkasiyası tədqiq olunmuşdur.

(20)-(22) məsələsi ilə yanaşı approksimasiya olunmuş

$$\begin{cases} \ell(w) = \lambda w + f(x, |w|^\varepsilon\ w, \lambda) + g(x, w, \lambda), \\ U(w) = 0, \end{cases} \tag{33}$$

məsləsinə baxaq, burada $\varepsilon \in (0,1]$.

Lemma 3.*Hər bir $k \in Z$, hər bir ν və istənilən kifayət qədər kiçik $\tau > 0$ üçün(20)-(22) məsələsinin elə (λ_τ, w_τ) həlli mövcuddur ki,*

$w_\tau \in S_k^\nu$, $\| w_\tau \| = \tau$.

Nəticə 2. *(20)-(22) məsələsinin* $R \times S_k^\nu$ *çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil.*

Lemma 4. *Tutaq ki,* $\{\varepsilon_n\}_{n=1}^\infty \subset [0, 1]$ *və* $\lim\limits_{n\to\infty} \varepsilon_n = 0$. *Əgər* $(\lambda_{\varepsilon_n}, w_{\varepsilon_n}) \in R \times S_k^\nu$ *cütü* $\varepsilon = \varepsilon_n$ *olduqda (33) məsələsinin həllidirsə və* $\{(\lambda_{\varepsilon_n}, w_{\varepsilon_n})\}_{n=1}^\infty$ *ardıcıllığı* $R \times E$ *-də* $(\lambda, 0)$ *-a yığılırsa, onda* $\lambda \in J_k$.

Nəticə 3. *Əgər* $(\lambda, 0)$ *nöqtəsi (20)-(22) məsələsinin* $R \times S_k^\nu$ *çoxluğu üzrə bifurkasiyanöqtəsidirsə, onda* $\lambda \in J_k$.

Hər bir $k \in Z$ və hər bir ν üçün (20)-(22) məsələsinin $R \times S_k^\nu$ çoxluğu üzrə $(\lambda, 0) \in J_k \times \{0\}$ bifurkasiya nöqtələrindən budaqlanan bütün $T_{k,\lambda}^\nu$ əlaqəli komponentlərinin birləşməsini $\tilde{T}_k^\nu$ ilə işarə edək. Tutaq ki, $T_k^\nu = \tilde{T}_k^\nu \cup (J_k \times \{0\})$.

Teorem 9. *Hər bir* $k \in Z$ *və hər bir* ν *üçün* $Y \subset R \times E$ *çoxluğunun* $J_k \times \{0\}$ *parçasını özündə saxlayan* T_k^ν *əlaqəli komponenti* $(R \times S_k^\nu) \cup (J_k \times \{0\})$ *çoxluğunda yerləşir və* $R \times E$ *-də qeyri-məhduddur.*

2.7-də bucaq funksiyasının xassələrindən istifadə olunmadan (qeyri-xətti Şturm-Liuvill məsələsində olduğu kimi)osillyasiyasinifləri qurulmuş, bu siniflərdə (20)-(22) məsələsinin həllərinin lokal və qlobal bifurkasiyası tədqiq olunmuş və analoji nəticələr alınmışdır.

Sonda müəllif məsələnin qoyuluşuna və göstərdiyi diqqətə görə elmi rəhbəri r.ü.e.d, professor Z.S. Əliyevə öz dərin minnətdarlığını bildirir.

Dissertasiyanın əsas məzmunu aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1.Aliyev Z.S., Rzayeva H.Sh. Oscillation properties of the eigenvector-functions of the one-dimensional Dirac's canonical system, Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, In memory of M.G.Gasymov on his 75th birthday, 2014, v. 40, special issue, p.36-48.

2.Aliyev Z.S., RzayevaH.Sh. Oscillation theorem of one spectral problem, International Conference of Recent Advances in Pure and Applied Mathematics, 6-9 november 2014, Antalya, Turkey, Icrapam-2014, Abstracts, p.25

3. Aliyev Z.S., Rzayeva H.Sh. Oscillation properties for the equation of the relativistic quantum theory, Applied Mathematics and Computation, 2015, v. 271, p. 308-316.
4. Rzayeva H.Sh. Global bifurcation of solutions of nonlinearizable one-dimensional Dirac system, Abstracts of Azerbaijan-Turkey-Ukrainian International Conference MADEA-7 of "Mathematical Analysis, Differential Equations and their Appli-cations", 2015, September 08-13, p.141.
5. RzayevaH.Sh. Global bifurcation of solutions of nonlinear one-dimensional Dirac system, Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, 2015, v. 41, №2, p. 36-46
6. Алиев З.С., Рзаева Х.Ш., Об осцилляции собственных вектор-функции одномерного оператора Дирака, Доклады РАН, 2016, т. 469, № 3, с. 273–277.
7. Aliyev Z.S., Rzayeva H.Sh.. Global bifurcation for nonlinear Dirac problems. Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations, 2016, № 46,p.1–14.
8.Рзаева Х.Ш. Бифуркационные теоремы для одной нелинейной краевой задачи Дирака /Gənc alimlərin I Beynəlxalq elmi konfransı, 17-18 oktyabr 2016-cı il, Konfrans materialları, I hissə, s. 352-356.
9. Рзаева Х.Ш.. Глобальная бифуркация решений нелинейных задач на собственные значения для одномерной системы Дирака / Материалы международной научной конференции «Теоретические и прикладные проблемы математики», 25-26 мая 2017 г.Сумгаит с.89-90.

ХУМАЙ ШАМШАДДИН кызы РЗАЕВА

ЛОКАЛЬНАЯ И ГЛОБАЛЬНАЯ СТРУКТУРА РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ НЕКТОРЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

АННОТАЦИЯ

Диссертационная работа посвящена изучению локальной и глобальной структуры решений одномерных нелинейных задач Дирака. Изучены осцилляционные свойства собственных вектор-функций линейной задачи Дирака и локальная и глобальная бифуркации решений нелинейных задач Дирака.

В диссертации получены следующие основные результаты:

Для линейной системы Дирака:

- найдена общая характеристика расположения собственных значений на вещественной оси;
- полностью изучены осцилляционные свойства компонентов собственных вектор-функций;
- уточнены асимптотические формулы для собственных значений и собственных вектор-функций.

Для нелинейных задач Дирака:

- построены классы вектор-функций (которые играют важную роль в изучении локальной и глобальной бифуркации решений), компоненты которых обладают осцилляционными свойствами компонентов собственных вектор-функций линейной задачи;
- детально изучена структура и поведения связных компонент множества решений, содержащихся в этих классах.

HUMAY SHAMSHADDİN qızı RZAYEVA

LOCAL AND GLOBAL STRUCTURE OF SOLUTİONS OF NONLİNEAR EİGENVALUE PROBLEMS FOR CERTAİN DİFFERENTİAL OPERATORS

SUMMARY

The dissertation is devoted to the study of the local and global structure of solutions of the one-dimensional nonlinear Dirac problems. The oscillatory properties of the eigenvector functions of the linear Dirac problem and the local and global bifurcations of solutions of nonlinear Dirac problems have been studied.

The following main results were obtained in the dissertation:

for the linear Dirac system:

- the general characteristic of the location of eigenvalues on the real axis is given;
- the oscillation properties of the components of eigenvector-functions are completely studied;
- the asymptotic formulas for eigenvalues and eigenvector-functions are refined;

for the nonlinear Dirac problems:

- constructed classes of vector-functions (which play an important role in the study of local and global bifurcation of solutions), whose components possess the oscillatory properties of the components of the eigenvector-functions of the linear problem;
- the structure and behaviour of the connected components of the set of solutions contained in these classes have studied in detail.

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

На правах рукописи

ХУМАЙ ШАМШАДДИН кызы РЗАЕВА

ЛОКАЛЬНАЯ И ГЛОБАЛЬНАЯ СТРУКТУРА РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ НЕКТОРЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

1211.01 – Дифференциальные уравнения

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по математике

Баку – 2018