AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
BAKI DÖVLƏT UNİVERSİTETİ
TƏTBİQİ RİYAZİYYAT ELMİ TƏDQİQAT İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

YAVUZ SELİM ZEKERİYE OĞLU TUNÇ

SIÇRAYIŞLI SEMİMARKOV DOLAŞMA PROSESİNİN SƏRHƏD FUNKSİONALLARININ PAYLANMASININ TƏDQİQİ

1208.01 – Ehtimal nəzəriyyəsi

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

BAKI – 2015

İş Bakı Dövlət Universitetində yerinə yetirilmişdir

Elmi rəhbər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **T.H. Nəsirova**

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **S.Ə. Əliyev**

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent **K.M. Cəfərov**

Aparıcı təşkilat:

Azərbaycan Texniki Universitetinin "Riyaziyyat" kafedrası

Müdafiə **12 yanvar 2016**-cı il tarixdə saat 14^{00}-da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdindəki FD.02.017 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1148, Bakı ş., Zahid Xəlilov küçəsi, 23.

Dissertasiya ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat 11 dekabr 2015-ci il tarixində göndərilmişdir.

FD.02.017 Dissertasiya
Şurasının elmi katibi **t.e.d. M.M. Mütəllimov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Real fiziki proseslərin riyazi modellərinin qurulması təsadüfi kəmiyyətlər ardıcıllığının doğurduğu təsadüfi proseslərin araşdırılması problemini ön mövqeyə çıxardı. Bu məsələlərdə fiziki proseslər, markov prosesləri, yarımmarkov dolaşmaları prosesləri və bunlardan sadə çevirmələrlə, məsələn, sabit sürüşmə əlavə etməklə, ekranın varlığı ilə, təsadüfi proseslərin cəmlənməsi ilə və s. alınan proseslərlə təsvir edilir. Ehtimal nəzəriyyəsinin üsulları ilə tədqiq edilən real proseslər, əsasən təbiətcə təsadüfi davamlı hadisələr ardıcıllığı ilə bağlı olur.

Təqdim edilən dissertasiya işi asılı olmayan, müsbət, bərabər paylanmış təsadüfi kəmiyyətlərin cəmləri ilə qurulmuş və sabit müsbət sürüşmə əlavə edilmiş təsadüfi dolaşmalarla bağlı olan proseslərin tədqiqinə həsr edilmişdir. Belə proselər müsbət axınlı və mənfi sıçrayışlı yarımmarkov dolaşmaları adlanır. Onlar sıçrayışlı markov proseslərinin ümumiləşməsidir.

Qeyd etmək lazımdır ki, markov proseslərində sistemin hansısa bir vəziyyətdə qalması müddəti ancaq bu vəziyyətdən asılıdır və hökmən eksponsial paylanmaya malikdir. Reallıqda isə sistemin hansısa vəziyyətdə qalma müddəti həm də onun keçəcəyi vəziyyətdən asılıdır. Sistemin verilən vəziyyətdə qalması müddəti ixtiyari ola bilər. Ona görə də, əslində markov prosesi olmayan elə sistemlərə baxmaq zərurəti yaranır ki, onlar markov mometlərinə malik olsunlar, yəni sistemin keçmiş evolyusiyası haqqındakı informasiya onun gələcək evolyusiyasına təsir etməsin.

Yarımmarkov prosesi anlayışı 1954-cü ildə formalaşdı və P. Levi və R. Smith kimi alimlərin adları ilə bağlıdır. İ.İ. Qixman və A.V. Skoroxodun kitabında yarımmarkov proseslərinin daha ümumi tərifi verilmişdir.

Sonralar yarımmarkov prosesləri L.Takaç, A.A. Borovkov, B.P.Xarlamov, V.S. Korolyuk və A.F. Turbin, D.S. Silvestrov, B.V. Qnedenko və İ.N. Kovalenko, T.İ. Nəsirova, T.A. Xanıyev, R.T. Əliyev kimi müəlliflərin işlərində tədqiq olunmuşdur.

Qeyd edək ki, yarımmarkov proseləri ilə təsvir olunan sistemin vəziyyəti k -cı sıçrayışda k sayda asılı olmayan bərabər paylanmış təsadüfi kəmiyyətlərin cəmi şəklində göstərilə bilərsə, onda belə yarımmarkov prosesi yarımmarkov dolaşması prosesi (YDP) adlanır. YDP təsadüfi proseslər nəzəriyyəsinin tətbiq sahələrində meydana çıxır. Məsələn, ehtiyyatların idarə edilməsi nəzəriyyəsində ehtiyatların tələbin borclanması və borclanmaması ilə idarə edilməsi prosesləri, etibarlılıq nəzəriyyəsində aşağıdan və yuxarıdan məhdud olan proseslər və s. mövcuddur. Real proseslərə uyğun olaraq təsadüfi proseslər nəzəriyyəsində ekranlı, uducu ekranlı, əsk edən ekranlı, ləngidici ekranlı proseslərə baxılır.

Ləngidici ekranlı yarımmarkov prosesləri A.A. Borovkovun, V.P. Xarlamovun, V.M. Şurenkovun, T.İ. Nəsirovanın və başqalarının monoqrafiyalarında tədqiq edilmişdir.

K.K. Omorovun işində $''0''$ ləngidici ekranlı sıçrayışlı yarımmarkov dolaşması prosesinin sıfır səviyyəsini birinci aşma momentinin paylanmasının Laplas çevirməsi tapılmışdır.

D.A. Koştunovun, S. Şleqelin, F. Şmidtin işində ağır quyruqlu asılı artımlı təsadüfi dolaşmaların asimptotik analizi verilmişdir.

V.İ. Lyotov (N, S_N),harada ki, $N = min\{n \geq 1: S_n \in [-a, b]\}$, S_n – Kramer tipli şərti ödəyən asılı olmayan bərabər paylanmış təsadüfi kəmiyyətlərin cəmidir, birgə paylanma üçün limit teoremləri və asimptotik ayrılış almışdır.

Stoxastik proseslərin tədqiqində erqodik teoremlər mühüm rol oynayır. Yarımmarkov proseslər üçün əsas erqodik teoremi V.A. Smit isbat etmişdir. Yarımmarkov proseslərin erqodik paylanmasna İ.İ. Qixman və A.V. Skoroxod, A.A. Borovkov, T.İ. Nəsirova, T.A.Xanıyev, N. Ozdemir və s. müəlliflərin işlərində rast gəlinir.

Bu dissertasiyada müsbət axınlı və mənfi sıçrayışlı yarımmarkov dolaşması prosesinin Laplas çevirməsi və şərti paylanmanın doğuran funksiyalarının, onların əsas sərhəd funksionallarının aşkar şəkilləri tapılmışdır.

İşin məqsədi. Dissertasiya işinin məqsədi zamana görə Laplas çevirməsinin və şərti paylanma fazasına görə Furye-Stiltes çevirməsinin aşkar şəklini, müsbət axınlı və mənfi sıçrayışlı yarımmarkov dolaşması prosesinın $a(a > 0)$ səviyyəsinə ilk çatma və bu səviyyəni ilk aşma momentinin birgə paylanmasının Laplas-Stiltes çevirməsinin, müsbət axınlı və mənfi sıçrayışlı yarımmarkov prosesinin $a(a > 0)$ səviyyəsini ilk aşmasını təmin edən sıçrayışlarının sayının törəmə funksiyalarını hesablamaqdan ibarətdir.

Tədqiqat metodları. Dissertasiyada aparılan tədqiqatların metodikası ehtimal nəzəriyyəsinin, təsadüfi proseslər, inteqral və differensial tənliklər, xətti cəbri tənliklər nəzəriyyəsinə əsaslanır.

Elmi yenilik. Dissertasiyada müdafiəyə çıxarılan aşağıdakı yeni nəticələr alınmışdır:

Zamana görə Laplas çevirməsinin və şərti paylanma fazasına görə Furye-Stiltes çevirməsinin, $a(a>0)$ səviyyəsini ilk aşma momentinin birgə paylanmasının Laplas-Stiltes çevirməsinin, prosesinin $a(a>0)$ səviyyəsinə ilk çatmasını və bu səviyyəni ilk aşmasını təmin edən sıçrayışlarının sayının törəmə funksiyalarının aşkar şəklləri tapılmışdır.

İşin aprobasiyası. Dissertasiya işinin əsas nəticələri aşağıdakı seminar və konfranslarda məruzə edilmişdir:

1. Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illiyinə həsr edilmiş "Riyaziyyatın və informatikanın aktual problemləri" beynəlxalq konfransı;
2. "Probability, Reliability and Stochastic Optimization" Beynəlxalq Konfransı, Taras Şevçenko adına Kiyev Dövlət Universiteti.

Çaplar. Dissertasiya mövzusu üzrə müəllifin 5 elmi əsəri çap edilmişdir.

Dissertasiyanın quruluşu və həcmi. Dissertasiya işi girişdən, 5 fəsildən, yekundan və 100 ədəbiyyatı özündə birləşdirən ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin əsas hissəsi 118 səhifədən ibarətdir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

1-ci fəslin 1.1. yarımfəslində müsbət axınlı və mənfi sıçrayışlı yarımmarkov dolaşması prosesi qurulmuşdur.

Tutaq ki, $(\Omega, F, P(.))$ ehtimal fəzasında asılı olmayan, bərabər paylanmış müsbət və bir birindən asılı olmayan ξ_k və ζ_k kəmiyyətlərinin $\{\xi_k, \zeta_k\}_{k=\overline{1,\infty}}$ ardıcıllığı verilmişdir.

Bu ardıcıllığın əsasında aşağıdakı prosesi quraq

$$X(t) = z + t - \sum_{i=1}^{k} \zeta_i \text{ ,если} \sum_{i=0}^{k} \xi_i \le t < \sum_{i=1}^{k+1} \xi_i \text{ ,} k = 0,1,2, \ldots$$

Belə proses müsbət axınlı və mənfi sıçrsyışlı yarımmarkov prosesi adlanır.

Məqsədimiz $X(t)$ prosesinin zamana görə Laplas çevirməsinin və şərti paylanma fazasına görə Furye-Stiltes çevirməsinin tapılmasından ibarətdir.

1.2. yarımfəslində $X(t)$ prosesinin zamana görə Laplas çevirməsinin və şərti paylanma fazasına görə Furye-Stiltes çevirməsinin inteqral ayrılışı haqqında teoremin isbatı verilmişdir.

Teorem 1. Tutaq ki, $\{\xi_k,\zeta_k\}_{k=\overline{1,\infty}}$ asılı olmayan, müsbət bərabər paylanmış təsadüfi kəmiyyətlər ardıcıllığıdır. Onda

$$\tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\gamma x} d_x \varepsilon(x-z) \int_{t=0}^{x-z} P\{\xi_1 > t\}dt -$$

$$- \int_{y=-\infty}^{z} \tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|y) \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} d_y P\{\zeta_1 < z+t-y\} dP\{\xi_1 < t\} -$$

$$- \int_{y=z}^{\infty} \tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|y) \int_{t=y-z}^{\infty} e^{-\theta t} d_y P\{\zeta_1 < z+t-y\} dP\{\xi_1 < t\}. \qquad (1)$$

1.3. yarımfəslində (1) inteqral tənliyinin $(1^+,1^-)$ halında həlli verilmişdir. (1) inteqral tənliyinin $(1^+,1^-)$ halında , yəni ξ_1 ə ζ_1 birinci tərtib λ *və* μ parametrli Erlanq paylanmasına malik olduqda belə ifadə olunur

$$\left.\begin{aligned} P\{\xi_1 < t\} &= \left(1-e^{-\lambda t}\right)\varepsilon(t), \qquad \lambda > 0, t > 0,\\ P\{\zeta_1 < t\} &= \left(1-e^{-\mu t}\right)\varepsilon(t), \qquad \mu > 0, t > 0,\end{aligned}\right\}$$

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0, t < 0, \\ 1, t > 0. \end{cases}$$

Onda (1) aşağıdakı şəklə düşür

$$\tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\gamma x} d_x \varepsilon(x-z) \int_{t=0}^{x-z} e^{-(\lambda+\theta)t} dt +$$

$$+ \frac{\lambda\mu}{\lambda+\mu+\theta} e^{-\mu z} \int_{y=-\infty}^{z} e^{\mu y} \tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|y) dy +$$

$$+ \frac{\lambda\mu}{\lambda+\mu+\theta} e^{-\mu z} \int_{y=-\infty}^{z} e^{\mu y} \tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|y) dy +$$

$$+\frac{\lambda\mu}{\lambda+\mu+\theta}e^{(\lambda+\theta)z}\int_{y=z}^{\infty}e^{-(\lambda+\theta)y}\tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|y)dy. \qquad (2)$$

Bu isə öz növbəsində aşağıdakı differensial tənliyə gətirilir

$$\tilde{\tilde{R}}_z''(\theta,\gamma|z)-(\lambda-\mu+\theta)\tilde{\tilde{R}}_z'(\theta,\gamma|z)-\theta\mu\tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|z)=$$
$$=-(\mu+i\gamma)\ e^{i\gamma z}. \qquad (3)$$

Bu tənliyin həlli belədir

$\tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|z)=c_1(\theta)e^{k_1(\theta)z}+c_2(\theta)e^{k_2(\theta)z}+\tilde{\tilde{R}}_{\text{сов}}(\theta,\gamma|z),$

harada ki, $k_1(\theta)$ və $k_2(\theta)$ (3) differensial tənliyinə uyğun aşağıdakı xarakteristik tənliyin həllidir

$$k^2(\theta)-(\lambda-\mu+\theta)k(\theta)-\theta\mu=0,$$

$$\tilde{\tilde{R}}_{\text{сов}}(\theta,\gamma|z)=-\frac{\mu+i\gamma}{[i\gamma-k_1(\theta)][i\gamma-k_2(\theta)]}e^{i\gamma z}.$$

Onda alarıq

$$\tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|z)=c_1(\theta)e^{k_1(\theta)z}+c_2(\theta)e^{k_2(\theta)z}-$$
$$-\frac{\mu+i\gamma}{[i\gamma-k_1(\theta)][i\gamma-k_2(\theta)]}e^{i\gamma z}. \qquad (4)$$

Bu işarələməni qəbul edək

$$A=\frac{\mu+i\gamma}{[i\gamma-k_1(\theta)][i\gamma-k_2(\theta)]}, \qquad i=\sqrt{-1}.$$

(2) və (3) – dən $c_1(\theta)$ və $c_2(\theta)$ kəmiyyətlərini tapmaq üçün sərhəd şərtləri tapılır

İkinci tənliyin əmsalları və sağ tərəfi sıfıra bərabərdir. Onda

$$c_1(\theta)=\frac{(\lambda+\mu+\theta)[\mu+k_1(\theta)]}{(\lambda+\mu+\theta)k_1(\theta)+\mu(\mu+\theta)}\cdot\frac{1}{\lambda+\theta-i\gamma}+$$
$$+\frac{(\lambda+\mu+\theta)[\mu+k_1(\theta)]}{(\lambda+\mu+\theta)k_1(\theta)+\mu(\mu+\theta)}\cdot\frac{(\lambda+\mu+\theta)i\gamma+\mu(\mu+\theta)}{(\lambda+\mu+\theta)(\mu+i\gamma)}\cdot A.$$

Buradan tapılır ki,

$$\tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|z)=\left[\frac{(\lambda+\mu+\theta)[\mu+k_1(\theta)]}{(\lambda+\mu+\theta)k_1(\theta)+\mu(\mu+\theta)}\cdot\frac{1}{\lambda+\theta-i\gamma}+\right.$$
$$\left.+\frac{(\lambda+\mu+\theta)[\mu+k_1(\theta)]}{(\lambda+\mu+\theta)k_1(\theta)+\mu(\mu+\theta)}\cdot\frac{(\lambda+\mu+\theta)i\gamma+\mu(\mu+\theta)}{(\lambda+\mu+\theta)(\mu+i\gamma)}\cdot A\right]e^{k_1(\theta)z}-$$

$-Ae^{i\gamma z}$.

X(t) prosesinin zamana görə Laplas-Furye çevrilməsinin birinci və ikinci momentləri tapılmışdır. Aydındır ki,

$$\tilde{\tilde{R}}_{\gamma}{}'(\theta,\gamma|z) = -\int_{-\infty}^{\infty} x\, e^{-\gamma x} d_x \tilde{R}(\theta,x|z)$$

və

$$\tilde{\tilde{R}}_{\gamma}{}''(\theta,\gamma|z) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\gamma x} d_x \tilde{R}(\theta,x|z).$$

Buradan $\gamma = 0$ olduqda tapılır ki,

$$\tilde{\tilde{R}}_{\gamma}{}'(\theta,0|z) = -\int_{-\infty}^{\infty} x\, d_x \tilde{R}(\theta,x|z),$$

$$\tilde{\tilde{R}}_{\gamma}{}''(\theta,0|z) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\, d_x \tilde{R}(\theta,x|z).$$

Riyazi gözləmənin və dispersiyanın zamana görə Laplas çevirmələri tapılmışdır

$$\tilde{\tilde{R}}_{\gamma}{}'(\theta,0|z) = -\int_{-\infty}^{\infty} x\, d_x \tilde{R}(\theta,x|z),$$

$$\tilde{\tilde{R}}_{\gamma}{}''(\theta,0|z) - \left[\tilde{\tilde{R}}_{\gamma}{}'(\theta,0|z)\right]^2 =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x^2\, d_x \tilde{R}(\theta,x|z) - \left[\int_{-\infty}^{\infty} x\, d_x \tilde{R}(\theta,x|z)\right]^2.$$

1.4. yarımfəslində (1) inteqral tənliyi $(1^+,2^-)$ halında həll edilmişdir.

Əgər

$$P\{\xi_1 < t\} = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & t > 0, \lambda > 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases}$$

$$P\{\zeta_1 < t\} = \begin{cases} 1-(1+\mu t)e^{-\mu t}, & t>0, \mu>0, \\ 0, & t<0, \end{cases}$$

olsa, onda (1) aşağıdakı şəklə düşər

$$\tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\gamma x}\varepsilon(x-z)\,d_x \int_{t=0}^{x-z} \mathrm{P}\{\xi_1 > t\}dt +$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\gamma x} \int_{t=0}^{x-z} \mathrm{P}\{\xi_1 > t\}dt\,d_x\varepsilon(x-z) +$$

$$+\lambda\mu^2 \int_{y=-\infty}^{z} \tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|y) \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\theta+\lambda)t}(z+t-y)e^{-\mu(z+t-y)}dtdy +$$

$$+\lambda\mu^2 \int_{y=z}^{\infty} \tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|y) \int_{t=y-z}^{\infty} e^{-(\theta+\lambda)t}(z+t-y)e^{-\mu(z+t-y)}dtdy. \qquad (5)$$

Sonuncu inteqral tənlikdən sağ tərəfi

$$\tilde{\tilde{R}}'''(\theta,\gamma|z) + (2\mu-\lambda-\theta)\tilde{\tilde{R}}''(\theta,\gamma|z) +$$
$$+\mu(\mu-2\lambda-2\theta)\tilde{\tilde{R}}'(\theta,\gamma|z) - \mu^2\theta\tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|z) =$$
$$= \frac{(\mu+i\gamma)^2(i\gamma-\lambda-\theta)}{\lambda-i\gamma}e^{i\gamma z},$$

kimi olan üçüncü tərtib adi differensial tənlik alınır ki, onun da xarakteristik tənliyi belədir

$$k_1^3(\theta) - (\lambda+\theta-2\mu)k_1^2(\theta) - \mu(2\lambda-\mu+2\theta)k_1(\theta) - \mu^2\theta = 0.$$

Bu tənliyin ümumi belədir

$$\tilde{\tilde{R}}(\theta,\gamma|z) = c_1(\theta)e^{k_1(\theta)z} + c_2(\theta)e^{k_2(\theta)z} + c_3(\theta)e^{k_3(\theta)z} + \tilde{\tilde{R}}_{\text{çoб}}(\theta,\gamma|z),$$

Harada ki, $k_1(\theta), k_2(\theta), k_3(\theta)$ differensial tənliyə uyğun xarakteristik tənliyin həlləri, $\tilde{\tilde{R}}_{\text{çoб}}(\theta,\gamma|z)$- isə $\tilde{\tilde{R}}_{\text{çoб}}(\theta,\gamma|z) = A\cdot e^{i\gamma z}$ şəklində axtarılan məxsusi həlldir. Burada

$$A = \frac{(\mu+i\gamma)^2(i\gamma-\lambda-\theta)}{(\lambda-i\gamma)(-i\gamma^3-(\lambda+\theta-2\mu)i\gamma^2-\mu(2\lambda-\mu+2\theta)i\gamma-\mu^2\theta)}$$

və $c_i(\theta), i = 1,2,3, \dots$ əmsalları (1)-dan tapılan sərhəd şərtlərindən təyin edilir.

2-ci fəslin 2.1. yarımfəslində $X(t)$ prosesinin $a(a>0)$ səviyyəsini ilk aşma momentinin paylanması Laplas-Stiltes çervirməsinin inteqral ayrılışı haqqında teorem isbat edilmişdir.

$a(a > 0)$ səviyyəsini ilk aşma momentini və onun paylanmasının Laplas-Stiltes çevirməsini təsvir edən təsadüfi kəmiyyət müəyyən edimişdir.

Tutaq ki,

$$\tau_a = \inf\{t: X(t) \geq a\}$$

və

$$L(\theta|z) = E\left[e^{-\theta\tau_a}|X(0) = z\right], \theta > 0.$$

$a(a > 0)$ səviyyəsini ilk aşma momentinin paylanmasının Laplas-Stiltes çevirməsinin inteqral ayrılışı haqqında teorem isbat edilmişdir.

Teorem 2. Tutaq ki, ξ_k və ζ_k, $k \geq 1$, asılı deyillər, həm ξ_k, $k \geq 1$ həm də ζ_k, $k \geq 1$, öz aralarında asılı deyillər. Onda $L(\theta|z)$ aşağıdakı inteqral tənliyi ödəyir

$$L(\theta|z) = e^{-\theta(a-z)}P\{\xi_1 > a - z\} +$$

$$+\int_{t=0}^{a-z} e^{-\theta t}\int_{y=-\infty}^{z+t} L(\theta|y)d_y P\{\zeta_1 < z + t - y\}d_t P\{\xi_1 < t\}. \qquad (6)$$

2.2 yarımfəslində (6) tənliyi $L(\theta|z)$ -yə nəzərən $(1^+, 1^-)$ halında həll edilmişdir. Qeyd edək ki, (6) tənliyini yüksək təptib Erlanq paylanmaları sinfində həll edmək mümkündür.

$(1^+, 1^-)$ halında (6) aşağıdakı şəklə düşür

$$L(\theta|z) = e^{-(\lambda+\theta)a}e^{(\lambda+\theta)z} +$$

$$+\lambda\mu e^{-\mu z}\int_{t=0}^{a-z} e^{-(\lambda+\mu+\theta)t}\int_{y=-\infty}^{z+t} e^{\mu y}L(\theta|y)\, dydt. \qquad (7)$$

Buradan isə bu differensial tənlik alınır

$$L_z''(\theta|z) - (\lambda - \mu + \theta)L_z'(\theta|z) - \mu\theta L(\theta|z) = 0. \qquad (8)$$

Bu tənliyin ümumi həlli belədir

$$L(\theta|z) = c_1(\theta)e^{k_1(\theta)z} + c_2(\theta)e^{k_2(\theta)z}, \qquad (9)$$

harada ki, $k_1(\theta)$ və $k_2(\theta)$ (8)-yə uyğun

$$k^2(\theta) - (\lambda - \mu + \theta)k(\theta) - \mu\theta = 0 \qquad (10)$$

xarakteristik tənliyin həllidir.

$c_1(\theta)$ və $c_2(\theta)$ tapılır.

(8) tənliyi $c_1(\theta) = e^{-k_1(\theta)a}$, $c_2(\theta) = 0$ həllərinə malikdir. Deməli

$$L(\theta|z) = e^{-(a-z)k_1(\theta)}. \qquad (11)$$

(10) –dan tapılır ki,

$$k_1(\theta) = \frac{(\lambda - \mu + \theta) + \sqrt{(\lambda - \mu + \theta)^2 + 4\mu\theta}}{2},$$

$$k_2(\theta) = \frac{(\lambda - \mu + \theta) - \sqrt{(\lambda - \mu + \theta)^2 + 4\mu\theta}}{2}.$$

$$k_1(0) = \frac{(\lambda - \mu) + |\lambda - \mu|}{2} = \begin{cases} 0, & \lambda < \mu, \\ \lambda - \mu, & \lambda > \mu, \end{cases}$$

$$k_2(0) = \frac{(\lambda - \mu) - |\lambda - \mu|}{2} = \begin{cases} 0, & \lambda > \mu, \\ \lambda - \mu, & \lambda < \mu. \end{cases}$$

$X(t)$ prosesinin a səviyyəsini aşması üçün $E\xi_1 > E\zeta_1$ və ya $\lambda < \mu$ olmalıdır. $L(0|z) = 1$ olması üçün $k_1(0) = 0$ götürmək lazımdır.

Əgər $\lambda = \mu$ olsa, onda $X(t)$ prosesi hansısa bir vəziyyətin ətrafında sonsuz rəqs edərək $a(a > 0)$ səviyyəsini heç vaxt aşmayacaqdır.

2.3. yarımfəslində müsbət axınlı və mənfi sıçrsyışlı yarımmarkov dolaşması prosesinin $a(a > 0)$ səviyyəsini ilk aşma momentinin paylanmasının xarakteristikaları tapılır.

(11) düsturundan istifadə edərək τ_a təsadüfi kəmiyyətinin şərti riyazi gözləməsini və dispersiyasını tapmaq olar.

(11) düsturundan alınır ki,

$$L'(0|z) = -(a - z)k_1'(0),$$

$$L''(0|z) = -(a - z)k_1''(0) + (a - z)^2[k_1'(0)]^2.$$

Aşağıdakıları nəzərə alsaq,

$$k_1'(0) = -\frac{\mu}{\lambda - \mu},$$

$$k_1''(0) = \frac{2\lambda\mu}{(\lambda - \mu)^3}$$

alarıq ki,

$$L'(0|z) = \frac{\mu}{\lambda-\mu}(a-z),$$

$$L''(0|z) = -\frac{2\lambda\mu}{(\lambda-\mu)^3}(a-z) + \frac{\mu^2}{(\lambda-\mu)^2}(a-z)^2.$$

τ_a təsadüfi kəmiyyəti üçün Laplas-Stiltes çevirməsinin xassəsindən istifadə etsək, $\lambda < \mu$ olduqda alarıq

$$E(\tau_a|X(0)=z) = -\frac{\mu}{\lambda-\mu}(a-z),$$

$$D(\tau_a|X(0)=z) = -\frac{2\lambda\mu}{(\lambda-\mu)^3}(a-z).$$

3-cü fəslin 3.1. yarımfəsildə $X(t)$ prosesinin $a(a>0)$ səviyyəsini ilk dəfə aşmasını təmin edən siçrayişlarin sayinin törəmə funksiyasinin inteqral ayrılışı haqqında teorem isbat edilmişdir.

Yarımmarkov dolaşması prosesinin $a(a>0)$ səviyyəsini ilk dəfə aşmasını təmin edən sıçrayışların sayını təsvir edən təsadüfi kəmiyyət və onun paylanmasının şərti törəmə funksiyası müəyyən olunmuşdur

$$\nu_a = min\left\{k: z + t.tg\alpha - \sum_{i=1}^{k}\zeta_i \geq 0\right\}, \qquad k = 1,2,\ldots,$$

$$\psi(u|z) = E[u^{\nu_a}|X(0)=z], \qquad 0 < u \leq 1.$$

Tutaq ki, $\xi_k^0 = \xi_k.tg\alpha, \qquad k = 0,1,2,\ldots$

$\psi(u|z)$ üçün inteqral tənlik yazılmışdır.

Teorem 3. Tutaq ki, ξ_k və ζ_k, $k \geq 1$, asılı deyillər, həm ξ_k, $k \geq 1$, həm də ζ_k, $k \geq 1$ öz aralarında asılı deyillər. Onda $\psi(u|z)$ aşağıdakı inteqral tənliyi ödəyir

$$\psi(u|z) = uP\{\xi_1^0 > a-z\} -$$
$$-u\int_{y=-\infty}^{z}\psi(u|y)\int_{x=0}^{a-z} d_yP\{\zeta_1^0 < x-y+z\}dP\{\xi_1^0 < x\} -$$
$$-u\int_{y=z}^{u}\psi(u|y)\int_{x=y-z}^{u-z} d_yP\{\zeta_1^0 < x-y+z\}dP\{\xi_1^0 < x\}. \qquad (12)$$

3.2. yarımfəsildə (12) inteqral tənliyi $(1^+, 1^-)$ halında həll edilmişdir.

Tutaq ki,

$$\left.\begin{array}{l} P\{\xi_1^0 < t\} = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1 - e^{-\lambda t}, & t > 0, \lambda > 0, \end{cases} \\ P\{\zeta_1^0 < t\} = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1 - e^{-\mu t}, & t > 0, \mu > 0 \end{cases} \end{array}\right\} \tag{13}$$

yəni $(1^+, 1^-)$ halına baxaq.

Onda (12) belə yazılar

$$\psi(u|z) = ue^{-\lambda(a-z)} + \lambda\mu u e^{-\mu z} \int_{y=-\infty}^{z} e^{\mu y}\psi(u|y)dy \int_{x=0}^{a-z} e^{-(\lambda+\mu)x}dx +$$

$$+\lambda\mu u e^{-\mu z} \int_{y=z}^{a} e^{\mu y}\psi(u|y) \int_{x=y-z}^{a-z} e^{-(\lambda+\mu)x}dxdy. \tag{14}$$

z-ə nəzərən iki dəfə differensiallasaq

$$[\mu\psi'(u|z) + \psi''(u|z)]e^{-\lambda z} - \lambda[\mu\psi(u|z) + \psi'(u|z)]e^{-\lambda z} =$$
$$= -\lambda\mu u e^{-\lambda z}\psi(u|z).$$

Buradan bu differensial tənliyi alarıq

$$\psi''(u|z) - (\lambda - \mu)\psi'(u|z) - \lambda\mu(1-u)\psi(u|z) = 0. \tag{15}$$

Sonuncunun ümumi həlli

$$\psi(u|z) = c_1(u)e^{k_1(u)z} + c_2(u)e^{k_2(u)z}$$

xarakteristik tənliyi isə

$$k^2(u) - (\lambda - \mu)k(u) - \lambda\mu(1-u) = 0 \tag{16}$$

şəklindədir.

Buradan alınır ki,

$c_1(u) = e^{k_1(u)a}$.

Beləliklə $(1^+, 1^-)$ halında (3.1.1) tənliyinin həllini alarıq

$\psi(u|z) = ue^{(z-a)k_1(u)}$.

3.3. yarımfəslində (12) inteqral tənliyi $(1^+, 2^-)$ halında həll edilmişdir.

(12) tənliyi $(1^+, 2^-)$ halında belə yazılır

$\psi(u|z) = uP\{\xi_1^0 > a - z\} -$

$$-u\int_{y=-\infty}^{z}\psi(u|y)\int_{x=0}^{a-z}d_yP\{\zeta_1^0<x-y+z\}dP\{\xi_1^0<x\}-$$

$$-u\int_{y=z}^{a}\psi(u|y)\int_{x=y-z}^{a-z}d_yP\{\zeta_1^0<x-y+z\}dP\{\xi_1^0<x\}.$$

Bu halda

$$P\{\xi_1<t\}=\begin{cases}1-e^{-\lambda t}, & t>0,\lambda>0,\\ 0, & t<0,\end{cases}$$

$$P\{\zeta_1<t\}=\begin{cases}1-(1+\mu t)e^{-\mu t}, & t>0,\mu>0,\\ 0, & t<0.\end{cases}$$

Sonuncu inteqral tənlikdən üçüncü tərtib bircins olmayan adi törəməli aşağıdakı differnensial tənlik alınır

$$\psi'''(u|z)-(\lambda-2\mu)\,\psi''(u|z)-\mu(2\lambda-\mu)\psi'^{(u|z)}-\lambda\mu^2(1-u)\,\psi(u|z)=0.$$

Onun xarakteristik tənliyi belə olur

$$\mathrm{k}^3(u)-(\lambda-2\mu)\,\mathrm{k}^2(u)-\mu(2\lambda-\mu)\mathrm{k}(u)-\lambda\mu^2(1-u)=0. \tag{17}$$

Birinci, ikinci və üçüncü sərhəd şərti belə şəklə gətirilir

$$\textstyle\sum_{i=1}^{3}e^{k_i(u)a}C_i(u)=u. \tag{18}$$

Differensial tənliyin ümumi həlli belə tapılır

$$\psi(u|z)=ue^{-k_1(u)(a-z)}. \tag{19}$$

Buradan alınır ki,

$$E(\nu_1^a|z)=1-\frac{\lambda\mu}{[2\lambda-\mu]^2}(a-z).$$

və

$$D(\nu_1^a|z) = -\frac{2\lambda\mu(2\lambda^2+\mu^2)}{(2\lambda-\mu)^3}(a-z).$$

ν_1^a təsadüfi kəmiyyətinin şərti riyazi gözləməsi və dispersiyası tapılır.

4-cü fəsildə (Ω, F, P) ehtimal fəzasında asılı olmayan, bərabər paylanmış və müsbət təsadüfi kəmiyyətlərin $\{\xi_k, \zeta_k\}$, $k = 1,2, \ldots$, ardıcıllığından istifadə etməklə aşağıdakı proses qurulur

$$X(t) = z + t.tg\alpha - \sum_{i=1}^{k} \zeta_i \text{ ,если } \sum_{i=1}^{k} \xi_i \le t < \sum_{i=1}^{k+1} \xi_i \text{ },k = 1,2, \ldots$$

Harada ki, $X(0)$=z , z > 0 .

Bu proses müsbət α axınlı və mənfi sıçrayışlı yarımmarkov dolaşması prosesi adlanır.

Belə işarələmə qəbul edək

$$\tau_a = inf\{k: X(t) \ge a\}, \qquad k = 1,2, \ldots ,$$

və

$$\gamma_a = X(\tau_a) - a .$$

Bu əslində a səviyyəsinə ilk çatma və bu səviyyəni ilk aşma momentini ifadə edir.

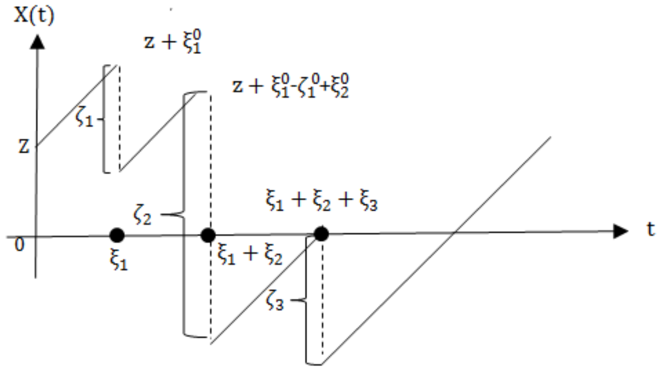
Məqsəd τ_aи γ_a kəmiyyətlərinin birgə paylanmasının Laplas-Stiltes çevirməsini

$$E\left[e^{-\theta\tau_a - \varkappa\gamma_a}|X(0) = z\right], \qquad \theta > 0, \varkappa > 0$$

tapmaqdır.

4.1. yarımfəsildə $X(t)$ prosesinin $a(a > 0)$ səviyyəsinə ilk çatma və bu səviyyəni ilk aşma momentinin birgə paylanmasının Laplas-Stiltes çevirməsinin inteqral ayrılışı haqqında teorem isbat edilir.

$X(t)$ prosesinin realizasiyalarından biri aşağıdakı kimidir:



Şəkil 1.

(τ_a, γ_a) üçün stoxastik tənlik qurulmuşdur.

Belə işarələmə qəbul edək:

$$\xi_i^0 = \xi_i . tg\alpha, \qquad i = 1,2, \dots$$

ν_a ilə $X(t)$ prosesinin $a \quad (a > 0)$ səviyyəsini ilk dəfə aşmasını təmin edən sıçrayışlarının sayı işarə edilir.

$X(t)$ prosesi $a \quad (a > 0)$ səviyyəsini birinci və s. sürüşmələrdə aşa bilər. Onda

$$(\tau_a, \gamma_a) = \begin{cases} \tau_a = (a-z)ctg\alpha, \quad \gamma_a = z + \xi_i^0 - a, \quad z + \xi_i^0 > a, \\ \tau_a = \xi_1 + T, \gamma_a = z + \sum_{i=1}^{\nu_a} \xi_i^0 - \sum_{i=1}^{\nu_a - 1} \zeta_i - a, \quad z + \xi_i^0 < a. \end{cases}$$

Burada $T \stackrel{d}{=} \tau_a$ yəni τ_a və T bərabər paylanmışlar.

$L(\theta, \varkappa | z) = E\left[e^{-\theta\tau_a - \varkappa\gamma_a} | X(0) = z\right], \quad \theta > 0, \varkappa > 0$ işarə edək.

Teorem 4. Tutaq ki, $\{\xi_k, \zeta_k\}_{k=\overline{1,\infty}}$ asılı olmayan, müsbət, bərabər paylanmış təsadüfi kəmiyyətlər ardıcıllığıdır. Onda

$$L(\theta, \varkappa | z) = e^{(\varkappa - \theta ctg\alpha)(a-z)} \int_{t=(a-z)ctg\alpha}^{\infty} e^{-\varkappa t . tg\alpha} dP(\xi_1 < t) +$$

$$+e^{\varkappa(a-z)}\psi_z(\varkappa)\int_{h=0}^{z}\int_{u=z-h}^{a-h}e^{-(\theta+\varkappa ctg\alpha)(u+h-z)ctg\alpha}L(\theta|u)\times$$

$$\times dP(\xi_1<(u+h-z)ctg\alpha)\,dP\{\zeta_1<h\}. \qquad (20)$$

Tam ehtimal düsturundan və (20) düsturundan istifadə etsək alarıq

$$L(\theta,\varkappa|z)=E\left[e^{-\theta\tau_a-\varkappa\gamma_a}|X(0)=z\right]=$$

$$=\int_{z+\xi_1^0>a}e^{-\theta(a-z)ctg\alpha-\varkappa(z+\xi_1^0-a)}P(d\omega)+$$

$$+\int_{z+\xi_1^0<a}^{a}e^{-\theta(\xi_1+T)-\varkappa\left(z+\sum_{i=1}^{\gamma_a}\xi_i^0-\sum_{i=1}^{\gamma_a-1}\zeta_i-a\right)}P\left(d\omega|X(0)=z+\xi_1^0-\zeta_1\right).$$

4.2. yarımfəslində (20) inteqral tənliyi ($1^+.1^-$) halında həll edilir.

Tutaq ki,

$$P\{\xi_1<t\}=\left[1-e^{-\lambda t}\right]\varepsilon(t),$$

və

$$P\{\zeta_1<t\}=\left[1-e^{-\mu t}\right]\varepsilon(t). \qquad (21)$$

Burada

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0, & t<0,\\ 1, & t>0\,.\end{cases}$$

(21) halında $L(\theta|u)$ və $\psi_z(\varkappa)$ kəmiyyətlərinin tapılması tələb olunur.

Bu hal üçün [6]-da tapılıb ki,

$$L(\theta|u)=e^{-(a-u)k_1(\theta)}, \qquad (22)$$

Onda

$$L(\theta,\varkappa|z)=\frac{\lambda}{\lambda+\theta tg\alpha}e^{-(\lambda+\theta)ctg\alpha}+e^{\varkappa(\alpha-z)}\psi_z(\varkappa)\frac{\lambda\mu}{(\lambda+\theta)ctg\alpha+\varkappa-K_1(\theta)}\times$$

$$\times e^{(\lambda ctg\alpha+\theta+\varkappa tg\alpha)z}e^{-\alpha K_1(\theta)}\left\{\frac{e^{-[(\lambda+\theta)ctg\alpha+\varkappa-K_1(\theta)]z}}{\mu+K_1(\theta)}\left[1-e^{-(\mu+K_1(\theta))z}\right]-\right.$$

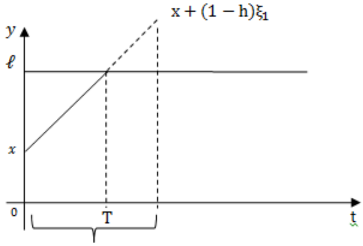
$$\left.-\frac{e^{-[(\lambda+\theta)ctg\alpha+\varkappa-K_1(\theta)](\alpha-z)}}{(\lambda+\theta)ctg\alpha+\mu+\varkappa}+\frac{e^{-[(\lambda+\theta)ctg\alpha+\varkappa-K_1(\theta)]\alpha}}{(\lambda+\theta)ctg\alpha+\mu+\varkappa}e^{-(\mu+K_1(\theta))z}\right\},$$

5-ci fəslin 5.1. yarımfəslində modelin təsviri verilir. Praktikada polat lent sarğısı verilən təsadüfi ξ_1 zamanında açılır. Birinci dolaq 1-h sürəti ilə açılır və ikinci dilaqla u sürəti ilə ℓ həcmli bunkerə daxil olur. Lent qurtardıqda onun ucuna digər lent qaynaq edilir. Qaynaq müddəti təsadüfi δ_1 zamanı ilə ölçülür. Əgər bunker boşalırsa və ya dolursa, onda iş təsadüfi müddətə dayanır. Bunkerin həcmi ℓ sabitdir.

Məsələ u kəmiyyəti dəyişdikcə optimal dayanma momentinin tapılmasından ibarətdir.

5.2. yarımfəslində məsələnin riyazi qoyuluşu verilir. T ilə bunkerdə prosesin dayanma momentini işarə edək. T momenti aşağıdakı 3 halla xarakterizə olunur.

1)

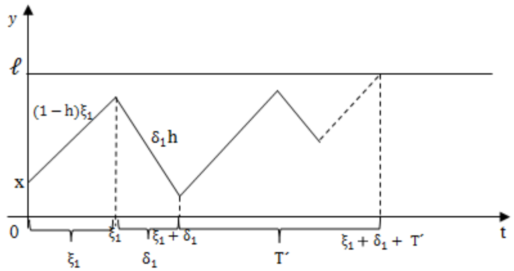


Şəkil 2.

gər $x+(1-h)\xi_1\geq\ell$ və ya $\xi_1\geq\frac{\ell-x}{1-h}$, $T=\frac{\ell-x}{1-h}$.

olarsa, onda dayanma momenti yetişir. Bu halda

2)



Şəkil 3

Bu halda $T = \xi_1 + \delta_1$ harada ki, T' prosesin $x + (1-h)\xi_1 - h\delta_1$ nöqtəsindən çıxarkən dayanma momentidir.

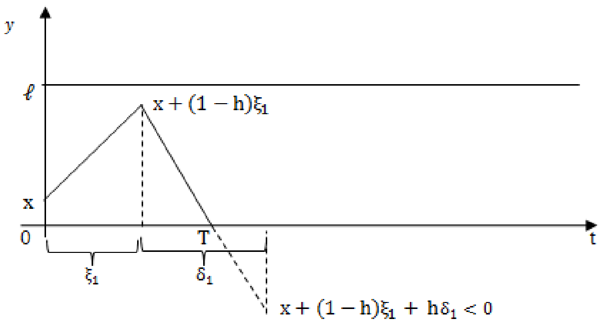
T və T' təsadüfi kəmiyyətləri bərabər paylanmışlar.

Aydındır ki,

$$z = x + (1-h)\xi_1 - h\delta_1, \text{əgər } \xi_1 < \frac{\ell - x}{1-h}, \delta_1 < \frac{x + (1-h)\xi_1}{h},$$

$$T = \xi_1 + \delta_1 + T'$$

3)



Şəkil 4.

Əgər $\xi_1 < \frac{\ell - x}{1-h}$ və $\delta_1 \geq \frac{x+(1-h)\xi_1}{h}$, olarsa, onda

$$T = \xi_1 + \frac{x + (1-h)\xi_1}{h} = \frac{x + \xi_1}{h}.$$

Bu iki halı birləşdirərək T dayanma momenti üçün ifadə yazılır

$$T = \begin{cases} \frac{\ell - x}{1-h} & , \text{если} \quad \xi_1 \geq \frac{\ell - x}{1-h}, \\ \frac{x+\xi_1}{h} & , \text{если} \quad \xi_1 < \frac{\ell - x}{1-h} \;\; \text{и} \;\; \delta_1 \geq \frac{x+(1-h)\xi_1}{h}, \\ \xi_1 + \delta_1 + T' & , \text{если} \quad \xi_1 < \frac{\ell - x}{1-h} \;\; \text{и} \;\; \delta_1 < \frac{x+(1-h)\xi_1}{h}, \end{cases} \qquad (23)$$

Fərz edilir ki, ξ_1 və δ_1 təsadüfi kəmiyyətləri ehtimalların paylanması sıxlığına malikdirlər.

Məqsəd T təsadüfi kəmiyyəti üçün ehtimalların paylanmasının Laplas-Stiltes çevirməsini tapmaqdan ibarətdir.

5.3. yarımfəslində optimal dayanma momentinin Laplas-Stiltes çevirməsi üçün inteqral tənliyin çıxarılmışdır.

Aşağıdakı işarələməni qəbul edək

$$L(\theta|x) = E_x e^{-\theta T}, \theta > 0. \qquad (24)$$

$L(\theta|x)$ üçün inteqral tənlik çıxarılmışdır.

Teorem 5. Tutaq ki, $\{\xi_k, \zeta_k\}_{k=\overline{1,\infty}}$ asılı olmayan, müsbət, bərabər paylanmış təsadüfi kəmiyyətlər ardıcıllığıdır. Onda

$$L(\theta|x) = e^{-\theta\frac{\ell - x}{1-h}} P\left\{ \xi_1 \geq \frac{\ell - x}{1-h}\right\} +$$

$$+ \int_{y=0}^{\frac{\ell - x}{1-h}} e^{-\theta\frac{x+y}{h}} P\left\{ \delta_1 \geq \frac{x + (1-h)y}{h}\right\} P\{\xi_1 \in dy\} +$$

$$+ \int_{y=0}^{\frac{\ell - x}{1-h}} \int_{z=0}^{\frac{x+(1-h)y}{h}} e^{-\theta(y+z)} L(\theta|x + (1-h)y - hz) P\{\delta_1 \in dz\} P\{\xi_1 \in dy\}. \qquad (25)$$

İkinci toplananda dəyişənləri belə əvəz edək

$$\alpha = x + (1-h)y - hz,$$

$$\beta = x + (1-h)y.$$

Onda (24) tənliyi bu şəklə düşər

$$L(\theta \,|x) = A(\theta \,|x) + \frac{1}{h(1-h)} e^{\theta \frac{x}{1-h}} \int_{\beta=x}^{\ell} e^{-\theta \frac{\beta}{h(1-h)}} P_{\xi_1}\left(\frac{\beta - x}{1-h}\right) \times$$

$$\times \int_{\alpha=0}^{\beta} e^{\theta \frac{\alpha}{h}} P_{\delta_1}\left(\frac{\beta-\alpha}{h}\right) L(\theta|\alpha) d\alpha d\beta. \qquad (26)$$

5.4. yarımfəslində (26) inteqral tənliyinin $(1^+, 1^-)$ halında həlli verilir.

$(1^+, 1^-)$ halında (26) bu formaya düşür

$$L(\theta \,|x) = A(\theta \,|x) + \frac{ab}{u(1-u)} e^{\frac{\theta+a}{1-h}x} \int_{\beta=x}^{\ell} e^{-\frac{\theta+b+(a-b)h}{h(1-h)}\beta} \times$$

$$\times \int_{\alpha=0}^{\beta} e^{\frac{\theta+b}{h}\alpha} L(\theta|\alpha) d\alpha d\beta. \qquad (27)$$

Buradan tapırıq ki,

$$C_1(\theta) = \frac{[-D(\theta,0) + D_1(\theta) + A_1(\theta)][(1-h)k_2(\theta) - (\theta+a)] - [1-N_2(\theta)][(\theta+a)D(\theta,0) - D'(\theta,0)]}{[1-N_1(\theta)][(1-h)k_2(\theta) - (\theta+a)] - [1-N_2(\theta)][(1-h)k_1(\theta) - (\theta+a)]}$$

$$C_2(\theta) = \frac{-[-D(\theta,0) + D_1(\theta) + A_1(\theta)][(1-h)k_1(\theta) - (\theta+a)] + [1-N_1(\theta)][(\theta+a)D(\theta,0) - D'(\theta,0)]}{[1-N_1(\theta)][(1-h)k_2(\theta) - (\theta+a)] - [1-N_2(\theta)][(1-h)k_1(\theta) - (\theta+a)]}$$

Tapılan $C_i(\theta)$, $i = 1,2$ $H(\theta|x)$ üçün ifadə alarıq. Buradan tapılır ki,

$$L(\theta|x) = c_1(\theta) e^{k_1(\theta)x} + c_2(\theta) e^{k_2(\theta)x} + A(\theta, x) + D(\theta, x) \qquad (28)$$

5.5. yarımfsəlində $E_x T$ və $D_x T$ kəmiyyətlərinin tapılır.

$L(\theta|x)$ üçün ifadədən alınır ki,

$$E_x T = -L'_\theta(0|x) \qquad (29)$$

və

$E_x T^2 = L''_\theta(0|x)$.

Onda

$$D_x T = L''(0|x) - L'(0|x). \qquad (30)$$

Əsas elmi və praktiki nəticələr müəllifin aşağıdakı işlərində çap edilmişdir:

1. Тундж Я. С., Условная производящая функция распределения числа скачков процесса полумарковского блуждания положительным сносом и отрицательными скачками, Известия Педагогического Университета, Баку, № 3, 2014, с.30-35.
2. Тундж Я.С., Бахшиев Ш., Ибаев Э., Исследование распределения процесса полумарковского блуждания с положительным сносом и отрицательными скачками, Известия Национальной Академии Наук Азербайджана, Информатика и Проблемы Управления, Баку, т.XXXIV, № 3, 2014, с.133-139.
3. Тундж Я.С., Насирова Т.И., Оптимальная остановка в работе бункера, Naxçıvan Dövlət Universiteti, Elmi Əsərlər, №7(63),

2014, с.36-41.
4. Тундж Я.С., Насирова Т.И., Омарова К.К. Преобразование Лапласа – Стильтьеса совместного распределения момента первого пересечения уровня $a(a > 0)$ и перескока через этот уробень процесом полумарковского блуждания с полохжительным сносом и отрицательными скачами, Вестник, Москва, № 3, 2014, с.61-70.
5. Тундж Я.С., Унвер И., Ибаев Э., Преобразование Лапласа - Стильтьеса распределения момента первого пересечения уровня $a(a > 0)$ процессом полумарковского блуждания с положительным сносом и отрицательными скачками, Автоматика и Вычислителная Техника, Рига, № 3, 2014, с.32-39.
6. Tunc Y.S., Integral equation of Laplace-Stiltjes transform for distribution of the Semi-Markov random walk with positive tendency and negative jump, International Conference "On actual problems of mathematics and informatics" dedicated to the 90-th anniversary of Haydar Aliyev, Baku, 2013, c.113-116.
7. Tunc Y.S., Nasirova T.I., Idrisova U.C., The Integral equation for the Fourier-Stieltjes transform of the Semi-Markov random walk with positive tendency and negative jumps, International Conference "Probability, Reliability and Stochastic Optimization", 2015, Kiev, Ukraine, c.78-79.

Yavuz Selim Tunç Zekeriye oğlu

Siçrayişli semimarkov dolaşma prosesinin sərhəd funksionallarinin paylanmasinin tədqiqi

X Ü L A S Ə

Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır.

- müsbət axınlı və mənfi sıçrayışlı semimarkov dolaşma prosesinin stoxastik modeli qurulur. Sonra həmin prosesin paylanmasının zamana görə Laplas, fazaya görə Furye- Stiltyes çevirməsi üçün integral tənlik qurulmuşdur.
- müsbət axınlı və mənfi sıçrayışlı semimarkov dolaşma prosesinin və sərhəd funksionallarından biri olan prosesin birinci dəfə

$a(a > 0)$ səviyyəsinə çatma anının paylanmasının Laplas - Stiltyes çevirməsi tapılmışdır.

- müsbət axınlı və mənfi sıçrayışlı semimarkov dolaşma prosesinin, verilmiş hər hansı $a(a > 0)$ səviyyəsinə birinci dəfə çatması üçün etdiyi sıçrayışlar sayının, paylanmasının doğuran funksiyası üçün ümumi halda integral tənlik qurulmuşdur. Bu tənliyin Erlang paylanmalar sinfində aşkar şəkildə həlli tapılmışdır.
- təsadüfi proseslərin və sərhəd funksionallardan biri olan, prosesin verilmiş səviyyəyə birinci dəfə çatma anı və həmin səviyyəni aşma uzunluğunun birgə paylanmasının Laplas - Stiltyes çevirməsi aşkar şəkildə tapılmışdır.
- müsbət axınlı və mənfi sıçrayışlı semimarkov dolaşma prosesinin, verilmiş zolaqda qalma müddətinin paylanmasının Laplas - Stiltyes çevirməsi tapılmışdır.

Yavuz Selim Tunc Zekeriye oglu

Investigation of the dispersion of the boundary functionals for the semimarkov walking processes with jumping

SUMMARY

The following main results are obtained in the thesis:

- a model has been set for positive flow and negative bounced semimarkov movement process. After this, integral equation has been made for sharing process of time due to Laplace and for space due to Furyre-Stiltess conversion.
- positive flow and negative bouncing is found of semimarkov navigation process and one of border function of the process that

first time achieved $a(a > 0)$ degree of sharing of Laplace- Stiltyes coversion.

- integral equation has been formed for sharing function and the number of bouncing of positive flow and negative bouncing process semimarkov conversion for the first time to reach to the level of $a(a > 0)$.
- one of the accidental processes has been found and border functions of the moment that first time reached to a given level and cross that the very level's length, union sharing of Laplace-Stiltess conversion.
- the positive flow and negative bounced semimarkov process of constant time of sharing Laplace-Stiltess conversion due to given stripe has been found.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
БАКИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НИИ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

На правах рукописи

ЯВУЗ САЛИМ ЗЕКЕРИЙЕ оглы ТУНДЖ

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГРАНИЧНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ СКАЧКООБРАЗНОГО ПРОЦЕССА ПОЛУМАРКОВСКОГО БЛУЖДАНИЯ

1208.01 – Теория вероятностей

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации представленной на соискание ученой
степени доктора философии по математике

БАКУ – 2015