**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
БАКИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**

На правах рукописи

РУХИЯ БЮЛЬБЮЛЬ кызы ЗАМАНОВА

СВОЙСТВА МНОЖЕСТВА РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ В НЕКОТОРЫХ СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ И НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ КАК ОБЫЧНЫХ, ТАК И ОБОБЩЕННЫХ УПРАВЛЕНИЙ

1214.01 – Динамические системы
и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по математике

БАКУ-2014

Работа выполнена на кафедре «Математические методы теории управления» **Бакинского Государственного Университета.**

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, проф. **М.А.ЯГУБОВ**

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, проф. **А.К.КЕРИМОВ**

кандидат физико-математических наук, доц. **А.Дж.МАМЕДОВ**

Ведущая организация:
Азербайджанский Государственный Педагогический Университет, кафедра «**Математический анализ»**

Защита диссертации состоится **__20/05_____**2014 г. в **14^{00}** часов на заседании диссертационного совета **FD.02.017** при Бакинском Государственном Университете.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Бакинского Государственного Университета.

Адрес: ул. З.Халилов, 23, Az 1148, г. Баку.

Автореферат разослан 18 апреля 2014 года.

Ученый секретарь
Диссертационного Совета
FD.02.017 БГУ **к.ф.-м.н. М.М.Муталлимов**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время математическая теория оптимального управления является одним из наиболее развитых направлений математики, как с теоретической точки зрения, так и с точки зрения приложений в различных прикладных задачах. Основными методами решения этих задач являются принцип максимума Понтрягина и принцип оптимальности Беллмана. Исследования показали, что принцип максимума Понтрягина является наиболее мощным методом для решения этих задач. Этот принцип, вначале доказанный для процессов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, в дальнейшем применили к решению задач оптимального управления для процессов, описываемых уравнениями в частных производных. Первой работой в этом направлении является результат А.И. Егорова, получивший необходимые условия оптимальности в виде принципа максимума Понтрягина в процессах, описываемых задачей Гурса-Дарбу. Его результат показал, что перенесение этого принципа на системы, описываемые уравнениями с частными производными не является формальным обобщением результатов для процессов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, а каждая такая задача имеет особенности, присущие только ему и следовательно, требует индивидуального подхода, применения различных методов в зависимости от типа уравнения, описывающего процесс.

Задачи оптимального управления в таких системах ставились в работах К.Р.Айда-заде, Ф.А.Алиева, К.Т.Ахмедова, С.С.Ахиева, А.М.Багирова, А.Г.Бутковского, О.В.Васильева, Ф.П.Васильева, К.К.Гасанова, А.И.Егорова, Ю.В.Еговора, А.Д.Искендерова, А.З.Ишмухаметова, Г.Ф.Кулиева, Ж.-Л.Лионса, В.Г.Литвинова, К.А.Лурье, К.Б.Мансимова, М.Дж.Марданова, А.С.Матвеева, А.А.Нифтиева, Т.К.Меликова, В.И.Плотникова, М.А.Садыгова, С.Я.Серовайского, Т.К.Сиразетдинова, В.И.Сумина, Р.К.Тагиева, З.И.Халилова, Я.А.Шарифова, Ш.Ш.Юсубова, М.А.Ягубова, В.А.Якубовича, N.Arada, J.P.Raymond, S.Cezari и др.

Следует отметить, что во всех этих работах изучались различные задачи оптимального управления с частными производными, в основном второго порядка одного из классических типов (гиперболический, эллиптический, параболический).

Известно, что имеются многочисленные прикладные задачи, которые описываются уравнениями, не принадлежащие ни к одному из классических типов. Для таких уравнений даже методы исследования существования и гладкости решений, существенно отличаются от методов исследования управлений указанных типов. По этой причине решение задач управления для таких уравнений также требует других методов исследования.

В данной работе исследуются различные задачи оптимального управления в процессах, описываемых уравнением третьего порядка, встречающихся например, в газовой динамике, в механике вязких теплопроводных жидкостей.

В силу вышеприведенных, тему диссертационной работы считаем актуальной.

Цель работы. Вывод необходимых условий оптимальности как обычных, так и обобщенных управлений, доказательство существования оптимального управления, вывод формулы для градиента функционала с целью приближенного решения задачи, исследование свойств обобщенных управлений и скользящих режимов.

Общая методика исследования. В работе применяются методы математической теории оптимального управления, методы теории уравнений в частных производных и функционального анализа.

Научная новизна диссертации. В диссертационной работе получены следующие результаты:
- выведены необходимые условия оптимальности обычных управлений в виде принципа Понтрягина и в интегральной форме;
- найдены достаточные условия дифференцируемости функционала по Гато и получена формула для градиента;
- доказана теорема существования оптимального управления;
- дано применение проблемы моментов в случае линейного управления с квадратичным критерием качества;
- установлены некоторые свойства обобщенных управлений, зависящих от двух параметров и скользящих режимов;
- выведены необходимые условия оптимальности обобщенных управлений, зависящих от двух параметров.

Теоретическая и практическая ценность. Часть результатов, полученных в работе носят теоретический характер (теорема существования оптимального управления, свойства скользящих режимов), а другая часть может найти применение при решении задач оптимального управления процессами газовой динамики, нестационарного поведения баротропного газа и др.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на научной конференции, посвященной памяти А.А.Новрузова «Современные проблемы математики» (Баку, 2001), на конференции, посвященной 85-летию К.А.Керимова «Динамические задачи механики сплошной среды» (Баку, 2002), на научной конференции, посвященной 70-летию проф. Г.К.Намазова (Баку, 2002), на Международной конференции, посвященной 80-летию проф. Я.Мамедова «Актуальные проблемы Математики и Механики» (Баку, 2010), on the Turkish world mathematical society (Baku, 2011), на научной конференции, посвященной 50-летнему юбилею кафедры «Вычислительная математика» БГУ (Баку, 2012), на семинарах кафедры «Математические методы теории управления» Бакинского Государственного Университета (2001-2012), кафедры «Дифференциальные и интегральные уравнения» Бакинского Государственного Университета (2005-2012), кафедра «Математика» Азербайджанского Технического Университета (2005-2012).

Публикация. Основные результаты диссертации опубликованы в 12 работах, список которых приводится в конце автореферата.

Объем и структура работы. Работа изложена на 103 страницах, состоит из списка основных обозначений, использованных в диссертации, введения, двух глав, заключения и списка используемых литератур, содержащих 103 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Работа состоит из списка обозначений, введения, двух глав, заключения и списка литературы. Первая глава состоит из шести пунктов, а вторая из пяти пунктов.

В пункте 1.1 первой главы приводится общая постановка задачи оптимального управления, рассматриваемой в диссертации.

Пусть процесс описывается начально-граничной задачей

$$\beta z_{tt} + z_t - \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} F_1(z_x) - \frac{\partial}{\partial x} F(z_x) = f_1(x,t,u), \quad (x,t) \in Q = (0,1) \times (0,T), \tag{1}$$

$$z(0,t) = z(1,t) = 0, \quad 0 < t < T, \tag{2}$$

$$z(x,0) = z_0(x), \quad z_t(x,0) = z_1(x), \quad 0 < x < 1, \tag{3}$$

где T - заданное число, β, ε - положительные числа, $u = (u_1,...,u_r)$ - вектор- функция управления, причем в качестве допустимых управлений берем измеримые на $Q = (0,1) \times (0,T)$ вектор-функции $u(x,t) = (u_1(x,t),...,u_r(x,t))$ со значениями из компактного множества $U \subset R^r$. Класс таких вектор-функций обозначим σ_U.

На функции $F(s)$, $F_1(s)$, $f_1(x,t,u)$, $z_0(x)$, $z_1(x)$ налагаются условия, обеспечивающие существование единственного обобщенного решения $z = z(x,t)$ задачи (1)-(3) , удовлетворяющее условиям

$$z \in L_\infty\left(0,T;\ \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,1) \cap W_2^2(0,1)\right),\ z_t \in L_\infty\left(0,T; \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,1)\right),$$

$$z_{tt} \in L_2(Q), \quad z_{xxt} \in L_2(Q) \tag{4}$$

где под обобщенным решением понимается функция $z(x,t)$, удовлетворяющая тождеству

$$-\beta\int_Q z_t(x,t)\, v_t(x,t)\, dx\, dt + \int_Q z_t(x,t)\, v(x,t)\, dx\, dt +$$

$$+\varepsilon\int_Q \frac{\partial}{\partial t} F_1\big(z_x(x,t)\, v_x(x,t)\big) dx\, dt + \int_Q F\big(z_x(x,t)\, v_x(x,t)\big) dx\, dt =$$

$$= \int_Q f_1(x,t,u)\ v(x,t) dx\, dt$$

для произвольной гладкой функции $v(x,t)$, удовлетворяющей условиям

$$v(x,0) = v(x,T) = 0,\ 0 < x < 1 \text{ и } v(0,t) = v(1,t) = 0,\ 0 < t < T$$

Отметим, что такое решение удовлетворяет уравнению (1) почти всюду в Q, а начальным и граничным условиям (2), (3) в обычном смысле.

Пусть $u = u(x,t)$ допустимое управление, а $z = z(x,t)$ решение задачи (1)-(3), соответствующее этому управлению. Пару $(z(x,t), u(x,t))$ назовем допустимой парой и на таких парах рассмотрим функционал

$$I(u) = \int_Q \Phi(x,t,z,z_x,z_t,u) dxdt\ . \tag{5}$$

В пунктах 1.2-1.5 исследуются различные задачи управления для функционала (5), при ограничениях (1)-(3) и необходимых дополнительных условиях на данные.

В пункте 1.2 рассматривается задача минимума функционала (5) при предположениях:

1. $F_1(s) \in C^2(R),\ F_1'(s) = \dfrac{dF_1(s)}{ds} \ge \delta > 0$;
2. $F(s) \in C^1(R),\ -F'(s) \le c(1 + F'(s)),\ c > 0$;
3. $f_1(x,t,u) \in C(Q \times U)$ и удовлетворяет условию Липщица по u с

некоторой постоянной L;

4. функции $z_0(x)$, $z_1(x)$ удовлетворяют условию

$$z_0 \in \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,1) \cap W_2^2(0,1), \quad z_1 \in \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,1).$$

Эти условия назовем «*Условие А*».

Относительно функции $\Phi(x,t,z,p,q,u)$ предполагается, что она непрерывна по совокупности своих аргументов на $Q \times R \times R \times R \times U$, имеет непрерывные производные по (z,p,q) при всех $(x,t) \in Q$, $u \in U$ и

$$\left|\Phi(x,t,z,p,q,u)\right| \le a_0 + a_1\left(|z|^2 + |p|^2 + |q|^2\right), \tag{6}$$

где a_0, a_1 - заданные положительные постоянные.

В этом пункте выведены необходимые условие оптимальности. Доказана

Теорема 1. *Пусть выполняется «Условие А» и условие* (6).

Пусть $u^0(x,t)$ *оптимальное управление, а* $z^0(x,t)$ *соответствующее решение задачи* (1)-(3). *Тогда существует такое ненулевое решение* $\psi^0(x,t)$ *задачи*

$$\beta\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \frac{\partial\psi}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial t}\cdot\frac{\partial F_1(z_x^0)}{\partial z_x}\right] - \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial F(z_x^0)}{\partial z_x}\right] - \frac{\partial H}{\partial z} +$$

$$+\frac{d}{dx}\left(\frac{\partial H}{\partial z_x}\right) + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial z_t}\right) = 0,$$

$$-\frac{\partial\psi(0,t)}{\partial t}\cdot\left.\frac{\partial F_1(z_x^0)}{\partial z_x}\right|_{x=0} + \psi(0,t)\left.\frac{\partial F(z_x^0)}{\partial z_x}\right|_{x=0} = 0,$$

$$\psi(x,T) = 0, \qquad x \in [0,1], \qquad \psi(0,0) = 0,$$

что почти при всех $(x,t) \in Q$

$$H(x,t,z^0(x,t), z_x^0(x,t), z_t^0(x,t), \psi^0(x,t), u^0(x,t)) =$$
$$= \max_{u \in U} H(x,t,z^0(x,t), z_x^0(x,t), z_t^0(x,t), \psi^0(x,t), u),$$

где

$$H(x,t,z,z_x,z_t,\psi,u) = -\Phi(x,t,z,z_x,z_t,u) + \psi f_1(x,t,z,z_x,z_t,u). \tag{7}$$

Пункт 1.3 первой главы посвящен выводу формулы для градиента функционала (5) при условиях (1)-(3). Точнее говоря, сначала обосновывается дифференцируемость по Гато этого функционала, из которого получается формула для градиента.

Имеет место

Теорема 2. *Пусть выполняется «Условие А» и функция* $\Phi(x,t,z,p,q,u)$ *непрерывна по совокупности переменных на* $Q\times R\times R\times R\times U$, *имеет непрерывные частные производные по* (z,p,q) *и удовлетворяет условию* (6). *Тогда функционал* (5), *определенный на допустимых парах* $(z(x,t),u(x,t))$ *дифференцируем по Гато и его градиент определяется формулой*

$$\operatorname{grad} I(u) = -\Delta_u H(x,t,z,z_x,z_t,\psi,u),$$

где $H(x,t,\psi,z,z_x,z_t,\psi,u)$ *определяется равенством* (7).

В четвертом пункте этой главы доказывается теорема существования оптимального управления, когда в уравнении (1)

$$f_1(x,t,u) \equiv \sum_{j=1}^{r} f_j(x,t)u_j,$$

а функционал (5) имеет вид

$$I(u) = \int_Q \left[\Phi_0(x,t,z,z_x,z_t) + \sum_{j=1}^{r} \Phi_{1j}(x,t,z,z_x,z_t)u^j \right] dxdt, \qquad (8)$$

Доказана следующая

Теорема 3. *Пусть*

1) *функции* $F(s)$, $F_1(s)$ *удовлетворяют условию Липщица с некоторыми постоянными* L_1, L_2 *и*

а) $F_1(s)\in C^2(R)$, $F_1'(s) = \dfrac{dF_1(s)}{ds} \geq \delta > 0$,

$\delta + c_0|s|^{2p} \leq F_1'(s) \leq c_1(1+|s|^{2p})$, $p\geq 1$;

б) $F(s)\in C^1(R)$, $-F'(s)\leq c(1+F'(s))$, $c>0$;

в) функции $f_j(x,t)$, $j=1,2,...,r$ *непрерывны на* Q;

г) $z_0 \in \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,1)\cap W_2^2(0,1)$, $z_1\in \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,1)$;

д) функции $\Phi_0(x,t,z,z_x,z_t)$, $\Phi_{0z_x}(x,t,z,z_x,z_t)$,

$\Phi_{0z_t}(x,t,z,z_x,z_t)$, $\Phi_{1j}(x,t,z,z_x,z_t)$ $(j=1,2,..,r)$ *непрерывны на* $Q\times R\times R\times R$,

$$\Phi_0(x,t,z,z_x,z_t) + \sum_{j=1}^{r} \Phi_{1j}(x,t,z,z_x,z_t)u^j \geq 0,$$

$$\Phi_0(x,t,z,p_1,p_2) - \Phi_0(x,t,z,q_1,q_2) \geq$$

$$\geq (p_1 - q_1)\Phi_{0z_x}(x,t,z,q_1,q_2)(p_2 - q_2)\Phi_{0z_t}(x,t,z,q_1,q_2);$$

e) U *- компакт.*

Тогда в задаче минимума функционала (8), *определенного на решениях задачи* (1)-(3) *оптимальное управление существует*.

В пятом пункте первой главы рассматривается следующая задача:

Пусть процесс описывается системой

$$\beta z_{tt} + z_t - \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} z_x - \frac{\partial}{\partial x} z_x = u(x,t), \tag{9}$$

$$z(0,t) = z(1,t) = 0, \quad 0 < t < t_1, \tag{2}$$

$$z(x,0) = z_0(x), \quad z_t(x,0) = z_1(x), \quad 0 < x < 1. \tag{3}$$

Для заданной функции $\varphi(x) \in L_2(0,1)$ требуется найти такое допустимое управление $u = u(x,t)$, чтобы соответствующее ему решение задачи (9), (2), (3) удовлетворяло условию

$$z(x, t_1) = \varphi(x)$$

и функционал

$$J = \| u \|^2 = \iint_Q u^2(x,t)\, dx\, dt \tag{10}$$

принимал наименьшее возможное значение.

При помощи метода Фурье (метода разделения переменных) получено представление решения задачи (9), (2), (3) в виде

$$z(x,t) = w(x,t) + \int_0^t \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{\ell_2(k)(t-s)} - e^{\ell_1(k)(t-s)}}{\beta(\ell_2(k) - \ell_1(k))} u_k(s)\, ds \sin k\pi x, \tag{11}$$

где

$$w(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k e^{\ell_1(k)t} + b_k e^{\ell_2(k)t} \right) \sin k\pi x,$$

$\ell_1(k)$, $\ell_2(k)$ корни квадратного уравнения

$$\beta\ell^2 + (1 + \varepsilon k^2 \pi^2)\ell + k^2\pi^2 = 0,$$

а a_k, b_k выбираются из выполнения начальных условий (3).

На основе полученного представления (11) доказана

Теорема 4. *Пусть в управляемом системой* (9), (2), (3) *процессе допустимым управлением является произвольная функция* $u = u(x,t)$, *из* $L_2(Q)$, *а функция* $\varphi(x) - w(x,t_1)$ *такова, что ряд*

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{f_k^2 e^{-2\ell_1(k)t_1} \left(\ell_2(k) - \ell_1(k)\right)^2}{(t_1 - t_0^{(k)})\left(e^{(\ell_2(k) - \ell_1(k))t_1} - 1\right)^2}.$$

сходится. Тогда существует единственная функция $u(x,t)$*, представимая в виде*

$$u(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{f_k}{\alpha_k}A_k(t_1-t)\sin k\pi x$$

и доставляющая минимум функционалу

$$J=\|u\|^2=\iint_Q u^2(x,t)\,dxdt\,,$$

причем минимальное значение равно

$$J=\sum_{k=1}^{\infty}f_k^2\frac{1}{\int\limits_0^{t_1}A_k^2(t_1-t)\,dt}\,,$$

где выражения $A_k(t)$, f_k, α_k *имеют вид:*

$$A_k(t_1-s)=\frac{e^{\ell_2(k)(t_1-s)}-e^{\ell_1(k)(t_1-s)}}{\beta(\ell_2(k)-\ell_1(k))}\,,$$

$$f_k=2\int_0^1\left[\varphi(s)-w(s,t_1)\right]\sin k\pi s\,ds\,,\quad k=1,2,\ldots,$$

$$\alpha_k=\int_0^{t_1}A_k^2(t_1-t)\,dt\,.$$

В последнем, шестом пункте первой главы рассматривается задача: найти минимум функционала

$$J(u)=\int_0^1\int_0^T\Phi(x,t,z,z_x,z_t,u)\,dxdt$$

при условиях

$$\frac{\partial z}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial z}{\partial x}\right)-\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}\left(A\frac{\partial z}{\partial x}\right)+r\frac{\partial z}{\partial x}+qz=f_1(x,t,u)\,, \tag{12}$$

$$z(x,0)=z_0(x),\quad z(0,t)=0,\quad z(1,t)=0\,. \tag{13}$$

Предполагается, что функции k, A, r, q, z_0 удовлетворяют условиям из статьи Шханукова М.Х. (Дифференциальные уравнения, 1982, т 18, №4) и так как в качестве допустимых управлений берем измеримые, ограниченные на $Q=(0,1)\times(0,T)$ функции $u=u(x,t)$ со значениями из $U\subset R$, то предполагается, что $f_1(x,t,u)$ непрерывна на $Q\times R$ и удовлетворяет условию Липщица по u с некоторой постоянной *K*. Тогда, для любого допустимого управления $u=u(x,t)$ функция

$$f(x,t)=f_1(x,t,u(x,t))\in L_2(Q).$$

При выполнении этих условий, как показано в статье М.Х.Шханукова, краевая задача (12), (13) однозначно разрешима в $\overset{\circ}{W}{}_2^{1,1}(Q)$, причем под обобщенным решением этой задачи понимается функция $z(x,t)$ из $W_2^{1,1}(Q)$, удовлетворяющее начальным условиям (13) и тождеству

$$\int_0^1\int_0^T z_t\eta\,dx\,dt+\int_0^1\int_0^T\left[kz_x+(Az_x)_t\right]dx\,dt+$$
$$+\int_0^1\int_0^T\left(r\,z_x+qz\right)\eta\,dx\,dt=\int_0^1\int_0^T f_1(x,t,u)\,q\,dx\,dt$$

для любой $\eta\in\overset{\circ}{W}{}_2^{1,0}(Q)$.

Относительно функции $\Phi(x,t,z,p,q,u)$ в функционале $J(u)$ предполагается, что она дважды непрерывно дифференцируема на $Q\times R\times R\times R\times U$ и удовлетворяет условию (6).

Далее выводится формула для приращения функционала. Полагая $H(x,t,z,z_x,z_t,\psi,u)=-\Phi(x,t,z,z_x,z_t,u)+\psi f_1(x,t,u)$ по общепринятой схеме получаем

$$\Delta J=-\int_0^1\int_0^T\Delta_u H(x,t,z,z_x,z_t,\psi,u)+$$
$$+\int_0^1\int_0^T\left\{\psi\left[\frac{\partial\Delta z}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial\Delta z}{\partial x}\right)-\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}\left(A\frac{\partial\Delta z}{\partial x}\right)+r\frac{\partial\Delta z}{\partial x}+q\Delta z\right]-\right.\tag{14}$$
$$\left.-\frac{\partial H(...)}{\partial z}\Delta z-\frac{\partial H(...)}{\partial z_x}\frac{\partial\Delta z}{\partial z}-\frac{\partial H(...)}{\partial z_t}\frac{\partial\Delta z}{\partial t}\right\}dxdt+\eta_1+\eta_2,$$

где $\quad H(...)\equiv H(x,t,z(x,t),z_x(x,t),z_t(x,t),\psi(x,t),u(x,t))$,

$$\eta_1=-\int_0^1\int_0^T o_1\left(|\Delta z|+|\Delta z_x|+|\Delta z_t|\right)dxdt\ ,$$

$$\eta_2=-\int_0^1\int_0^1\left[\Delta_u\frac{\partial H}{\partial z}\Delta z+\Delta_u\frac{\partial H}{\partial z_x}\frac{\partial\Delta z}{\partial x}+\Delta_u\frac{\partial H}{\partial z_t}\frac{\partial\Delta z}{\partial t}\right]dxdt\ ,$$

а $\Delta z(x,t)$ является решением задачи

$$\frac{\partial\Delta z}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial\Delta z}{\partial x}\right)-\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}\left(A\frac{\partial\Delta z}{\partial x}\right)+r\frac{\partial\Delta z}{\partial x}+q\Delta z=$$

$$= f_1(x,t,u+\Delta u) - f_1(x,t,u), \qquad (15)$$

$$\Delta z(x,0)=0, \quad \Delta z(0,t)=0, \quad \Delta z(1,t)=0\,. \qquad (16)$$

Предположим теперь, что $\psi(x,t)$ является решением следующей системы (при $u=u(x,t)$, $z=z(x,t)$)

$$-\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial t}A(x,t)+\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x}k(x,t)+\int_x^1\frac{\partial\psi(s,t)}{\partial t}ds+r\psi(x,t)+$$

$$+\int_x^1\psi(s,t)q(s,t)ds-\int_x^1\frac{\partial H(s,t)}{\partial z}ds+\int_x^1\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial H(s,t)}{\partial z_t}\right)ds-\frac{\partial H(\ldots)}{\partial z_x}=0, \qquad (17)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi(x,T)}{\partial x}A(x,T)\right)+\psi(x,T)-\frac{\partial H(x,T)}{\partial z_t}=0\,, \qquad (18)$$

$$\frac{\partial\psi(1,t)}{\partial t}A(1,t)+\psi(1,t)k(1,t)=0\,, \qquad (19)$$

$$\psi(0,t)=0, \quad \psi(1,T)=0\,. \qquad (20)$$

Тогда формула для приращения функционала примет вид

$$\Delta J(u)=-\int_0^1\int_0^T\Delta_u H(x,t,z,z_x,z_t,\psi,u)\,dxdt+\eta_1+\eta_2\,. \qquad (21)$$

Доказаны следующие теоремы

Теорема 5. (принцип максимума Понтрягина). *Пусть* $u^0(x,t)$ *оптимальное управление,* $z^0(x,t)$ *соответствующее решение задачи* (12), (13), а $\psi^0(x,t)$ *соответствующее паре* ($u^0(x,t)$, $z^0(x,t)$) *решение системы* (17)-(20). *Тогда почти при всех* $(x,t)\in Q$

$$H(x,t,z^0(x,t),\,z_x^0(x,t),\,z_t^0(x,t)\,\psi^0(x,t),\,u^0(x,t))=$$

$$=\max_{u\in U}\;H(x,t,z^0(x,t),\,z_x^0(x,t),\,z_t^0(x,t)\,\psi^0(x,t),\,u)\,.$$

Теорема 6. *Пусть* U *выпуклое множество и* $u^0(x,t)$ *оптимальное управление. Тогда для любого допустимого управления* $u(x,t)$ *справедливо неравенство*

$$\iint_Q\big(H(x,t),\,u(x,t)-u^0(x,t)\big)dxdt\ge 0 \qquad (22)$$

где $H(x,t)$ *- градиент функционала* $J(u)$.

Теорема 7. *Если* $u^0(x,t)$ *оптимальное управление, то*

$$\min_{u\in U}\iint_Q\big(H(x,t),\;u(x,t)-u^0(x,t)\big)dxdt=0 \qquad (23)$$

Теорема 8. *Пусть U выпуклое множество, $J(u)$ выпуклый функционал и выполняется условие*

$$\min_{u \in U} \iint_Q \left(H(x,t),\ u(x,t) - u^0(x,t)\right) dxdt = 0 \qquad (24)$$

тогда $u^0(x,t)$ оптимальное управление.

Вторая глава диссертации состоит из пяти пунктов.

В первом пункте для облегчения чтения диссертации приведены некоторые понятия и утверждения из разных книг и статьей. Некоторые из этих понятий и утверждений имеются в работах, посвященных задачам оптимального управления, а приведенная в этом пункте теорема А.С.Кронрода-А.Г.Витушкина о существовании полного дифференциала функции многих переменных используется при доказательстве слабой компактности множества обобщенных управлений, зависящих от двух параметров.

В пункте 2.2 этой главы доказывается слабая компактность множества обобщенных управлений. Прежде чем сформулировать доказанную в этом пункте теорему, приведем необходимые обозначения и понятия.

σ_U - множество «обычных» допустимых управлений, т.е. класс r-мерных, измеримых на $Q = \{0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le \tau\}$ вектор-функций $u(x,t) = (u_1(x,t), ..., u_r(x,t))$, значения которых принадлежат множеству $U \subset R^r$, μ_{xt} - семейство мер Радона на R^2, зависящих от двух параметров $(x,t) \in R^2$, $\delta_{u(x,t)}$ - мера Дирака, сосредоточенная в точке $u(x,t)$, $C^0(R^{2+r})$ - множество непрерывных на R^{2+r} функций $g(x,t,u)$, с компактными носителями.

Известно, что для любой функции $g(x,t,u) \in C^0(R^{2+r})$ функция

$$h(x,t) = \int_{R^r} g(x,t,u) d\delta_{u(x,t)} \equiv \left\langle g(x,t,u),\ \delta_{u(x,t)} \right\rangle = g(x,t,u(x,t))$$

измерима по Лебегу на $Q = \{0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le T\}$. Так как мера Дирака является мерой Радона, сосредоточенной в одной точке, то можно ожидать, что для любой $g(x,t,u) \in C^0(R^{2+r})$ функция

$$h(x,t) = \int_{R^r} g(x,t,u) d\mu_{xt} \equiv \left\langle g(x,t,u),\ \mu_{xt} \right\rangle$$

будет измеримой по Лебегу на $Q = \{0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le T\}$.

***Определение* 1**. Если функция

$$h(x,t) = \int_{R^r} g(x,t,u) d\mu_{xt} \equiv \left\langle g(x,t,u),\ \mu_{xt} \right\rangle$$

измерима по Лебегу на $Q=\{0\le x\le 1,\ 0\le t\le T\}$, то будем говорить, что семейство μ_{xt} слабо измеримо.

Семейство мер Радона μ_{xt}, $(x,t)\in R^2$ назовем финитным, если существует некоторый компакт $\mathcal{K}\subset R^r$, не зависящий от (x,t), что все меры μ_{xt} сосредоточены на $\mathcal{K}$.

***Определение* 2**. Семейство мер Радона μ_{xt}, $(x,t)\in R^2$ называется вероятностной, если для любой неотрицательной функции $g(x,t,u)\in C^0(R^{2+r})$

$$\int\limits_{R^r} g(x,t,u)d\mu_{xt} \equiv \langle g(x,t,u),\ \mu_{xt}\rangle \ge 0 \text{ и } \int\limits_{R^r} d\mu_{xt} = 1 .$$

***Определение* 3.** Всякое слабо измеримое и финитное семейство вероятностных мер Радона μ_{xt}, $(x,t)\in R^2$, сосредоточенных на *U*, назовем обобщенным управлением.

Ω_U - множество обобщенных управлений. Покажем, что это множество выпукло.

Пусть $\tilde{\mu}_{xt}$, $\tilde{\tilde{\mu}}_{xt}$ два обобщенных управления, тогда для любых α,β семейство мер. $\alpha\tilde{\mu}_{xt}+\beta\tilde{\tilde{\mu}}_{xt}$, $(x,t)\in Q$, слабо измеримо, финитно и при всех $(x,t)\in Q$ сосредоточена на *U*. Пусть теперь $\alpha\ge 0,\ \beta\ge 0,\ \alpha+\beta=1$. Так как $\tilde{\mu}_{xt}$, $\tilde{\tilde{\mu}}_{xt}$ вероятностные меры, то

$$\int\limits_{R^r} d(\alpha\tilde{\mu}_{xt}+\beta\tilde{\tilde{\mu}}_{xt}) = \alpha\int\limits_{R^r} d\tilde{\mu}_{xt} + \beta\int\limits_{R^r} d\tilde{\tilde{\mu}}_{xt} = \alpha+\beta = 1 .$$

Это означает, что наряду с $\tilde{\mu}_{xt}$, $\tilde{\tilde{\mu}}_{xt}$ мера $\alpha\tilde{\mu}_{xt}+\beta\tilde{\tilde{\mu}}_{xt}$ (при $\alpha+\beta=1$) является вероятностной, то есть $\alpha\tilde{\mu}_{xt}+\beta\tilde{\tilde{\mu}}_{xt}\subset\Omega_U$. А это означает, что Ω_U является выпуклым множеством.

***Определение* 4**. Будем говорить, что последовательность обобщенных управлений $\{\mu_{xt}^N\}$, $(x,t)\in R^2$ слабо сходится к обобщенному управлению μ_{xt}, $(x,t)\in R^2$ по одномерным сечениям, если для произвольной функции $g(x,t,u)\in C^0(R^{2+r})$

$$\lim_{N\to\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\langle g(x,t,u),\ \mu_{xt}^N-\mu_{xt}\rangle dx = 0$$

почти при всех $t\in R$ и

$$\lim_{N\to\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\langle g(x,t,u),\ \mu_{xt}^{N}-\mu_{xt}\right\rangle dt=0$$

почти при всех $t\in R$.

Лемма (*Двумерная аппроксимационная лемма*). *Для любого обобщенного управления* μ_{xt}, $(x,t)\in R^2$ *можно построить последовательность кусочно-постоянных «обычных» допустимых управлений* $\{u^N(x,t)\}$ *таких, что соответствующая последовательность обобщенных управлений* $\{\delta_{u^N(x,t)}\}$ *слабо сходится к* μ_{xt} *по одномерным сечениям.*

(Эта лемма в общем случае доказана в работе Багирова А.М., Баку, деп. в ВИНИТИ, №3431-80,1980 46 с).

Теорема 9. *Пусть* U *компакт. Тогда множество обобщённых управлений* Ω_U *слабо компактно в смысле сходимости по одномерным сечениям, т.е. из произвольной последовательности* $\left\{\mu_{xt}^{N}\right\}\subset\Omega_U$ *можно выбрать подпоследовательность, слабо сходящуюся по одномерным сечениям к некоторому обобщённому управлению* μ_{xt}.

Отметим, что эта теорема существенно используется при исследовании свойств скользящих режимов.

Пункт 2.3 посвящен применению двумерной аппроксимационной леммы, приведенной в пункте 2.1. Доказана следующая

Теорема 10. *Пусть а)* $Z\subset R$ *заданное измеримое ограниченное множество, а* $U\subset R^r$ *заданное компактное множество,*

$$V=\{(x,t)\in R^2:0\le x\le X,\ 0\le t\le T\};$$

б) функция $f(x,t,z,u)$ *определенная на* $V\times Z\times U$ *измерима по* $(x,t)\in V$ *при всех* $(z,u)\in Z\times U$ *и непрерывна по* (z,u) *при всех* $(x,t)\in V$*;*

в) μ_{xt} *обобщенное управление, сосредоточенное на U почти при всех* $(x,t)\in V$*. Тогда для любой измеримой и ограниченной функции* $z=z(x,t)$, $z(x,t):V\to Z$ *существует последовательность допустимых, «обычных» управлений* $u_N(x,t):V\to U$*, что*

$$\lim_{N\to\infty}\int_{0}^{x}\left\langle f(\xi,t,z(\xi,t),u),\mu_{\xi t}-\delta_{u^N(\xi,t)}\right\rangle d\xi=0$$

почти при всех $t\in[0,T]$ *и*

$$\lim_{N\to\infty}\int_{0}^{t}\left\langle f(x,\eta,z(x,\eta),u),\mu_{x\eta}-\delta_{u^N(x,\eta)}\right\rangle d\eta=0$$

почти при всех $x \in [0, X]$, *где* $\delta_{u^N(x,t)}$ *функция Дирака, соответствующая* $u^N(x,t)$

Четвертый пункт второй главы посвящен исследованию связи между множествами решений первоначальной и овыпукленной начально-граничных задач.

Пусть процесс описывается начально-граничной задачей (1)-(3) и требуется найти минимум функционала (5), определенного на допустимых парах ($z(x,t)$, $u(x,t)$), где $u=u(x,t)$ «обычное» допустимое управление, а $z=z(x,t)$ решение задачи (1)-(3), соответствующее этому управлению.

Эту задачу назовем первоначальной задачей.

Пусть μ_{xt} обобщенное управление.

Задачу определения минимума функционала

$$I(z,u) = \int_Q \left\langle \Phi(x,t,z,z_x,z_t,u), \mu_{xt} \right\rangle dxdt, \tag{25}$$

определенного на решениях задачи

$$\beta z_{tt} + z_t - \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} F_1(z_x) - \frac{\partial}{\partial x} F(z_x) = \left\langle f_1(x,t,u), \mu_{xt} \right\rangle \tag{26}$$

$$z(0,t) = z(1,t) = 0, \quad 0 < t < T \tag{2}$$

$$z(x,0) = z_0(x), \qquad z_t(x,0) = z_1(x), \quad 0 < x < 1, \tag{3}$$

назовем овыпукленной задачей, где $\left\langle \cdot, \mu_{xt} \right\rangle = \int_{R^r} (\cdot) d\mu_{xt}$.

При исследовании задач оптимального управления часто возникает такая ситуация: вдоль минимизирующей последовательности минимизируемый (критерий качества) функционал сходится к своей нижней грани, сама последовательность допустимых управлений в некоторой топологии сходится к некоторой функции, не являющейся допустимым управлением, а последовательность решений соответствующего уравнения во введенной топологии сходится, но предельная функция не соответствует никакому допустимому управлению. В таком случае говорится, что минимум достигается на скользящем режиме.

Приведенные ниже теоремы 11 и 12 устанавливают связь между множествами решений начально-граничных задач (1)-(3) и (26), (2), (3) то есть показывают, что «траектории» системы (26), (2), (3) являются траекториями скользящих режимов системы (1)-(3).

Множество решений начально-граничной задачи (1)-(3), соответствующее множеству σ_U «обычных» допустимых управлений обозначим через G_0, а множество решений начально-граничной задачи (26), (2), (3) соответствующее множеству Ω_U обобщенных управлений через G.

Каждый элемент множества $G \setminus G_0$ назовем «обобщённой траекторией», а пару $(z, \mu_{xt}) \in (G \setminus G_0) \times (\Omega_U \setminus \sigma_U)$, в которой $z(x,t)$ соответствует μ_{xt}, - скользящим режимом.

В этом пункте устанавливается связь между множествами G_0 и G. Для этого вводится пространство $W(Q)$ функций, образованное замыканием гладких функций $z = z(x,t)$, удовлетворяющих условиям (2) по норме

$$\|z\|^2_{W(Q)} = \max_{t\in[0,T]} \{|z_{xt}|^2(t) + |z_{xx}|^2(t)\} + \|z\|^2_{W_2^2(Q)} + \|z_{xxt}\|^2_{L_2(Q)}.$$

Отметим, что решения начально-граничных задач (1)-(3) и (26), (2), (3) принадлежат пространству $W(Q)$.

Доказаны следующие

Теорема 11. *Пусть выполняется «Условие A». Тогда множество G слабо замкнуто в смысле слабой сходимости «обобщенных траекторий» в $W(Q)$ и слабой сходимости по одномерным сечениям соответствующей последовательности обобщенных управлений.*

Теорема 12. *Пусть выполняется «Условие A» и каждому обобщенному управлению соответствует единственное решение задачи* (26), (2), (3). *Тогда слабое замыкание множества G_0 в пространстве $W(Q)$ совпадает с G.*

В последнем пятом пункте второй главы выводятся необходимые условия оптимальности обобщенного управления в задаче минимума функционала (25) на решениях начально-граничной задачи (26), (2), (3).

При выводе этих необходимых условий оптимальности существенным является выпуклость множества обобщенных управлений Ω_U, из которого следует, что множество вариаций (т.е. разность двух обобщенных управлений) также является выпуклым.

Введем обозначение

$$H(x,t,z,\psi,u) = -\Phi(x,t,z,z_x,z_t,u) + \psi f_1(x,t,u).$$

Учитывая выпуклость множества вариаций доказана

Теорема 13. *Пусть μ^0_{xt} обобщенное управление, $z^0(x,t)$ соответствующее решение задачи* (26), (2), (3), *а $\psi(x,t)$ решение задачи*

$$\beta\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}-\frac{\partial\psi}{\partial t}+\varepsilon\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial t}\frac{\partial F_1(z_x^0)}{\partial z_x}\right]-\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial F(z_x^0)}{\partial z_x}\right]-$$

$$-\left\langle\frac{\partial\Phi^0}{\partial z},\mu_{xt}^0\right\rangle+\frac{d}{dx}\left(\left\langle\frac{\partial\Phi^0}{\partial z_x},\mu_{xt}^0\right\rangle\right)+\frac{d}{dt}\left(\left\langle\frac{\partial\Phi^0}{\partial z_t},\mu_{xt}^0\right\rangle\right),$$

$$\left.\left(-\frac{\partial\psi}{\partial t}\frac{\partial F_1(z_x^0)}{\partial z_x}+\psi\frac{\partial F(z_x^0)}{\partial z_x}\right)\right|_{x=0}=0,$$

$$\left.\left(-\frac{\partial\psi}{\partial t}\frac{\partial F_1(z_x^0)}{\partial z_x}+\psi\frac{\partial F(z_x^0)}{\partial z_x}\right)\right|_{x=1}=0,$$

$$\psi(1,0)=0,\ \psi(x,T)=0.$$

Тогда $\sup\limits_{\mu\in\Omega_U}\int\limits_Q\left\langle H(x,t,z^0,\psi,u),\mu\right\rangle dx\,dt=\int\limits_Q\left\langle H(x,t,z^0,\psi,u),\mu_{xt}^0\right\rangle dx\,dt$,

где $\Phi^0(x,t)=\Phi(x,t,z^0,z_x^0,z_t^0,u)$.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Новыми результатами диссертации являются следующие:

– выведены необходимые условия оптимальности в виде принципа максимума Понтрягина и в интегральной форме;
– доказана дифференцируемость функционала и получена формула для градиента функционала;
– доказано существование оптимального управления;
– получено представление решения начально-краевой задачи в случае линейного уравнения, на основе которого дано применение проблемы моментов в случае квадратичного критерия качества;
– доказана слабая компактность множества обобщенных управлений, зависящих от двух параметров;
– дано одно применение известной многомерной аппроксимационной леммы;
– установлена связь между множествами первоначальной и овыпукленной начально-краевых задач.

Основные результаты опубликованы в следующих работах:

1. Гусейнова Р.Б. О связи между множествами решений первоначальной и овыпукленной систем в одной задаче оптимального управления. //Материалы научной конференции на тему "Современные проблемы математики", посвященной памяти А.А.Новрузова, Баку, 2001, с. 87-88.
2. Гусейнова Р.Б. Необходимые условия оптимальности в одной системе третьего порядка. /Тезисы научной конференции, посвященной 70-летию профессора Г.К.Намазова, Баку, 2002, с. 61-63.
3. Ягубов М.А., Гусейнова Р.Б. Необходимые условия оптимальности в процессах, описываемых псевдогиперболическим уравнением третьего порядка. /Материалы конференции на тему "Динамические задачи механики сплошных сред", посвященной 85-летнему юбилею-памяти К.А.Керимова, Баку, 23-25 мая, 2002, с. 139-141.
4. Ягубов М.А., Гусейнова Р.Б. Необходимые условия оптимальности в одной задаче, описываемого уравнением переменного типа. Известия НАНА, серия физико-математических и технических наук, Т.XXIV, №3, 2004, с.50-53.
5. Гусейнова Р.Б. О существовании оптимального управления в одной задаче управления для уравнения, описывающего некоторые задачи газовой динамики //«Научные труды. Фундаментальные науки» Азербайджанского Технического Университета, Баку, 2006, №1, т.V(17), с.106-109.
6. Ягубов М.А., Гусейнова Р.Б. О свойствах скользящих режимов в процессах, описываемых нелинейным уравнением третьего порядка. //Докл. НАН Азербайджана, Баку, 2010, №5, с. 27-33.
7. Ягубов М.А., Гусейнова Р.Б. Формула градиента функционала в одной задаче управления. //AMEA-nın müxbir üzvü Y.C.Məmmədovun anadan olmasının 80 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" mövzusunda Beynəlxalq konfransın materialları, Bakı, 2010, с. 123-125.
8. Ягубов М.А., Заманова Р.Б. О свойствах скользящих режимов в процессах, описываемых нелинейным уравнением третьего порядка. //Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, Баку, 2011, №3, с. 29-36.
9. Заманова Р.Б. О слабой компактности множества обобщенных управлений, зависящих от двух параметров. //Научные труды Азербайджанского Технического Университета. Фундаментальные науки, №3, т. XI(43), Баку, 2012, с. 84-88.
10. Ягубов М.А., Заманова Р.Б. Применение проблемы моментов к одной задаче управления с квадратичным критерием качества. /Bakı Dövlət

Universitetinin Hesablama Riyaziyyatı kafedrasının 50 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransın materialları. Bakı, 2012, s. 204-208.
11. Yagubov M.A., Huseynova R.B. On a relation between the sets of solutions of main and convex boundary value problems in a control system. IV congress of the Turkic world mathematical society, Baku, Azerbaijan, 2011, p. 389.
12. Yagubov M.A., Zamanova R.B. A formula for the gradient of a functional and a theorem on existence of optimal control in a gas dynamics problem. An International Journal Applied and computational mathematics, v.12, №1, 2013, p. 97-102 .

Личный вклад соискателя в работы, выполненные в соавторстве:

В статьях {3, 4, 6, 8, 10, 11}, постановка принадлежит М.А.Ягубову, результаты получены Р.Б. Замановой .

В работах {7, 12}, обоснование дифференцируемости функционала принадлежит М.А. Ягубову, а формула для градиента выведена Р.Б. Замановой .

Ruhiyyə Bülbül qızı Zamanova

Paylanmış parametrli bəzi sistemlərdə idarə məsələsinin həlləri çoxluğunun xassələri və həm adi, həm də ümumiləşmiş idarələrin optimallığı üçün zəruri şərtlər.

XÜLASƏ

Dissertasiya işi üç tərtibli xüsusi törəməli tənliklərlə təsvir olunan bəzi sistemlərdə müxtəlif optimal idarəetmə məsələlərinin tədqiqinə həsr olunub.

Giriş, iki fəsil və ədəbiyyat siyahısından ibarət dissertasiyada həm adi idarəedicilərin, həm də ümumiləşmiş idarəedicilərin optimallığı üçün zəruri şərtlər çıxarılıb, optimal idarəedicinin varlığı haqqında teorem isbat olunub, funksionalın qradiyenti üçün düstur çıxarılıb, moment probleminin bir məsələyə tətbiqi verilib, sürüşkən rejimlərin xassələri isbat olunub.

İşdə alınan əsas nəticələr aşağıdakılardır.

– optimallıq üçün Pontryaginin maksimum prinsipi şəklində və inteqral şəklində zəruri şərtlər çıxarılıb;
– funksionalın diferensiallanan olması isbat olunub və onun qradiyenti üçün düstur çıxarılıb;
– optimal idarəedicinin varlığı isbat olunub;
– tənlik xətti olan halda başlanğıc-sərhəd məsələsinin həlli üçün göstəriliş alınmış və funksional kvadratik olan halda moment probleminin tətbiqi verilib;
– iki parametrdən asılı olan ümumiləşmiş idarələr çoxluğunun zəif kompaktlığı isbat olunub;
– məlum çoxölçülü aproksimasiya lemmasının bir tətbiqi verilib;
– ilkin başlanğıc-sərhəd məsələsinin həlləri çoxluğu ilə qabarıqlaşdırılmış məsələnin həlləri çoxluqları arasında əlaqə müəyyən edilib.

Ruhiyya Bulbul Zamanova

The properties of the set of solutions of some distributed parameter systems and necessary conditions of optimality for ordinary and generalized controls

SUMMARY

The dissertation work has been devoted to investigation of different optimal control problems in processes described by third order partial equations.

In the dissertation consisting of two chapters, necessary conditions for optimality both of ordinary and generalized controls are derived, the existence of optimal control is proved, differentiability of the functional is grounded, and a formula for the gradient is derived, application of the moments problem is given, the properties of sliding conditions are proved.

The new results of the dissertation are:

– necessary conditions of optimality in the form of Pontryagin's maximum principle and in the integral form were derived;
– differentiability of the functional was proved and a formula for the gradient of the functional was obtained;
– the existence of optimal control was proved;
– the representation of the solution of a boundary value problem in the case of linear equation, on the basis of which the application of the moments problem in the case of quadratic criterion of quality was obtained.
– weak compactness of the set of generalized controls dependent of two parameters was proved;
– one application of the known multi-dimensional approximation lemma was given;
– the relation of the sets of initial and convexed initial-boundary value problem was established.

AZƏRBAYCAN RESPUBLIKASI TƏHSIL NAZIRLIYI
BAKI DIЦLƏT UNЭVERSЭTETЭ
TƏTBЭQЭ RЭYAZЭYYAT ЭNSTЭTUTU

Əlyazması hüququnda

RUHİYYƏ BÜLBÜL QIZI ZAMANOVA

PAYLANMIŞ PARAMETRLİ BƏZİ SİSTEMLƏRDƏ İDARƏ MƏSƏLƏSİNİN HƏLLƏRİ ÇOXLUĞUNUN XASSƏLƏRİ VƏ HƏM ADİ, HƏM DƏ ÜMUMİLƏŞMİŞ İDARƏLƏRİN OPTIMALLIĞI ÜÇÜN ZƏRURİ ŞƏRTLƏR

1214.01 – Dinamik sistemlər və optimal idarəetmə

Riyzaiyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim olunmuş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

BAKI - 2014