

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

**3D BİANKİ İNTEQRO-DİFERENSİAL TƏNLİKLƏRİ
ÜÇÜN BƏZİ SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİ VƏ ONLARIN
OPTİMAL İDARƏETMƏYƏ TƏTBİQİ**

İxtisas: 1203.01 – Kompüter elmləri

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Aynurə Cabbar qızı Abdullayeva**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı - 2025

Dissertasiya işi Sumqayıt Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz və diferensial tənliklər» kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
İlqar Qürbət oğlu Məmmədov

Rəsmi opponetlər: AMEA-nın müxbir üzvü, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Vaqif Rza oğlu İbrahimov
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Ədalət Kərim oğlu Kərimov
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Rəşad Oqtay oğlu Məstəliyev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin İdarəetmə Sistemləri İnstitutu nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.19 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının
sədri:



fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor
Knyaz Şiraslan oğlu Məmmədov

Dissertasiya şurasının
elmi katibi:

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru
Nigar Oqtay qızı Şükürova

Elmi seminarın
sədri:

riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
Anar Bəybala oğlu Rəhimov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Ədəbiyyatda dəyişən əmsallı dominant qarışıq törəməli (yaxud psevdoparabolik tənliklər üçün) olan hiperbolik tənliklər üçün fundamental həllərin qurulması məsələlərinin öyrənildiyi çoxlu əsərlər vardır. D.Koltounun, M.X.Şxanukovun və A.P.Soldatovun bu istiqamətdə apardığı işlər göstərir ki, kifayət qədər hamar əmsallı belə tənliklərin bəzi sinifləri üçün fundamental həlli klassik Riman funksiyasının analoqu kimi təyin etmək olar. Bununla belə, bu əsərlərdə istifadə olunan Rimanın xarakteristikaları metodu çox məhdud metoddur və ümumiyyətlə, sadə qeyri-lokal məsələlərdə, hətta sabit əmsallı tənliklərdə belə məsələləri ümumiləşdirməyə imkan vermir. Xüsusilə qeyd etmək lazımdır ki, ədəbiyyatda indiyə qədər müxtəlif sinif tənliklər üçün Riman funksiyası yalnız kifayət qədər hamar əmsallı tənliklər

üçün qurulmuşdur. Dəyişən əmsallı $\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}$ və $\frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2}$ dominant qarışıq

törəməli bəzi xüsusi sinif tənliklər üçün Riman funksiyasının analoqlarının təqdim edildiyi bir sıra məqalələr vardır. Bu baxımdan M.X.Şxanukovun və V.A.Vodaxovanın əsərlərini qeyd edirik. R.Di.Vincenzo və A.Villani tərəfindən Riman funksiyası anlayışı

dəyişən əmsallı və $\frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2}$ dominant qarışıq törəməli tənlik üçün

ümumiləşdirilmişdir. Buna görə də, dominant qarışıq törəməli hiperbolik tənliklərə aid olan, ümumiyyətlə, qeyri-hamar dəyişən əmsalları olan, korrekt həll olunma məsələlərinin öyrənilməsi və sərhəd məsələlərinin fundamental həllərinin qurulması ilə bağlı çox aktual məsələ yaranır. Bununla əlaqədar olaraq, bu dissertasiyada nümayiş olunan iş, ümumiyyətlə, qeyri-hamar əmsallara (yəni L_p tipli fəzalar-

dan olan əmsallar) malik olan $\frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial z}$ dominant qarışıq törəməli hi-

perbolik tənliklər üçün yeni tipli sərhəd məsələlərinin öyrənilməsinə və onların fundamental həllərinin qurulması metodunun işlənilib hazır-

lanmasına həsr edilmişdir. Qeyd edək ki, $\frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial z}$ dominant qarışıq

törəmli hiperbolik tənliklər əsasən vibrasiya proseslərinin modelləşdirilməsində istifadə olunan tənlikdir və vibrasiya prosesləri təbiətdə geniş yayıldığından bu tənlik nəinki nəzəri, eyni zamanda böyük praktik əhəmiyyətə malikdir. Bu sahənin əsas tədqiqatçıları H.Batemanı, M.K.Faqeni, V.İ.Jeqalovu, A.N.Mironovu, L.B.Mironovanı, E.A.Utkinanı, O.M.Coxadzeni, B.Midodaşvilini, O.A.Koşeyevanı, S.S.Haxiyevi, Ş.Ş.Yusubovu, İ.Q.Məmmədovu və s. alimləri qeyd edə bilərik. Xüsusi qeyd edək ki, dissertasiyada tədqiq edilən Bianki tənliyi vibrasiya proseslərini təsvir etdiyindən zəlzələ zamanı binaların seysmik dayanıqlıq məsələlərində istifadə oluna bilər. Ölkəmiz seysmo-aktiv zonada yerləşdiyindən baxılan məsələlər nəinki nəzəri, eyni zamanda praktik əhəmiyyət kəsb edir ki, bu da işin nəzəri və praktiki baxımdan aktuallığını nümayiş etdirir.

Dissertasiya işi əsasən üç həqiqi xarakteristikaya malik, üçtərtibli hiperbolik tip tənliklər sinfinə daxil olan üçölçülü Bianki integro-diferensial tənlikləri üçün yeni tipli sərhəd məsələləri əsasında təqdim olunur. Bundan əlavə, mühüm prinsipial məqam ondan ibarətdir ki, nəzərdən keçirilən tənliyin əmsalları yalnız p dərəcədə cəmlənmə və məhdudluq şərtlərini ödəyən funksiyalardır, yəni nəzərdən keçirilən hiperbolik diferensial operatorun ənənəvi qoşma diferensial operatoru yoxdur. Buna görə də, belə bir tənlik üçün Riman funksiyası klassik xarakteristikalar metodu ilə tədqiq edilə bilməz. Bu dissertasiyada belə məsələlərin öyrənilməsi üçün funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analizin müasir metodlarından mahiyyətə istifadə edən bir metodika hazırlanmışdır. Bu metodikanın köməyi ilə sərhəd məsələləri üçün yeni bir qoşma məsələ konsepsiyası təqdim edilir. Bu cür qoşma məsələlər, formal qoşma diferensial operatorlar tərəfindən təyin olunan ənənəvi qoşma məsələlərdən fərqli olaraq, tərifə görə integral tənlik formasına malikdir və buna görə də əmsallar üzərinə qoyulan kifayət qədər zəif şərtlər daxilində məna kəsb edir. Belə bir qoşma məsələnin köməyi

ilə fundamental həll anlayışı təqdim edilir və müvafiq sərhəd məsələlərinin həlli üçün integral göstəriliş tapılır.

Bu dissertasiyada əmsallar üzərində p dərəcədən inteqrallanmaq və məhdudluq kimi müəyyən şərtlər altında Bianki tip inteqro-diferensial tənlikləri üçün əsasən iki cür sərhəd məsələsi tədqiq edilir. Klassikadan fərqli olaraq, Bianki tip inteqro-diferensial tənlikləri üçün oblastın ədədi və həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri üçün ümumiləşmiş Riman funksiyası anlayışı verilmiş və sərhəd məsələlərinin həllərinin integral göstərilişləri tapılmışdır. Bu işdə istər oblastın ədədi, istərsə də həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələlərinin korrekt həlloluna bilən məsələlər sinfinə daxil olan bəzi ümumiləşmələri verilmişdir. Eyni zamanda bu cür sərhəd məsələləri ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsi nümayiş etdirilərək, L.S.Pontryaginın maksimum prinsipi formasında optimallıq şərtləri tapılmışdır.

Tədqiqatın obyekt və predmeti. Dissertasiya işinin tədqiqat obyektini Bianki tip inteqro-diferensial tənlikləri üçün oblastın ədədi və həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri və belə sərhəd məsələləri ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələləridir. Elmi tədqiqat işinin predmeti isə oblastın ədədi və həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri üçün fundamental həll anlayışının verilməsi və sərhəd məsələlərinin həllərinin integral göstərilişlərinin tapılması və bu cür sərhəd məsələləri ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsində L.S.Pontryaginın maksimum prinsipi formasında optimallıq şərtlərinin tapılmasından ibarətdir.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Bu dissertasiyanın məqsəd və vəzifələri aşağıdakı kimidir:

-üç tərtibli dominant qarışıq törəməli 3D Bianki tip inteqro-diferensial tənliklər üçün qeyri-klassik qoyuluşlarda müxtəlif sinif üçölçülü və çoxölçülü lokal və qeyri-lokal başlanğıc-sərhəd məsələlərinin tədqiqi;

-qeyri-hamar əmsallı hiperbolik tənliklər sifindən olan belə tənliklər üçün əsasən iki cür sərhəd məsələsi: oblastın ədədi ortasında və həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri tədqiq edilir. Bu cür sərhəd məsələləri ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələlərinin tədqiqində qeyri-ənənəvi artım üsulları variantının işlənməsi və on-

ların L.S.Pontryaginın maksimum prinsipi formasında olan birinci tərtib yeni zəruri şərtlərin alınmasında tətbiqi.

Tədqiqat metodları. Dissertasiyada xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, integral və integro-diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, sərhəd məsələləri nəzəriyyəsinin, bənzər fəzalarında xətti operator tənliklər nəzəriyyəsinin, funksional analiz və optimal idarəetmə nəzəriyyəsinin metodlarından, Pikarın ardıcıl yaxınlaşma metodu şəklində ədədi həll alqoritmindən və müvafiq proqram təminatından istifadə edilmişdir.

Müdafiyyə çıxarılan əsas müddəalar:

- Kifayət qədər təbii şərtlər daxilində 3D Bianki integro-diferensial tənliyi üçün qeyri-klassik qoyuluşda oblastın ədədi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi əsaslandırılmışdır;
- Qeyri-klassik qoyuluşda oblastın ədədi ortasında verilmiş sərhəd məsələsinin operator şəkli verilmişdir; Bu cür qeyri-klassik qoyuluşda sərhəd məsələsi üçün ekvivalent integral tənlik qurulmuş və sərhəd məsələsinin korrektiliyi isbat edilmişdir;
- 3D Bianki integro-diferensial tənliyi üçün qeyri-klassik qoyuluşda oblastın ədədi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsini tədqiq etmək üçün qoşma operator integral şəklində qurulduqdan sonra həllin integral göstərilişini vermək üçün fundamental həll qurulmuşdur; Daha sonra, oblastın ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri və onların bəzi ümumiləşmələri verilmişdir;
- Qeyri-hamar əmsallı 3D Bianki integro-diferensial tənliyi üçün qeyri-klassik qoyuluşda oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi əsaslandırılmış və tənlik sərhəd şərtləri bir yerdə bir operator tənliyə gətirilmişdir ;
- Qeyri-klassik qoyuluşda oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi üçün ekvivalent integral tənlik qurulmuş və sərhəd məsələsinin korrektiliyi isbat edilmişdir;
- Qeyri-klassik qoyuluşda oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi üçün həllin integral göstərilişini vermək üçün əvvəlcə qoşma operatorun integral şəkli qurulmuş və daha sonra fundamental həll qurulmuşdur. Daha sonra, oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri və onların bəzi ümumiləşmələri verilmişdir;

- Model halda, qeyri-hamar əmsallı 3D Bianki integro-diferensial tənliyi ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələləri üçün L.S. Pontryaginın maksimum prinsipi formasında optimallığın zəruri şərtləri alınmışdır.
- Oblastın ədədi və həndəsi ortasında qoyulmuş qeyri-klassik sərhəd məsələləri üçün ədədi həll alqoritmləri işlənmişdir.

Tədqiqatın elmi yeniliyi: Dissertasiya işində aşağıda göstərilən əsas yeni elmi nəticələr alınmışdır:

- Qeyri-hamar əmsallı 3D Bianki integro-diferensial tənliyi üçün qeyri-klassik qoyuluşda oblastın ədədi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi əsaslandırılmışdır;
- Qeyri-hamar əmsallı 3D Bianki integro-diferensial tənliyi oblastın ortasında qoyulmuş qeyri-klassik sərhəd şərtləri ilə bir yerdə ekvivalent integral tənliyə gətirilmiş və belə sərhəd məsələsinin korrektiliyi isbat edilmişdir;
- Oblastın ədədi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsini tədqiq etmək üçün qoşma operator integral şəkildə qurulduqdan sonra həllin integral göstərilişini vermək üçün fundamental həll qurulmuşdur. Daha sonra, oblastın ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri və onların bəzi ümumiləşmələri verilmişdir;
- Qeyri-klassik qoyuluşda oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi əsaslandırılmış və tənlik sərhəd şərtləri bir yerdə bir operator tənliyə gətirilmişdir;
- Oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi üçün ekvivalent integral tənlik qurulmuş və homeomorfizm haqqında teoremlər isbat edilmişdir;
- Əvvəlcə qoşma operatorun integral şəkli qurulmuş və daha sonra fundamental həll qurulduqdan sonra qeyri-klassik qoyuluşda oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi üçün həllin integral göstərilişi verilmişdir. Oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələlərinin bəzi ümumiləşmələri verilmişdir;
- Qeyri-hamar əmsallı 3D Bianki integro-diferensial tənliyi üçün oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsi üçün maksimum prinsipi formasında optimallıq üçün zəruri və kafi şərtlər alınmışdır.

- Qeyri-klassik qoyuluşda oblastın ədədi və həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri üçün Pikarın ardıcıl yaxınlaşma metodu şəklində ədədi həll alqoritmləri işlənmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınan nəticələr nəinki nəzəri, eyni zamanda praktiki əhəmiyyətə malikdir. Belə ki, Bianki tənliyi vibrasiya proseslərini təsvir etdiyindən və məsələlər əsasən üçölçülü düzbucaqlı paralelepipeddə qoyulduğundan bu cür məsələlər zəlzələ zamanı binaların seysmik dayanıqlıq məsələlərində tətbiq oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işinin nəticələri Adam Məremoviç Naxuşevin 80 illiyinə həsr olunmuş V “Lokal olmayan sərhəd məsələləri və riyazi biologiya, informatika və fizikanın əlaqəli problemləri” adlı Beynəlxalq konfransda (Nalçık, 2018), akademik Azad Xəlil oğlu Mirzəcanzadənin 90 illiyinə həsr olunmuş “Yağ və qaz məmulatlarında innovativ texnologiyaların müasir problemləri və tətbiqi riyaziyyat” Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2018), Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” Respublika elmi konfransında (Bakı, 2019), “Operatorlar, funksiyalar və riyazi fizika sistemləri” Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2019), Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun yaranmasının 60 illiyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın Müasir Problemləri” Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2019), akademik İbrahim İbrahimovun anadan olmasının 110 illiyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın Müasir Problemləri” adlı Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2022), “Riyaziyyatın fundamental problemləri və intellektual texnologiyaların təhsildə tətbiqi” II Respublika elmi konfransında (Sumqayıt, 2022), “Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri” adlı III Beynəlxalq elmi konfransda (Sumqayıt, 2023), Ümummilli Lider Heydər Əliyevin 100 illiyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın müasir problemləri” Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2023), Ümummilli Lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 100 illiyinə həsr olunmuş “Hərb sənətinin aktual problemləri” adlı Beynəlxalq elmi-praktik konfransda (Bakı, 2023), “Kibernetika və İnformatikanın Problemləri” (PCİ) adlı 5-ci Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2023),

VII “Lokal olmayan sərhəd məsələləri və riyazi biologiya, informatika və fizikanın əlaqəli problemləri” adlı Beynəlxalq elmi konfransda (Nalçik. 2023) məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Dissertasiya işində alınmış bütün nəticə və təkliflər müəllifə aiddir. Məsələlərin qoyuluşu elmi rəhbərə aiddir.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiyada alınan əsas nəticələr müəllifin 26 elmi işində dərc edilmişdir. Əsərlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Sumqayıt Dövlət Universitetinin “Riyazi analiz və diferensial tənliklər” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi (titul səhifəsi - 385 işarə sayı, mündəricat - 2168 işarə sayı) giriş - 47090 işarə sayı, I fəsil - 88849 işarə sayı, II fəsil - 97928 işarə sayı, nəticə, istifadə olunmuş 138 adda ədəbiyyat siyahısından və əlavələr bölməsindən ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi –(161 səhifə) 236420 işarə sayıdır.

DİSSERTASIYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, iki fəsil, nəticə və ədəbiyyat siyahısından və ədədi həll alqoritmindən ibarətdir. Birinci fəsil altı, ikinci fəsil isə yeddi paragrafdan ibarətdir. İşin giriş hissəsində mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi, tədqiqatın məqsəd və vəzifələri, tədqiqat üsulları, müdafiyyə çıxarılan əsas müddəalar, tədqiqatın elmi yenilikləri, tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti və bu kimi məsələlər işıqlandırılmışdır. Nəhayət dissertasiyada alınan nəticələr qısa və yığcam şəkildə girişdə verilmişdir.

I Fəsil qeyri-hamar əmsallı 3D Bianki integro-diferensial tənlikləri üçün oblastın ortasında qoyulan sərhəd məsələləri və yeni Riman funksiyası anlayışının daxil edilməsinə həsr olunub.

1.1 bəndində 3D Bianki integro-diferensial tənliyinə baxılır:

$$\begin{aligned}
& (V_{1,1,1}u)(x, y, z) \equiv u_{xyz}(x, y, z) + \\
& + \sum_{\substack{i+j+k \leq 3 \\ i,j,k=0,1}} A_{i,j,k}(x, y, z) D_x^i D_y^j D_z^k u(x, y, z) + \\
& + \int_{\frac{x_0+x_1}{2}}^x \int_{\frac{y_0+y_1}{2}}^y \int_{\frac{z_0+z_1}{2}}^z \sum_{\substack{i+j+k \leq 3 \\ i,j,k=0,1}} K_{i,j,k}(\tau, \xi, \eta; x, y, z) D_x^i D_y^j D_z^k u(\tau, \xi, \eta) \times \\
& \times d\tau d\xi d\eta = \varphi_{1,1,1}(x, y, z), \tag{1}
\end{aligned}$$

Burada $u = u(x, y, z)$ axtarılan funksiya olub, G oblastında təyin olunmuşdur; $A_{i,j,k}(x, y, z)$ funksiyaları $G = G_1 \times G_2 \times G_3$ oblastında verilən ölçülən funksiyalardır, $K_{i,j,k}(\tau, \xi, \eta; x, y, z)$ funksiyaları isə $G \times G$ oblastında verilən ölçülən məhdud funksiyalardır, hardaki, $G_1 = (x_0, x_1)$, $G_2 = (y_0, y_1)$, $G_3 = (z_0, z_1)$; $\varphi_{1,1,1}(x, y, z)$ isə G -də verilən ölçülən funksiyaadır.

Bu şərtlər daxilində (1) tənliyinin $u(x, y, z)$ həlli $W_p^{(1,1,1)}(G) = \{u \in L_p(G) / D_x^i D_y^j D_z^k u \in L_p(G); i, j, k = 0, 1\}$, (harda ki, $1 \leq p \leq \infty$) S.L.Sobolev fəzasında axtarılır. $W_p^{(1,1,1)}(G)$ fəzasında normanı

$$\|u\|_{W_p^{(1,1,1)}(G)} = \sum_{i,j,k=0}^1 \|D_x^i D_y^j D_z^k u\|_{L_p(G)} \text{ bərabərliyi ilə təyin edilir.}$$

(1) tənliyi üçün klassik şəkildə oblastın ortasında qoyulan şərtləri aşağıdakı kimi verilir

$$\begin{cases} u /_{x=\frac{x_0+x_1}{2}} = \Phi(y, z), \\ u /_{y=\frac{y_0+y_1}{2}} = \Psi(x, z), \\ u /_{z=\frac{z_0+z_1}{2}} = g(x, y), \end{cases} \tag{2}$$

harda ki, $\Phi(y, z), \Psi(x, z)$ və $g(x, y)$ funksiyaları G -də verilən ölçülən funksiyalardır. Aydınır ki, (2) şərtlərindəki Φ, Ψ, g funksiyaları $\Phi \in W_p^{(1,1)}(G_2 \times G_3), \Psi \in W_p^{(1,1)}(G_1 \times G_3), g \in W_p^{(1,1)}(G_1 \times G_2)$ şərtlərindən başqa, aşağıdakı kimi uzlaşma şərtlərini ödəməlidir:

$$\begin{cases} \Phi(\frac{y_0 + y_1}{2}, z) = \Psi(\frac{x_0 + x_1}{2}, z), \\ \Phi(y, \frac{z_0 + z_1}{2}) = g(\frac{x_0 + x_1}{2}, y), \\ \Psi(x, \frac{z_0 + z_1}{2}) = g(x, \frac{y_0 + y_1}{2}), \end{cases} \quad (3)$$

Elə sərhəd şərtlərinin tapılması məsələsi qarşıya qoyulurki, bu sərhəd şərtləri həll haqqında artıq informasiya saxlamasın və (3) uzlaşma şərtləri kimi hər hansı tamamlayıcı şərtlər tələb olunmasın. Bu məqsədlə aşağıdakı kimi sərhəd şərtlərinə baxılır:

$$\begin{cases} V_{0,0,0}u \equiv u(\frac{x_0 + x_1}{2}, \frac{y_0 + y_1}{2}, \frac{z_0 + z_1}{2}) = \varphi_{0,0,0} \\ (V_{1,0,0}u)(x) \equiv u_x(x, \frac{y_0 + y_1}{2}, \frac{z_0 + z_1}{2}) = \varphi_{1,0,0}(x), \\ (V_{0,1,0}u)(y) \equiv u_y(\frac{x_0 + x_1}{2}, y, \frac{z_0 + z_1}{2}) = \varphi_{0,1,0}(y), \\ (V_{0,0,1}u)(z) \equiv u_z(\frac{x_0 + x_1}{2}, \frac{y_0 + y_1}{2}, z) = \varphi_{0,0,1}(z), \\ (V_{1,1,0}u)(x, y) \equiv u_{xy}(x, y, \frac{z_0 + z_1}{2}) = \varphi_{1,1,0}(x, y), \\ (V_{0,1,1}u)(y, z) \equiv u_{yz}(\frac{x_0 + x_1}{2}, y, z) = \varphi_{0,1,1}(y, z), \\ (V_{1,0,1}u)(x, z) \equiv u_{xz}(x, \frac{y_0 + y_1}{2}, z) = \varphi_{1,0,1}(x, z), \end{cases} \quad (4)$$

harda ki, $\varphi_{0,0,0} \in R$ verilən ədəddir, qalan $\varphi_{i,j,k}$ funksiyaları isə verilən funksiyalar olub, aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

$$\varphi_{1,0,0}(x) \in L_p(G_1), \varphi_{0,1,0}(y) \in L_p(G_2), \varphi_{0,0,1}(z) \in L_p(G_3),$$

$$\varphi_{1,1,0}(x, y) \in L_p(G_1 \times G_2), \varphi_{0,1,1}(y, z) \in L_p(G_2 \times G_3), \varphi_{1,0,1}(x, z) \in L_p(G_1 \times G_3).$$

Bu bənddə isbat edilir ki, klassik şəkildə oblastın ortasındakı şərtli (1), (2) məsələsi ümumi şəkildə (1), (4) şəkildə məsələyə ekvivalentdir.

1.2 bəndində (1), (4) şəkildə məsələnin operator şəkli verilir:

$$Vu = \varphi, \quad (5)$$

harada ki, V vektor operatorudur və

$V = (V_{0,0,0}, V_{1,0,0}, V_{0,1,0}, V_{0,0,1}, V_{1,1,0}, V_{0,1,1}, V_{1,0,1}, V_{1,1,1}) : W_p^{(1,1,1)}(G) \rightarrow E_p^{(1,1,1)}$ bərabərliyinin köməyi ilə təyin olunur, φ isə

$$\varphi = (\varphi_{0,0,0}, \varphi_{1,0,0}, \varphi_{0,1,0}, \varphi_{0,0,1}, \varphi_{1,1,0}, \varphi_{0,1,1}, \varphi_{1,0,1}, \varphi_{1,1,1})$$

şəklində verilmiş vektor element olub,

$$E_p^{(1,1,1)} \equiv R \times L_p(x_0, x_1) \times L_p(y_0, y_1) \times L_p(z_0, z_1) \times L_p(G_1 \times G_2) \times L_p(G_2 \times G_3) \times L_p(G_1 \times G_3) \times L_p(G)$$

fəzasındandır.

1.3 bəndində (1), (4) şəkildə məsələ $u \in W_p^{(1,1,1)}(G)$ funksiyalarının inteqral göstərilişinin köməyi ilə ekvivalent inteqral tənliyə gətirilir. Qurulmuş ekvivalent inteqral tənliyin köməyi ilə məhdud tərs operatorun varlığı üçün homeomorfizm haqqında teorem isbat edilir.

1.4 bəndində qoşma operatorun inteqral şəkildə qurulmasının sxemi verilir. $f(Vu) = (V^* f)(u)$ bərabərliyindən istifadə edərək və o cümlədən, $W_p^{(1,1,1)}(G)$ -də xətti funksionalların ümumi şəkildən alınır ki, V operatoru aşağıdakı şəkildə qoşma operatora malikdir:

$$V^* = (\omega_{0,0,0}, \omega_{1,0,0}, \omega_{0,1,0}, \omega_{0,0,1}, \omega_{1,1,0}, \omega_{0,1,1}, \omega_{1,0,1}, \omega_{1,1,1}) : E_q^{(1,1,1)} \rightarrow E_q^{(1,1,1)}$$

harda ki, $\omega_{i,j,k}$ operatorları konkret inteqral bərabərliklərin köməyi ilə təyin edilirlər.

1.5 bəndində (1), (4) sərhəd məsələsi üçün fundamental həll qurulur. Belə ki, əvvəlcə ixtiyari $(x, y, z) \in \overline{G}$ nöqtəsi götürülərək, aşağıdakı sistemə baxılır:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{0,0,0} f = 1, \\ (\omega_{1,0,0} f)(\alpha) = \theta(x - \alpha), \alpha \in (x_0, x_1), \\ (\omega_{0,1,0} f)(\beta) = \theta(y - \beta), \beta \in (y_0, y_1), \\ (\omega_{0,0,1} f)(\gamma) = \theta(z - \gamma), \gamma \in (z_0, z_1), \\ (\omega_{1,1,0} f)(\alpha, \beta) = \theta(x - \alpha)\theta(y - \beta), (\alpha, \beta) \in G_1 \times G_2, \\ (\omega_{0,1,1} f)(\beta, \gamma) = \theta(y - \beta)\theta(z - \gamma), (\beta, \gamma) \in G_2 \times G_3, \\ (\omega_{1,0,1} f)(\alpha, \gamma) = \theta(x - \alpha)\theta(z - \gamma), (\alpha, \gamma) \in G_1 \times G_3, \\ (\omega_{1,1,1} f)(\alpha, \beta, \gamma) = \theta(x - \alpha)\theta(y - \beta)\theta(z - \gamma), (\alpha, \beta, \gamma) \in G, \end{array} \right. \quad (6)$$

burada, $\theta(z)$ funksiyası R -də Hevisayd funksiyasıdır, yəni

$$\theta(z) = \begin{cases} 1, & z > 0 \\ 0, & z \leq 0 \end{cases}.$$

Tərif 1. Əgər hər hansı verilmiş $(x, y, z) \in \overline{G}$ nöqtəsi üçün (6) sistemi heç olmasa bir dənə

$$\begin{aligned} f(x, y, z) = & (f_{0,0,0}(x, y, z), f_{1,0,0}(\alpha; x, y, z), \\ & f_{0,1,0}(\beta; x, y, z), f_{0,0,1}(\gamma; x, y, z), f_{1,1,0}(\alpha, \beta; x, y, z), \\ & f_{0,1,1}(\beta, \gamma; x, y, z), f_{1,0,1}(\alpha, \gamma; x, y, z), f_{1,1,1}(\alpha, \beta, \gamma; x, y, z)) \in E_q^{(1,1,1)}, \end{aligned}$$

həllinə malikdirsə, onda bu həlli (1), (4) məsələsinin fundamental (θ -fundamental) həlli adlandıracaq.

Bu bənddə aşağıdakı teorem isbat edilir:

Teorem 1. (1), (4) məsələsi yeganə $f(x, y, z)$ fundamental həllinə malikdir. Bu halda, (1), (4) məsələsinin $u \in W_p^{(1,1,1)}(G)$ həlli θ -fundamental həllinin köməyi ilə aşağıdakı kimi göstərilə bilər:

$$\begin{aligned}
u(x, y, z) = & \varphi_{0,0,0} f_{0,0,0}(x, y, z) + \int_{\frac{x_0+x_1}{2}}^{x_1} \varphi_{1,0,0}(\alpha) f_{1,0,0}(\alpha; x, y, z) d\alpha + \\
& + \int_{\frac{y_0+y_1}{2}}^{y_1} \varphi_{0,1,0}(\beta) f_{0,1,0}(\beta; x, y, z) d\beta + \int_{\frac{z_0+z_1}{2}}^{z_1} \varphi_{0,0,1}(\gamma) f_{0,0,1}(\gamma; x, y, z) d\gamma + \\
& + \int_{\frac{x_0+x_1}{2}}^{x_1} \int_{\frac{y_0+y_1}{2}}^{y_1} \varphi_{1,1,0}(\alpha, \beta) f_{1,1,0}(\alpha, \beta; x, y, z) d\alpha d\beta + \\
& + \int_{\frac{y_0+y_1}{2}}^{y_1} \int_{\frac{z_0+z_1}{2}}^{z_1} \varphi_{0,1,1}(\beta, \gamma) f_{0,1,1}(\beta, \gamma; x, y, z) d\beta d\gamma + \\
& + \int_{\frac{x_0+x_1}{2}}^{x_1} \int_{\frac{z_0+z_1}{2}}^{z_1} \varphi_{1,0,1}(\alpha, \gamma) f_{1,0,1}(\alpha, \gamma; x, y, z) d\alpha d\gamma + \\
& + \int_{\frac{x_0+x_1}{2}}^{x_1} \int_{\frac{y_0+y_1}{2}}^{y_1} \int_{\frac{z_0+z_1}{2}}^{z_1} \varphi_{1,1,1}(\alpha, \beta, \gamma) f_{1,1,1}(\alpha, \beta, \gamma; x, y, z) d\alpha d\beta d\gamma.
\end{aligned}$$

1.6 bəndində oblastın ədədi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri və onların bəzi ümumiləşmələri verilmişdir.

II Fəsil qeyri-hamar əmsallı 3D Bianki integro-diferensial tənlikləri üçün müxtəlif sinif lokal və qeyri-lokal sərhəd məsələləri və onların optimal idarəetmə məsələlərinə tətbiqi məsələlərinə həsr olunub.

2.1 bəndində oblastın həndəsi ortasında qeyri-klassik qoyuluşda verilmiş sərhəd məsələsi tədqiq olunur və aşağıdakı kimi 3D Bianki integro-diferensial tənliyinə baxılır:

$$\begin{aligned}
(V_{1,1,1}u)(x, y, z) \equiv & u_{xyz}(x, y, z) + \sum_{\substack{i+j+k \leq 3 \\ i,j,k=0,1}} A_{i,j,k}(x, y, z) D_x^i D_y^j D_z^k u(x, y, z) + \\
& + \int_{\sqrt{x_0 x_1}}^x \int_{\sqrt{y_0 y_1}}^y \int_{\sqrt{z_0 z_1}}^z \sum_{\substack{i+j+k \leq 3 \\ i,j,k=0,1}} K_{i,j,k}(\tau, \xi, \eta; x, y, z) D_x^i D_y^j D_z^k u(\tau, \xi, \eta) \times
\end{aligned}$$

$$\times d\tau d\xi d\eta = \varphi_{1,1,1}(x, y, z), \quad (7)$$

Burada $u = u(x, y, z)$ funksiyası G -də təyin olunan axtarılan funksiyadır. $A_{i,j,k} = A_{i,j,k}(x, y, z)$ funksiyaları $G = G_1 \times G_2 \times G_3$ -də verilən ölçülən funksiyalardır, $K_{i,j,k}(\tau, \xi, \eta; x, y, z)$ funksiyaları isə $G \times G$ oblastında ölçülən məhdud funksiyalardır, harada ki, $G_1 = (x_0, x_1)$, $x_0 \geq 0$, $G_2 = (y_0, y_1)$, $y_0 \geq 0$, $G_3 = (z_0, z_1)$, $z_0 \geq 0$; $\varphi_{1,1,1}(x, y, z)$ funksiyası G -də verilən ölçülən funksiyadır.

Bu şərtlər daxilində (7) tənliyinin $u(x, y, z)$ həlli $W_p^{(1,1,1)}(G) = \{u \in L_p(G) / D_x^i D_y^j D_z^k u \in L_p(G); i, j, k = 0, 1\}$, (harda ki, $1 \leq p \leq \infty$) S.L.Sobolev fəzasında axtarılır. $W_p^{(1,1,1)}(G)$ fəzasında norma

$$\|u\|_{W_p^{(1,1,1)}(G)} = \sum_{i,j,k=0}^1 \|D_x^i D_y^j D_z^k u\|_{L_p(G)}$$

bərabərliyi ilə təyin edilir.

(7) tənliyi üçün klassik şəkildə oblastın həndəsi ortasında qoyulan sərhəd şərtlərini aşağıdakı kimi vermək olar

$$\begin{cases} u|_{x=\sqrt{x_0 x_1}} = \Phi(y, z), \\ u|_{y=\sqrt{y_0 y_1}} = \Psi(x, z), \\ u|_{z=\sqrt{z_0 z_1}} = g(x, y), \end{cases} \quad (8)$$

harada ki, $\Phi(y, z), \Psi(x, z)$ və $g(x, y)$ funksiyaları G -də verilən ölçülən funksiyalardır. Aydındır ki, (8) şərtlərindəki Φ, Ψ, g funksiyaları $\Phi \in W_p^{(1,1)}(G_2 \times G_3), \Psi \in W_p^{(1,1)}(G_1 \times G_3), g \in W_p^{(1,1)}(G_1 \times G_2)$, şərtlərindən başqa, aşağıdakı şərtləri də ödəməlidir:

$$\begin{cases} \Phi(\sqrt{y_0 y_1}, z) = \Psi(\sqrt{x_0 x_1}, z), \\ \Phi(y, \sqrt{z_0 z_1}) = g(\sqrt{x_0 x_1}, y), \\ \Psi(x, \sqrt{z_0 z_1}) = g(x, \sqrt{y_0 y_1}), \end{cases} \quad (9)$$

hansı ki, uzlaşma şərtləri adlanırlar.

Elə sərhəd şərtlərinin tapılması məsələsi qarşıya qoyulurki, bu sərhəd şərtləri həll haqqında artıq informasiya saxlamasın və (9) uzlaşma şərtləri kimi hər hansı tamamlayıcı şərtlər tələb olunmasın. Bununla əlaqədar olaraq, aşağıdakı kimi sərhəd şərtlərinə baxılır:

$$\begin{cases} V_{0,0,0}u \equiv u(\sqrt{x_0 x_1}, \sqrt{y_0 y_1}, \sqrt{z_0 z_1}) = \varphi_{0,0,0} \\ (V_{1,0,0}u)(x) \equiv u_x(x, \sqrt{y_0 y_1}, \sqrt{z_0 z_1}) = \varphi_{1,0,0}(x), \\ (V_{0,1,0}u)(y) \equiv u_y(\sqrt{x_0 x_1}, y, \sqrt{z_0 z_1}) = \varphi_{0,1,0}(y), \\ (V_{0,0,1}u)(z) \equiv u_z(\sqrt{x_0 x_1}, \sqrt{y_0 y_1}, z) = \varphi_{0,0,1}(z), \\ (V_{1,1,0}u)(x, y) \equiv u_{xy}(x, y, \sqrt{z_0 z_1}) = \varphi_{1,1,0}(x, y), \\ (V_{0,1,1}u)(y, z) \equiv u_{yz}(\sqrt{x_0 x_1}, y, z) = \varphi_{0,1,1}(y, z), \\ (V_{1,0,1}u)(x, z) \equiv u_{xz}(x, \sqrt{y_0 y_1}, z) = \varphi_{1,0,1}(x, z), \end{cases} \quad (10)$$

harada ki, $\varphi_{0,0,0} \in R$ verilən ədəddir, qalan $\varphi_{i,j,k}$ funksiyaları isə verilən funksiyalar olub, aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

$$\begin{aligned} \varphi_{1,0,0}(x) &\in L_p(G_1), \varphi_{0,1,0}(y) \in L_p(G_2), \varphi_{0,0,1}(z) \in L_p(G_3), \\ \varphi_{1,1,0}(x, y) &\in L_p(G_1 \times G_2), \varphi_{0,1,1}(y, z) \in L_p(G_2 \times G_3), \\ \varphi_{1,0,1}(x, z) &\in L_p(G_1 \times G_3). \end{aligned}$$

Bu bənddə isbat edilir ki, klassik şəkildə oblastın həndəsi ortasında verilmiş (7), (8) məsələsi ümumi şəkildə (7), (10) məsələsinə ekvivalentdir. Göründüyü kimi, (7), (10) məsələsi qoyuluşuna görə (7), (8) məsələsindən daha təbiidir. Bu onunla əlaqədardır ki, (7), (10) məsələsinin qoyuluşundakı sərhəd şərtlərinin sağ tərəfi hər hansı uzlaşma şərtləri tələb etmirlər. Buna görə də (7),

(10) məsələsinə oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş yeni tipli məsələ kimi baxmaq olar.

2.2 bəndində oblastın həndəsi ortasında verilmiş sərhəd məsələsinin operator şəkli verilir.

2.3 bəndində oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi üçün ekvivalent integral tənlik qurulur. Qurulmuş integral tənliyin köməyi ilə oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş (7)-(10) sərhəd məsələsinin korrekt həllolunanlığı haqqında teorem (homeomorfizm haqqında teorem) isbat edilir.

2.4. bəndi qoşma operatorun integral şəkildə qurulması məsələsinə həsr olunmuşdur.

2.5. bəndi oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi üçün fundamental həllin qurulmasına həsr olunub və 1.5-də olduğu kimi (6) şəklində sistemə baxılır və (7), (10) məsələsinin fundamental həllinə tərif verilir.

Bu bənddə aşağıdakı teorem isbat edilir:

Teorem 2. (7), (10) məsələsi yeganə $f(x, y, z)$ fundamental həllinə malikdir. Bu halda, (7), (10) məsələsinin $u \in W_p^{(1,1,1)}(G)$ həlli θ -fundamental həllinin köməyi ilə Teorem1-ə analoji şəkildə göstərilə bilər.

2.6 bəndində oblastın həndəsi ortasında qoyulan sərhəd məsələləri və onların bəzi ümumiləşmələrinə baxılır.

2.7 bəndində qeyri-hamar əmsallı 3D Bianki integro-diferensial tənliyi ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələləri üçün optimallığın zəruri şərtlərinin alınmasına həsr olunub.

Fərz olunur ki, idarəolunan proses

$$\begin{aligned}
 (V_{1,1,1}u)(x, y, z) &\equiv u_{xyz}(x, y, z) + \sum_{\substack{i+j+k \leq 3 \\ i,j,k=0,1}} A_{i,j,k}(x, y, z) D_x^i D_y^j D_z^k u(x, y, z) + \\
 &+ \int_{\sqrt{x_0 x_1}}^x \int_{\sqrt{y_0 y_1}}^y \int_{\sqrt{z_0 z_1}}^z \sum_{\substack{i+j+k \leq 3 \\ i,j,k=0,1}} K_{i,j,k}(\tau, \xi, \eta; x, y, z) D_x^i D_y^j D_z^k u(\tau, \xi, \eta) d\tau d\xi d\eta = \\
 &= \varphi(x, y, z, v(x, y, z)),
 \end{aligned} \tag{11}$$

$(x, y, z) \in G = (x_0, x_1) \times (y_0, y_1) \times (z_0, z_1)$ tənliyi və oblastın həndəsi ortasındakı aşağıdakı şərtlər daxilində:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{0,0,0}u \equiv u(\sqrt{x_0x_1}, \sqrt{y_0y_1}, \sqrt{z_0z_1}) = \varphi_{0,0,0} \\ (V_{1,0,0}u)(x) \equiv u_x(x, \sqrt{y_0y_1}, \sqrt{z_0z_1}) = \varphi_{1,0,0}(x), \\ (V_{0,1,0}u)(y) \equiv u_y(\sqrt{x_0x_1}, y, \sqrt{z_0z_1}) = \varphi_{0,1,0}(y), \\ (V_{0,0,1}u)(z) \equiv u_z(\sqrt{x_0x_1}, \sqrt{y_0y_1}, z) = \varphi_{0,0,1}(z), \\ (V_{1,1,0}u)(x, y) \equiv u_{xy}(x, y, \sqrt{z_0z_1}) = \varphi_{1,1,0}(x, y), \\ (V_{0,1,1}u)(y, z) \equiv u_{yz}(\sqrt{x_0x_1}, y, z) = \varphi_{0,1,1}(y, z), \\ (V_{1,0,1}u)(x, z) \equiv u_{xz}(x, \sqrt{y_0y_1}, z) = \varphi_{1,0,1}(x, z), \end{array} \right. \quad (12)$$

təsvir olunur.

Burada: $A_{i,j,k}(x, y, z)$, $K_{i,j,k}(\tau, \xi, \eta; x, y, z)$ və $\varphi_{i,j,k}$ – verilən qeyri-hamar funksiyalardır; $\varphi(x, y, z, v)$ $G \times R^r$ -də verilən funksiya, Karateodori şərtlərini ödəyir və istənilən müsbət $\delta > 0$ ədədi üçün elə $\varphi_\delta^0(x, y, z) \in L_p(G)$ funksiyası var ki, sanki bütün $(x, y, z) \in G$ üçün $|\varphi(x, y, z, v(x, y, z))| \leq \varphi_\delta^0(x, y, z)$ və bütün $v \in R^r$ üçün $\|v\| = \sum_{i=1}^r |v_i| \leq \delta$; $v(x, y, z) = (v_1(x, y, z), \dots, v_r(x, y, z))$ r - ölçülü idarəedici vektor-funksiya. Fərz olunur ki, $v(x, y, z) = (v_1(x, y, z), \dots, v_r(x, y, z))$ vektor-funksiyası G -də ölçülən və məhduddur və öz qiymətini sanki bütün $(x, y, z) \in G$ nöqtələrində hər hansı verilən $U \subset R^r$ çoxluğundan alır. Onda bu vektor-funksiyanı mümkün idarə adlandıracağıq. Bütün mümkün idarələr çoxluğunu çepəz U_∂ ilə işarə edək.

Bu bənddə aşağıdakı kimi optimal idarəetmə məsələsinə baxılır: U_∂ -dan olan $v(x, y, z)$ mümkün idarəsi tapmalı ki, (11)-(12)

məsələsinin $u \in W_p^{(1,1,1)}(G)$ həlli üçün aşağıdakı çoxnöqtəli funksionala ən kiçik qiymət versin:

$$S(v) = \sum_{k=1}^N \left[a_k^{(1,0,0)} u(x_k^{(1)}, y_1, z_1) + a_k^{(0,1,0)} u(x_1, y_k^{(1)}, z_1) + a_k^{(0,0,1)} u(x_1, y_1, z_k^{(1)}) \right] \quad (13)$$

harada ki, $(x_k^{(1)}, y_k^{(1)}, z_k^{(1)}) \in \overline{G}$ verilən nöqtələrdir; $a_k^{(1,0,0)}$, $a_k^{(0,1,0)}$, $a_k^{(0,0,1)} \in R$ - verilən ədədlərdir.

Optimallıq üçün zəruri və kafi şərtin alınması üçün əvvəlcə (13) funksionalının artımı hesablanır. $W_p^{(1,1,1)}(G)$ fəzasından olan funksiyaların integral göstərilişindən istifadə edərək, funksionalın artımı integral şəkildə tapılır:

$$\begin{aligned} \Delta S(v) = & \int_{\sqrt{x_0 x_1}}^{x_1} \int_{\sqrt{y_0 y_1}}^{y_1} \int_{\sqrt{z_0 z_1}}^{z_1} [R(x, y, z) + (\omega_{1,1,1} f)(x, y, z)] \Delta u_{xyz}(x, y, z) dx dy dz - \\ & - \int_{\sqrt{x_0 x_1}}^{x_1} \int_{\sqrt{y_0 y_1}}^{y_1} \int_{\sqrt{z_0 z_1}}^{z_1} f_{1,1,1}(x, y, z) \Delta \varphi(x, y, z) dx dy dz. \end{aligned}$$

Daha sonra, (11)-(13) optimal idarəetmə məsələsi üçün integral şəkildə qoşma tənlik qurulur:

$$(\omega_{1,1,1} f)(x, y, z) + R(x, y, z) = 0, \quad (x, y, z) \in G, \quad (14)$$

harada ki, $(\omega_{1,1,1} f)(x, y, z)$ ikinci növ üçölçülü Volter integral operatorudur. Baxılan (11)-(13) optimal idarəetmə məsələsində idarəedici funksiya tənliyin sağ tərəfinə qeyri-xətti halda daxil olduğu üçün $v(x, y, z)$ mümkün idarəsinin iynəvari variasiyasına baxılmaqla, tapılır ki,

$$\begin{aligned} S(v_\varepsilon) - S(v) = & - \iiint_{G_\varepsilon} f_{1,1,1}(x, y, z) [\varphi(x, y, z, v(x, y, z)) + \\ & + \Delta v_\varepsilon(x, y, z) - \varphi(x, y, z, v(x, y, z))] dx dy dz = \end{aligned}$$

$$= -\iiint_{G_\varepsilon} f_{1,1,1}(x, y, z)[\varphi(x, y, z, \hat{v}) - \varphi(x, y, z, v(x, y, z))] dx dy dz. \quad (15)$$

Beləliklə, (11)-(13) optimal idarəetmə məsələsi xətti olduğundan, onda (15)-dən aşağıdakı çıxır:

Teorem 3. Tutaq ki, $f_{1,1,1}(x, y, z) \in L_q(G)$ (14) qoşma tənliyinin həllidir. Onda hər hansı $v(x, y, z)$ mümkün idarəsinin optimallığı üçün zəruri və kafi şərt sanki bütün $(x, y, z) \in G$ üçün maksimum şərtinin ödənməsidir:

$$\max_{\hat{v} \in U_\partial} H(x, y, z, f_{1,1,1}(x, y, z), \hat{v}) = H(x, y, z, f_{1,1,1}(x, y, z), v(x, y, z)),$$

harada ki, $H(x, y, z, f_{1,1,1}, v) = f_{1,1,1} \cdot \varphi(x, y, z, v)$ Hamilton-Pontryagin funksiyasıdır.

Qeyd edək ki, (11)-(13) optimal idarəetmə məsələsi üçün burada daxil edilən (14) qoşma tənliyi klassik qoşma məsələyə nisbətən daha təbiidir. Çünki, bu qoşma tənliyin qurulması zamanı tənliyin əmsalları üzərinə heç bir hamarlıq şərtləri qoyulmamışdır. Bu da qoşma məsələnin ən böyük üstünlüklərindən biridir.

Məhz bu bənddə dissertasiyanın həcmnin artmaması üçün yalnız oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd şərtləri ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsi nümayiş etdirilib. Qeyd edək ki, oblastın həndəsi ortasında qoyulan sərhəd məsələsi ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsindən xüsusi halda, $x_0 = 0, y_0 = 0, z_0 = 0$ olduqda Qursa şərtləri ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsi alınır. Analogi olaraq, oblastın ədədi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsinə də baxmaq olardı, hansı ki, bu dərc olunan məqalədə [70] əks olunub.

Müəllif elmi rəhbəri r.e.d., dos. İlqar Qürbət oğlu Məmmədova məsələlərin qoyuluşuna, alınan nəticələrin müzakirəsinə və işə daimi diqqətinə görə dərin hörmətini və səmimi minnətdarlığını bildirir.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi Bianki tip integro-diferensial tənlikləri üçün oblastın ədədi və həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri və belə sərhəd məsələləri ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələlərinə həsr olunmuşdur.

Dissertasiya işində aşağıdakı yeni elmi nəticələr alınmışdır:

- Qeyri-hamar əmsallı 3D Bianki integro-diferensial tənliyi üçün qeyri-klassik qoyuluşda oblastın ədədi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi əsaslandırılmışdır;
- Qeyri-hamar əmsallı 3D Bianki integro-diferensial tənliyi oblastın ortasında qoyulmuş qeyri-klassik sərhəd şərtləri ilə bir yerdə ekvivalent integral tənliyə gətirilmiş və belə sərhəd məsələsinin korrektliyi isbat edilmişdir;
- Oblastın ədədi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsini tədqiq etmək üçün qoşma operator integral şəklində qurulduqdan sonra həllin integral göstərilişini vermək üçün fundamental həll qurulmuşdur. Daha sonra, oblastın ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri və onların bəzi ümumiləşmələri verilmişdir;
- Qeyri-klassik qoyuluşda oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi əsaslandırılmış və tənlik sərhəd şərtləri bir yerdə bir operator tənliyə gətirilmişdir;
- Oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi üçün ekvivalent integral tənlik qurulmuş və homeomorfizm haqqında teorem isbat edilmişdir;
- Əvvəlcə qoşma operatorun integral şəkli qurulmuş və daha sonra fundamental həll qurulduqdan sonra qeyri-klassik qoyuluşda oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi üçün həllin integral göstərilişi verilmişdir. Oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələlərinin bəzi ümumiləşmələri verilmişdir;
- Qeyri-hamar əmsallı 3D Bianki integro-diferensial tənliyi üçün oblastın həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələsi ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsi üçün maksimum prinsipi formasında optimallıq üçün zəruri və kafi şərtlər alınmışdır.
- Qeyri-klassik qoyuluşda oblastın ədədi və həndəsi ortasında qoyulmuş sərhəd məsələləri üçün ədədi həll alqoritmləri işlənmişdir.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Мамедов, И.Г., Абдуллаева А.Дж. О корректной разрешимости краевой задачи в неклассической трактовке заданной на середине области для одного интегро-дифференциального уравнения 3D Бианки // - Baku: Journal of Contemporary Applied Mathematics, -2018. v.8, №1, -pp.69-80.
<http://journalcam.com/wp-content/uploads/2018/06/8.pdf>
2. Mamedov, I.G., Abdullayeva, A.J. One 3D in the geometrical middle problem in the non-classical treatment for one 3D Bianchi integro-differential equation with non-smooth coefficients // -Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, -2018. v.6, -pp. 73-81.
<https://www.researchgate.net/publication/327797267>
3. Мамедов, И.Г., Абдуллаева, А.Дж. О корректной разрешимости краевой задачи в неклассической трактовке, заданной на геометрической середине области для одного интегро-дифференциального уравнения 3D Бианки // Сумгаитский Государственный Университет: Научные Известия, серия: Естественные и технические науки, -2018, т.18, №1, -с.4-13.
<https://www.researchgate.net/publication/328240213>
4. Мамедов, И.Г., Абдуллаева, А.Дж. Об одной краевой задаче, заданной на середине области для одного интегро-дифференциального уравнения 3D Бианки // «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики»: Материалы V Международной научной конференции посвященной 80-летию Адама Маремовича Нахушева, -4-8 декабря, -2018, -с.135.
<https://www.researchgate.net/publication/329655097>
5. Abdullayeva, A.J. Construction of an adjoint operator in the study of the problem designed in the middle of the area for one integro-differential equation of 3D Bianchi // «Modern problems of innovative technologies in oil and gas production and applied mathematics» Proceedings of the International conference dedicated to the 90 th anniversary of fcademican Azad Khalil oglu Mirzajanzade, -Baku, - 13-14 december, -2018, -pp.105-106.
<https://bit.ly/aynura-abdullayeva>

6. Mamedov, I.G., Abdullayeva, A.J. Three-dimensional boundary problem of a specified area at the geometric middle for one integro-differential equation of 3D Bianchi // «Modern problems of innovative technologies in oil and gas production and applied mathematics» Proceedings of the International conference dedicated to the 90 th anniversary of academician Azad Khalil oglu Mirzajanzade, -Baku, -13-14 december, -2018, -pp.226-228.
<https://www.researchgate.net/publication/329656406>
7. Мамедов, И.Г., Абдуллаева, А.Дж. Задача оптимального управления для одного интегро-дифференциального уравнения 3D Бианки при условиях на геометрической середине области // Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika elmi konfransının materialları, BDU, -2019, -səh.116-118. <https://www.researchgate.net/publication/333311991>
8. Mamedov, I.G., Abdullayeva, A.J. Integral representation of solution of middle boundary problem for one integro-differential equation 3D Bianchi with non-smooth coefficients // Operators, Functions, and Systems of Mathematical Physics conference, -Baku: Khazar University, -10-14, June -2019, -pp.71-72.
<https://www.researchgate.net/publication/334737769>
9. Мамедов, И.Г., Абдуллаева, А.Дж. Задача оптимального управления для одного интегро-дифференциального уравнения 3D Бианки с негладкими коэффициентами при условиях на арифметической середине области // Сумгаитский Государственный Университет: Научные Известия, Серия: Естественные и технические науки, -2019. т.19, №3, -с.4-13.
<https://www.researchgate.net/publication/336563494>
10. Mamedov, I.G., Abdullayeva, A.J. Fundamental solution of geometric middle boundary problem for one integro-differential equation of 3D Bianchi // Modern problems of mathematics and mechanics of International conference devoted to the the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics of the Azerbaijan National Academy of Sciences, -Baku: -23-25 october, -2019, -pp.333-335.
<https://www.researchgate.net/publication/337049791>

11. Mamedov, I.G., Abdullayeva, A.J. On an optimal control problem for 3D Bianchi integro-differential equations with nonsmooth coefficients under conditions in the geometric middle of the domain // Informatics and Control Problems, -2020. v.40, issue 1, -pp.32-40, <https://icp.az/2020/1-04.pdf>
12. Mamedov, I.G., Abdullayeva, A.J. About one integral representation of functions in Sobolev's anisotropic space // "Modern Problems of Mathematics and Mechanics" Proceedings of the International conference devoted to the 110-th anniversary of academician Ibrahim Ibrahimov, -Baku: -2022, -pp.132-133. <https://www.researchgate.net/publication/361984250>
13. Abdullayeva, A.J. Fundamental solution of the boundary value problem for a hyperbolic integro-differential equation of the 3D Bianchi type // -Baku: Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, -2022. v.11, issue 2, -pp.159-190. <http://www.iamj.az/Files/Contents%20V.11,%20N.2,%202022/8abdullayvastil.pdf>
14. Məmmədov, İ.Q., Abdullayeva A. C. Bir anizotrop Sobolev fəzasında funksiyaların inteqral göstərilişi və onun tətbiqi barədə //Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Sumqayıt Dövlət Universiteti:Riyaziyyatın fundamental problemləri və intellektual texnologiyaların təhsildə tətbiqi, II Respublika elmi konfransı, - Sumqayıt: -15-16 dekabr -2022, -səh.57-58. <https://www.researchgate.net/publication/368668027>
15. Mamedov, I.G., Abdullayeva, A.J. On the formulation of the boundary question posed in the middle of the domain in the multidimensional case // "Theoretical and applied problems of mathematics" III International scientific conference, -Sumgayit: -25-26 April, -2023, issue2, -pp.83-85. <https://www.researchgate.net/publication/371834575>
16. Abdullayeva, A. J., Mamedov, I. G. Optimal control problem for a 3D Bianchi type integro-differential equation with non-classical boundary conditions // "Modern Problems of Mathematics and Mechanics" Proceedings of the International Conference dedicated to the 100-th anniversary of the National Leader Heydar Aliyev, -Baku: -26-28 April -2023, -pp.30-32.

<https://www.researchgate.net/publication/371835293>

17. Məmmədov, İ.Q., Abdullayeva A.C. Hərbi təbabət sahəsində vibrasiya proseslərini təsvir edən Bianki tənliyi üçün çoxölçülü sərhəd məsələsi // “Hərb sənətinin aktual problemləri”, Ümummilli Lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 100 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi-praktik konfransın materialları, -Bakı: -3–4 may, -2023, -səh.191-193.

<https://www.researchgate.net/publication/376407513>

18. Arif Həsənov, Əsəd Rüstəmov, Etibar Pənahov, Arzuman Həsənov, Aynurə Abdullayeva. Cisimlərin yaddaşa malik olmasının problemləri və tətbiqi perspektivləri // “Hərb sənətinin aktual problemləri” Ümummilli Lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 100 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi-praktik konfransın materialları, -Bakı: - 3–4 may, -2023, -səh.160-161.

<https://mod.gov.az//images/pdf/eaebf5e2d5e4c0177edf8e07d6c1fce2.pdf>

19. Mamedov, I.G., Ibrahimov, B.G., Abdullayeva A.J. Some general classes well-posed three-dimensional boundary value problems in the middle of the domain for hyperbolic equations // Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF), -2023. -pp1-6, Publisher: IEEE, Scopus. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/10147996>

20. Mamedov, I.G., Abdullayeva A.J. Integral Representations of a Function in the S. L. Sobolev Space and Their Application to Boundary Problems // American Journal of Applied Mathematics, -2023. v.11, issue 4, -pp.58-70.

<http://www.applmath.org/article/10.11648.j.ajam.20231104.11>

21. Mamedov, I.G., Abdullayeva A.J. Contact-boundary problem for boussinesq-love equation and its applications // 5-th International conference on Problems of Cybernetics and Informatics (PCI), doi: 10.1109/PCI60110.2023.10325988, -Baku: -2023, -pp.1-5.

<https://ieeexplore.ieee.org/document/10325988>

22. Мамедов, И.Г., Абдуллаева, А.Дж. Краевая задача заданной на геометрической середине области для одного интегродифференциального уравнения 3D Бианки // VII Международная научная конференция «Нелокальные краевые задачи и

родственные проблемы математической биологии, информатики и физики», - Нальчик: -4-8 декабря -2023, -стр.187-189.
<https://www.researchgate.net/publication/376314376>.

23. Mamedov, I.G., Abdullayeva, A.J. Vibration problems arising during the transportation of goods and their mathematical modeling in the East-West transport corridor // 3rd International conference on Problems of Logistics Management and Operation in the East-West Traansport Corridor (PLMO 2024), - Baku, -May 15-17, -2024, - pp.2-3.

[https://plmo.cyber.az/2024/Abstracts_of_PLMO2024_\(05.06.2024\).pdf](https://plmo.cyber.az/2024/Abstracts_of_PLMO2024_(05.06.2024).pdf)

24. Mamedov, I.G., Abdullayeva, A.J. Mathematical modeling of logistics problems on water, land and air modes of transport in the east-west transport corridor // The 9th International conference on Control and Optimizatiion with Industrial Applications (COIA 2024), -Istanbul, Türkiye, -27-29 August, -2024, -pp.101.

http://coia-conf.org/upload/editor/files/BA_COIA24.pdf

25. Mamedov, I.G., Abdullayeva, A.J. Fundamental Solution of One Boundary Value Problem on the Geometric Middle of the Domain for the 3d Bianchi Integrodifferential Equation // -Baku: Journal of Contemporary Applied Mathematics, -2024. -v. 14, №2, - pp.26-37,
<http://journalcam.com/wpcontent/uploads/2024/10/140205.pdf>

26. Məmmədov, İ.Q., Abdullayeva, A.C. Azərbaycanın hərbi sənaye kompleksinin və hərbi hissələrdə tikilən binaların seysmik dayanıqlıq məsələlərinin riyazi modelləşdirilməsi barədə // Milli Müdafiə Universitetinin Hərbi Elmi Tədqiqat İnstitutu, Müasir Radotexniki Silahlar Respublika elmi-praktik konfransının materialları, -12-13 mart, -2024, -s.256-259.

<https://mod.gov.az//images/pdf/7e6c1322c24fc253a2fc08953d193ca.a.pdf>

Dissertasiya müdafiəsi 16 may 2025-ci il tarixində saat 16:00-da Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.19 sayılı Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı, B. Vahabzadə küç., 68

Dissertasiya ilə Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Avtoreferatın elektron versiyası Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun www.isi.az rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 14 aprel 2025-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb:14.04.2025
Kağızın formatı:A5
Həcm: 36385 işarə
Tiraj: 100 nüsxə