

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

QEYRİ-XƏTTİ ELLİPTİK VƏ PARABOLİK TƏNLİKLƏRİN HƏLLƏRİNİN VARLIĞI

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Könül Ələvsət qızı Quluyeva**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2024

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin "Diferensial və integral tənliklər" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Nizaməddin Şirin oğlu İsgəndərov

Elmi məsləhətçi: fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Şirmayıl Həsən oğlu Bağirov

Rəsmi opponentlər:



riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
İlqar Qürbət oğlu Məmmədov
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Feyruz Misir oğlu Həsənov
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Elçin Musa oğlu Məmmədov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının akademik, fizika-riyaziyyat elmləri
sədri: doktoru, professor
 **Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Dissertasiya şurasının fizika-riyaziyyat elmləri namizədi,
elmi katibi:  dosent **Zakir Fərman oğlu Xankişiyev**

Elmi seminarın
sədri:



İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Mexanikanın, fizikanın, hidrodinamikanın, biologiyanın müxtəlif hadisələr və proseslərinin riyazi modelləşdirilməsi xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün müəyyən məsələlərin tədqiqinə gətirilir. Məsələn, kvazixətti parabolik tənliklər qeyri-stasionar istilikkeçirmə, qaz və mayələrin hərəkəti proseslərini təsvir edir, eyni zamanda kimyəvi kinetikanın istilik, populyasiyanın artımı və varlığı proseslərinin riyazi modelləşdirilməsi zamanı ortaya çıxır. Belə tənliklərin geniş tətbiqləri onunla bağlıdır ki, onlar fundamental saxlanma qanunlarından (materiya, impuls, enerji) çıxarılır. Bu səbəbdən də ikinci tərtib parabolik və elliptik tip tənliklərə çoxlu sayda monoqrafiyalar həsr olunmuşdur.

Bəzi istilikkeçirmə proseslərinin məsələn şaxtalarda toplanmış kömürün öz-özünə alışması, müəyyən mühitdə havanın filtrasiyası, qapalı mühitdə qaz ayrılması prosesinin proqnozlaşdırılması və s. kimi proseslərin riyazi modelləşdirilməsi, qeyri-xətti differensial tənliklərin həllərinin varlığı, yeganəliyi, dayanıqlılığı kimi məsələlərin öyrənilməsinə gətirilir.

Qeyri-xətti tənliklərlə təsvir olunan mexaniki sistemlərin vəziyyətinin zamanın istənilən anında proqnozlaşdırıla bilən olması, belə tənliklərin qlobal həllərinin (zamanın istənilən anında təyin oluna bilinən həllərinin) varlığının öyrənilməsi məsələsini aktuallaşdırır. Qeyri-xətti tənliklər üçün bu tip məsələlərə (Liuvill tipli teoremlərə), yəni hər yerdə təyin olunan həllin (qlobal həll) varlığı və ya yoxluğu məsələsinə Dj. Keller və R. Ossermanın məşhur işlərindən sonra maraq daha da artmışdır. Demək olar ki, o zamandan bu tip məsələlərə maraq sönmür və bu günə kimi kifayət qədər ədəbiyyat siyahısı əmələ gəlmişdir. Nümunə üçün deyə bilərik ki, H. Berestuki və L.Nirenberqin, M.F.Bidaut-Veron, J.Serrin, H.Brezis və V.A.Ştraussun, H.Brezis və K.Kabrenin, J.L.Vazkuez, L.Veron, B.Gidas, J.Spruk, V.A.Kondratyev və L.Veronun, V.A.Kondratyev, E.M.Landis, V.V.Kurta, E. Mitidieri və S.İ.Poxojayevin, K. Denk və H.A Levinin, H.A Levin kimi müəlliflərin çoxlu sayda işləri bu sahəyə həsr olunmuşdur.

Xətti tənliklərdən fərqli olaraq, qeyri-xətti tənliklər üçün global həllin varlığı məsələsi qeyri-xəttiliyin xarakterindən asılı olur. Qeyri-xəttilikdən asılı olaraq, tənliyin həlli ya zamanın istənilən anında ola bilər, ya da zamanın sonlu anında sonsuzluğa gedir. Məlum olur ki, qeyri-xəttilik üstlü formada olduqda qüvvətin elə bir kritik qiyməti var ki, qüvvətin qiyməti bu kritik qiymətdən kiçik olduqda məsələnin global həlli yoxdur, əks halda isə baxılan sistemin başlanğıc vəziyyətindən asılı olaraq belə həll ola bilər. Global həllin yoxluğu o deməkdir ki, sistemin başlanğıc həyəcanlanması nə qədər kiçik olsa belə, zamanın müəyyən sonlu qiymətində həll sonsuzluğa gedir, yəni öyrənilən proses dayanıqlı olmur.

Qeyri-xətti elliptik, parabolik, hiperbolik tip tənliklərin global həllərinin varlığı məsələsinə marağın sönməməsinin əsas meyarlarından biri bu tip məsələlərin mexikanın, fizikanın və eyni zamanda riyaziyyatın bəzi daxili məsələlərində geniş tətbiqə malik olmasıdır.

XX əsrin əvvəllərində politrop qaz sferasının tarazlıq vəziyyətini öyrənərkən Emden və Fauler

$$\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\Phi}{dr} + \alpha^2 \Phi^n = 0$$

şəklində singulyar əmsallı qeyri-xətti tənliyə baxmışlar, harada ki, α^2 sabitdir, Φ isə qazın sıxlıq və təzyiqindən asılı funksiyadır.

Digər bir nümunədə isə

$$x^{\frac{1}{2}} y'' = y^{\frac{3}{2}}$$

yarımxətti tənliyinin

$$y(0)=1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)=0$$

sərhəd şərtlərini ödəyən həllərinin varlığı məsələsinə Tomas və Ferminin işlərində ağır atomda elektronların paylanması öyrənərkən baxılmışdır.

1966-cı ildə Fudjita¹ öz məşhur işində belə bir məsələyə baxmışdır:

¹ Fujita, H. On the blowing-up of solutions of the Cauchy problem for $u_t = \Delta u + u^{1+\alpha}$ // J. Fac. Sci. Unix, Tokyo, Sect. I, -1966. 13, -p.109-124.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + u^q, \quad (q > 1), \quad (x, t) \in R^n \times (0, +\infty)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0.$$

Məlumdur ki, ixtiyari $q > 1$ üçün, elə $T = T(u_0)$ var ki, bu məsələsinin $R^n \times (0, T)$ silindirində klassik həlli var. Sual olunur nə zaman $T = +\infty$ ola bilər? Fudjita isbat etmişdir ki, elə $q_{cr} = 1 + \frac{2}{n}$ qiyməti var ki, $1 < q < q_{cr}$ olduqda ixtiyari $u_0 \geq 0$ üçün $T = +\infty$ ola bilməz və elə $T_\infty = T_\infty(u_0) < \infty$ var ki, $t \rightarrow T_\infty - 0$ olduqda $\int_{R^n} u^q(t, x) dx \rightarrow +\infty$.

Eyni zamanda isbat etmişdir ki, $q > q_{cr}$ olduqda kiçik u_0 -lar üçün $T_0 = +\infty$ ola bilər. Daha dəqiqi, göstərmişdir ki, əgər $q > 1 + \frac{2}{n}$ və $u_0(x) \leq h(0, x)$ olarsa, onda baxılan məsələnin həlli yuxarıdan $h = h(t, x)$ funksiyası ilə məhdud olar, harada ki,

$$h(t, x) = \left\{ \frac{n(q-1)-2}{2(q-1)(t+a)} \right\}^{\frac{1}{q-1}} e^{-\frac{|x|^2}{4(t+a)}}, \quad a = \text{const} > 0.$$

Beləliklə, bu halda $u(t, x)$ t -nin bütün qiymətlərində təyin olunub və $x \in R^n$ -lərə nəzərən müntəzəm olaraq $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t, x) = 0$.

Əgər $0 < q < 1 + \frac{2}{n}$ olarsa, onda $u(t, x)$ t -yə nəzərən məhdud intervalda təyin olunub və $u_0(t, x) \geq 0$ funksiyası nə qədər kiçik olsa belə $u(t, x)$ sonsuz artır. Yapon alimləri Hayakava və Kobayasi göstərmişlər ki, $q = 1 + \frac{2}{n}$ halında da $T = +\infty$ ola bilməz, yəni qlobal həll yoxdur. Bu nəticəni belə də şərh etmək olar ki, $q > 1 + \frac{2}{n}$

olduqda $u \equiv 0$ həlli dayanıqlıdır, $q \leq 1 + \frac{2}{n}$ olduqda isə $u \equiv 0$ həlli dayanıqlı deyil.

Qeyd edək ki, evolyusion tənliklərdə həllin sonlu zaman anında sonsuzluğa getməsi (dağılması) halı həm riyazi maraq kəsb edir, həm də geniş tətbiq sahələrinə malikdir. Məsələn kimyəvi reaktorlar nəzəriyyəsində, kvant mexanikasında, maye mexanikasında və s.

Fudjitanın məşhur işindən sonra qeyri-xəttiliyin ölçüsünün qlobal həllin varlığına və yoxluğuna, yəni həllin sonlu zaman anında dağılması prosesinə necə təsir etməsi geniş tədqiq olunmağa başlandı. Fudjitanın işi müxtəlif istiqamətlərdə genişləndirildi. R^n əvəzinə müxtəlif məhdud və qeyri- məhdud oblastlara baxıldı, tənlik əvəzinə tənliklər sistemi götürüldü və ya qeyri- xəttilik başqa formada öyrənilməsi.

Stasionar tənliklər üçün qlobal həllin varlığı məsələsi həm tətbiq məsələləri ilə bağlıdır, həm də riyaziyyatın bəzi daxili məsələlərinin tədqiqində ortaya çıxır.

Məlumdur ki, ixtiyari $u(x) \in W^{1,2}(R^n)$, $1 \leq p < n$ üçün

$$\|u\|_{\frac{np}{n-p}} \leq C(n, p) \|\nabla u\|_p$$

Sobolev bərabərsizliyi doğrudur, harada ki, $\|u\|_p = \left(\int_{R^n} |u|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}$. Bu bərabərsizliyi

$$\inf \left\{ \|\nabla u\|_p \quad / \quad \|u\|_{\frac{np}{n-p}} = 1, \quad u \in W^{1,p}(R^n) \right\} = C^{-1}(n, p) > 0$$

şəklində yazsaq, ortaya iki sual çıxır. Birincisi bu infimum nəyə bərabərdir, ikincisi isə bu infimumu ala biləcək konkret funksiya varmı? Birinci suala Talenti öz işində cavab vermişdir və göstərmişdir ki,

$$C(n, p) = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \left(\frac{p-1}{n-p} \right)^{1-\frac{1}{p}} \left[\frac{\Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right) \cdot \Gamma(n)}{\Gamma\left(\frac{n}{p}\right) \cdot \Gamma\left(1 + n - \frac{n}{p}\right)} \right]^{\frac{1}{n}}.$$

$p = 2$ olduqda uyğun funksiyaların variasiyalarını hesablasaq alarıq ki, infimumu alan $u(x)$ funksiyası bütün R^n -də

$$\Delta u + \lambda u^{\frac{n+2}{n-2}} = 0$$

tənliyinin Sobolev mənadı ümumiləşmiş həlli olmalıdır. Başqa sözlə infimumu ala bilən $u(x)$ funksiyası alınan yarımxətti stasionar tənliyin qlobal həlli olmalıdır.

Son illər müxtəlif sinif diferensial tənliklər və bərabərsizliklər üçün qlobal həllin varlığı və yoxluğu məsələsinə xüsusi diqqət göstərilir. Övvəlki işlərdən fərqli olaraq təqdim olunan işdə əsasən həyəcənlanmış tənliklərə baxılır, yəni tənliklərdə həm kiçik tərtib törəmələr, həm də singulyar potensiallı hədlər iştirak edir. Aşağı tərtib törəmələrin və singulyar potensiallı hədlərin qlobal həllin varlığı üçün tapılan kafi qiymətləndirmələrə təsiri öyrənilir.

Tədqiqatın obyektı və predmeti. Dissertasiya işinin tədqiqat obyektı və predmeti aşağı tərtib törəmələr daxil olan singulyar potensiallı ikinci tərtib yarımxətti elliptik və parabolik tənlik və tənliklər sisteminin müsbət qlobal həllinin yoxluğunu təmin edən dəqiq kafi şərtlərin tapılmasıdır.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri.

1. Sonsuz oblastda bəzi yarımxətti elliptik, parabolik tip tənliklər və tənliklər sisteminin qlobal həllərinin varlığı məsələsinin tədqiqi;

2. Qlobal həllin yoxluğunu təmin edən kafi şərtlərin tapılması, bu şərtlərin dəqiqliyinin yoxlanılması;

3. Singulyar potensiallı kiçik hədlər iştirak edən tənliklərdə isə kiçik hədlərin əmsallarının qlobal həllin yoxluğunu təmin edən qiymətləndirməyə təsirinin öyrənilməsi;

Tədqiqat metodları. Baxılan məsələlərin tədqiq olunmasında funksional analizin, xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin bəzi metodlarından və ilk dəfə Poxojayev, Mitidieri tərəfindən istifadə edilmiş sınaq funksiyalar üsulundan istifadə edilmişdir.

Müəfiyyə çıxarılan əsas müddəalar:

1. Singulyar potensiallı və aşağı tərtib törəmələr iştirak edən yarımxətti elliptik tənliyin kürənin xaricində müsbət qlobal həllinin

yoxluğunu təmin edən dəqiq kafi şərtin tapılması;

2. Baş hissə divergent formada olan sinqulyar potensiallı yarım xətti elliptik tənliyin xarici oblastda müsbət qlobal həllinin yoxluğu üçün kafi şərtin varlığının isbatı;

3. Silindrik tip oblastda yarım xətti elliptik tənliyin silindrin yan səthində bircins Neyman şərtini ödəyən həllinin yoxluğu məsələsinin isbatı;

4. Oturacağı kürənin xarici olan silindrik oblastda sinqulyar potensiallı yarım xətti parabolik tənliyin qlobal həllinin yoxluğu üçün dəqiq kafi şərtin tapılması;

5. Oturacağı kürənin xarici olan silindrik oblastda baş hissə Baouendi-Qruşin tip operator olan yarım xətti parabolik tənliyin qlobal həllinin yoxluğu üçün dəqiq kafi şərtin tapılması;

6. Sonsuz oblastda sinqulyar potensiallı zəif əlaqəli yarım xətti elliptik tənliklər sistemi üçün qlobal həllin yoxluğunu təmin edən dəqiq kafi şərtin tapılması;

7. Sonsuz oblastda zəif əlaqəli yarım xətti parabolik tənliklər sisteminin qlobal həllinin yoxluğu üçün dəqiq qiymətləndirmələrin tapılması;

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

1. Sonsuz oblastda bəzi yarım xətti elliptik tənliklərin müsbət qlobal həllinin yoxluğunu təmin edən dəqiq kafi şərt tapılmışdır;

2. Müəyyən şərtlər daxilində məhdud oblastda yarım xətti elliptik tip tənlik üçün birinci sərhəd məsələsinin həllinin varlığı isbat edilmişdir;

3. Baş hissə divergent və ya Baouendi-Qruşin tip operator olan sinqulyar potensiallı yarım xətti ikinci tərtib parabolik tənliklər üçün Fudjita tipli nəticə alınmışdır;

4. Xarici oblastlarda zəif əlaqəli ikinci tərtib yarım xətti elliptik və parabolik tənliklər sisteminin qlobal həllərinin yoxluğu üçün dəqiq qiymətləndirmələr tapılmışdır;

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti: Dissertasiyada alınan nəticələr əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Bu nəticələr xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsində, mexanika və fizikanın müəyyən məsələlərində istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyada alınan nəticələr Bakı

Dövlət Universitetinin “Diferensial və integral tənliklər” kafedrasının elmi seminarlarında, eləcə də Bakı Dövlət Universitetinin 95-ci ildönümünə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” mövzusunda elmi konfransda (Bakı, 2014), Azərbaycan Respublikasının Ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 93 illik yubileyinə həsr edilmiş “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” mövzusunda elmi konfransda (Bakı, 2016), XXX Krım Riyaziyyat məktəbinin “Spektral və evolyusion həllər” mövzusunda beynəlxalq simpoziumunda (KPOMIII-2019), Azərbaycan Respublikasının Ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99 illik yubileyinə həsr edilmiş “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” mövzusunda elmi konfransda (Bakı, 2022) məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Alınmış bütün nəticə və təkliflər müəllifə aiddir.

Müəllifin nəşrləri. Tədqiqat üzrə Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK-ın tövsiyə etdiyi nəşrlərdə 6 məqalə (1-i Web of Science, 1-i SCOPUS bazasına daxildir) və 4 tezis (bütövlükdə 10 iş) nəşr olunmuşdur. Əsərlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Mexanika- riyaziyyat fakültəsinin “Diferensial və integral tənliklər” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi 117 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin ümumi həcmi – 196808 işarədir (titul səhifəsi – 472 işarə, mündəricat – 1916 işarə, giriş 41408 işarə, birinci fəsil – 70000 işarə, ikinci fəsil – 38000 işarə, üçüncü fəsil – 44000 işarə, nəticə – 1012 işarə).

DISSERTASIYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya girişdən, üç fəsil, nəticə və istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Dissertasiyanın **girişində** mövzunun aktuallığı əsaslandırılmış və onun işlənmə dərəcəsi göstərilmiş, tədqiqatın məqsəd və vəzifələri söylənilmiş, elmi yeniliyi verilmiş, nəzəri və praktiki əhəmiyyəti qeyd olunmuş, həmçinin işin aprobeasiyası barədə məlumat yer almışdır.

Birinci fəsil dörd paraqraftan təşkil olunub. **Birinci paraqrafta** aşağı tərtib törəmələr iştirak edən və sinqulyar potensiallı ikinci tərtib yarımxətti elliptik tənliyin müsbət qlobal həllinin yoxluğu məsələsi araşdırılır. Belə ki,

$$B_R^C = \{x; |x| > R\} \subset R^n, \quad n \geq 3$$

oblastında

$$\Delta u + \frac{C_1}{|x|^2} (x, \nabla u) + \frac{C_0}{|x|^2} u + u^q = 0 \quad (1)$$

tənliyinə baxılır, harada ki, $q > 1$, $C_0, C_1 = \text{const} \geq 0$,

$$\nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n} \right), \quad \Delta u = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}, \quad (x, \nabla u) = \sum_{i=1}^n x_i \frac{\partial u}{\partial x_i}.$$

Verilmiş tənliyin B_R^C oblastında müsbət qlobal həllinin yoxluğu məsələsi öyrənilir. Qeyd edək ki, $C_0 = C_1 = 0$ olan halda tənliyin bütün R^n -də müsbət həllinin yoxluğu məsələsinə B. Gidas və J. Spruckun² işində baxılmışdır. H. Brezis, Z. Dupaigne, A. Teseinin³ işində isə tənliyə $C_1 = 0$ olan halda $B_R = \{x; |x| < R\}$ oblastında baxılmışdır.

Bu paraqrafta $C_1 \neq 0$ olan hal araşdırılır. Tənliyin həlli

² Gidas, B., Spruck, J. A priori bounds for positive solutions of nonlinear elliptic equations// Commun. Part. Differ. Eq. -1981. 6, № 8, -p. 883–901.

³ H. Brezis, Z. Dupaigne, A. Tesei On a semilinear elliptic equation with inverse-square potential//. Selecta math. New Ser., -2005, 11, -p. 1-7.

olaraq ümumiləşmiş həll nəzərdə tutulur. Qeyd edək ki, ümumiləşmiş həll dedikdə elə $u(x)$ funksiyası başa düşülür ki, ixtiyari $R_1 > R$ üçün

$$u(x) \in W_2^1(B_{R,R_1}) \cap L_\infty(B_{R,R_1})$$

və ixtiyari $\psi(x) \in \dot{W}_2^1(B_{R,R_1})$ üçün

$$\begin{aligned} \int_{B_{R,R_1}} u^q \psi dx &= \int_{B_{R,R_1}} (\nabla u, \nabla \psi) dx - \\ &- \int_{B_{R,R_1}} \frac{C_1}{|x|^2} (x, \nabla u) \psi dx - \int_{B_{R,R_1}} \frac{C_0}{|x|^2} u \psi dx \end{aligned}$$

integral eyniliyi ödənilsin.

$$D = \left(\frac{n-2+C_1}{2} \right)^2 - C_0, \quad \mu_{\pm} = -\frac{n-2+C_1}{2} \pm \sqrt{D}$$

işarə edək.

Teorem 1. Tutaq ki, $n \geq 3$, $q > 1$, $C_0, C_1 \in R$, $D \geq 0$ və $2 + (q-1)\mu_- \geq 0$.

Əgər $u(x) \geq 0$ (1) tənliyinin B_R^C oblastında həllidirsə, onda $u \equiv 0$.

Daha sonra isə nümunə üzərində teoremin hökmünün doğruluğu subut edilir.

1.2-də kürənin xaricində divergent formalı ikinci tərtib yarımxətti elliptik tənliyin müsbət qlobal həllinin yoxluğu məsələsi oyrenilir. Belə ki, B_R^C oblastında

$$\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\delta_{ij} + \gamma \frac{x_i x_j}{|x|^2} \right) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + \frac{c}{|x|^2} u + |x|^\sigma u^q = 0 \quad (2)$$

tənliyinə baxılır, harada ki,

$$q > 1, \gamma > -1, \sigma > -2, 0 \leq \frac{c}{\gamma+1} < \frac{(n-2)^2}{4}.$$

Burada göstərilir ki, elə bir q^* qiyməti var ki, $1 < q \leq q^*$ olduqda (2) tənliyinin B_R^C oblastında mənfi olmayan həlli yoxdur.

Baxılan tənliyin qlobal həlli dedikdə elə $u(x)$ funksiyası nəzərdə tutulur ki, ixtiyari $R_1 > R$ üçün

$$u(x) \in W_2^1(B_{R,R_1}) \cap L_\infty(B_{R,R_1})$$

və ixtiyari $\varphi(x) \in W_2^1(B_{R,R_1})$ üçün

$$\begin{aligned} \int_{B_{R,R_1}} |x|^\sigma u^q \varphi dx &= \int_{B_{R,R_1}} \sum_{i,j=1}^n \left(\delta_{ij} + \gamma \frac{x_i x_j}{|x|^2} \right) \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} dx - \\ &\quad - \int_{B_{R,R_1}} \frac{c}{|x|^2} u \varphi dx \end{aligned}$$

inteqral eyniliyi ödənilsin.

Burada $B_{R,R_1} = \{x; R < |x| < R_1\}$.

$$\alpha_\pm = -\frac{n-2}{2} \pm \sqrt{D}, \quad D = \frac{(n-2)^2}{4} - \frac{c}{\gamma+1}$$

işarə edək.

Teorem 2. Tutaq ki, $n \geq 3$, $q > 1$, $\gamma > -1$, $\sigma > -2$,

$$0 \leq \frac{c}{\gamma+1} < \frac{(n-2)^2}{4}, \quad 2 + \sigma + (q-1)\alpha_- \geq 0.$$

Əgər $u(x)$ funksiyası (2) tənliyinin B_R^C oblastında mənfi olmayan həllidirsə, onda $u \equiv 0$.

1.3-də isə silindirik tip oblastlarda yarımxətti elliptik tənliyin müsbət qlobal həllərinin yoxluğu məsələsindən bəhs edilir.

Burada

$$\begin{aligned} \Omega^1 &= \{(\hat{x}, x_n); \hat{x} = (x_1, \dots, x_{n-1}), |\hat{x}|^2 = x_1^2 + \dots + x_{n-1}^2 < 1, x_n > 0\} \quad \text{və} \\ \Omega^2 &= \{(\hat{x}, x_n); |\hat{x}| < e^{-x_n}, x_n > 0\} \end{aligned}$$

oblastlarında

$$\Delta u + u^q = 0, \quad q > 1$$

tənliyinin

$$\Gamma^1 = \{(\hat{x}, x_n); |\hat{x}| = 1, x_n > 0\},$$

$$\Gamma^2 = \{(\lambda, x_n); |\lambda| = e^{-x_n}, x_n > 0\}$$

yan səthlərdə $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ şərtini ödəyən, mənfi olmayan qlobal həllərinin varlığı məsələsinə baxılır, harada ki, n vektoru Γ^1 və Γ^2 yan səthlərinə çəkilməmiş xarici normalın vahid vektorudur.

Əvvəlcə

$$\Delta u + u^q = 0, \quad q > 1, \quad (\lambda, x_n) \in \Omega^1, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\Gamma^1} = 0 \quad (4)$$

məsələsinin həllinin varlığı araşdırılır və aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 3. İxtiyari $q > 1$ üçün (3)-(4) məsələsinin Ω^1 oblastında mənfi olmayan həlli yoxdur.

Daha sonra isə Ω^2 oblastında (3) tənliyinin

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\Gamma^2} = 0 \quad (5)$$

sərhəd şərtini ödəyən həllinin varlığı araşdırılır.

Teorem 4. İxtiyari $q > 1$ üçün (3)-(5) məsələsinin Ω^2 oblastında mənfi olmayan həlli yoxdur.

Qeyd edək ki, analoji məsələyə $n = 2$ halı üçün S.İ.Poxojayevin işində baxılmışdır.

1.4-də “mauntain pass” teoremindən istifadə edərək yüksək tərtib yarım xətti elliptik tənlik üçün sərhəd məsələsinin həllinin varlığı öyrənilir.

$\Omega \subset R^n$ məhdud oblastında

$$\begin{cases} (-1)^k \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^k}{\partial x_i^k} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial^k u}{\partial x_j} \right) = f(u) \\ u = 0, \quad Du = 0, \dots, D^\alpha u = 0, \quad |\alpha| \leq k-1, \quad x \in \partial\Omega \end{cases} \quad (6)$$

məsələsinə baxılır. Qəbul edilir ki, $n > 2k$, f -hamar funksiyadır ,
 $1 < p < \frac{n+2k}{n-2k}$ bərabərsizliyini ödəyən müəyyən p ədədi üçün

$$|f(z)| \leq C(1+|z|^p), \quad |f'(z)| \leq C(1+|z|^{p-1}), \quad (z \in R) \quad (7)$$

münasibətləri ödəyir.

$C = \text{const}$, $a_{ij}(x)$ -funksiyaları Ω -da məhdud ölçülən funksiyalardır və elə $\lambda > 0$ ədədi var ki, $\forall x \in \Omega, \forall \xi \in R^n$ üçün

$$\lambda^{-1}|\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \leq \lambda |\xi|^2$$

şərti ödənilir. Eyni zamanda qəbul edilir ki, elə $\gamma < \frac{1}{2}$, $0 < \alpha \leq A$ ədədləri var ki,

$$F(z) = \int_0^z f(s) ds, \quad (z \in R)$$

funksiyası üçün

$$0 \leq F(z) \leq \mathcal{H}(z) \cdot z \quad (8)$$

$$\alpha |z|^{p+1} \leq |F(z)| \leq A |z|^{p+1} \quad (z \in R) \quad (9)$$

bərabərsizlikləri ödəyir.

Aydındır ki, $f(0) = 0$ və $u \equiv 0$ (6) məsələsinin həllidir. Cari paraqrafda (6) məsələsinin qeyri-trivial həllərinin varlığı öyrənilir. Həll zəif mənada başa düşülür, belə ki, məsələnin həlli dedikdə, $\mathring{H}^k(\Omega)$ -dan olan elə $u(x)$ funksiyası axtarılır ki, $\forall \varphi \in \mathring{H}^k(\Omega)$ üçün uyğun integral eyniliyi ödənilsin.

Qeyd edək ki, $f(u) = |u|^{p-1} \cdot u$ funksiyası qoyulan bütün tələbləri ödəyir. Alınan nəticə aşağıdakı teoremdən ibarətdir.

Teorem 5. Tutaq ki, f funksiyası (7), (8), (9) şərtlərini ödəyir və $1 < p < \frac{n+2k}{n-2k}$. Onda (6) məsələsinin heç olmazsa bir zəif həlli var.

Qeyd edək ki, $k=1$, $a_{ij} = \delta_{ij}$, (δ_{ij} -Kroneker simvoludur) halına əvvəllər baxılmışdır.

İkinci fəsil sonsuz oblastda yarım xətti ikinci tərtib parabolik tənliyin müsbət qlobal həllinin varlığı məsələsinə həsr olunub və iki paraqraftan ibarətdir. Bu fəsildə də, öncəki fəsildə olduğu kimi baxılan tənliklərdə singulyar potensial iştirak edir. Qeyd edək ki, singulyar potensiallı xətti parabolik tənliklər üçün başlanğıc-sərhəd məsələsinin müsbət həllinin varlığı müxtəlif müəlliflər tərəfindən araşdırılmışdır. Buna misal olaraq P. Baras, J. Qoldstein⁴ işini nümunə göstərmək olar.

2.1-də baş hissə divergent tipli, ikinci tərtib yarım xətti parabolik tip tənliklərin qlobal həllərinin varlığı məsələsi araşdırılır.

Q'_R oblastında (10)- (11) məsələsinə baxılır:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + \frac{C_0}{|x|^2} u + |x|^\sigma |u|^q, \quad (10)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0. \quad (11)$$

harada ki,

$$a_{ij} = \delta_{ij} + \gamma \frac{x_i x_j}{|x|^2}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases} \quad \gamma > -1, \quad q > 1, \quad \sigma > -2,$$

$$0 \leq C_0 \leq (\gamma + 1) \left(\frac{n-2}{2} \right)^2, \quad u_0(x) \in L_{1,loc}(B'_R).$$

Qeyd edək ki, burada

$$x \in R^n, \quad n \geq 3, \quad r = |x| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2},$$

$$B_R = \{x; |x| < R\}, \quad B'_R = \{x; |x| > R\},$$

$$Q_R = B_R \times (0, +\infty), \quad Q'_R = B'_R \times (0, +\infty).$$

Bu paraqrafta qoyulan məsələnin mənfi olmayan qlobal həllinin varlığı məsələsi araşdırılır. Məsələnin qlobal həlli dedikdə

⁴ Baras, P., Goldstein, J.A. The heat equation with a singular potential // Trans. Amer. Math. Soc. - 1984. 284, № 1, - p.121-139.

zəif həll başa düşülür. $u(x, t)$ funksiyası baxılan məsələnin o zaman zəif həlli adlanır ki, $u(x, t) \in W_{2,loc}^{1,0}(Q'_R) \cap L_{\infty,loc}(Q'_R)$ olsun və ixtiyari $\psi(x, t) \in C_0^\infty(B'_R \times [0, +\infty))$ funksiyaları üçün

$$\iint_{Q'_R} u \frac{\partial \psi}{\partial t} dx dt + \iint_{Q'_R} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial \psi}{\partial x_i} dx dt - \iint_{Q'_R} \frac{C_0}{|x|^2} u \psi dx dt - \\ - \int_{B'_R} u_0(x) \psi(x, 0) dx = \iint_{Q'_R} |x|^\sigma |u|^q \psi dx dt$$

inteqral eyniliyi ödənilsin.

$$D = \left(\frac{n-2}{2} \right)^2 - \frac{C_0}{\gamma+1}$$

işarə edək.

Teorem 6. Tutaq ki, $n \geq 3$, $q > 1$, $\sigma > -2$, $\gamma > -1$,
 $0 \leq C_0 < (\gamma+1) \left(\frac{n-2}{2} \right)^2$ və $1 < q \leq 1 + \frac{\sigma+2}{\frac{n+2}{2} + \sqrt{D}}$.

Əgər $u(x, t)$ funksiyası verilmiş (10)-(11) məsələnin mənfə olmayan həllidirsə, onda $u(x, t) \equiv 0$.

2.2-baş hissə Baouendi-Qruşin tip operator olan sinqulyar potensiallı yarımxətti parabolik tənliyin qlobal həllinin yoxluğundan bəhs edilir.

Aşağıdakı şəkildə işarələmələr aparaq:

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_m), \quad y = (y_1, y_2, \dots, y_n), \quad |x| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_m^2}, \\ |y| = \sqrt{y_1^2 + \dots + y_n^2}, \quad B_x(r) = \{x; |x| < r\}, \quad B_y(r) = \{y; |y| < r\}, \\ B_x(r_1, r_2) = \{x; r_1 < |x| < r_2\}, \quad B_y(r_1, r_2) = \{y; r_1 < |y| < r_2\}, \\ B'_x(R) = R^m \setminus B_x(R), \quad B'_y(R) = R^n \setminus B_y(R), \quad B'(R) = B'_x(R) \times B'_y(R), \\ Q'(R) = B'(R) \times (0; +\infty), \quad B'_x(1) = B'_x, \quad B'_y(1) = B'_y, \quad B'(1) = B', \quad Q'(1) = Q'. \\ Q'(R) \text{ oblastında}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}_x (|x|^\alpha \nabla_x u) + \Delta_y u + \frac{c_1}{|x|^{2-\alpha}} u + \frac{c_2}{|y|^2} u + |x|^{\sigma_1} |y|^{\sigma_2} |u|^q \quad (12)$$

tənliyinin

$$u|_{t=0} = u_0(x, y) \geq 0, \quad (13)$$

başlangıç şərtini ödəyən həllərinə baxılır, harada ki,

$$0 \leq c_1 < \left(\frac{\alpha + m - 2}{2} \right)^2, \quad 0 \leq c_2 < \left(\frac{n - 2}{2} \right)^2,$$

$$q > 1, \quad \sigma_1, \sigma_2 \in R, \quad \alpha < 2,$$

$$\nabla_x = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_m} \right), \quad \nabla_y = \left(\frac{\partial}{\partial y_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial y_n} \right),$$

$$\operatorname{div}_x(f_1, \dots, f_m) = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial f_m}{\partial x_m}, \quad \Delta_y = \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial y_n^2}.$$

Qoyulan məsələnin qlobal həllinin yoxluğu araşdırılır və məsələsinin həlli klassik mənada başa düşülür.

Bu paraqrafda araşdırılan suallara bənzər suallar daha əvvəllər E. Mitidieri və S.İ. Poxojayevin⁵, Azman, İ. Jleli və M. Sametin⁶, P. Baras, J.A. və Goldstein, K. Deng və H.A. Levinin⁷ işlərində tədqiq edilmişdir.

$$D_1 = \left(\frac{\alpha + m - 2}{2} \right)^2 - c_1, \quad D_2 = \left(\frac{n - 2}{2} \right)^2 - c_2,$$

$$\lambda_+ = -\frac{\alpha + m - 2}{2} + \sqrt{D_1}, \quad \lambda_- = -\frac{\alpha + m - 2}{2} - \sqrt{D_1},$$

$$\mu_+ = -\frac{n - 2}{2} + \sqrt{D_2}, \quad \mu_- = -\frac{n - 2}{2} - \sqrt{D_2}.$$

işarə edək.

Burada əsas nəticə növbəti teoremdir.

Teorem 7. Tutaq ki, $m > 2 - \alpha$, $n > 2$, $\alpha < 2$, $q > 1$,

⁵ Похожаев, С.И., Митидиери, Э. Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных. //-Москва: Наука, Труды МИАН, -2001, 234, -с.1-383.

⁶ Azman, I, Jleli, M, Samet, B. Blow-up of solutions to parabolic inequalities in the Heisenberg group// Electron. J. Differ. Equ. -2015, 167, p.1-9.

⁷ Deng, K., Levine, H.A. The role of critical exponent in blow-up theorem: the sequel // J. Math. Anal. and Appl. -2000. v. 243, -p. 85-126.

$$0 \leq c_1 < \left(\frac{\alpha + m - 2}{2} \right)^2, \quad 0 \leq c_2 < \left(\frac{n - 2}{2} \right)^2,$$

$$2 - \alpha + \sigma_1 + \frac{2 - \alpha}{2} \sigma_2 > 0 \quad \text{və} \quad q \leq 1 + \frac{2 - \alpha + \sigma_1 + \frac{2 - \alpha}{2} \sigma_2}{\lambda_+ + m + \frac{2 - \alpha}{2} (\mu_+ + n)}.$$

Əgər $u(x, y, t)$ funksiyası verilmiş (12)-(13) məsələsinin həllidirsə, onda $u(x, y, t) \equiv 0$.

Dissertasiya işinin **üçüncü fəsl**i isə xarici oblastlarda zəif əlaqəli ikinci tərtib yarımxətti elliptik və parabolik tənliklər sisteminin qlobal həllərinin varlığına həsr olunub və öz növbəsində iki paragrafa ayrılmışdır. Birinci paragrafda xarici oblastlarda zəif əlaqəli ikinci tərtib yarımxətti elliptik tənliklər sisteminin qlobal həllərinin varlığı araşdırılmışdır. Bu paragrafda baxılan sistemin müsbət həllinin yoxluğu üçün dəqiq kafi şərt tapılmışdır.

Aşağıdakı şəkildə işarələmələr aparılır:

$$x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n, \quad n \geq 3, \quad r = |x| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2},$$

$$B_R = \{x; |x| < R\}, \quad B'_R = \{x; |x| > R\},$$

$$B_{R_1, R_2} = \{x; R_1 < |x| < R_2\}, \quad Q_R = B_R \times (0, +\infty),$$

$$Q'_R = B'_R \times (0, +\infty), \quad Q_R(\rho) = Q_R \cap \{(x, t); t + |x|^2 < 2\rho^2\}$$

$C_{x,t}^{k,l}(Q'_R)$ –ilə x dəyişəninə nəzərən k tərtibdən, t dəyişəninə nəzərən isə l tərtibdən kəsilməz diferensiallanan funksiyalar çoxluğu işarə olunur.

3.1-də B'_R oblastında aşağıdakı yarımxətti elliptik tənliklər sisteminin qeyri-trivial qlobal həllinin yoxluğu araşdırılır.

$$\begin{cases} \operatorname{div}(A \nabla u) + \frac{C_1}{|x|^2} u + |x|^{\sigma_1} |g|^{q_1} = 0 \\ \operatorname{div}(A \nabla g) + \frac{C_2}{|x|^2} g + |x|^{\sigma_2} |u|^{q_2} = 0, \end{cases} \quad (14)$$

harada ki,

$$q_1, q_2 > 1, \quad A = (a_{ij}(x))_{i,j=1}^n, \quad a_{ij}(x) = \delta_{ij} + \gamma \frac{x_i x_j}{|x|^2}, \quad \gamma > -1,$$

δ_{ij} - Kroneker simvolu,

$$0 \leq \frac{C_1}{\gamma + 1} < \left(\frac{n-2}{2} \right)^2, \quad 0 \leq \frac{C_2}{\gamma + 1} < \left(\frac{n-2}{2} \right)^2$$

$$A \nabla u = \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \right)_{i=1}^n, \quad \operatorname{div}(A \nabla u) = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \right).$$

Sistemin qlobal həlli dedikdə ümumiləşmiş həll nəzərdə tutulur.

Əgər $u(x), \mathcal{G}(x) \in W_{2,loc}^1(B'_R) \cap L_{\infty,loc}(B'_R)$ və ixtiyari

$R_1 > R$, $\varphi(x) \in \overset{o}{W}_2^1(B_{R,R_1})$ üçün

$$\int_{B'_R} |x|^{\sigma_1} |\mathcal{G}|^{q_1} \varphi dx = \int_{B'_R} (A \nabla u, \nabla \varphi) dx - \int_{B'_R} \frac{C_1}{|x|^2} u \varphi dx,$$

$$\int_{B'_R} |x|^{\sigma_2} |u|^{q_2} \varphi dx = \int_{B'_R} (A \nabla \mathcal{G}, \nabla \varphi) dx - \int_{B'_R} \frac{C_2}{|x|^2} \mathcal{G} \varphi dx$$

integral eynilikləri ödənərsə o zaman $(u(x), \mathcal{G}(x))$ funksiyalar cütliyinə baxılan sistemin həlli deyilir.

Belə işarələmələr aparılır:

$$D_k = \left(\frac{n-2}{2} \right)^2 - \frac{C_k}{\gamma + 1}, \quad \alpha_k^\pm = -\frac{n-2}{2} \pm \sqrt{D_k},$$

$$\theta_1 = \frac{\sigma_1 + 2 + q_1(\sigma_2 + 2)}{q_1 q_2 - 1}, \quad \theta_2 = \frac{\sigma_2 + 2 + q_2(\sigma_1 + 2)}{q_1 q_2 - 1}, \quad k = 1, 2.$$

Teorem 8. Tutaq ki,

$$n \geq 3, \quad q_k > 1, \quad \gamma > -1, \quad 0 \leq C_k < (\gamma + 1) \left(\frac{n-2}{2} \right)^2,$$

$$\max \{ \theta_1 + \alpha_1^-, \theta_2 + \alpha_2^- \} \geq 0, \quad k = 1, 2.$$

Əgər $(u, \mathcal{G})$ (14) sisteminin həllidirsə, onda $u \equiv 0, \mathcal{G} \equiv 0$.

Teoremin isbatı bitdikdən sonra onun hökmünün dəqiqliyi nümunə üzərində göstərilir. Sistemin həlli $u = A_1|x|^{\mu_1}$ və $v = A_2|x|^{\mu_2}$ şəklində axtarılır və bu həllər sistemdə yerinə yazılaraq alınır ki, $u = A_1|x|^{\frac{\sigma_1+2+q_1(\sigma_2+2)}{q_1q_2-1}}$, $v = A_2|x|^{\frac{\sigma_2+2+q_2(\sigma_1+2)}{q_1q_2-1}}$ funksiyaları qlobal həlldir, harada ki,

$$\begin{aligned} A_2^{q_1} &= A_1 \left(-(1+\gamma)(\theta_1 + \alpha_1^+)(\theta_1 + \alpha_1^-) \right), \\ A_1^{q_2} &= A_2 \left(-(1+\gamma)(\theta_2 + \alpha_2^+)(\theta_2 + \alpha_2^-) \right). \end{aligned}$$

3.2-də isə xarici oblastda zəif əlaqəli ikinci tərtib yarımxətti parabolik tənliklər sisteminin qlobal həllərinin varlığı məsələsi tədqiq olunur. Bu paraqrafda yarımxətti parabolik tənliklər sisteminə baxılır, lakin burada Laplas operatoru əvəzinə $\operatorname{div}(A(x)\nabla u)$ şəklində operator götürülür, harada ki, $A(x)$ yuxarıda qeyd olunduğu kimi xüsusi formaya malikdir. Bundan əlavə bizim tənliklərdə sinqulyar potensiallı kiçik hədlər də iştirak edir. Qeyd edək ki, müxtəlif oblastlarda sinqulyar potensiallı yarımxətti parabolik tənliklərin qlobal həllərinin varlığı məsələsi L.A. Dupaigne, Daomin, Cao, Pigong və Hanın, M. Fall, Huilai və Linin, V.A. Kondratyev, V. Liskeviç və Z. Sobolun, V.A. Kondratyev, D.Smets və Tesei tərəfindən də araşdırılmışdır.

V.A. Kondratyev, V. Liskeviç və Z. Sobolun⁸ işində göstərildiyi kimi tənlikdə sinqulyar potensiallı Laplas operatorunu daha ümumi $\operatorname{div}(A(x)\nabla u)$ operatoru ilə əvəz etsək, onda mənfi olmayan qlobal həllin yoxluğunu təmin edən dəqiq kritik qiymət tapmaq mümkün olmayacaq. Cari paraqrafda $A(x)$ matrisi xüsusi qaydada seçilmiş və γ sabitinin kritik qiymətə təsiri göstərilmişdir. Burada da qlobal həllin yoxluğu üçün kritik qiymət tapılır. Beləliklə, Q'_R oblastında növbəti zəif əlaqəli sistemə baxılır:

⁸ Kondratiev, V., Liskevich, V., Sobol, Z. Second-order semilinear elliptic inequalities in exterior domains// J. Differential Equations, -2003. 187, -p. 429-455.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(A \nabla u) + \frac{C_1}{|x|^2} u + |x|^{\sigma_1} |v|^{q_1} \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \operatorname{div}(A \nabla v) + \frac{C_2}{|x|^2} v + |x|^{\sigma_2} |u|^{q_2} \end{cases} \quad (15)$$

Bu sistemin

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad v|_{t=0} = v_0(x), \quad (16)$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən həllərinə baxılır, harada ki,

$$0 \leq u_0(x), \quad v_0(x) \in C(\overline{B'_R}),$$

$$\sigma_k > -2, \quad q_k > 1, \quad 0 \leq C_k < (\gamma + 1) \frac{(n-2)^2}{4}, \quad k=1,2, \quad \gamma > -1,$$

$$\nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n} \right), \quad A = (a_{ij}(x))_{i,j=1}^n, \quad a_{ij}(x) = \delta_{ij} + \gamma \frac{x_i x_j}{|x|^2},$$

burada δ_{ij} - Kroneker simvollarıdır və

$$A \nabla u = \left(\sum_{j=1}^n a_{1j} \frac{\partial u}{\partial x_j}, \dots, \sum_{j=1}^n a_{nj} \frac{\partial u}{\partial x_j} \right), \quad \operatorname{div}(A \nabla u) = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right).$$

Verilmiş məsələnin qlobal həllinin varlığı araşdırılır. Qlobal həll dedikdə isə elə $u(x,t), v(x,t) \in C_{x,t}^{2,1}(\overline{Q'_R}) \cap C_{x,t}^{1,0}(\overline{Q'_R})$ funksiyalar cütünü başa düşülür ki, Q'_R oblastının hər bir nöqtəsində baxılan (15) sistemini, $t=0$ olduqda isə (16) başlanğıc şərtlərini ödəsinlər.

Aşağıdakı kimi işarələmələr aparılır:

$$\begin{aligned} D_k &= \sqrt{\left(\frac{n-2}{2} \right)^2 - \frac{C_k}{\gamma+1}}, \quad \lambda_k^+ = -\frac{n-2}{2} + D_k, \quad \lambda_k^- = -\frac{n-2}{2} - D_k, \\ \theta_1 &= \frac{\sigma_1 + 2 + q_1(\sigma_2 + 2)}{q_1 q_2 - 1} - \lambda_1^+ - n, \\ \theta_2 &= \frac{\sigma_2 + 2 + q_2(\sigma_1 + 2)}{q_1 q_2 - 1} - \lambda_2^+ - n, \quad k=1,2. \end{aligned}$$

Teorem 9. Tutaq ki,

$$n \geq 3, q_k > 1, \gamma > -1, 0 \leq C_k < (\gamma + 1) \left(\frac{n-2}{2} \right)^2,$$

$$\max \{\theta_1, \theta_2\} \geq 0, \quad k = 1, 2.$$

Əgər $(u(x, t), v(x, t))$ (16)- (17) məsələsinin mənfi olmayan həllidirsə, onda $u \equiv 0, v \equiv 0$.

Müəllif elmi rəhbəri f.-r.e.d., prof. Nizaməddin Şirin oğlu İsgəndərova və elmi məsləhətçisi f.-r.e.n., dos. Şirmayıl Həsən oğlu Bağirova məsələlərin qoyuluşuna, alınan nəticələrin müzakirəsinə və işə daimi diqqətlərinə görə dərin hörmətini və səmimi minnətdarlığını bildirir.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işində ikinci tərtib elliptik, parabolik tənliklər və tənliklər sisteminin qlobal həllərinin varlığı və yoxluğu məsələsi tədqiq edilmişdir. Əvvəlki işlərdən fərqli olaraq təqdim olunan işdə həyəcənlanmış tənliklərə baxılır, yəni tənliklərdə həm kiçik tərtib törəmələr, həm də sinqulyar potensiallı hədlər iştirak edir. Aşağı tərtib törəmələrin və sinqulyar potensiallı hədlərin qlobal həllin varlığı üçün tapılan kafi qiymətləndirmələrə necə təsir etməsi araşdırılır. Aşağıdakı nəticələr alınmışdır.

1. Müxtəlif oblastlarda sinqulyar potensiallı ikinci tərtib yarımxətti elliptik tənliyin müsbət qlobal həllinin yoxluğunu təmin edən dəqiq qiymətləndirmə tapılmışdır [2], [3], [5].
2. Baş hissə divergent tipli ikinci tərtib yarımxətti parabolik tip tənliklərin qlobal həllərinin varlığı üçün kafilik teoremi isbat edilmişdir [1].
3. Baş hissə Bauendi-Qruşin tip operator olan sinqulyar potensiallı yarımxətti parabolik tənlik üçün Fudjita tipli nəticə isbat edilmişdir [6].
4. Xarici oblastlarda zəif əlaqəli ikinci tərtib yarımxətti elliptik və parabolik tənliklər sisteminin qlobal həllərinin yoxluğu üçün dəqiq kafi şərt tapılmışdır [4].

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:

1. Quliyeva, K.A. Singulyar potensiallı ikinci tərtib yarımxətti parabolik tənliyin mənfə olmayan global həllərinin yoxluğu.// - Bakı: Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin Xəbərləri, riyaz. və təbiət elmləri ser. – 2018. №1, – s. 59-70.
2. Багыров, Ш.Г., Гулуева, К.А., Об отсутствии неотрицательных решений полулинейного эллиптического уравнения второго порядка во внешности шара // -Баку: Вестник Бакинского Университета. – 2016, №3, – с. 89-94.
3. Багыров, Ш.Г., Гулуева, К.А., Отсутствие положительных решений полулинейного эллиптического уравнения второго порядка с младшими производными и с сингулярным потенциалом // – Москва: Математические заметки. – 2017, т.101, вып.2, – с. 313-317.
4. Багыров, Ш.Г., Гулуева, К.А., Отсутствие глобальных решений слабо связанной системы параболических уравнений второго порядка // – Польша: Wschodnioeuropejskie Czasopismo Naukowe (East European Scientific Journal) 9(49), – 2019. – с. 79-85
5. Гулуева, К.А. Об отсутствии положительных глобальных решений полулинейных эллиптических уравнений в неограниченных областях // – Баку: Вестник Бакинского Университета. – 2015. №3, – с. 108-116.
6. Bagyrov, Sh.G., Guliyeva, K.A. Non existence of global solution of a semi-linear parabolic equation with a singular potential//Transactions of ANAS, ser. phys.- tech. mat. sc., – 2020. v.40(1), – pp. 79-87.
7. Quluyeva, K.Ə. İkinci tərtib yarımxətti elliptik tənliyin silindrik tip oblastda müsbət həllinin varlığı // Bakı Dövlət Universitetinin 95-ci ildönümünə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı Dövlət Universiteti, Mexanka-riyaziyyat fakultəsi, – Bakı, – 2014, 25 - 26 dekabr, – s. 90-91.

8. Bağirov, Ş.H., Quluyeva, K.Ə. Aşağı tərtib törəmələr daxil olan sinqulyar potensiallı yarımxətti ikinci tərtib elliptik tənliyin müsbət qlobal həllinin varlığı // Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 93-cü ildönümünə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı Dövlət Universiteti, Mexanka riyaziyyat fakültəsi, – Bakı, – 2016, – s. 6-7.
9. Багыров, Ш.Г., Гулуева, К.А., Отсутствие глобальных решений слабо связанной системы полулинейных параболических уравнений второго порядка // Сборник материалов международной конференции КРОМШ, – 2019, – с. 153-154.
10. Bağirov, Ş.H. Quluyeva, K.Ə. Yüksək tərtib yarımxətti elliptik tənlik üçün sərhəd məsələsinin həllinin varlığı // Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı Dövlət Universiteti, Mexanka-riyaziyyat fakültəsi, – Bakı, – 2022, – s. 27-28.

Dissertasiyanın müdafiəsi **11 iyun 2024-cü il** tarixində saat **14⁰⁰**-da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəh., akad. Z. Xəlilov küç., 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya işi və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **07 may 2024-cü il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 01.05.2024
Kağızın formatı: 60×84 1/16
Həcm: 39128
Tiraj: 100