AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

RİMAN SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİNİN QEYRİ-STANDART HARDİ FƏZALARINDA HƏLLOLUNANLIĞI VƏ BAZİS MƏSƏLƏLƏRİNƏ TƏTBİQLƏRİ

İxtisas: 1202.01 –Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Fidan Şahin qızı Mehdiyeva**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2023

Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
Bilal Telman oğlu Bilalov

Rəsmi opponentlər:

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
Rövşən Əlifağa oğlu Bəndəliyev

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
Cavanşir Cavad oğlu Həsənov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Elçin Camal oğlu İbadov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:
AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
______________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.-r.e.n.
______________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
______________ **Həmidulla İsrafil oğlu Aslanov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi.

Dissertasiya işi analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin Riman sərhəd məsələsinin qeyri-standart Hardi fəzalarında, məhz dəyişən cəmləmə dərəcəli, çəkili Hardi fəzalarında və Morri-Hardi fəzalarında həllolunanlığı məsələsinə, həmçinin onların funksiyaların qeyri-standart banax fəzalarında həyəcanlanmış triqonometrik sistemlərin bazislik xassələrinin tədqiqinə tətbiq olunmasına həsr edilmişdir.

Qeyd etmək lazımdır ki, riyazi fizika, mexanika və ümumiyyətlə desək xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin bir çox tənliklərinə Furye metodunun tətbiqi adi diferensial operatora nəzərən spektral məsələyə gətirilir. Bir çox hallarda məxsusi funksiyaları həyəcanlanmış triqonometrik sistemlər olan diferensial operatorlar meydana gəlir. Oxşar məsələlərə xüsusi oblastlarda verilmiş qarışıq tip (və ya elliptik tip) diferensial tənlikləri aid etmək olar. Bu məsələlərlə əlaqədar S.M.Ponomaryev, E.İ.Moiseyev, S.A.Qabov, P.A.Krutitskiy və başqalarının işləri silsiləsində tanış olmaq olar (bu əsərlər ədəbiyyat siyahısında göstərilmişdir). Yuxarıda söylənənlərlə əlaqədar hesab edirik ki, dissertasiya işinin mövzusu aktualdır və aproksimasiya nəzəriyyəsi, bazislər nəzəriyyəsi və Riman sərhəd məsələsi nöqteyi nəzərdən elmi maraq kəsb edir.

Xüsusi halların əksəriyyətində alınan spektral məsələlər

$$\left\{\sin\left(nt+\alpha(t)\right)\right\}_{n\in N}, \qquad (1)$$

($N-$natural ədəddir) şəklində həyəcanlanmış sinuslar sistemindən ibarət məxsusi funksiyaya malik olur, burada $\alpha:[0,\pi]\to R-$ ümumiyyətlə desək, hissə-hissə xətti funksiyadır. Əgər diferensial tənliyin həlli funksiyaların qeyri-standart Sobolev fəzalarında axtarılarsa, onda müvafiq qeyri-standart banax fəzasında (1) sisteminin bazislik xassələrinin (tamlıq, minimallıq, bazislik) araşdırılması zəruridir. Həyəcanlanmış triqonometrik sistemin bazislik xassələrinin tədqiqi dərin və qədim tarixə malikdir. Ehtimal ki, o öz başlanğıcını Peli-Viner[1] və N. Levinsonun[2] məşhur əsərlərindən götürmüşdür. Qeyd etmək lazımdır ki, (1) sisteminin bazis xassələri uyğun $\alpha : [0,\pi] \to R-$ funksiyalı

$$\left\{ e^{i(nt-\alpha(t)signn)} \right\},\ n \in Z, \tag{2}$$

eksponent sisteminin analoji xassələri ilə sıx əlaqəlidir. $\alpha(\cdot)-$ $\alpha(t) = at$ xətti funksiya olduqda $a \in R$ nəzərən bazislik kriteriyası 1982-ci ildə A.M.Sedleski[3] tərəfindən tapılmışdır. Sinuslar və kosinuslar sisteminə nəzərən (həmçinin eksponent sisteminə nəzərən) analoji nəticələr 1984-cü ildə E.M.Moiseyev[4] tərəfindən alınmışdır, bu nəticələri $a \in C$ parametrinin kompleks olduğu hala Q.Q.Devdariani[5] gətirmişdir. Qeyd edək ki, bu istiqamətdə olan işləri şərti olaraq iki qrupa ayırmaq olar. Birinci qrupa tam funksiyalar nəzəriyyəsinin metodlarının (məs. Peli-Viner, Levinson, A.M.Sedletskiy, B.Y.Levinin və b. işləri) tətbiq olunduğu işləri aid etmək olar. İkinci qrupa analitik funksiyalar üçün sərhəd məsəslələri nəzəriyyəsinin metodlarının tətbiq olunduğu işləri aid etmək olar. Həyəcanlanmış triqonometrik sistemlərin bazislik xassələrinin tədqiqi üçün sərhəd məsələsinin tətbiqi ideyası A.V.Bisadzeyə[6] (1950-ci il) məxsusdur. Daha sonra bu metodu S.M.Ponomaryev

---

[1]Palley R. Wiener N. Fourier transforms in complex domain.// Amer. Math. Soc. Colloq. Publ. 19 (Amer. Math. Soc. RI. 1934).

[2] Levinson N. Gap and density theorems // New-York: Publ. Amer. Math. Soc. 1940, 204 p.

[3] Седлецкий А.М. Классы аналитических преобразований Фурье и экспоненциальные аппроксимации // Москва, Физматлит, 2005, 504 с.

[4] Моисеев Е.И. О базисности систем синусов и косинусов// ДАН СССР, 1984, т. 274, №4, с. 794-798.

[5] Девдариани Г.Г. О базисности одной системы функций // Дифференциальные уравнения, т. 22, №1, с. 170-171, 1986.

[6] Бицадзе А.В. Об одной системе функции // УМН, т. 5, в. 4(38), с.150-151

konkret xətti fazalı sinuslar sisteminə nəzərən və E.İ.Moiseyev[7] ixtiyari xətti fazalı sinuslar, kosinuslar və eksponentlər sisteminə nəzərən L_p, $1 < p < +\infty$, Lebeq fəzalarında bu sistemlərin bazislik xassələrini müəyyənləşdirmək üçün tətbiq etmişdir. Bu metodu daha da inkişaf etdirərək eksponent sisteminin, hissə-hissə kəsilməz fazalı sinuslar sisteminin, birqat və ikiqat qüvvət sistemlərinin bazislik xassələrinin öyrənilməsinə tətbiqi B.T.Bilalova məxsusdur. A.Y.Kazmin, A.N.Barmenkov, O.İ.Lyubarskiy, V.A.Tkaçenko, A.A.Şkalikovun və b. riyaziyyatçıların tədqiqatlarını da bu qrup işlərə aid etmək olar.

Tədqiqatın obyekt və predmeti: dəyişən cəmləmə dərəcəli Hardi sinifləri, Morri fəzasının normasının doğurduğu Hardi sinifləri, bu siniflərdə bircins və qeyri-bircins Riman sərhəd məsələləri, xətti və hissə-hissə xətti fazalı həyəcanlanmış eksponent sistemləri, xətti fazalı sinuslar və kosinuslar sistemi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Tədqiqatın məqsədi Riman sərhəd məsələsinin dəyişən cəmləmə dərəcəli, çəkisi ümumi şəkildə olan çəkili Hardi siniflərində, həmçinin Morri-Hardi siniflərində Riman sərhəd məsələsinin həllolunanlığı məsələsinin tədqiqi və alınan nəticələrin Morri tipli fəzalarda hissə-hissə xətti fazalı eksponent sistemin bazislik xassələrinin tədqiqinə tətbiqidir.

Tədqiqat metodları. Əsas nəticələrin alınmasında analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin Riman sərhəd məsələsi metodu, aproksimasiya və bazislər nəzəriyyəsi metodları, funksional və kompleks analizin metodları tətbiq olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

Aşağıdakı əsas müddəalar müdafiyə çıxarılacaq:

- Dəyişən cəmləmə dərəcəli çəkisi ümumi şəkildə olan çəkili Hardi siniflərində bircins Riman məsələsinin həll olunanlıq şərtləri və ümumi həllinin qurulması;
- Həmin siniflərdə qeyri-bircins Riman sərhəd məsələsinin həllolunanlıq şərti və həll olunduğu halda ümumi həllin tapılması;

---

[7] Пономарев С.М. Об одной задаче на собственные значение // ДАН СССР, 1979, т. 243, № 5, 1068-1070.

- Bu məsələlərin Hardi-Morri siniflərinə nəzərən öyrənilməsi;
- Morri tipli fəzalarda eksponent sisteminin (vahid də daxil olmaqla) bazislik xassələrinin öyrənilməsi;
- Morri tipli fəzalarda birqat və ikiqat sistemlərin bazislik xassələri arasında əlaqənin təyin edilməsi.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. İşdə aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- dəyişən cəmləmə dərəcəsinə malik çəkili Hardi siniflərində hissə-hissə kəsilməz əmsallı bircins Riman sərhəd məsələsinə baxılır, bu məsələnin həlli üçün ümumi şəkilli çəki funksiyasına kafi şərt tapılır və ümumi həll qurulur;
- çəkisi ümumi şəkildə olan dəyişən cəmləmə dərəcəsinə malik çəkili Hardi siniflərində qeyri-bircins Riman sərhəd məsələsinin həllolunanlığı şərti tapılır;
- Hardi-Morri siniflərində bircins Riman sərhəd məsələsinin həllolunanlığı məsələsi araşdırılır və ümumi həll qurulur;
- Hardi-Morri siniflərində qeyri-bircins Riman sərhəd məsələsinin həllolunanlığı üçün kafi şərt tapılır;
- Morri fəzasının kəsilməz funksiyaların sıx olduğu alt fəzasında xətti fazalı eksponent sisteminə baxılır və onun bazislik xassələri müəyyənləşdirilir;
- analoji məsələlər hissə-hissə xətti fazalı eksponent sistemi üçün araşdırılır;
- Morri tipli fəzalarda ikiqat və birqat sistemlərin bazislik xassələri arasındakı əlaqə müəyyənləşdirilir;
- Morri tipli fəzalarda xətti fazalı sinuslar və kosinuslar sistemlərinin bazislik kriteriyaları tapılır.

Tədqiqatın nəzəri və praktik əhəmiyyəti. İş nəzəri xarakter daşıyır. İşdə alınan nəticələrdən sərhəd məsələləri nəzəriyyəsində, bazislər nəzəriyyəsində, bir çox xüsusi törəməli tənliklərin həlli üçün Furye metodunun əsaslandırılmasında və s. istifadə etmək olar.

Aprobasiyası və tətbiq. Dissertasiyanın əsas nəticələri V.A.İlinin 90 illiyinə həsr olunmuş “Modern methods of the boundary-value problems theory” beynəlxalq konfransda (Moskva 2018); “Mathematical Advances and Applications” beynəlxalq konfransda (ICOMAA 2018, İstanbul), Akademik Mirabbas Qasımovun 80 illiyinə həsr olunmuş “Spectral Theory and its applications” beynəlxalq konfransda (Bakı 2019), “Operators, functions and system of mathematical physics” beynəlxalq konfransda (Bakı 2019), “Mathematical Advances and Applications” 4-cü beynəlxalq onlayn konfransda (ICOMAA 2021, İstanbul) dəfələrlə məruzə edilmişdir.

İddiaçının şəxsi töhvəsi. Dissertasiyada alınan bütün nəticələr iddiaçıya məxsusdur.

İddiaçının nəşrləri.

Dissertasiya işinin əsas nəticələri Azərbaycan Respublikası Prezidenti yanında AAK-ın tövsiyyə etdiyi elmi nəşrlərdə 7, o cümlədən beynəlxalq xülasələndirmə və indeksləmə sistemlərinə daxil olan dövri elmi nəşrlərdə 6-sı dərc olunub, bunlardan 2-si həmmüəlifsizdir. Respublika və beynəlxalq miqyaslı elmi tədbirlərin nəticələri üzrə 7-i dərc olunmuşdur (onlardan 3-ü xaricdə).

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi müəssisənin adı.

Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin “Riyazi analiz” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın strukturu və həcmi (işarələr şəklində ayrıca göstərilməklə).

Dissertasiya işi giriş, iki fəsil, nəticə və 94 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin ümumi həcmi 195498 işarədir (titul vərəqi -365 işarə sayı, mündəricat -1797 işarə sayı, giriş -46050 işarə sayı, birinci fəsil -60000 işarə sayı,, ikinci fəsil -86000 işarə sayı, nəticə -1286 işarə sayı). Dissertasiyanın həcmi 107 səhifədir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, iki fəsil, nəticə və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə mövzunun aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiyanın mövzusu ilə bağlı nəticələrin xülasəsi verilir və dissertasiyanın əsas nəticələri təqdim olunur.

Disertasiyanın birinci fəsli baxılan funksiyalar fəzasının normasının doğurduğu Hardi siniflərində Riman sərhəd məsələsinin həllolunanlığı məsələlərinin araşdırılmasına həsr olunub.

Birinci fəslin birinci paraqrafında bu fəsildə istifadə olunan əsas anlayışlar təqdim olunur.

Belə ki, ilk olaraq bəzi anlayışlar qəbul edilir. Fərz edək ki, $C-$kompleks müstəvi, $\omega \equiv \{z \in C : |z| < 1\}-$ vahid dairə, $\partial\omega \equiv \{z \in C : |z| = 1\}-$vahid çevrədir. Bizə ümumiləşmiş Lebeq fəzalarından bəzi məlumatlar lazım olacaq.

Fərz edək ki, $p : [-\pi, \pi] \to [1, +\infty)-$Lebeq mənada ölçülən hər hansı funksiyadır.

$$I_p(f) \overset{def}{\equiv} \int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|^{p(t)} dt.$$

olduğunu qəbul edək.

$L_{p(\cdot)}$fəzası $[-\pi, \pi]$ parçasında ölçülən funksiyaların

$$\|f\|_{p(\cdot)} \overset{def}{\equiv} \inf \left\{ \lambda > 0 : I_p\left(\frac{f}{\lambda}\right) \le 1 \right\},$$

norması ilə banax fəzasıdır. Fərz edək ki,

$$WL \overset{def}{\equiv} \left\{ p : p(-\pi) = p(\pi); \exists C > 0, \forall t_1, t_2 \in [-\pi, \pi] : |t_1 - t_2| \le \frac{1}{2} \Rightarrow \right.$$

$$\left. \Rightarrow |p(t_1) - p(t_2)| \le \frac{C}{-\ln|t_1 - t_2|} \right\}.$$

Çəkilərin aşağıdakı Makenxoupt sinfini daxil edək.

Tərif 1. Fərz edək ki, $p(\cdot) : [-\pi, \pi] \to [1, +\infty]$. Əgər

$$\sup_{I \subset [-\pi, \pi]} |I|^{-1} \|\omega(\cdot)\chi_I(\cdot)\|_{p(\cdot)} \|\omega^{-1}(\cdot)\chi_I(\cdot)\|_{q(\cdot)} < +\infty,$$

şərti ödənərsə onda deyirlər ki, $\omega(\cdot)$ çəki funksiyası $\omega \in A_{p(\cdot)}$sinfinə daxildir.

Bizə həmçinin Hardi çəki sinifləri də lazım olacaq. $\omega -$da analitik olan funksiyaların adi Hardi sinifləri H_p^+ ilə işarə olunur. Fərz edək ki, $\mathscr{A}$ $[-\pi,\pi]$ parçasından Borel çoxluqlarının $\sigma -$ cəbridir və ρ $\mathscr{A}$ da ölçüdür. $L_{p(\cdot);d\rho} \equiv L_{p(\cdot);d\rho}(-\pi,\pi) - [-\pi,\pi]$ parçasında ölçülən funksiyaların

$$\|f\|_{p(\cdot)} \overset{def}{\equiv} \inf\left\{\lambda > 0 : I_{p(\cdot);d\rho}\left(\frac{f}{\lambda}\right) \leq 1\right\},$$

norması ilə Banax fəzasıdır, burada

$$I_{p(\cdot);d\rho}(f) = \int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|^{p(t)}\, d\rho(t).$$

$$\widetilde{H} \equiv \left\{ f \in H_1^+ : f^+ \in L_{p(\cdot);d\rho} \right\},$$

olduğunu qəbul edək, burada $f^+(e^{it})\, f$ funksiyasının $\partial\omega -$ya daxildən toxunmayan sərhəd qiymətidir. $\widetilde{H}$ $-$da norma təyin edək:

$$\|f\|_{\widetilde{H}} = \left\| f^+\left(e^{it}\right)\right\|_{p(\cdot);d\rho}.$$

ω dairəsinin xaricinə nəzərən analoji çəki siniflərini daxil edək. Fərz edək ki, ${}_mH^-_{p(\cdot)}$ ω xaricində analitik, sonsuz uzaqlaşmış nöqtədə tərtibi $m -$i aşmayan polyusa malik olan funksiyaların adi Hardi sinfidir.

$$\widetilde{H}^- \equiv \left\{ f \in {}_mH_1^- : f^-(e^{it}) \in L_{p(\cdot),d\rho} \right\},$$

olduğunu qəbul edək, burada $f^-(e^{it}) = f/_{\partial\omega}$, f -in $\omega -$nın xaricindən $\partial\omega -$ya toxunan sərhəd qiymətidir.

Birinci fəslin ikinci paraqrafında dəyişən cəmləmə dərəcəsinə malik Hardi çəki siniflərində analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin Riman sərhəd məsələsinə baxılır.

Aşağıdakı Riman sərhəd məsələsinə baxaq:

$$F^+(\tau) - G(\tau)F^-(\tau) = g(\tau),\ \tau \in \partial\omega, \tag{3}$$

burada $G:\partial\omega \to C$ məsələnin əmsalı, $g(\tau)$ sərbəst həddir.

Fərz edək ki, $g \in L_{p(\cdot);\vartheta}$ və G aşağıdakı şərtləri ödəyir:

α) $G^{\pm 1} \in L_{\infty}(\partial\omega)$;

β) $\theta(t) \equiv \arg G(e^{it}) - [-\pi, \pi]$ parçasında hissə-hissə Hölder funksiyadır və $-\pi < s_1 < ... < s_r < \pi -$ uyğun kəsilmə nöqtələridir. Fərz edək ki, $h_k = \theta(s_k + 0) - \theta(s_k - 0)$, $k = \overline{1,r}$; $h_0 = \theta(-\pi + 0) - \theta(\pi - 0) -$ $\theta(\cdot)$ funksiyasının bu nöqtələrd sıçrayışlarıdır.Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 1. *Fərz edək ki, (3) məsələsinin $G(\tau)$ əmsalı $\alpha);\beta)$ şərtlərini ödəyir. Fərz edək ki, $\theta(t) \equiv \arg G(e^{it})$ funksiyasının $\{h_k\}_0^r$ sıçrayışları*

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left| w(t)\vartheta^{-1}(t) \right|^{q(t)} dt < +\infty, \tag{4}$$

$$h_k < 2\pi,\ k = \overline{0,r}, \tag{5}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left| w^{-1}(t)\ \ \vartheta(t) \right|^{p(t)} dt < +\infty. \tag{6}$$

münasibətlərini ödəyir, burada $w(t)$

$$w(t) = \left| \sin\frac{t-\pi}{2} \right|^{\frac{h_0}{2\pi}} \prod_{k=1}^{r} \left| \sin\frac{t-s_k}{2} \right|^{\frac{h_k}{2\pi}}. \tag{7}$$

ifadəsi ilə təyin olunub. Onda

$$F^{+}(\tau) - G(\tau)F^{-}(\tau) = 0,\ \tau \in \partial\omega,$$

bircins Riman məsələsinin $H^{+}_{p(\cdot);\vartheta} \times H^{-}_{p(\cdot);\vartheta}$ siniflərində ümumi həlli

$$F(z) \equiv Z(z)P_m(z).$$

şəklində ifadə olunur, burada $Z(z)$ kanonik həll, $P_m(z)$ dərəcəsi $\leq m$ olan çoxhədlidir.

Birinci fəslin üçüncü paraqrafında dəyişən cəmləmə dərəcəli çəkili Hardi fəzalarında hissə-hissə kəsilməz əmsallı qeyri-bircins Riman məsələsinin həllolunanlığı araşdırılır.

Aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 2. *(3) məsələsinin $G(\tau)$ əmsalı $\alpha);\beta)$ şərtlərini ödədiyini fərz edək. Fərz edək ki, $\theta(t)=\arg G(e^{it})$ funksiyasının sıçrayışının (4),(5),(6) münasibətlərini ödəyir, burada $w(t)$ çəki funksiyası (7) ifadəsi ilə təyin olunmuşdur.*
Fərz edək ki, $\nu \in A_{p(\cdot)}$, $1<p<+\infty$, burada $v(t)=w^{-1}(t)\vartheta(t)$ və $\nu^{-1} \in L_{q(\cdot)}$.Əgər

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{g(e^{i\sigma})}{Z^{+}(e^{i\sigma})} e^{in\sigma} d\sigma = 0, n=\overline{1,-m},$$

ortoqonallıq şərtləri ödənərsə, onda (3) qeyri-bircins Riman məsələsi $H^{+}_{p(\cdot);\vartheta} \times_m H^{-}_{p(\cdot);\vartheta}$ siniflərində həllolunandır. $m \geq 0$ olduqda (3) məsələsinin ümumi həlli

$$F(z)=Z(z)P_m(z)+F_1(z),$$

şəklində ifadə olunur, burada $Z(z)-$ bircins məsələnin kanonik həlli, $P_m(z)$ dərəcəsi $\leq m$ olan ixtiyari çoxhədlidir, $F_1(z)$ isə

$$F_1(z) \equiv \frac{Z(z)}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{g(e^{i\sigma})}{Z^{+}(e^{i\sigma})} \frac{d\sigma}{1-ze^{-i\sigma}} .$$

ifadəsi ilə təyin olunur. Bundan əlavə, $m \leq -1$ olduqda həll yeganədir və $m=-1$ olduqda o $\forall g \in L_{p(\cdot);\vartheta}$ üçün həllolunandır.

Birinci fəslin dördüncü paraqrafında Morri-Hardi siniflərində analitik funksiyalar üçün Riman sərhəd məsələsinə baxılır. Bunun üçün bu sinifdən olan funksiyaların bəzi xassələri və bu funksiyaların Koşi tip inteqral vasitəsilə təsvirinin mümkünlüyü araşdırılır.

C kompleks müstəvisində $\gamma = \{z \in C : |z| = 1\}$ çevrəsi üzrə Morri fəzasını təyin edək. $(-\pi, \pi)$ aralığında ölçülən (Lebeq mənada) bütün funksiyalar fəzasını $L_0(-\pi, \pi)$ ilə işarə edək. γ üzrə ölçülən ,

$$\|f\|_{L^{p,\alpha}}(\gamma) = \sup_B \left(|B \cap \gamma|_\gamma^{\alpha-1} \int_{B\cap\gamma} |f(\xi)|^p |d\xi| \right)^{1/p} < +\infty ,$$

($|B \cap \gamma|_\gamma - B \cap \gamma$ kəsişməsinin xətti ölçüsüdür) sonlu normasına malik olan funksiyaların normallaşmış fəzasını $L^{p,\alpha}(\gamma)$, $1 \le p < +\infty$, $0 \le \alpha \le 1$, ilə işarə edək, burada sup mərkəzi γ üzərində olan və ixtiyari radiuslu kürə üzrə götürülür.

ω daxilində $\|f\|_{H_+^{p,\alpha}} = \sup_{0<r<1} \|f_r(\cdot)\|_{p,\alpha}$ norması ilə analitik olan $f(\cdot)$ funksiyalarının $H_+^{p,\alpha}, 1 \le p < +\infty, 0 < \alpha \le 1,$ Morri-Hardi siniflərini təyin edək, burada $f_r(t) = f(re^{it})$. Qeyd edək ki, $H_1^+ -$adi Hardi sinfi üçün $H_+^{p,\alpha} \subset H_1^+, 1 \le p < +\infty$ doğrudur.

Tamamilə analoji olaraq ω dairəsinin xarici üçün də Morri-Hardi sinfini qura bilərik. Fərz edək ki, $\omega^- = C \setminus \overline{\omega}(\overline{\omega} = \omega \cup \gamma)$. Əgər f funksiyasının sonsuz uzaqlaşmış nöqtə ətrafında Loran sırasına ayrılışı

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{m} a_k z^k \ , \ a_m \ne 0 , \tag{8}$$

şəklində olarsa , onda $\omega^- -$da analitik olan f funksiyasının sonsuzluqda sonlu m tərtibinə malik olduğunu deyəcəyik.

Belə ki, f funksiyası $m > 0$ olduqda $z = \infty -$da m tərtibli poliusa malik olur; $m = 0$ olduqda $z = \infty$ ətrafında məhduddur; $m < 0$ olduqda $z = \infty -$da $(-m)$ tərtibli sıfıra malikdir. Fərz edək ki, $f(z) = f_0(z) + f_1(z)$, burada $f_0(z)$ baş hissədir (yəni $f_0(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$

), $f_1(z)$ isə (8) ayrılışının requlyar hissəsidir. Deməli, $m<0$ olarsa $f_0 \equiv 0$, $m \geq 0$ olarsa f_0 m tərtibli çoxhədlidir, yəni $\deg f_0 = m$. Əgər $\deg f_0 \leq m$ və $F \in H_+^{p,\alpha}$ olarsa, onda f funksiyası ${}_mH_-^{p,\alpha}$ sinfinə daxildir, burada $F(z) = \overline{f_1\left(\frac{1}{z}\right)}, z \in \omega.$

Bu fəslin əsas nəticələrinin alınmasında B.T. Bilalovun işlərindən aşağıdakı teoremdən isifadə olunmuşdur.

Teorem 3. *Fərz edək ki,*

$$\left.\begin{aligned} &F^+(\tau) - G(\tau)F^-(\tau) = 0, \quad \tau \in \gamma, \\ &F^+(\cdot) \in H_+^{p,\alpha}; F^-(\cdot) \in_m H_-^{p,\alpha}, \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

$$1 < p < +\infty, \;\; 0 < \alpha \leq 1,$$

məsələsinin $G(\cdot)$ *əmsalı* $\alpha); \beta)$ *şərtlərini ödəyir və* $\theta(t) = \arg G(e^{it})$ *funksiyasının* $[-\pi, \pi]-$ *da* $\{h_k\}_0^r$ *sıçrayışları*

$$-1 + \frac{\alpha}{p} < \frac{h_k}{2\pi} \leq \frac{\alpha}{p}, \quad k = \overline{0,r}. \tag{10}$$

bərabərsizliyini ödəyir, burada $h_0 = \theta(-\pi) - \theta(\pi)$.

Onda:

$\alpha)$ $m \geq 0$ *olduqda (9) məsələsi*

$$F(z) \equiv Z(z)P_k(z),$$

şəklində ümumi həllə malikdir, burada $Z(z)-$ *bu məsələnin kanonik həllidir,* $P_k(z)-$ *dərəcəsi* $k \leq m$ *olan ixtiyari çoxhədlidir;*

$\beta)$ $m<0$ *olduqda (9) məsələsi yalnız trivial həllə malikdir.*

$$H_+^{p,\alpha} \times_m H_-^{p,\alpha}, \; 1 < p < +\infty, \; 0 < \alpha < 1,$$

Morri-Hardi siniflərində aşağıdakı qeyri-bircins Riman sərhəd məsələsinə baxaq

$$F^+(\tau) - G(\tau)F^-(\tau) = f(\arg \tau), \qquad \tau \in \gamma, \tag{11}$$

burada $f \in L^{p,\alpha} -$ verilmiş ixtiyari funksiyadır.

Teorem 3-dən birbaşa alınan bəzi nəticələrdən istifadə edirik.

Nəticə 1. *Fərz edək ki, (11) məsələsinin* $G(\cdot)$ *əmsalı* $\alpha),\beta)$ *şərtlərini ödəyir və* $\{h_k\}_0^r$ $\{s_k\}_1^r \subset (-\pi,\pi): h_0 = \theta(-\pi) - \theta(\pi)$ *kəsilmə nöqtələrində* $\theta(t) = \arg(G(e^{it}))$ *funksiyasının sıçrayışlarıdır. Fərz edək ki, (10) bərabərsizliyi ödənilir. Onda* $\forall f \in L^{p,\alpha}$, $1 < p < +\infty, 0 < \alpha < 1$, *üçün (11) məsələsinin* $H_+^{p,\alpha} \times_{-1} H_-^{p,\alpha}$ *Morri-Hardi siniflərində Koşi tip inteqral vasitəsilə ifadə olunan yeganə*

$$F_1(z) = \frac{Z(z)}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(t)}{Z^+(e^{it})} K_z(t) dt, \tag{12}$$

həlli var.

Bu teoremdən həmçinin aşağıdakı nəticə alınır.

Nəticə 2. *Fərz edək ki, nəticə 1-in bütün şərtləri ödənilir. Onda* $\forall f \in M^{p,\alpha}, 1 < p < +\infty, 0 < \alpha < 1$, *üçün (11) məsələsi* $MH_+^{p,\alpha} \times_{-1} MH_-^{p,\alpha}$ *Morri-Hardi siniflərində Koşi tip inteqral vasitəsi ilə ifadə olunan yeganə (12) həllinə malikdir.*

Dissertasiya işinin ikinci fəsli

$$E_\beta \equiv \left\{ e^{i(nt + \beta|t| \, sign \, n)} \right\}_{n \in Z}, \tag{13}$$

şəklində eksponent sisteminin bazislik xassələrinin araşdırılmasına həsr olunmuşdur, burada $\beta \in C -$ kompleks parametr, $Z -$ tam ədəddir. Bu sistem

$$e_\beta \equiv \left\{ e^{i(n + \beta sign \, n)t} \right\}_{n \in Z},$$

eksponent siteminin başqa modifikasiyasıdır. Morri fəzasının kəsilməz funksiyaların sıx olduğu alt fəzasında bu sistemin bazislik xassələri (tamlıq, minimallıq, bazislik) araşdırılır. Həmin altfəzada bu sistemin tamlığı (minimaldır və ya basis təşkil edir) üçün kafi şərt tapılır. Qeyd etmək lazımdır ki, (13) şəklində sistemin bazislik xassələri e_β sisteminin müvafiq xassələrindən kökündən fərqlənir. e_β sisteminin Morri tipli fəzalardakı bazislik xassələri B.T.Bilalovun yeni məqalələrində çap edilmişdir.

İkinci fəslin birinci paraqrafında bu fəsildə istifadə olunacaq əsas anlayışlar daxil edilir.

İkinci fəslin ikinci paraqrafında sərhəd məsələsi metodunu tətbiq etməklə $M^{p,\alpha}$ Morri fəzalarında E_β eksponent sisteminin bazisliyi müəyyənləşdirilir. Bu metod sistemin hissələrinin uyğun olaraq $MH_{+}^{p,\alpha}$ və ${}_{-1}MH_{-}^{p,\alpha}$ Morri-Hardi fəzalarında bazisliyinin müəyyənləşdirilməsini tələb edir.

İkinci fəslin üçüncü paraqrafında fazası həqiqi parametrdən asılı xətti funksiya olan həyəcanlanmış eksponent sisteminə baxılır.

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 4. *Fərz edək ki,* $2\operatorname{Re}\beta + \frac{\alpha}{p} \notin Z$. *Onda*

$$1 \cup \left\{ e^{i(n - \beta \, sign\, n)t} \right\}_{n \neq 0},$$

eksponent sistemi $M^{p,\alpha}$, $0 < \alpha < 1, 1 < p < +\infty$, *fəzalarında yalnız və yalnız o zaman bazis təşkil edir ki,* $d(\beta) = \left[2\operatorname{Re}\beta + \frac{\alpha}{p} \right] = 0$ *([ ]– tam hissə)olsun.* $d(\beta) < 0$ *olduqda o* $M^{p,\alpha}$ *fəzasında tam deyil, lakin minimaldır;* $d(\beta) > 0$ *olduqda o* $M^{p,\alpha}$ *fəzasında tamdır, lakin minimal deyil.*

İkinci fəslin dördüncü paraqrafında fazası iki həqiqi parametrdən asılı hissə-hissə xətti funksiya olan həyəcanlanmış eksponent sisteminə baxılır.

$$E_{\beta;\gamma} \equiv \left\{ e^{i(nt + \lambda_n(t))} \right\}_{n \in Z},$$

eksponent sisteminə baxaq, burada $\lambda_n(t) = -(\beta t + \gamma sign t) \times sign n$; $\beta, \gamma \in R -$ həqiqi parametrlərdir.

Teorem 5. *Fərz edək ki,* $\beta; \gamma \in R$ *həqiqi parametrləri aşağıdakı bərabərsizlikləri ödəyir*

$$-1 + \frac{\alpha}{p} < -\frac{2\gamma}{\pi} < \frac{\alpha}{p}; \; -1 + \frac{\alpha}{p} < -2\beta - \frac{2\gamma}{\pi} < \frac{\alpha}{p}.$$

Onda $E_{\beta,\gamma}$ *eksponent sistemi* $M^{p,\alpha}$, $0<\alpha<1$, $1<p<+\infty$ *fəzasında bazis təşkil edir.*

Belə ki, daha ümumi şəkilli

$$\tilde{E}_{\beta,\gamma} \equiv \left\{ e^{i(nt+\tilde{\lambda}(t))} \right\}_{n\in Z},$$

eksponent sisteminə baxaq, burada

$$\tilde{\lambda}_n(t) = -\frac{1}{2}\tilde{\theta}(t) sign n, \; n \in Z,$$

$$\tilde{\theta}(t) = \begin{cases} -2\beta t + 2\gamma + 2m_1\pi, t \in [-\pi, 0], \\ -2\beta t + 2\gamma + 2m_2\pi, t \in (0, \pi], \end{cases}$$

$m_1, m_2 \in Z$ – hər hansı tam ədədlərdir. $\tilde{\theta}(\cdot)$ funksiyası $t=0$ nöqtəsində sıçrayışa malikdir və bu nöqtədə sıçrayış

$$\tilde{h}_1 = \tilde{\theta}(+0) - \theta(-0) = -2\gamma + 2m_2\pi - (2\gamma + 2m_1\pi) = -4\gamma + 2(m_2 - m_1)\pi,$$

bərabərdir.

Həmçinin, alırıq

$$\tilde{h}_0 = \tilde{\theta}(\pi) - \tilde{\theta}(-\pi) = -2\beta\pi - 2\gamma - 2m_1\pi +$$
$$(-2\beta\pi - 2\gamma + 2m_2\pi) = -4\beta\pi - 4\gamma - 2(m_1 - m_2)\pi.$$

Aşağıdakı şərtləri ödəyən $m_1; m_2$ tam ədədlərini seçək

$$-1 + \frac{\alpha}{p} < \frac{\tilde{h}_k}{2\pi} < \frac{\alpha}{p}, \; k = 0,1.$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 + \frac{\alpha}{p} < -\frac{2\gamma}{\pi} + m_2 - m_1 < \frac{\alpha}{p} \\ 1 + \frac{\alpha}{p} < -2\beta - \frac{2\gamma}{\pi} - m_1 + m_2 < \frac{\alpha}{p} \end{array} \right\} \quad (14)$$

olduğunu alırıq.

$m = m_2 - m_1$ olduğunu qəbul edərək aşağıdakı teoremin doğruluğunu alarıq.

Teorem 6. *Fərz edək ki, elə* m *tam ədədi var ki*

$$\left.\begin{array}{l} -1+\dfrac{\alpha}{p}<-\dfrac{2\gamma}{\pi}+m<\dfrac{\alpha}{p}, \\ -1+\dfrac{\alpha}{p}<-2\beta-\dfrac{2\gamma}{\pi}+m<\dfrac{\alpha}{p} \end{array}\right\},$$

bərabərsizlikləri ödənilir. Onda $\tilde{E}_{\beta,\gamma}$ *eksponent sistemi* $M^{p,\alpha}, 0<\alpha<1, 1<p<+\infty$, *fəzasında bazis təşkil edir.*

İkinci fəslin beşinci paraqrafında uyğun olaraq $M^{p,\alpha}(-a,a)$ və $M^{p,\alpha}(0,a)$ Morri tipli fəzalarında ikiqat və birqat funksiyalar sistemlərinə baxılır. Bu fəzalarda bu sistemlərin tamlıq xassələri arasında əlaqə qurulur.

Aşağıdakı şəkildə birqat funksiyalar sisteminə

$$\nu_n^{\pm} \equiv a(t)\omega_n^{+}(t) \pm b(t)\omega_n^{-}(t),\ n \in N,$$

və onunla assosasiya olunmuş

$$\{A(t)W_n(t); A(-t)W_n(-t)\}_{n\in N}, \tag{15}$$

ikiqat sisteminə baxaq, burada

$$A(t)=\begin{cases} a(t), t\in[0,a], \\ b(-t), t\in[-a,0), \end{cases}$$

$$W_n(t)=\begin{cases} \omega_n^{+}(t), t\in[0,a], \\ \omega_n^{-}(-t), t\in[-a,0) \end{cases}$$

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 7.

$$V_{n,m} \equiv (A(t)W_n(t); A(-t)W_m(-t)), n,m \in N,$$

ikiqat sistemi $M^{p,\alpha}(-a,a)$, $1\le p<+\infty, 0<\alpha\le 1$, *fəzasında yalnız və yalnız o zaman tamdır ki,* $\{\nu_n^{+}\}_{n\in N}$ *və* $\{\nu_n^{-}\}_{n\in N}$ *sistemləri eyni zamanda* $M^{p,\alpha}(0,a)$ *fəzasında tam olsun.*

Həmçinin aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 8. $1 \cup \{V_{n,n}\}_{n \in N}$ *sistemi* $M^{p,\alpha}(-a,a), 1 \le p < +\infty$, $0 < \alpha \le 1$, *fəzasında yalnız və yalnız o zaman tamdır ki,* $1 \cup \{v_n^+\}_{n \in N}$ *və* $\{v_n^-\}_{n \in N}$ *sistemləri* $M^{p,\alpha}(0,a)$ *fəzasında tam olsun.*

Bu teoremdən aşağıdakı nəticə alınır.

Nəticə 3.

$$\left\{e^{i(nt+\beta(t)\operatorname{sign} n)}\right\}_{n \ne 0},$$

ikiqat eksponent sistemi $M^{p,\alpha}(-\pi,\pi), 1 \le p < +\infty, 0 < \alpha \le 1$, *fəzasında yalnız və yalnız o zaman tamdır ki,* $\{\sin(nt + \beta(t))\}_{n \in N}$ *sinuslar sistemi və* $1 \cup \{\cos(nt + \beta t)\}_{n \in N}$ *kosinuslar sistemi* $M^{p,\alpha}(0,\pi)$*– da tam olsun.*

Həmçinin alırıq.

Nəticə 4.

$$1 \cup \left\{e^{i(nt+\beta(t)\operatorname{sign} n)}\right\}_{n \ne 0}$$

eksponent sistemi $M^{p,\alpha}(-\pi,\pi), 1 \le p < +\infty, 0 < \alpha \le 1$ *fəzasında yalnız və yalnız o zaman tamdır ki,* $\{\sin(nt + \beta(t))\}_{n \in N}$ *və* $1 \cup \{\cos(nt + \beta t)\}_{n \in N}$ *sistemləri* $M^{p,\alpha}(0,\pi)$*– da tam olsun.*

$M^{p,\alpha}(a,b)$ fəzası ilə assosiativ olan $\left(M^{p,\alpha}(a,b)\right)'$ fəzasını təyin edək və onu M' ilə işarə edək. Fərz edək ki, S $M^{p,\alpha}(a,b)$– də vahid kürədir, yəni

$$S = \left\{f \in M^{p,\alpha}(a,b) : \|f\|_{L^{p,\alpha}(a,b)} \le 1\right\}.$$

M' (a,b)– də ölçülən funksiyaların sonlu

$$\|g\|_{M'} = \sup_{f \in S}\left|\int_a^b fg\,dt\right| < +\infty,$$

norması ilə Banax fəzasıdır.

Fərz edək ki, $\{V_{n,n}\}_{n \in N}$ sistemi $M^{p,\alpha}(-a,a)$– də minimaldır və $\{h_n^+; h_n^-\}_{n \in N} \subset M'(-a,a)$ ona biortoqonal sistemdir.

$$\vartheta_k^+ = h_k^+(t) + h_k^+(-t), \forall k \in N,$$

$$\vartheta_k^- = h_k^-(t) + h_k^-(-t), \forall k \in N ,$$

təyin edək. Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 9. $\{V_{n,n}\}_{n\in N}$ *sistemi* $M^{p,\alpha}(-a,a), 1 \le p < +\infty$, $0 < \alpha \le 1$, *fəzasında yalnız və yalnız o zaman minimaldır ki,* $\{\vartheta_n^+\}_{n\in N}$ *və* $\{\vartheta_n^-\}_{n\in N}$ *sistemləri* $M^{p,\alpha}(0,a)$ *– da tam olsun.*

Tamamilə analoji şəkildə aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 10. $1 \cup \{V_{n,n}\}_{n\in N}$ *sistemi* $M^{p,\alpha}(-a,a), 1 \le p < +\infty$, $0 < \alpha \le 1$, *fəzasında yalnız və yalnız o zaman minimaldır ki,* $1 \cup \{\vartheta_n^+\}_{n\in N}$ *və* $\{\vartheta_n^-\}_{n\in N}$ *sistemləri* $M^{p,\alpha}(0,a)$ *– da minimal olsun.*

İkinci fəslin altıncı paraqrafında $\sin(n+\beta)t$, $n = 1,2,\ldots$ sinuslar sistemi və $\cos(n-\beta)t$, $n = 1,2,\ldots$ kosinuslar sisteminə baxılır, burada $\beta \in R$ həqiqi parametrdir. $M^{p,\alpha}(0,\pi)$ alt fəzasında bu sistemlərin tamlığı, minimallığı və bazisliyi üçün β parametrindən asılı kriteriya tapılır.

Verilmiş paraqrafın əsas nəticələri aşağıdakı teoremdə ifadə olunmuşdur.

Teorem 11. *Fərz edək ki,* $\mathrm{Re}\,\beta + \frac{\alpha}{p} \notin Z$, $1 < p < +\infty$, $0 < \alpha < 1$, *ödənilir. Onda* $\{\sin(n-\beta)t\}_{n\ge 0}$ *sistemi* $M^{p,\alpha}(0,\pi)$ *fəzasında yalnız və yalnız o zaman bazis təşkil edir ki,* $\left[\mathrm{Re}\,\beta + \frac{\alpha}{2p}\right] = 0$ *olsun. Belə ki,* $M^{p,\alpha}(0,\pi)$ *fəzasında* $\left[\mathrm{Re}\,\beta + \frac{\alpha}{2p}\right] < 0$ *olduqda o tam deyil, lakin minimaldır;* $\left[\mathrm{Re}\,\beta + \frac{\alpha}{2p}\right] > 0$ *olduqda isə o tamdır, lakin minimal deyil.*

Analoji nəticə kosinuslar sisteminə aiddir, yəni aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 12. *Fərz edək ki,* $2\operatorname{Re}\beta + \frac{\alpha}{p} \notin Z$ $, 1 < p < +\infty$, $0 < \alpha < 1$, *ödənilir. Onda* $\{\cos(n-\beta)t\}_{n\geq 0}$ *kosinuslar sistemi* $M^{p,\alpha}(0,\pi)$ *fəzasında yalnız və yalnız o zaman bazis təşkil edir ki,* $\left[\operatorname{Re}\beta + \frac{\alpha}{2p} - \frac{1}{2}\right] = 0$ *olsun.* $M^{p,\alpha}(0,\pi)$ *fəzasında* $\left[\operatorname{Re}\beta + \frac{\alpha}{2p} - \frac{1}{2}\right] < 0$ *olduqda o tam deyil, lakin minimaldır;* $\left[\operatorname{Re}\beta + \frac{\alpha}{2p} - \frac{1}{2}\right] > 0$ *olduqda tamdır, lakin minimal deyil.*

Nəhayət, məsələnin qoyuluşu və işə daimi diqqətinə görə elmi rəhbərim AMEA-nın müxbir üzvü, professor Bilal Bilalova dərin təşəkkürümü bildirirəm.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi çəkisi ümumi şəkildə olan dəyişən cəmləmə dərəcəsinə malik çəkili Hardi fəzalarında və Morri-Hardi fəzalarda Riman sərhəd məsələsinin tədqiqinə və alınan nəticələrin Morri tipli fəzalarda hissə-hissə xətti fazalı eksponent sistemin bazislik xassələrinin tədqiqinə tətbiq olunmasına həsr olunmuşdur.

Dissertasiyada alınan əsas nəticələr aşağıdakılardır:

- dəyişən cəmləmə dərəcəsinə malik çəkili Hardi siniflərində hissə-hissə kəsilməz əmsallı bircins Riman sərhəd məsələsinə baxılır, bu məsələnin həlli üçün çəki funksiyasına kafi şərt tapılır və ümumi həll qurulmuşdur;
- çəkisi ümumi şəkildə olan, dəyişən cəmləmə dərəcəli, çəkili Hardi siniflərində qeyri-bircins Riman sərhəd məsələsinin həllolunanlığı şərti tapılmışdır;
- Hardi-Morri siniflərində bircins Riman sərhəd məsələsinin həllolunanlığı məsələsi araşdırılır və ümumi həll qurulmuşdur;
- Hardi-Morri siniflərində qeyri-bircins Riman sərhəd məsələsinin həllolunanlığı üçün kafi şərt tapılmışdır;
- Morri fəzasının kəsilməz funksiyaların sıx olduğu alt fəzasında xətti fazalı eksponent sisteminə baxılır və onun bazislik xassələri müəyyənləşdirilmişdir;
- analoji məsələlər hissə-hissə xətti fazalı eksponent sistemi üçün araşdırılmışdır;
- Morri tipli fəzalarda ikiqat və birqat sistemlərin bazislik xassələri arasındakı əlaqə müəyyənləşdirilir.
- Morri tip fəzalarda xətti fazalı sinuslar və kosinuslar sistemlərinin bazislik kriteriyası tapılır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Bilalov, B.T., Huseynli, A.A., Seyidova, F.S. Riemann boundary value problems in generalized weighted Hardy spaces // -Baku: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan. -2017. v. 43, №2, p. 240–251.
2. Huseynli, A.A., Seyidova, F.S. Basis properties of the system of exponents in weighted Morrey spaces // "Modern methods of the boundary-value problems theory" International conference dedicated to the 90th anniversary of V.A.Ilyn, -Moscow: - 2-6 May, -2018, -p. 253-254.
3. Huseynli, A.A. Fatih Sirin, Seyidova, F.S. On Korovkin type theorems in non-standard spaces and their statistical variants // International Conference on Mathematical Advances and Applications, ICOMAA-2018, -Istanbul: -11-13 May, -2018, -p. 33.
4. Nasibova, N.P., Seyidova F.S. On the basicity of a perturbed system of exponents with a unit in Morrey-type spaces // - Baku: Transaction of National Academy of Sciences of Azerbaijan, Series of phys.-tech. and math. sciences, -2019. v. 39 (1), -p. 151-161.
5. Nasibova, N.P., Seyidova F.S. On the basicity of a perturbed system of exponents with a unit in Morrey-type spaces // International Workshop "Spectral Theory and its applications" dedicated to 80th anniversary of outstanding mathematician, academician Mirabbas Gasimov, -Baku: -7-8 June, -2019, -p. 131-133.
6. Bilalov, B.T., Seyidova, F.S. Basicity of system of exponents with piecewise linear phase in Morrey-type spaces // -Istanbul: Turkish Journal of Mathematics, -2019. vol. 43, -p. 1850-1866.
7. Bilalov, B.T., Seyidova, F.S. Basicity of system of exponents with a piecewise linear phase in Morrey-type spaces // "Operators, functions and system of mathematical physics" Intern. conference, -Baku: Khazar University, -10-14 June, -2019, -p. 31-32.
8. Muradov, T.R., Seyidova, F.S. General solution of homogeneous Riemann problem in Hardy-Morrey classes //

“Operators, functions and system of mathematical physics” conference, -Baku: Khazar University, -10-14 June, -2019, -p. 89-90.
9. Nasibova, N.P., Seyidova, F.S. Basis properties of a perturbed exponential system with a unit in Morrey-type spaces // “Operators, functions and systems of mathematical physics” Intern. conference, -Baku: Khazar University, -10-14 June, -2019, -p. 91.
10. Bilalov, B.T., Sadigova, S.R., Seyidova, F.S. On the solvability of the homogeneous Riemann problem in Morrey-Hardy classes // -Baku: The Reports of National Academy of Sciences of Azerbaijan, -2020. v. LXXVI, №1-2, -p. 14-17.
11. Bilalov, B.T., Muradov, T.R., Seyidova, F.S. On basicity of perturbed exponential system with piecewise linear phase in Morrey-type spaces // -Heidelberg: Afrika Matematika, -2020, v. 32, №1, -p. 151-166.
12. Seyidova, F.S. On the basicity of system of sines and cosines with a linear phase in Morrey-type spaces // -Maragheh: Sahand Communications in Mathematical Analysis, -2020. v. 17, № 4, -p. 85-93.
13. Seyidova, F.S. On the completenes and minimality of double and unitary systems in Morrey-type spaces // -Nur-Sultan: Eurasian Mathematical Journal, -2021. v.12, №2, -p.74-81.
14. Muradov, T.R., Seyidova, F.S. Basis properties of perturbed system of exponents with a piecewise linear phase in Morrey-type spaces // 4-th International E-Conference on Mathematical Advences and Applications, -Istanbul, Turkey: -26-29 May, -2021, -p. 197.

Dissertasiyanın müdafiəsi **«20» oktyabr 2023**-cü il tarixində saat **14^{00}**-da Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyasıyaları Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **20 sentyabr 2023-cü il** tarixdə zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 13.09.2023
Kağızın formatı: 60x841/16
Həcmi: 36295
Tiraj: 50