AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

SOBOLEV BƏRABƏRSİZLİKLƏRİNDƏ OPTİMAL SABİTLƏR VƏ ONLARIN TƏTBİQLƏRİ

İxtisas: 1211.01-Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Şərif Məmməd oğlu Nəsibov**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi

almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı-2022

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçilər: AMEA–nın həqiqi üzvü, f-r.e.d., professor
Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov
AMEA–nın həqiqi üzvü, f-r.e.d., professor
Fikrət Əhmədəli oğlu Əliyev

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Tahir Sədi oğlu Hacıyev
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Hamlet Fərman oğlu Quliyev
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Varqa Kazım oğlu Kələntərov
riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
İlqar Qürbət oğlu Məmmədov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:
AMEA–nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
________________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f-r.e.n.
________________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
________________ **Mahir Mirzəxan oğlu Səbzəliyev**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi.

Qeyri-xətti mühitdə işıq dalğalarının yayılması proseslərinin riyazi modeli qeyri-xətti Şredinger tənliyi üçün Koşi məsələsidir:

$$i\frac{\partial u}{\partial t}+i\beta|u|^{q}u=\Delta u+\alpha|u|^{p}u \quad R^{n}\times R_{+}-\text{də} \qquad (1)$$

$$u/_{t=0}=u_{0}(x)\ , \qquad (2)$$

burada $q>0, p>0, \beta\geq 0, \alpha\neq 0, u_0 -$ R^n -də verilmiş funksiyadır. (1) tənliyi üçün qarışıq məsələ də qoyulur.

(1)-(2) məsələsi $\beta=0$ olduqda elmi ədəbiyyatda çox tez-tez öyrənilmişdir. $\beta=0$ olduqda (1)-(2) məsələsinin müxtəlif xassələrinin öyrənilməsinə kifayət qədər çox iş həsr olunmuşdur.

$\beta=0, \alpha>0$ olduqda (1)-(2) məsələsinin həllinin yoxluğu suallarına Жибер А.В., Шабат А.Г., Кудряшов О.И., Сакбаев В.Ж., Жидков П.Е., Glassey R.T., Merlre F., Tsutsumi S., Tsvetkov N., Strauss W., Nawa H., Cazenave T., Weissler F.B. və digərlərinin işləri həsr olunmuşdur. $\beta=0$ olduqda müxtəlif funksional fəzalarda (1)-(2) məsələsinin lokal həllolunanlığı Ginibre J. və Velo G., Baillon J.B., Gazenave T., Figueiza, Bourgain J., Шабат А.Б. və digərlərinin işlərində öyrənilmişdir.

Bircins sərhəd şərtinə malik birinci qarışıq məsələnin həllolunanlığı $\beta>0, \alpha=0$ olduqda Лионс Ж.Л., $\beta>0, \alpha\neq 0$ olduqda isə Владимиров М.В. və digərləri tərəfindən tədqiq edilmişdir.

Qeyd etmək lazımdır ki, $\beta=0, \alpha>0$ olduqda yuxarı kritik halda (1)-(2) məsələsinin həllolunanlığı elmi ədəbiyyatda tədqiq edilməmişdir. $\beta=0, \alpha>0$ olduqda kritik və yuxarı kritik hallarda (1)-(2) məsələsinin həllinin dağılma sürəti elmi ədəbiyyatda öyrənilməmişdir.

Владимиров М.В. işlərində (1) tənliyi üçün bircins sərhəd şərtinə malik birinci qarışıq məsələ α parametrinin işarəsi təyin edilmədən tədqiq olunmuşdur və $t\to\infty$ olduqda həllin özünü aparması öyrənilməmişdir. Sonra kritik və yuxarı kritik hallarda Şredinger-Xartri tənliyi üçün Koşi məsələsinin qlobal həllolunanlığı elmi ədəbiyyatda tədqiq olunmamışdır.

$\beta = 0, \alpha > 0$ olduqda $|u|^p u$ əvəzinə $f\left(|u|^2\right)u$ şəklində qeyri-xətti həddə malik (1)-(2) məsələsinin həllinin öz-özünə kanallaşmasının tədqiqi $f\left(|u|^2\right)$ funksiyası üzərinə uyğun şərtlərlə elmi ədəbiyyatda yoxdur.

$\beta = 0, \alpha > 0$ olduqda kritik və yuxarı kritik hallarda (1)-(2) məsələsinin qlobal həllolunma məsələsinin həllində ən yaxşı sabitin təyini və onun Qalyardo-Nirenberq-Sobolev bərabərsizliyində qiymətləndirmələri problemi meydana çıxır.

Bu mülahizələrə əsaslanaraq belə bir nəticəyə gəlirik ki, Şredinger, Şredinger-Xartri və Qinzburq-Landau evolyusion tənliklərinin qlobal həllolması, həllin yoxluğu, öz-özünə kanallaşması və $t \to \infty$ olduqda özünü aparması məsələlərinin tədqiqinə və bu məqsədlə müvafiq riyazi aparatın yaradılmasına həsr olunan dissertasiya mövzusu aktualdır və həm nəzəri, həm də praktik nöqteyi nəzərdən maraq doğurur.

Tədqiqatın obyekt və predmeti.

Sobolev bərabərsizliklərində optimal sabitlərin hesablanması və onların qeyri-xətti evolyusion Şredinger, Şredinger-Xartri və Qinzburq –Landau tənliklərinə tətbiqindən ibarətdir.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri.

Dissertasiya işinin məqsədi aşağıdakı əsas məsələləri həll etməkdir.

1. (1)-(2) məsələsinin qlobal həllolunması, həllin yoxluğu, $t \to \infty$ olduqda həllin özünü aparması məsələlərinin tədqiq olunmasıdır.

2. (1) tənliyi üçün bircins sərhəd şərtinə malik birinci qarışıq məsələnin həllolunanlığı və həllin yoxluğu məsələlərinin tədqiq olunmasıdır.

3. Şredinger-Xartri tənliyi üçün Koşi məsələsinin həllolunanlığının və həllin yoxluğunun öyrənilməsidir.

4. Qeyri-xətti Şredinger tip evolyusion tənliyi üçün bircins sərhəd şərtinə malik birinci qarışıq məsələnin həllinin yoxluğunun araşdırılmasıdır.

5. Qeyri-xətti Qinzburq-Landau-Şredinger tip evolyusion tənliyi üçün bircins sərhəd şərtinə malik birinci qarışıq məsələnin həllinin yoxluğu məsələlərinin araşdırılmasıdır.

6. Qalyardo-Nirenberq-Sobolev bərabərsizliyində dəqiq sabitin hesablanması və dəqiq sabitin aprior qiymətləndirməsinin alınmasıdır.

7. (1) və Şredinger-Xartri tənlikləri üçün Koşi məsələsinin və bircins sərhəd şərtinə malik birinci qarışıq məsələnin həllolunanlığının tədqiqi üçün riyazi aparatın yaradılmasıdır.

Tədqiqat metodları.

Dissertasiya işində riyazi fizikanın, adi diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, funksional fəzalar nəzəriyyəsinin, daxilolma teoremləri və funksional analizin teoremləri, Furye çevirməsi nəzəriyyəsinin metodlarından istifadə olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

1. Sobolev bərabərsizliklərində ən yaxşı sabitlər hesablanmış və qeyri-xətti Şredinger və Şredinger -Xartri evolyusion tənlikləri üçün Koşi məsələsinin qlobal həllolunanlığı və həllin yoxluğu məsələlərinin öyrənilməsinə tətbiq olunmuşdur.

2. Müasir riyazi fizikanın bəzi bərabərsizliklərində dəqiq sabitlər hesablanmış və onların daxili əlaqələri tədqiq edilmişdir.

3. Qeyri-xətti Qinzburq-Landau və Şredinger tip evolyusion tənlikləri üçün qarışıq məsələnin həllinin yoxluğunu isbat etməyə imkan verən metod təklif olunmuşdur.

4. Yuxarı kritik və kritik hallarda qeyri-xətti Şredinger və Şredinger -Xartri evolyusion tənlikləri üçün Koşi məsələsinin qlobal həll-olunanlığını və həllin yoxluğunu isbat etməyə imkan verən metod təklif olunmuşdur.

Tədqiqatın elmi yeniliyi.

1. Entropiya bərabərsizliyinin isbatına tətbiq olunan yeni dəqiq inteqral bərabərsizliyi isbat olunmuşdur.

2. Bir ümumiləşmiş entropiya bərabərsizliyi isbat edilmişdir.

3. Riyazi fizikanın bəzi fundamental bərabərsizlikləri arasında daxili əlaqə qurulmuşdur.

4. İki Sobolev bərabərsizliklərində dəqiq sabit hesablanmışdır.

5. Bir Qalyardo-Nirenberq-Sobolev bərabərsizliyində dəqiq sabitin aprior qiymətləndirməsi alınmışdır.

6. Qross-Sobolev loqarifmik bərabərsizliyinin yeni isbatı təklif olunmuşdur.

7. $\beta \le 0, \alpha > 0$ olduqda (1) məsələsinin $t_{\max}$ dağılma vaxtı yuxarıdan qiymətləndirilmişdir.

8. (1) tənliyi üçün birinci qarışıq məsələnin zəif ümumiləşmiş həllinin qlobal həllolunanlığı üçün kafi şərtlər alınmışdır.

9. (1) tənliyi üçün $p = 2, q = 2$ olduqda birinci bircins qarışıq məsələ qoyulmuş və ümumiləşmiş zəif həllin hamarlılığı və $t \to \infty$ olduqda özünü aparması araşdırılmışdır.

10. (1)-(2) məsələsi üçün $\beta = 0, \alpha > 0$ olduqda isbat olunmuşdur ki, bəzi başlanğıc u_0 verilənləri üçün $p \ge 4/n$ olduqda onun hamar həlli yoxdur və bəzi normalarda dağılma sürəti üçün aşağıdan qiymətləndirmələr alınmışdır.

11. Qeyri-xətti Şredinger evolyusion tənliklər sistemi üçün Koşi məsələsi qoyulmuş və onun qlobal həllolunanlığı və həllin yoxluğu öyrənilmişdir.

12. Məhdud oblastda Sobolev və Steklov bərabərsizliklərində ən yaxşı sabitin yuxarıdan qiymətləndirməsi verilmişdir. Bu qiymətləndirmələr uyğun olaraq bircins stasionar Şredinger tənliyi üçün trivial olmayan ümumiləşmiş həllərin yoxluğu və Laplas operatoru üçün spektral məsələnin məxsusi funksiyalarının isbatına tətbiq olunmuşdur.

13. İkiölçülü oblastda $\beta = 0, \alpha > 0$ olduqda (1) tənliyi üçün birinci qarışıq məsələnin ümumiləşmiş həllinin hamarlılığı və onların ulduzlu oblastlarda yoxluğu araşdırılmışdır.

14. $\beta = 0$ olduqda (1) tənliyinin bir ümumiləşməsi təklif olunmuş və onun üçün çoxölçülü Evklid fəzasının məhdud

oblastında birinci növ bircins qarışıq məsələyə baxılmış və bu məsələnin həllinin yoxluğu isbat olunmuşdur.

15. Bir qeyri-xətti Qinzburq-Landau tip evolyusion tənliyi üçün qarışıq məsələnin həllinin yoxluğu və qlobal həllərinin yoxluğu isbat olunmuşdur.

16. Şredinger-Xartri tənliyi üçün Koşi məsələsinin qlobal həllolunanlığına tətbiq olunan bir yeni Sobolev interpolyasiya bərabərsizliyi isbat olunmuşdur. Kritik və yuxarı kritik hallar tədqiq olunmuşdur.

17. Qeyri-məhdud oblastda Trudinger tip bərabərsizlik isbat olunmuşdur. Belə ki, o, $\beta = 0$ və istənilən $\alpha \neq 0$ olduqda (1), (2) məsələsinə tətbiq olunmuşdur.

18. $\beta = 0, \alpha > 0$ olduqda qeyri-xətti $f\left(|u|^2\right)u$ həddinə malik (1), (2) məsələsinin həllinin öz-özünə kanallaşması üçün kafi şərt alınmışdır.

19. Yuxarı kritik halda $\beta = 0, \alpha > 0$ olduqda (1), (2) məsələsinin qlobal həllolunanlığı və həllin yoxluğu öyrənilmişdir.

20. Qeyri-xətti Qinzburq-Landau evolyusion tənliyi üçün bircins sərhəd şərtinə malik birinci qarışıq məsələnin həllinin yoxluğu araşdırılmışdır.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.

Dissertasiya nəzəri və tətbiqi xarakter daşıyır. Burada qeyri-xətti evolyusion tənlikləri üçün Koşi və birinci qarışıq məsələnin həll metodları və nəzəriyyəsi inkişaf etdirilmişdir. Cari işin metodları bu işdə öyrənilən məsələlərə qoyuluş baxımdan yaxın olan məsələlər üçün ümumiləşdirilə bilər.

Dissertasiyanın nəticələri elmi tədqiqatlarda və riyazi fizika məsələlərinin həlli üçün ədədi metodların işlənməsində tətbiq oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi.

Dissertasiyada alınan əsas nəticələr AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Diferensial tənliklər" şöbəsinin seminarında (f.-r.e.d., prof. Ə.B.Əliyev), "Riyazi analiz" şöbəsinin seminarında (AMEA-nın müxbir üzvü, prof. V.S.Quliyev), "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsinin seminarında (AMEA-nın müxbir üzvü, prof. B.T.Bilalov), Bakı Dövlət Universitetinin "Riyazi fizika" kafedrasının seminarında (akademik Y.Ə.Məmmədov), Bakı Dövlət Universitetinin "Tətbiqi riyaziyyat" Elmi-Tədqiqat İnstitutunun ümuminstitut seminarlarında (akademik F.Ə.Əliyev) məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Dissertasiyada alınan bütün nəticələr müəllifin şəxsi töhfəsidir.

Nəşrlər. Dissertasiyanın əsas nəticələri 39 işdə çap olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilat.

Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutu.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.

Dissertasiya işinin ümumi həcmi – 439439 işarə (titul səhifəsi – 425 işarə, mündəricat – 3537 işarə, giriş – 68000 işarə, birinci fəsil– 80000 işarə, ikinci fəsil – 68000 işarə, üçüncü fəsil –92000 işarə, dördüncü fəsil -78000 işarə, beşinci fəsil–48000 işarə, nəticə – 1477 işarə). İstifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısı 133 addan ibarətdir.

İŞİN MƏZMUNU

Girişdə mövzunun aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiya mövzusu ilə əlaqədar işlərin xülasəsi verilir və işin qısa məzmunu şərh olunur.

Birinci fəsil bəzi inteqral bərabərsizliklərin isbatına və onların tətbiqlərinə həsr olunmuşdur. Bu fəsil altı yarımfəsildən ibarətdir.

1.1-də bir interpolyasiya bərabərsizliyi isbat olunur və o, entropiya bərabərsizliyinin isbatına tətbiq olunur.

Sonrakı şərhin rahatlığı üçün aşağıdakı işarələmələri qəbul edək: $\|u\|_p = \left\{ \int_{R^n} |u(x)|^p dx \right\}^{1/p}$, $p \ge 1$, $L_p(R^n)$, fəzasında normadır, $p = 2$, olduqda p indeksini $\|\cdot\|_p$ -də buraxacağıq, daha doğrusu $\|\cdot\|$ yazacağıq.

$(0, \rho_0)$ intervalından verilmiş ρ üçün $\alpha = 0{,}5\rho n/(\rho + 2)$ təyin edək, burada $n = 1{,}2,$ olduqda $\rho_0 = +\infty$, $n \ge 3$ olduqda isə $\rho_0 = 4/(n-2)$. Verilmiş $\alpha \in (0{,}1)$ üçün $\chi = \sqrt{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha}}$ təyin edək. Tutaq ki,

$$\forall \theta > 0 \quad \Gamma(\theta) = \int_0^{+\infty} e^{-t} \cdot t^{\theta - 1} dt$$

Eylerin qamma funksiyasıdır;

$$\forall \beta > 0, \gamma > 0 \quad B(\beta, \gamma) = \int_0^1 t^{\beta - 1}(1-t)^{\gamma - 1} dt$$

Eylerin beta funksiyasıdır, $\sigma_n = \dfrac{2\pi^{n/2}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}$,

$$k_g(\alpha) = \chi^{-1}\left[0{,}5\sigma_n B\left(\frac{n}{2}, \frac{n(1-\alpha)}{2\alpha}\right)\right]^{\frac{\alpha}{n}} =$$

$$= \chi^{-1} \cdot \pi^{\alpha/2}\left[\frac{\Gamma\left[\frac{(n - n\alpha)}{2\alpha}\right]}{\Gamma\left(\frac{n}{2\alpha}\right)}\right]^{\alpha/n}. \tag{3}$$

Lemma 1. *Tutaq ki, $\rho, \alpha -$yuxarıda təyin olunmuş ədədlərdir, $v(x) \in L_2(R^n)$, $rv \in L_2(R^n)$.*

Onda aşağıdakı interpolyasiya bərabərsizliyi doğrudur:

$$\|v\|_{(\rho+2)/(\rho+1)} \le k_g(\alpha)\|rv\|^{\alpha}\|v\|^{1-\alpha}, \tag{4}$$

burada $k_g(\alpha)$ *-(3) düsturu ilə təyin olunmuş sabitdir.*

k_g *sabiti dəqiqdir:* $v(x) = v_0(r) = \dfrac{\omega_1}{\left(\omega_2 + \omega_3 r^2\right)^{1+1/\rho}}$, *olduqda, (4) bərabərsizliyi bərabərliyə çevrilir, burada* $\omega_1, \omega_2, \omega_3 -$ *ixtiyari müsbət ədədlərdir.*

Lemma 1-in köməyi ilə aşağıdak teorem isbat olunur.

Teorem 1. *Tutaq ki,* $u \in L_2(R^n), ru \in L_2(R^n)$. *Onda aşağıdakı entropiya bərabərsizliyi doğrudur:*

$$-\int_{R^n} \frac{|u(x)|^2}{\|u\|^2} \ln \frac{|u(x)|^2}{\|u\|^2} dx \le \frac{n}{2} \ln\left[\frac{2\pi\|ru\|^2}{n\|u\|^2}\right]. \tag{5}$$

(5) bərabərsizliyi dəqiqdir:

$$u(x) = a\exp\left(-b\left|x - \overset{\circ}{x}\right|^2\right),$$

olduqda o, bərabərliyə çevrilir, burada $a, b -$ *ixtiyari müsbət sabitlərdir,* $\overset{\circ}{x} \in R^n$ *ixtiyaridir.*

1.2-də entropiya bərabərsizliyinin bir ümumiləşməsinə baxılır.

Tutaq ki, k - istənilən verilmiş müsbət ədəddir. Tutaq ki, ρ verilmiş müsbət ədəddir, hansı ki, $n-k \le 0$ olduqda ρ-ixtiyari, $n-k>0$, olduqda isə $\rho < 2k/(n-k)$. Fərz edək ki, $\alpha = n\rho/[k(\rho+2)]$, verilmiş α üçün $\chi = \sqrt{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}$ təyin edək.

Tutaq ki, $\forall\theta > 0$, $\Gamma(\theta) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{\theta-1} dt$, Eylerin qamma funksiyasıdır;

$$\forall\beta>0,\ \forall\gamma>0,\ B(\beta,\gamma)=\int_0^1 t^{\beta-1}(1-t)^{\gamma-1}dt,$$

Eylerin beta funksiyasıdır; $\sigma_n=2\pi^{n/2}/\Gamma(n/2)$,

$$k_g(\alpha)=\frac{1}{\chi}\left[\frac{\sigma_n}{k}B\left(\frac{n}{k},\frac{n(1-\alpha)}{k\alpha}\right)\right]^{\alpha k/2n}=$$

$$=\frac{1}{\chi}\left[\frac{\frac{\sigma_n}{k}\Gamma\left(\frac{n}{k}\right)\Gamma\left(\frac{n(1-\alpha)}{k\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{k\alpha}\right)}\right]^{\alpha k/2n} \tag{6}$$

Lemma 2. *Tutaq ki, k,ρ,α-yuxarıda təyin olunmuş ədədlərdir, $V(x)\in L_2(R^n)$, $r^{k/2}V(x)\in L_2(R^n)$, $r=|x|$.*
Onda aşağıdakı inteqral bərabərsizliyi doğrudur:

$$\|V\|_{(\rho+2)/(\rho+1)}\le k_g(\alpha)\left\|r^{k/2}V\right\|^{\alpha}\|V\|^{1-\alpha}, \tag{7}$$

burada $k_g(\alpha)$ - (6) düsturu ilə təyin olunmuş sabitdir. $k_g(\alpha)$ sabiti dəqiqdir: $V(x)=V_0(r)=\omega_1/(\omega_2+\omega_3 r^k)^{1+1/\rho}$ olduqda (7) bərabərsizliyi bərabərliyə çevrilir, burada $\omega_1,\omega_2,\omega_3$ -ixtiyari müsbət ədədlərdir.

Lemma 2-nin köməkliyi ilə aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 2. *Tutaq ki, $u\in L_2(R^n)$, $r^{k/2}u\in L_2(R^n)$, $\forall k>0$.*
Onda aşağıdakı entropiya bərabərsizliyi doğrudur:

$$-\int_{R^n}\frac{|u(x)|^2}{\|u\|^2}\ln\left(\frac{|u(x)|^2}{\|u\|^2}\right)dx\le\frac{n}{k}\ln\left[\frac{ek\left(\frac{\sigma_n}{k}\Gamma(n/k)\right)^{k/n}\left\|r^{k/2}u\right\|^2}{n\|u\|^2}\right] \tag{8}$$

(8) bərabərsizliyi dəqiqdir: O

$$u(x) = u_0(r) = a \exp\left(-b\left|x - \overset{0}{x}\right|^k\right),$$

olduqda bərabərliyə çevrilir, burada a, b *-ixtiyari müsbət sabitlərdir,* $\overset{0}{x} \in R^n$ *ixtiyaridir.*

$k = 2$ olduqda (8) bərabərsizliyi məlum entropiya bərabərsizliyinə çevrilir.

1.3-də Qross-Sobolev, Hirşman, Pauli-Heyzenberq-Veyl fundamental bərabərsizlikləri və entropiya bərabərsizliyi haqqında bəzi qeydlər şərh olunur. Bu yarımfəsildə dəqiq sabitli Hirşman bərabərsizliyinin n ölçülü analoqu isbat olunmuşdur. Pauli-Heyzenberq-Veyl bərabərsizliyində dəqiq sabit hesablanmışdır. Qross-Sobolev loqarifmik bərabərsizliyinin iki formasının eynigüclülüyü isbat olunmuş və entropiya və Hirşman bərabərsizlikləri əsasında bu bərabərsizliyin yeni isbatı tapılmışdır. Dəqiq sabitli Pauli-Heyzenberq-Veyl bərabərsizliyi onun entropiya, Qross-Sobolev və Hirşman bərabərsizliləri ilə daxili əlaqəsini aşkar edən daha iki digər üsulla isbat olunmuşdur. Entropiya bərabərsizliyinin isbatı üçün bir yeni üsul təklif olunmuşdur.

Alınmış nəticələrin şərhinə keçək. Aşağıdakı təkliflər doğrudur.

Təklif 1[[1]].*Tutaq ki,* $\forall f(x) \in H^1(\mathbb{R}^n)$. *Onda aşağıdakı Qross-Sobolev loqarifmik bərabərsizliyi doğrudur*

$$I(f) + n\left[1 + \ln\left(\sqrt{\pi\lambda}\right)\right] \le \lambda^2 \frac{\|\nabla f\|^2}{\|f\|^2}, \tag{9}$$

burada $\lambda > 0$, $I(f) = \int\limits_{\mathbb{R}^n} \frac{|f|^2}{\|f\|^2} \ln \frac{|f|^2}{\|f\|^2} dx$.

[1]F.B. Weissler, Logarithmic Sobolev inequalities for the heat-diffusion semigroup, Trans. Amer. Math. Soc., 237(1978), 255-269

Burada və qarşıda $H^1(\mathbb{R}^n) \equiv W_2^1(\mathbb{R}^n)$ – ilə Sobolev fəzasını işarə edəcəyik. $\|\cdot\|$ $L_2(\mathbb{R}^n)$ fəzasında normadır.

Təklif 2 [2]. *Tutaq ki,* $\forall f(x) \in H^1(\mathbb{R}^n)$. *Onda aşağıdakı Qross-Sobolev loqarifmik bərabərsizliyi doğrudur:*

$$I(f) \le \frac{n}{2} \ln\left(\frac{2}{\pi e n} \frac{\|\nabla f\|^2}{\|f\|^2} \right). \tag{10}$$

Hökm 1. *(9) və (10) bərabərsizlikləri eynigüclüdür: (9) bərabərsizliyindən (10) və (10) bərabərsizliyindən (9) alınır.*

Hökm 2. *Tutaq ki,* $\forall f(x) \in L_1(\mathbb{R}^n) \cap L_2(\mathbb{R}^n)$ $\hat{f}(\xi)$ – $f(x)$ *funksiyasının Furye-obrazıdır:*

$$\hat{f}(\xi) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int e^{-ix\xi} f(x)dx.$$

Onda aşağıdakı Hirşman bərabərsizliyi doğrudur:

$$I(f) + I(\hat{f}) \le -n \ln(\pi e) \ . \tag{11}$$

(11) bərabərsizliyi dəqiqdir: onda bərabərliyə yalnız və yalnız $f = ae^{-b|x-\bar{x}|^2}, \forall a > 0,\ \forall b > 0, \forall \bar{x} \in \mathbb{R}^n$ olduqda müvəffəq olunur.

Hökm 3. *Tutaq ki,* $\forall f(x) \in H^1(\mathbb{R}^n)$, $rf \in L_2(\mathbb{R}^n)$, $r = |x|$. *Onda aşağıdakı Pauli-Heyzenberq-Veyl bərabərsizliyi doğrudur:*

$$\|f\| \le \sqrt{\frac{2}{n}} \|\nabla f\|^{1/2} \|rf\|^{1/2} = \sqrt{\frac{2}{n}} \left\| \xi |\hat{f}| \right\|^{1/2} \|rf\|^{1/2}. \tag{12}$$

(12) bərabərsizliyi dəqiqdir: onda bərabərliyə yalnız və yalnız f *Qauss funksiyası olduqda müvəffəq olunur:* $f = ae^{-b|x-\bar{x}|^2}$, $\forall a > 0$, $\forall b > 0, \forall \bar{x} \in \mathbb{R}^n$.

Hökm 4. *Tutaq ki,* $\forall f \in H^1(\mathbb{R}^n), rf \in L_2(\mathbb{R}^n)$. *Onda*

[2] L. Gross, Logarithmic Sobolev inequalities, Amer. J. Math., 97(1975), 1661-1683

$$I(f) \geq -\frac{n}{2}\ln\left(\frac{2\pi e}{n}\frac{\|rf\|^2}{\|f\|^2}\right), \qquad (13)$$

entropiya bərabərsizliyi doğrudur. (13) bərabərsizliyi dəqiqdir: onda bərabərliyə yalnız və yalnız f *Qauss funksiyası olduqda müvəffəq olunur:* $f = ae^{-b|x-\bar{x}|^2}$, $\forall a > 0, \forall b > 0, \forall \bar{x} \in \mathrm{R}^n$.

Teorem 3. *Aşağıdakı deduktiv nəticələr doğrudur:*

1. Entropiya və Qross-Soboloev bərabərsizliklərindən Pauli-Heyzenberq-Veyl bərabərsizliyi alınır.

2. Entropiya və Hirşman bərabərsizliklərindən Pauli-Heyzenberq-Veyl bərabərsizliyi alınır.

3. Entropiya və Hirşman bərabərsizliklərindən следуем Qross-Soboloev bərabərsizliyi alınır.

1.4 yarımfəslində Trudinqer tip bir bərabərsizlik isbat olunur və o, bir qeyri-xətti Şredinger evolyusion tənliyi üçün birinci başlanğıc-sərhəd məsələsinin yeganəlik sualının tədqiqinə tətbiq olunmuşdur.

Tutaq ki, $\Omega \subset R^2$ kifayət qədər hamar $\partial\Omega$ sərhədinə malik məhdud və ya qeyri-məhdud oblastdır. Qeyri-xətti Şredinger evolyusion tənliyi üçün aşağıdakı başlanğıc-sərhəd məsələsinə baxaq:

$$iu_t + \Delta u = g|u|^\rho u, \quad t > 0, \quad x \in \Omega, \qquad (14)$$

$$u|_{t=0} = u_0, \quad x \in \overline{\Omega}, \qquad (15)$$

$$u|_{\partial\Omega=0} = 0, \quad t > 0. \qquad (16)$$

Burada $g \in R^1 \setminus \{0\}$, $\rho \in R_+$ (14) tənliyinin parametrləridir, $u_0 -$ Ω-da verilmiş funksiyadır.

(14)–(16) məsələsinin zəif qlobal ümumiləşmiş həlli dedikdə aşağıdakı başa düşülür: $u \in C([0,T]; H^{-1}) \cap L^\infty([0,T]; \overset{\circ}{H}{}^1(\Omega))$ funksiyası $\forall T > 0$ olduqda (14)–(16) məsələsini paylanma mənada ödəyir.

Aşağıdakı teorem doğrudur

Teorem 4. *(qlobal varlıq haqqında)*

A) Tutaq ki, $g < 0, \rho \in (0,2), u_0 \in \overset{\circ}{H}{}^1(\Omega)$. *Onda (14)–(16) məsələsi zəif qlobal həllə malikdir.*

Б) Tutaq ki, $g < 0, \rho = 2$. *Sonra, fərz edəcəyik ki,* $u_0 \in \overset{\circ}{H}{}^1(\Omega)$ *başlanğıc funksiyadır, belə ki, onun üçün*

$$|g| \cdot \|u_0\|^2 < \|\psi_0\|^2,$$

şərti ödənilir, burada $\psi_0 -$ *radial-simmetrik funksiyadır, hansı ki,* $\psi_0 = \psi_0(r), \ r = |x|$, *aşağıdakı sərhəd məsələsinin həllidir:*

$$\begin{cases} \dfrac{d^2}{dr^2}\psi_0(r) + \dfrac{1}{r}\dfrac{d\psi_0}{dr} - \psi_0 + \psi_0^3 = 0, \quad 0 < r < \infty, \\ \psi_0'(0) = 0, \psi_0(\infty) = 0, \psi_0(r) \in H^1(R^2) \cap C^2([0,\infty)). \end{cases}$$

Onda (14)–(16) məsələsi zəif qlobal həllə malikdir.

Qeyd 1. $g > 0$ olduqda (14)–(16) məsələsi $\forall u_0 \in \overset{\circ}{H}{}^1(\Omega)$. zəif qlobal həllə malikdir.

Teorem 5. *Tutaq ki,* $\Omega \subset R^2$ *məhdud və ya qeyri-məhdud oblastdır. Tutaq ki,* $u(x)$ - $\overset{\circ}{H}{}^1(\Omega)$ *fəzasından olan istənilən funksiyadır. Onda aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:*

$$\int_\Omega \left[\exp\left(\theta \frac{|u|^2}{\|\nabla u\|^2} \right) - 1 \right] dx \le C_T \frac{\|u\|^2}{\|\nabla u\|^2},$$

burada

$$0 < \theta < \frac{4\pi}{e}, \quad C_T = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta^m}{m!} \frac{1}{\pi^{m-1}} \frac{m^{3m-2}}{(2m-1)^{2m-1}}.$$

Teorem 6. *(14)–(16) məsələsinin zəif həlli yeganədir.*

1.5-də bir Sobolev interpolyasiya bərabərsizliyi isbat olunur. Sonra Sobolev interpolyasiya bərabərsizliyinə əsasən Qross-Sobolev loqarifmik bərabərsizliyinin yeni isbatı təklif olunur.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 7. *Tutaq ki,* $u(x) \in H^1(R^n),$ *harada ki,* $H^1(R^n) \equiv W_2^1(R^n)$ *Sobolev fəzasıdır. Tutaq ki,* ρ, α *1.1-də təyin olunmuş ədədlərdir,* $K_g(\alpha)$ *(3) düsturu ilə təyin olunmuşdur. Onda aşağıdakı multiplikativ Qalyardo-Nirenberq-Sobolev bərabərsizlikləri doğrudur*

$$\|u\|_{\rho+2} \le \overline{K_0} \|\nabla u\|^{\alpha} \|u\|^{1-\alpha}.$$

Burada $\overline{K_0} = K_g(\alpha) K_B\left(\dfrac{\rho+2}{\rho+1}\right)$, K_B *isə aşağıdakı şəkildə təyin olunur*

$$K_B(p) = \left[\left(\frac{p}{2\pi}\right)^{\frac{1}{p}}\left(\frac{p'}{2\pi}\right)^{-\frac{1}{p'}}\right]^{n/2}, 1 \le p \le 2, \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1. \quad (17)$$

Teorem 6 vasitəsilə aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 8. *Tutaq ki,* $u(x) \in H^1(R^n)$. *Onda aşağıdakı Qross-Sobolev loqarifmik bərabərsizliyi doğrudur:*

$$\int\limits_{R^n} \frac{|u|^2}{\|u\|^2} \ln \frac{|u(x)|^2}{\|u\|^2} dx \le \frac{n}{2} \ln\left(\frac{2\|\nabla u\|^2}{\pi e n \|u\|^2}\right). \quad (18)$$

(18) bərabərsizliyi dəqiqdir:

$$u(x) = a \exp(-b|x - \dot{x}|^2),$$

olduqda o, bərabərliyə keçir, burada a, b *- ixtiyari müsbət sabitlərdir,* $\dot{x} \in R^n$ *− ixtiyaridir.*

1.6-da bir Sobolev interpolyasiya bərabərsizliyi isbat olunur. Sonra Sobolev interpolyasiya bərabərsizliyi əsasında bir ümumiləşmiş loqarifmik Sobolev bərabərsizliyi təqdim olunur.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 9. Tutaq ki, $\hat{U}(\xi)$ $U(x)$ *funksiyasının Furye çevirməsidir*

$$\hat{U}(\xi)=\frac{1}{(2\pi)^{n/2}}\int_{R^n} e^{-i(x,\xi)}U(x)dx, \quad \xi\in R^n .$$

Tutaq ki, k,ρ,α *-1.2-də təyin olunmuş ədədlərdir,* $U(x)\in L_2(R^n)$, $|\xi|^{k/2}\hat{U}(\xi)\in L_2(R^n)$. *Onda aşağıdakı multiplikativ Sobolev bərabərsizliyi doğrudur*

$$\|U\|_{\rho+2}\le \overline{K}_0\left\|\xi^{k/2}\hat{U}(\xi)\right\|^{\alpha}\|U\|^{1-\alpha} .$$

Burada $\overline{K}_0=K_g(\alpha)K_B\left(\frac{\rho+2}{\rho+1}\right)$, *harada ki, 1.2-də (6) düsturu ilə,* K_B *isə 1.5 -də (17) düsturu ilə təyin olunmuşdur.*

$k=2$ olduqda teorem 9-dan 1.5-dəki teorem 7 alınır, $k=4$ olduqda $\left\||\xi|^2\hat{U}\right\|=\|\Delta U\|$ münasibəti nəzərə alınmaqla teorem 9-dan aşağıdakı teorem alınır.

Teorem 10. *Tutaq ki,* $n\le 4$ *olduqda* $\rho\in(0,\infty)$, $n>4$ *olduqda isə* $\rho\in\left(0,\frac{8}{n-4}\right)$ $\alpha=n\rho/[4(\rho+2)]$. *Sonra tutaq ki,* $U(x)\in L_2(R^n)$, $\Delta U\in L_2(R^n)$.

Onda aşağıdakı Sobolev interpolyasiya bərabərsizliyi doğrudur:

$$\|U\|_{\rho+2}\le \overline{K}_0\|\Delta U\|^{\alpha}\|U\|^{1-\alpha} .$$

Burada $\overline{K}_0=K_g(\alpha)K_B\left(\frac{\rho+2}{\rho+1}\right)$, *harada ki,*

$$K_g(\alpha)=\frac{1}{\chi}\left[\frac{\sigma_n}{4}B\left(\frac{n}{4},\frac{n(1-\alpha)}{4\alpha}\right)\right]^{2\alpha/n} ,$$

K_B *(17) düsturu ilə təyin olunur.*

Teorem 11. *Tutaq ki,* k *ixtiyari müsbət ədəddir. Sonra tutaq ki,* $U(x)\in L_2(R^n)$, $|\xi|^{k/2}\hat{U}(\xi)\in L_2(R^n)$. *Onda aşağıdakı Qross-Sobolev loqarifmik bərabərsizliyi doğrudur:*

$$\int_{R^n} \frac{|U|^2}{\|U\|^2} \ln\left(\frac{|U|^2}{\|U\|^2}\right) dx \le \frac{n}{k} \ln\left[\frac{k\left(\frac{\sigma_n}{k}\Gamma\left(\frac{n}{k}\right)\right)^{k/n} \left\||\xi|^{k/2}\hat{U}\right\|}{n\pi^k e^{k-1}\|U\|^2}\right].$$

$k=2$ olduqda teorem 11-dən Qross-Sobolev loqarifmik bərabərsizliyi alınır, $k=4$ olduqda aşağıdakı teorem alınır.

Teorem 12. *Tutaq ki,* $U(x) \in H^2(R^n)$.
Onda aşağıdakı Qross-Sobolev loqarifmik bərabərsizliyi doğrudur:

$$\int_{R^n} \frac{|U|^2}{\|U\|^2} \ln\left(\frac{|U|^2}{\|U\|^2}\right) dx \le \frac{n}{4} \ln\left[\frac{4\left(\frac{\sigma_n}{4}\Gamma\left(\frac{n}{4}\right)\right)^{4/n} \|\Delta U\|^2}{n\pi^4 e^3\|U\|^2}\right].$$

İkinci fəsil iki Sobolev bərabərsizliyində optimal sabitin hesablanmasına və onların tətbiqinə həsr olunub. Bu fəsil dörd yarımfəsildən ibarətdir.

2.1-də bir Sobolev interpolyasiya bərabərsizliyində ən yaxşı sabitin iki yuxarı qiymətləndirməsi verilir və onların dəqiqliyi araşdırılır. $(0, \rho_0)$ intervalından verilmiş ρ üçün $\alpha = 0{,}5\rho n/(\rho+2)$ təyin olunur, burada $n = 1{,}2$, olduqda $\rho_0 = \infty$, $\rho_0 = 4/(n-2)$. Sobolev bərabərsizliyində ən yaxşı sabit üçün

$$\|U\|_{\rho+2} \le \overline{K}_0 \|\nabla U\|^{\alpha} \|U\|^{1-\alpha} , \qquad (19)$$

harada ki, K_0 $-$ən yaxşı sabitdir və

$$K_0 < \overline{K}_0 = K_g(\alpha) K_B\left(\frac{\rho+2}{\rho+1}\right),$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Burada $K_g(\alpha)$ (3) düsturu ilə, K_B isə (17) düsturu ilə təyin olunmuşdur.

Sonra, K_0 üçün daha bir yuxarıdan qiymətləndirmə verilir

$$K_0 < \overline{\overline{K}}_0 = \frac{1}{\chi}\sqrt{K_B\left(\frac{\rho+2}{2}\right)K_B^2\left(\frac{\rho+2}{\rho+1}\right)\|G\|_{\frac{\rho+2}{2}}}\ ,$$

harada ki, $\chi = \sqrt{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}$, $G(|x|) = K_{\frac{n-2}{2}}(|x|)/|x|^{\frac{n-2}{2}}$, $K_{\frac{n-2}{2}}(|x|)$ - Makdonalds funksiyasıdır, $n \geq 2$.

Teorem 13. *$\rho \geq 2$ olduqda $\overline{\overline{K}}_0 \leq \overline{K}_0$, qiymətləndirməsi, $0 < \rho \leq 2 -$ olduqda isə $\overline{K}_0 \leq \overline{\overline{K}}_0$ qiymətləndirməsi doğrudur.*

2.2-də iki Sobolev bərabərsizliyində optimal sabitlər arasında qarşılıqlı əlaqə tədqiq olunur.

Teorem 14. *(19) Sobolev bərabərsizliyindəki K_0 optimal sabiti və aşağıdakı Sobolev bərabərsizliyindəki*

$$\|u\|_{\rho+2} \leq K_c\|u\|_{H^1(R^n)}$$

K_c optimal sabiti arasında aşağıdakı əlaqə vardır:

$$K_c = \chi K_0 .$$

2.3-də (19) bərabərsizliyində K_0 optimal sabiti hesablanır.

Teorem 15. *(19) Sobolev bərabərsizliyində K_0 optimal sabiti üçün aşağıdakı düstur doğrudur*

$$K_0 = \frac{1}{\chi}\left(\frac{1-\alpha}{\|\psi_0\|^2}\right)^{\frac{\alpha}{n}},$$

harada ki, $\psi_0(r) -$ aşağıdakı sərhəd məsələsinin əsas həllidir ($\|\psi_0\|$ minimal normalı $\|\psi_0\|$ $C^2([0,\infty)) \cap H^1(R^n)$ sinfindən müsbət həll):

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2\psi_0}{dr^2} + \frac{n-1}{r}\frac{d\psi_0}{dr} - \psi_0 + \psi_0^{\rho+1} = 0, \\ &\frac{d\psi_0}{dr}\Big/_{r=0} = 0,\ \psi_0(\infty) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Sonra (19) bərabərsizliyi qeyri-xətti Şredinger tənliyi üçün Koşi məsələsinin həllolunanlığının araşdırılmasına tətbiq olunur:

$$iu_t + \Delta u = \omega |u|^{\rho} u \quad в \quad R^n \times R_+, \\ u(0,x) = u_0(x). \tag{21}$$

Burada $\omega \in R_1, \rho \in R_+, u_0(x) -$ R^n-də verilmiş funksiyadır.

Aşağıdakı işarələmələri qəbul edək:

$$\|Du(t,\cdot)\|^2 = A(u(t)), B(u(t)) = 2(\rho+2)^{-1}\|u(t,\cdot)\|_{\rho+2}^{\rho+2},$$

$$E(u(t)) = A(u(t)) + \omega B(u(t)).$$

Sonra, tutaq ki, ρ üzərinə 2.1-də göstərilən şərtlər ödənilir. $H^1(R^n) \subset L_{\rho+2}(R^n)$ daxilolması sayəsində $u \to E(u)$ inikası kəsilməz funksionaldır.

Tutaq ki, $\omega < 0, \eta = \rho n/4 > 1, \lambda > 0, d = \inf \sup\limits_{\mu \ge 0} E(\mu^{n/2} u(\mu x)),$

$u \in H^1(R^n),\ \|u\| = \lambda;$ aşağıdakı çoxluqları təyin edək:

$$M_\lambda = \{u \mid u \in H^1(R^n), \|u\| = \lambda, B(u) < \theta A^{\eta}(u), E(u) < d\},$$

$$M_\lambda^+ = \{u \mid u \in H^1(R^n), \|u\| = \lambda,\ E(u) < d,\ A(u) > \eta B(u)\},$$

$$M_\lambda^- = \{u \mid u \in H^1(R^n), \|u\| = \lambda,\ E(u) < d,\ A(u) < \eta B(u)\},$$

$$V_\lambda^+ = \{u \mid u \in H^1(R^n), \|u\| = \lambda,\ E(\mu^{n/2} u(\mu x)) < d, \forall \mu \in [0,1]\},$$

$$V_\lambda^- = \{u \mid u \in H^1(R^n), \|u\| = \lambda,\ E(\mu^{n/2} u(\mu x)) < d, \forall \mu \in [1,\infty)\},$$

burada $\theta = \lambda^{4\eta/n + 2(1-\eta)} / \|\psi_0\|^{4\eta/n}, \psi_0 -$ (20) tənliyinin əsas həllidir.

Hökm 5. 1) $d = (1-\eta^{-1})(1/\eta|\omega|\theta)^{1/(\eta-1)};$ düsturu doğrudur; 2) $M_\lambda = M_\lambda^+ \cup M_\lambda^-, V_\lambda^+ = M_\lambda^+, \quad V_\lambda^- = M_\lambda^-$. bərabərliyi doğrudur.

Fərz edək ki, $V^+ = \bigcup\limits_{\lambda>0} V_\lambda^+, \quad V^- = \bigcup\limits_{\lambda>0} V_\lambda^-.$

c ilə t və $u(x,t)$ -dən asılı olmayan müxtəlif sabitləri işarə edəcəyik.

Teorem 16. *Tutaq ki,* $4/n < \rho < \rho_0$, *harada ki,* $n \ge 3$ *olduqda* $\rho_0 = 4/(n-2)$ $(n = 1,2)$ *olduqda* $\rho_0 = \infty$*). Tutaq ki,*

$\omega < 0, V^+, V^-$ – *uyğun olaraq yuxarıda təyin olunmuş dayanıqlıq çoxluğudur. Onda:*

1) $u_0 \in V^+$ *olduqda (21) məsələsinin yeganə* $u(t) \in C([0,\infty), H^1(R^n))$, *qlobal həlli vardır, bundan əlavə* $\forall t \in [0,\infty)$ *üçün* $u \in V^+$ *daxilolması doğrudur. (21) qeyri-xətti Şredinger dinamikasının* $\varepsilon(t) = -\int |u(x,t)|^2 \ln|u(x,t)| dx$ *entropiyası üçün* $\varepsilon(t) \le c + c\ln(1+t),\ \forall t \in [0,\infty)$ *qiymətləndirməsi doğrudur.*

2) Tutaq ki, $u \in V^-$, $ru_0 \in L_2(R^n)$. *Onda (21) məsələsi ümumilikdə, daha doğrusu* $\forall T > 0$ *üçün* $u(t) \in C([0,T), H^1(R^n))$, *həllinə malik deyil.*

Teorem 17. *Tutaq ki,* $\rho = 4/n, \omega < 0$. *Sonra fərz edək ki,* $u_0 \in H^1(R^n)$, $ru_0 \in L_2(R^n)$ *və* $u_0(x)$ *başlanğıc funksiyası üçün* $|\omega|^{n/2}\|u_0\| < \|\psi_0\|$, *şərti ödənir, burada* ψ_0 *(20) tənliyinin əsas həllidirr. Onda (21) məsələsi, ümumiyyətlə, yeganə* $u(t) \in C([0,\infty), H^1(R^n))$ *həllinə malikdir və* $\forall t \in [0,\infty)$ *olduqda bu həll üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur*

$$c(1+t)^{-n/n+2} \le \|u(t)\|_{(2n+4)/n} \le c(1+t)^{-n/(n+2)},$$

$$c + c\ln(1+t) \le \varepsilon(t) \le c + c\ln(1+t).$$

Qeyd 2. $n=1$ olduqda (20) tənliyi dəqiq həll olunur, məhz: $\psi_0 = [(\theta+1)/\theta]^{\theta/2} / ch^{\theta}(x/\theta), \theta = 2/\rho,$ beləliklə,

$\|\psi_0\|^2 = 2^{2\theta-1}[(\theta+1)/\theta]^{\theta}\theta B(\theta,\theta),$ burada $B(\theta,\theta)$ -Eylerin beta funksiyasıdır.

2.4-də bircins Şredinger tip tənlik üçün bircins sərhəd şərtlərinə malik daxili Dirixle məsələsinin trivial olmayan ümumiləşmiş həllərinin olmaması üçün bəzi kafi şərtlər alınmışdır. Bu məqsədlə, məhdud oblastda məlum Sobolev bərabərsizliyində, eləcə də məlum Steklov bərabərsizliyində dəqiq sabitin bəzi yuxarı qiymətləndirmələri müəyyən edilmişdir.

Tutaq ki, $\Omega \subset R^n - \partial\Omega \subset C^{1,\mu}, - < \mu \le 1$ sərhədinə malik ixtiyari məhdud açıq oblastdır.

$\Delta + q(x)$ Şredinger operatoru üçün Dirixle məsələsinə baxaq:

$$\Delta u + q(x)u = 0 \ \ в \ \ \Omega,$$
$$u = 0 \quad на \quad \partial\Omega, \tag{22}$$

burada $\Delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$, $q(x)$ Ω-da verilmiş funksiyadır. (22) məsələsinə aşağıdakı ümumiləşmiş mənada baxacağıq.

Tərif 1. Əgər $u(x) \in \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$ funksiyası istənilən $\psi(x) \in \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$ funksiyası üçün

$$\int_\Omega \left[-\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial u(x)}{\partial x_i} \frac{\partial \psi(x)}{\partial x_i} + q(x)u(x)\psi(x) \right] dx = 0,$$

inteqral eyniliyi ödənərsə, onda o, (22) məsələsinin ümumiləşmiş həlli adlanır.

Aşağıdakı işarələmələri qəbul edək: $(0, \rho_0)$ intervalında verilmiş ρ üçün $\alpha = 0.5\frac{\rho n}{\rho + 2}$ müəyyən edək, burada $n = 1,2$, $\rho_0 = \infty$, $n \ge 3$ olduqda $\rho_0 = \frac{4}{n-2}$.

Fərz edək ki, $\overline{K}_0 = K_g K_B \left(\frac{\rho + 2}{\rho + 1} \right)$, burada $K_g(\alpha)$ (3) düsturu, K_B – isə (17) düsturu ilə təyin olunub. Əlavə olaraq $\overline{K}_c(\Omega, \alpha) = \overline{K}_0^{1/\alpha}(\alpha) |\Omega|^{1-\alpha/n}$, $|\Omega| = mes\,\Omega$.

Aşağıdakı teoremlər doğrudur.

Teorem 18. Tutaq ki, ρ - yuxarıda təyin olunmuş ədəddir,

$q(x) \neq const$ - $L_{(\rho+2)/\rho}(\Omega)$ sinfindən olan Ω-da verilmiş funksiyadır. Daha sonra fərz edək ki,

$$\Lambda = \inf J(v),\ J(v) = \frac{\|\nabla v\|}{\|v\|_{\rho+2}},\ v \in \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)/\{0\}.$$

Tutaq ki, $q(x)$ üçün

$$\|q\|_{(\rho+2)/\rho} < \Lambda^2, \tag{23}$$

bərabərsizliyi doğrudur. Onda (22) məsələsi $\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$ sinfində trivial olmayan ümumiləşmiş həllə malik deyil.

Teorem 19. Tutaq ki, ρ və $\alpha -$yuxarıda təyin olunmuş ədədlərdir. $q(x) \neq const$ - $L_{(\rho+2)/\rho}(\Omega)$. sinfindən olan Ω -da verilmiş funksiyadır. Tutaq ki, $q(x)$ elədir ki, $\|q\|_{(\rho+2)/\rho}$ norması üçün

$$\|q\|_{(\rho+2)/\rho} < \Lambda_*^2; \tag{24}$$

şərti ödənilir, burada $\Lambda_* = \frac{1}{\bar{k}_c}$.

Onda (22) məsələsi $\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$ sinfində trivial olmayan ümumiləşmiş həllə malik deyil.

Qeyd 3. (23) şərti (24) şərti ilə müqayisədə daha dəqiqdir, belə ki, $\Lambda_* < \Lambda$. Aydındır ki, hesablama nöqteyi nəzərdən (24) şərti (23)-dən daha əlverişlidir. Teorem 18 və 19-da əgər $\|q\|_{(\rho+2)/\rho}$ $\|q^*\|_{(\rho+2)/\rho}$, ilə əvəz etsək, harada ki, $q^* = \max(0, q(x))$, onda yaxşı qiymətləndirmə alarıq. Aydındır ki, əgər s.h.y. Ω -da $q(x) \leq 0$, onda (22) məsələsi $\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$ sinfində həllə malik deyil.

Teorem 18 və 19-un isbatında aşağıdakı teoremdən istifadə olunur.

Teorem 20. Tutaq ki, ρ -yuxarıda təyin olunmuş ədəddir, $v(x)-\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$ sinfindən olan istənilən funksiyadır.

Onda aşağıdakı Sobolev bərabərsizliyi doğrudur: $\|v\|_{\rho+2} \le \overline{K}_C \|\nabla v\|$.

III fəsil qeyri-xətti Şredinger evolyusion tənlikləri üçün məsələnin həllolunanlığına və həllərinin yoxluğu, onların həllərinin öz-özünə kanallaşmasına həsr olunmuşdur.

3.1-də kubik dissipativ həddə malik kubik Şredinger evolyusion tənliyi üçün qarışıq məsələyə baxılmışdır.

Tutaq ki, $\Omega \subset R^2$ $\partial\Omega$ hamar sərhəddə malik məhdud və ya qeyri-məhdud oblastdır.

Aşağıdakı qarışıq məsələyə baxaq:

$$i\frac{\partial u}{\partial t} + i\beta|u|^2 u = \Delta u + \alpha|u|^2 u, \;\; x \in \Omega, t > 0, \qquad (25)$$

$$u\big|_{t=0} = u_0(x), \;\; x \in \Omega, \qquad (26)$$

$$u = 0, \;\; на \;\; \partial\Omega, \;\; t \ge 0. \qquad (27)$$

Burada $\{\alpha,\beta\} \in R^1$ - (25) tənliyinin parametrləridir, u_0 - Ω-da verilmiş funksiyadır.

Fərz edək ki, $H := L_2(\Omega; C)$; $H_0^1 := \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega; C)$, $H^2 := W_2^2(\Omega; C)$ - Sobolev Hilbert fəzalarıdır; $B = H^2 \cap H_0^1$.

Tutaq ki, $\Psi_0(r), r = |x|$ $\|\Psi_0\|_{H^1}$ sonlu normalı $C^2[0,\infty)$ sinfindən müsbət, monoton azalan funksiyadır, hansı ki, aşağıdakı qeyri-xətti sərhəd məsələsinin yeganə həllidir:

$$\left.\begin{aligned} &\Psi_0''(r) + \frac{1}{r}\Psi_0'(r) - \Psi_0(r) + \Psi_0^3(r) = 0, \; 0 < r < \infty, \\ &\Psi_0'(0) = 0, \;\; \Psi_0(\infty) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

(25)-(27) məsələsinin qlobal həllolunanlığı haqqında aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 21. *Tutaq ki,* $\beta > 0$, $\alpha, u_0 \in B$, *belə ki,* $\left(\alpha - \sqrt{3}\beta\right)\|u_0\|^2 < P_k$, $k = 1,2$, *şərtlərindən biri ödənilir, harada ki,*

$$P_1 = \|\psi_0\|^2 \ , \ P_2 = \frac{27\pi}{8},$$

ψ_0 *(28) məsələsinin əsas həllidir.* $\alpha < 0$ *olduqda* u_0 B*-dən ixtiyaridir. Onda (25)-(27) məsələsi qlobal güclü, eyni zamanda yeganə həllə malikdir,* $u(x,t)$ *funksiyası* $C^0([0,\infty); B) \cap C^1([0,\infty); H)$ *sinfindəndir.*

3.2-də $t \to \infty$ aşağıdakı qarışıq məsələnin ümumiyyətlə, həllolunanlıq suallarına, hamarlıq və asimptotika suallarına baxılır.

$$iu_t + i\beta|u|^q u = \Delta u + \alpha|u|^p u, \ (x,t) \in Q = G \times [0,T]; \tag{29}$$

$$u\big|_{s=0} = 0, \quad S = \partial G \times [0,T]; \tag{30}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in G. \tag{31}$$

Burada $G - n -$ölçülü R^n fəzasında hamar sərhədə malik ixtiyari sonlu oblastdır, $\beta \in R_+, \alpha \in R$, $q, p \in R_+, u_0 - R^n$-də verilmiş funksiyadır.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 22. *Tutaq ki,* $\beta > 0, p > 0, q > 0, \alpha < 0$ *(*$\alpha > 0$ *olduqda əlavə olaraq fərz edək ki,* $q > p$*). Tutaq ki,* $u_0 \in \overset{\circ}{H}{}^1(G) \cap L_{\nu+2}(G)$ *harada ki,* $\nu = \max(p,q)$. *Onda (29)-(31) məsələsinin yeganə həlli var, hansı ki,*

$$u \in L_\infty\left(0,T; \overset{\circ}{H}{}^1(G) \cap L_{\nu+2}(G)\right) \cap L_{p+q+2}(Q),$$

$$u_t \in L_\infty\left(0,T; H^{-1}(G) + L_{\frac{\nu+2}{\nu+1}}(G)\right).$$

3.3-də qeyri-xətti Şredinger evolyusion tənliyinin həllinin öz-özünə kanallaşma suallarına baxılır.

Tutaq ki, qeyri-xətti Şredinger evolyusion tənliyi üçün Koşi məsələsi qoyulmuşdur:

$$i\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + f\left(|u|^2\right)u \qquad R^n \times R_+, \tag{32}$$

$$u\big|_{t=0} = u_0(x) \qquad R^n. \tag{33}$$

Burada $f(s)-$ $[0,\infty)$ intervalında verilmiş funksiyadır, $u_0 -$ isə R^n. verilmiş funksiyadır.

Standart işarələmələr qəbul edəcəyik:

$H(R^n)=L^2(R^n), H^1(R^n)=W_2^1(R^n)-$kompleks Sobolev Hilbert fəzasıdır; $\|\cdot\|-$ $L_2(R^n)$, fəzasında norma, $\|\cdot\|_p$–isə $L_p(R^n)$, $p\ge 1$ fəzasında normadır.

Fərz edək ki,

$$A(t) = A(u(t)) = \|\nabla u(\cdot,t)\|^2,$$

$E(t) = E(u(t)) = A(t) - B(t)$, burada $B(t) = \int\limits_{R^n} F(|u(x,t)|^2)dx,$

və $F(s) = \int\limits_0^S f(\tau)d\tau;\ a(t) = a(u(t)) = \|u(\cdot,t)\|^2,$

$$P_k(t) = P_k(u(t)) = \frac{i}{2}\int\limits_{R^n}\left(u\frac{\partial \bar{u}}{\partial x_k} - \bar{u}\frac{\partial u}{\partial x_k}\right)dx, \quad k = 1,2,\dots,n.$$

Tərif 2. *Əgər* $\forall t \in [0,+\infty)$ *olduqda həll üçün aşağıdakı ikiqat qiymətləndirmə ödənərsə:* $const \le \|u(\cdot,t)\|_4 \le const$, *deyəcəyik ki, (32), (33) məsələsinin*

$$C^0\left([0,+\infty); H^1(R^n)\right) \cap C^1\left([0,+\infty); H^{-1}(R^n)\right)$$

sinfindən olan $u(x,t)$ *qlobal həlli öz-özünə kanallaşır, burada const ilə* t *və* $u(x,t)$*-dən asılı olmayan müxtəlif müsbət sabitlər işarə olunmuşdur.*

Aşağıdakı teoremlər doğrudur.

Teorem 23. *(qlobal varlıq haqqında) Tutaq ki,* $u_0 \in H^1(R^n)$, $f(0)=0$, $f(s) \in C^2([0;\infty))$ $[0;+\infty)$*-intervalında müsbət, artan, aşağı qabarıq funksiyadır, daha doğrusu* $f(s) \geq 0,\ f'(s) > 0,$ $f''(s) < 0\ \forall s \in [0,+\infty)$. *Onda* $n=1$ *olduqda (33), (34) məsələsi*

$$C^0\left([0,+\infty); H^1(R^n)\right) \cap C^1\left([0,+\infty); H^{-1}(R^n)\right),$$

sinfindən qlobal həllə malikdir. $n=2$ *olduqda deyilənlər*

$$\|u_0\|^2 < \frac{27\pi}{16 f'(0)}$$

şərti daxilində öz gücündə qalır.

Teorem 24. *(öz-özünə kanallaşma haqqında) Tutaq ki, teorem 23-ün bütün şərtləri ödənir. Bundan başqa, tutaq ki,* u_0 *başlanğıc funksiyası elədir ki, onun üçün* $E(u_0) < \dfrac{P^2(u_0)}{a(u_0)}$, *bərabərsizliyi ödənir, harada ki,* $P^2(u_0) = \sum_{k=1}^{n} P_k^2(u_0)$. *Onda (32), (33) məsələsinin həlli öz-özünə kanallaşır.*

3.4-də kubik Şredinger evolyusion tənliyi üçün Koşi məsələsinə baxılır:

$$i\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + |u|^2 u \quad в \quad R^2 \times R_+, \tag{34}$$

$$u|_{t=0} = u_0 \quad в \quad R^2. \tag{35}$$

İsbat olunmuşdur ki, bəzi başlanğıc verilənlər ilə (34), (35) məsələsinin həlli sonlu vaxtdan sonra dağılır, hansı ki, dəqiq qiyməti yuxarıdan qiymətləndirilir.

3.5-də qeyri-xətti Şredinger evolyusion tənliyi üçün Koşi məsələsinə baxılır:

$$i\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + |u|^\rho u, \quad x \in R^n,\ t > 0, \tag{36}$$

$$u(x,0) = u_0(x) \quad в \ R^n \tag{37}$$

Burada $\rho > 0$, $n \leq 3$, $u_0(x) -$ R^n-də verilmiş funksiyadır.

İsbat olunmuşdur ki, (36), (37) məsələsinin həlli dağılır, hansı ki, dəqiq qiyməti yuxarıdan qiymətləndirilir. Bundan başqa bəzi normalarda həllin dağılma sürətinin aşağı qiymətləndirilmələri alınmışdır.

3.6-də ümumiyyətlə həllin varlığı məsələsinə, $t \to \infty$ olduqda asimptotika haqqında məsələyə və

$$iu_t + \Delta u = kf\left(|u|^2\right)u \qquad R^n \times R_+ - \text{də}$$

$$u(0,x) = u_0(x);$$

məsələsinin həllinin yoxluğu suallarına baxılmışdır. Burada $k \in R^1$, $u_0 -$ R^n -də verilmiş funksiyadır.

Dördüncü fəsildə qeyri-xətti Qinzburq-Landau-Şredinger tip evolyusion tənliyi üçün birinci qarışıq məsələnin qlobal həllinin yoxluğu sualları və bir qeyri-xətti Şredinger evolyusion tənliklər sistemi üçün Koşi məsələsinin həllolunanlığı və həllin yoxluğu sualları araşdırılmışdır. Bu fəsil beş yarımfəsildən ibarətdir.

4.1-də qeyri-xətti Şredinger tip evolyusion tənliyi üçün qarışıq məsələnin qlobal həllinin yoxluğu sualları öyrənilir. Tutaq ki, $\Omega \subset R^n -$ hamar sərhədə malik ixtiyari məhdud oblastdır. Aşağıdakı qarışıq məsələyə baxaq:

$$u_t = i\beta\Delta u + f(u, \nabla u),\ x \in \Omega,\ t > 0, \tag{38}$$

$$u(x,0) = u_0(x),\ x \in \overline{\Omega},\ \ u(x,t)\big|_{\partial\Omega} = 0, \quad t \geq 0, \tag{39}$$

hansı ki

$$f(u, \nabla u) \geq \omega_1 |u|^{1+\gamma} + \omega_2 |\nabla u|^{1+\mu}, \tag{40}$$

burada $\omega_1 \geq 0, \omega_2 \geq 0,\ \omega_1^2 + \omega_2^2 \neq 0, \gamma > 0, \mu > 0, \beta \neq 0.$

İsbat olunmuşdur ki, başlanğıc verilənlərin "kifayət qədər böyük" qiymətlərində (38)-(40) məsələsinin qlobal həlli yoxdur.

4.2-də bir sinif Qinzburq-Landau-Şredinger evolyusion tənliyi üçün birinci qarışıq məsələnin həllinin yoxluğu sualları araşdırılır.

Tutaq ki, $\Omega \subset R^n - \partial\Omega.$ hamar sərhədinə malik məhdud oblastdır. Aşağıdakı qarışıq məsələyə baxaq:

$$u_t = (\alpha + i\beta)\Delta u + f(u) + (\eta + i\mu)u,$$
$$x \in \Omega, \quad t > 0, \tag{41}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \overline{\Omega}, \tag{42}$$

$$u(x,t)\big|_{\partial\Omega} = 0, \quad t \geq 0. \tag{43}$$

Burada $f(u) = (\omega + i\gamma)|u|^{1+p}$, $\{\alpha, \beta, \omega, \gamma, \eta, \mu\} \in R$, $p \in R_+$,

$\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$, $\omega^2 + \gamma^2 \neq 0$.

İsbat olunmuşdur ki, başlanğıc verilənlərin "kifayət qədər böyük" qiymətlərində (41)-(43) məsələsinin həlli yuxarıdan qiymətləndirilə bilən sonlu vaxtdan sonra dağılır.

4.3-də bir qeyri-xətti Qinzburq-Landau tip evolyusion tənliyi üçün birinci qarışıq məsələnin qlobal həllinin yoxluğu məsələsi araşdırılmışdır. Tutaq ki, $\Omega \subset R^n$ – hamar sərhəddə malik ixtiyari məhdud oblastdır. Aşağıdakı qarışıq məsələyə baxaq:

$$u_t = (\alpha + i\beta)\Delta u + f(u, \nabla u), \; x \in \Omega, t > 0,$$

$$u(x,0) = u_0(x), x \in \overline{\Omega}, \; u(x,t)/_{\partial\Omega} = 0, t \geq 0,$$

burada

$$f(u, \nabla u) \geq \omega_1 |u|^{1+\gamma} + \omega_2 |\nabla u|^{1+\mu} \; ,$$

harada ki, $\omega_1 \geq 0, \omega_2 \geq 0, \; \omega_1^2 + \omega_2^2 \neq 0, \gamma > 0, \mu > 0, \beta \neq 0, \alpha \in R.$

İsbat olunmuşdur ki, "kifayət qədər böyük başlanğıc verilənlər" ilə tədqiq olunan məsələnin qlobal həlli yoxdur.

4.4-də ikiölçülü oblastda qeyri-xətti Şredinger evolyusion tənliyi üçün qarışıq məsələyə baxılır. Tutaq ki, $\Omega \subset R^2$ kifayət qədər hamar Γ sərhədinə malik məhdud oblastdır. Aşağıdakı qarışıq məsələyə baxaq:

$$i\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + |u|^{\rho} u, \; x \in \Omega, \; t > 0, \tag{44}$$

$$u(x,t) = 0, \; x \in \Gamma, \; t \geq 0, \tag{45}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \; x \in \Omega\,. \tag{46}$$

Burada $\rho > 0,\ u_0(x)$ Ω-da verilmiş funksiyadır. (44)-(46) məsələsi üçün həllin hamarlılığı və onların ulduzlu Ω oblastında yoxluğu öyrənilir.

Tədqiq olunan (44)-(46) məsələsinin $\rho < 2$ olduqda ixtiyari başlanğıc funksiya üçün

$$u_0(x) \in \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega) \cap W_2^2(\Omega)$$

qlobal həlli var.

$$u(x,t) \in C\left([0,\infty); \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega) \cap W_2^2(\Omega) \right) \cap C^1([0,\infty); L_2(\Omega))$$

$\rho = 2$ olduqda $\|u_0\|^2 < \dfrac{27\pi}{8}$ şərti daxilində deyilənlər qüvvədə qalır.

Sonra $\rho \ge 2$ olduqda isə başlanğıc funksiyalar $u_0 \in \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega) \cap W_2^2(\Omega)$ çoxluğu seçilir ki, həll $u(x,t)$ sonlu zaman fasiləsində $t_{\max}$ dağılır. Daha dəqiq desək u_0 üçün $E_0 = \|\nabla u_0\|^2 - \dfrac{2}{\rho+2}\|u_0\|_{\rho+2}^{\rho+2} < 0$ olduqda

(44)-(46)

$$u(x,t) \in \left([0,t_{\max}); W_2^1(\Omega) \cap W_2^2(\Omega) \right) \cap C^1([0,t_{\max}); L_2(\Omega))$$

Həlli ulduzvari oblast üçün yuxarıdan qiymətləndirilən $t_{\max}$ sonlu zaman fasiləsində dağılır.

Oblast Ω o vaxt ulduzvari adlandırılır ki, onun istənilən daxili nöqtəsindən çıxan şüa onun sərhəddini bir nöqtədə kəssin.

4.5-də bir qeyri-xətti Şredinger evolyusion tənliyi üçün Koşi məsələsinin həllinin ümumiyyətlə varlıq suallarına, $t \to +\infty$ olduqda özünü aparma suallarına və həllin yoxluğu suallarına baxılır.

$$i\frac{\partial u_1}{\partial t} + \theta_1 \Delta u_1 = \gamma_1 \bar{u}_2 u_3,$$

$$i\frac{\partial u_2}{\partial t} + \theta_2 \Delta u_2 = \gamma_2 \bar{u}_1 u_3,\quad R^n \times R_+ - \text{də} \qquad (47)$$

$$i\frac{\partial u_3}{\partial t}+\theta_3\Delta u_3=\gamma_3 u_1 u_2,$$

$$u_m(0,t)=u_{0m}(x),\quad x\in R^n,\ m=1,2,3. \tag{48}$$

Burada $u(x,t)=(u_1(x,t),u_2(x,t),u_3(x,t))-$kompleks qiymətli məchul vektor funksiyadır; $u_{0m}(x), m=1,2,3-$ R^n-də verilmiş funksiyadır; $\theta_m,\gamma_m, m=1,2,3-$sıfırdan fərqli həqiqi sabitlərdir ((47) tənliyinin parametrləri), daha doğrusu,
$\theta_m,\gamma_m\in R^1\setminus\{0\}, m=1,2,3$; $\overline{u}_m(x,t)$ üzərindəki xətt $u_m(x,t)$-nin kompleks qoşmasını göstərir.

Qarşıda fərz edəcəyik ki, (47) tənliyinin $\theta_m,\gamma_m, m=1,2,3,$ parametrləri aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$\gamma_1+\gamma_2=\gamma_3, \tag{49}$$

$$\frac{\omega_1}{|\omega_1|}=\frac{\omega_2}{|\omega_2|}=\frac{\omega_3}{|\omega_3|}, \tag{50}$$

burada $\omega_m=\frac{\theta_m}{\gamma_m}$, daha doğrusu $sign(\theta_m\gamma_m)=const, m=1,2,3.$

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 25. *(qlobal həllolunanlıq haqqında) Tutaq ki, (47) tənliyinin parametrləri (49), (50) şərtlərini ödəyir və* $n<4$. *Tutaq ki,* $u_{0m}\in H^1$, $m=1,2,3.$

Onda (47), (48) məsələsi yeganə qlobal həllə malikdir, belə ki,

$$u_m(x,t)\in C^0([0,+\infty);H^1)\cap C^1([0,+\infty);H^{-1}),\ m=1,2,3.$$

Beşinci fəsil qeyri-xətti Şredinger-Xartri evolyusion tənliyi üçün Koşi məsələsinin həllinin həllolunanlığına və həllin yoxluğuna həsr olunmuşdur. Bu fəsil üç yarımfəsildən ibarətdir.

5.1-də özündə bürümə saxlayan bir interpolyasion bərabərsizliyi isbat olunur.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 26. *Tutaq ki,* $0<\lambda<\min(4,n),\ \forall V(x)\in H^1(R^n).$

Onda aşağıdakı interpolyasion bərabərsizliyi doğrudur:

$$\sqrt[4]{Q(V)} \le \overline{K}_0 \|\nabla V\|^{\theta} \cdot \|V\|^{1-\theta}; \qquad (51)$$

burada

$$Q(V) = \int\limits_{R^n} \int\limits_{r^n} \frac{|V|^2(x)|V|^2(y)}{|x-y|^{\lambda}} dxdy, \quad \theta = \frac{\lambda}{4};$$

$$\overline{K}_0 = \sqrt[4]{K_L K_W K_Б},$$

$$K_L = \pi^{\frac{\lambda}{2}} \frac{\Gamma(n/2-\lambda/2)\Gamma(n/2)}{\Gamma(n-\lambda/2)\Gamma(n)}^{-1+\frac{\lambda}{n}};$$

$$K_W = \chi_\theta^{-1}(\sigma_n B/2)^{\frac{\theta}{n}}, \sigma_n = \frac{2\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(n/2)},$$

$B = B\left(\dfrac{n}{2}, \dfrac{n(1-\theta)}{2\theta}\right)$ – *beta-funksiya,* $\Gamma(\cdot)$ *Eylerin qamma funksiyasıdır*

$$\chi_\theta = \sqrt{\theta^\theta (1-\theta)^{1-\theta}};$$

$$K_B(p,p') = \left[\left(\frac{p}{2\pi}\right)^{\frac{1}{p}} \left(\frac{p'}{2\pi}\right)^{-\frac{1}{p'}}\right]^{\frac{n}{2}}, \quad p = \frac{4n}{2n-\lambda}, \quad p' = \frac{4n}{2n+\lambda}.$$

Sonra (5) bərabərsizliyində dəqiq sabitin hesablanması məsələsini tədqiq edəcəyik. Tutaq ki, $0 < \lambda < \min(4,n), \forall \theta = \dfrac{\lambda}{4}$, $V(x) \in H^1(R^n)$. Aşağıdakı funksionala baxaq

$$R_0(V) = \frac{\|\nabla V\|^{\theta} \cdot \|V\|^{1-\theta}}{\sqrt[4]{Q(V)}} \qquad (52)$$

və onun bütün $H^1(R^n), V \ne 0.$ fəzası üzrə minimallaşma suallarına baxaq. Belə ki, $R_0(V) \to R$, inikası kəsilməzdir və $R_0(V)$

funksionalı (51) bərabərsizliyinə əsasən aşağıdan məhduddur, nəticə də infimum vardır. Fərz edək ki

$$\frac{1}{K_0} = \Lambda = \inf\{R_0(V) \mid V \in H^1, V \neq 0\}, \tag{53}$$

Tutaq ki, W_r $H^1(R^n)$ fəzasının yalnız r -dən asılı $r = |x|$, müsbət, monoton azalan, $r \to +\infty$ olduqda sıfıra yaxınlaşan $V(x) \in H^1(R^n)$, funksiyalarından ibarət alt fəzasıdır. Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 27. *Tutaq ki,* $0 < \lambda < \min(4, n)$, $\forall \theta = \dfrac{\lambda}{4}$ $\forall V(x) \in H^1(R^n)$ *əlavə olaraq fərz edək ki.* $R_0(V)$ *(52) münasibətindən,* K_0*-isə (53) münasibətindən təyin olunur. Onda:*

1) $R_0(V)$ *funksionalı öz infimumuna* $\psi_0(r) \in W_r \cap C^2[0,\infty]$, *funksiyasında çatır, hansı ki, o, aşağıdakı qeyri-xətti sərhəd məsələsinin müsbət həllidir:*

$$\psi_0'' + \frac{n-1}{r}\psi_0' - \psi_0 = \psi_0 \int \frac{\psi_0^2(\xi)d\xi}{|x-\xi|^\lambda}, \tag{54}$$

$$\psi_0'(0) = 0, \quad \psi_0(+\infty) = 0;$$

2) *(54) məsələsinin* $\psi_0(r) \in W_r \cap C^2[0,\infty)$ *həlli üçün*

$$\|\nabla \psi_0\|^2 = \theta Q(\psi_0) = \frac{\theta \|\psi_0\|^2}{1-\theta} \geq \frac{\theta}{C_B^2} K_L \|G\|^2_{\frac{2n}{2n-\lambda}},$$

münasibəti doğrudur, burada

$$C_B = K_B\left(\frac{2n}{2n-\lambda}, \frac{2n}{2n+\lambda}\right) K_B^2\left(\frac{4n}{2n+\lambda}, \frac{4n}{2n-\lambda}\right),$$

$$G(r) = \frac{K_{(n-2)/2}(r)}{r^{(n-2)/2}}, \quad n \geq 2,$$

$K_{(n-2)/2}$*-Makdonalds funksiyasıdır,* $G(r)$ $(I-\Delta)^{-1}$, *inteqral operatorunun nüvəsidir, hansı ki, onun üçün müəyyən* $n \geq 2$ *üçün müxtəlif inteqral göstərilişlər, o cümlədən yuxarıda istifadə olunan* *göstərilişlər mövcuddur. Məlum olduğu kimi $n=1,3$ olduqda $G(r)$ elementar funksiyalar vasitəsilə ifadə olunur;*

3) K_0 optimal sabiti $K_0 = \chi_\theta^{-1}\left[\dfrac{1-\theta}{\|\psi_0\|^2}\right]^{\frac{1}{4}}$ düsturu ilə tapılır;

4) (51) bərabərsizliyində bərabərlik yalnız və yalnız $V=\gamma\psi_0(\beta|x-\mu|),\ \gamma>0,\quad \beta\in R^1-\{0\},\ \mu\in R^n.$ olduqda mümkün olur.

5.2-də xeyri-xətti Şredinger-Xartri evolyusion tənliyi üçün Koşi məsələsinə baxılır:

$$iu_t+\Delta u=\omega f(|u|)u \qquad R^n\times R_+ -\text{də} \tag{55}$$

$$u|_{t=0}=u_0(x) \qquad R^n-\text{də} \tag{56}$$

burada

$$f(|u|)=\int|x-y|^{-\lambda}|u(y,t)|^2\,dy, \tag{57}$$

harada ki, ω,λ-həqiqi müsbət ədədlərdir ((55) tənliyinin parametrləri), u_0- isə R^n -də verilmiş funksiyadır.

İşarələmə. $H:=L_2(R^n),\ H^1:W_2^1(R^n)-$Sobolev Hilbert fəzasıdır, $H^{-1}=(H^1)^*-H^1$ fəzasının qoşma fəzasıdır; $H_\Sigma=\{v\mid v\in H;\ rv\in H,$ harada ki, $r=|x|;\nabla v\in H\}$; $\|\cdot\|-H$ fəzasında normdır, $\|\cdot\|_p-L_p(R^n),\ p\ge1$ fəzasında normadır; $\|\cdot\|_p-H^1$ fəzasında normadır, $\rho\in(0,\rho_0),\ n=1,2,$ olduqda $\rho_0=\infty,\ n\ge3$ olduqda $\rho_0=\dfrac{4}{n-2},\ \theta=\lambda/4;\ \eta=\lambda/2,\ \lambda_0=\min(4,n)$;

$$Q(t)=\frac{1}{2}\iint|x-y|^{-\lambda}|u(x,t)|^2|u(y,t)|^2\,dxdy.$$

İtələyici qarşılıqlı təsir olduqda, daha doğrusu $\omega>0$ olduqda aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 28. *(qlobal həllolunanlıq və zəifləmə haqqında) Tutaq ki,* $\omega > 0,\ 0 < \lambda < \lambda_0,\ u_0 \in H_{\sum}$ *. Onda (55)-(57) məsələsi* $C^0\left([0,\infty); H_{\sum}\right)$*-də yeganə qlobal həllə malikdir və* $\forall t \in [0,\infty)$ *üçün aşağıdakı qiymətləndirmələr doğrudur:*

1) $\forall n : c(1+t)^{-\lambda} \le Q(t) \le c(1+t)^{-\lambda};$

2) $n \ge 3,\quad 2 \le \lambda < \lambda_0 : c(1+t)^{-\alpha} \le \|u(t)\|_{\rho+2} \le c(1+t)^{-\alpha},$

$\|u(\cdot,t)\|_{\Omega} \le c(1+t)^{-\max(\alpha,\theta)},\quad \forall\Omega \subset R^n,\ mes\Omega < +\infty;$

3) $0 < \lambda < \min(2,n) : c(1+t)^{-\alpha} \le \|u(\cdot,t)\|_{\rho+2} \le c(1+t)^{-\alpha\eta},$

$\|u(\cdot,t)\|_{\Omega} \le c(1+t)^{\max(\theta,\alpha\eta)}, \forall\Omega \subset R^n,\ mes\Omega < +\infty.$

4) $Q_R(t) \ge c(1+t)^{-\lambda}, \|u(\cdot,t)\|_{L^{\rho+2}(|x|\le R)} \ge c(1+t)^{-\alpha};$

5) $\varliminf\limits_{t\to+\infty} \|u(\cdot,t)\|_{L^2(|x|\le ct)} \ge c,\quad \varliminf\limits_{t\to+\infty} \|u(\cdot,t)\|_{L^2(ct\le|x|\le ct)} \ge c;$

6) $\varliminf\limits_{t\to+\infty} \left\lfloor t^{\alpha} \|u(\cdot,t)\|_{L^{\rho+2}(|x|\le ct)} \right\rfloor \ge c,\quad \varliminf\limits_{t\to+\infty} \left\lfloor t^{\alpha} \|u(\cdot,t)\|_{L^{\rho+2}(ct\le|x|\le ct)} \right\rfloor \ge c;$

$\varliminf\limits_{t\to+\infty} \left[t^{\lambda} Q_{R_1}(t)\right] \ge c,\ \varliminf\limits_{t\to+\infty} \left[t^{\lambda} Q_{R_1,R_2}(t)\right] \ge c;$ *Burada və qarşıda* c *ilə* $t, u(x,t) -$ *dən asılı olmayan, yalnız* $u_0, |\omega|, \lambda, n;$ *dən asılı müxtəlif müsbət sabitləri işarə edəcəyik.* $Q_R(t), Q_{R_1}(t), Q_{R_1,R_2}(t) -$ *tərifində* x *və* y *üzrə inteqrallama* $\iint |x-y|^{-\lambda} |u(x,t)|^2 |u(y,t)|^2\, dxdy$ *inteqralında uyğun olaraq aşağıdakı oblastlar üzrə aparılır:*

$$\Omega_R = \left\{\{x,y\} \in R^n, |x| \le R, |y| \le R\right\}, \Omega_{R_1} \equiv \Omega_R \text{ c } R = R_1 = ct,$$

$$\Omega_{R_1 R_2} = \left\{\{x,y\} \in R^n, R_1 \le |x| \le R_2, R_1 \le |y| \le R_2, R_1 = ct, R_2 = ct\right\}.$$

$\omega < 0$ halına, daha doğrusu cəzb edən qarşılıqlı təsir halına baxaq. Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 29. *(qlobal həllolunanlıq haqqında) Tutaq ki,* $\omega < 0$, $0 < \lambda < \min(2, n), u_0 \in H^1$. *Onda (55)-(57) məsələsi* $C^0([0,\infty); H^1)$ *funksiyalar sinfində yeganə qlobal* $u(x,t)$ *həllinə malikdir.*

5.3-də kritik halda qeyri-xətti Şredinger-Xartri evolyusion tənliyi üçün Koşi məsələsi tədqiq olunur.

$$iu_t + \Delta u = \omega f(|u|)u \qquad R^n \times R_+ - \text{də} \tag{58}$$

$$u\big|_{t=0} = u_0(x) \qquad R^n - \text{də} \tag{59}$$

burada

$$f(|u|) = \int |x-y|^{-\lambda} |u(y,t)|^2 \, dy, \tag{60}$$

harada ki, $\omega \in R^1 \setminus \{0\}, \lambda -$ müsbət həqiqi ədəddir, $u_0 -$ isə R^n -də verilmiş funksiyadır. (58)-(60) məsələsi $\omega < 0$, $n \geq 3$ halında $\lambda = 2$ parametrinin kritik qiymətində öyrənilir.

İşarələmə. $H^1 := W_2^1(R^n) -$ Sobolev Hilbert fəzasıdır, $H^{-1} = (H^1)^* -$ H^1 fəzasında qoşma fəzadır; $H_{\sum} = \{v \mid v \in L_2(R^n);$ $rv \in L_2(R^n)$, harada ki, $r = |x|; \nabla v \in L_2(R^n)\}$; $\|\cdot\| - L_2(R^n)$ fəzasında, $\|\cdot\|_p - L_p(R^n), p \geq 1;$ fəzasında, $|||\cdot||| -$ isə H^1 fəzasında normadır.

Tərif 3. $\omega < 0$ *olduqda (60) qeyri-xətti həddə malik (58) tənliyinin stasionar həllərini* $u(x,t) = e^{ikt}\psi(x)$ *şəklində həll adlandıracağıq, harada ki,* $k \in R_+, \psi(x)$ *(həqiqi funksiya) aşağıdakı məsələnin* H^1 *sinfindən olan həllidir:*

$$\begin{aligned} &\Delta\psi - k\psi = \omega\psi \int |x-y|^{-\lambda} |\psi(y)|^2 \, dy, \quad x \in R^n, \\ &\psi(x) \to 0 \quad npu \quad |x| \to \infty. \end{aligned} \tag{61}$$

Tərif 4. *(61) məsələsinin* $\psi(r)$ *sonlu normalı* $C^2([0,\infty))$ *sinfindən olan müsbət, radial-simmetrik* $(n \geq 2)$ $\psi(r)$ *həllini* $\psi_0(r)$ *ilə işarə edəcəyik və əsas həll adladıracağıq.*

$k=1,\omega=-1,\lambda=2,n\geq 3$ olduqda (61) tənliyinin ψ_0 əsas həlli üçün

$$\int\left|\nabla\psi_0\right|^2dx=\frac{1}{2}\iint\frac{\left|\psi_0(x)\right|^2\left|\psi_0(y)\right|^2}{\left|x-y\right|^2}dxdy=\int\left|\psi_0\right|^2dx.$$

münasibəti doğrudur. $\forall v(x)\in H^1(R^n)$ üçün

$$R(v)=\int\left|\nabla v\right|^2dx-\frac{1}{2}\iint\frac{\left|v(x)\right|^2\left|v(y)\right|^2}{\left|x-y\right|^2}dxdy$$

funksionalını və

$$M=\left\{v\mid v\in H^1(R^n)/\{0\},R(v)=0\right\}.$$

çoxluğunu təyin edək. Aşağıdakı lemma doğrudur.

Lemma 3. *Tutaq ki,* $\psi_0(x)$ $k=1,\omega=-1,\lambda=2,n\geq 3$ *olduqda (61) tənliyinin əsas həllidir. Onda*

$$S(\psi_0)=\min_{v\in M}S(v),\ \textit{burada}\ \ S(v)=\int\left|\nabla v(x)\right|^2dx.$$

Kritik halda aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur.
Ümumiliyi pozmadan qarşıda fərz edəcəyik ki, $\omega=-1$.

Teorem 30. *Tutaq ki,* $\lambda=2,n\geq 3,\omega=-1,\ \lambda=2,\ n\geq 3,$ $u_0\in H^1(R^n)\setminus\{0\},\ ru_0\in L_2(R^n)$ *və* $E(u_0)<0.$ *şərtini ödəyir.*

Onda (58)-(60) məsələsinin $u(t)$ *həlli yuxarıdan* u_0 *başlanğıc funksiyadan asılı müəyyən ədədlə qiymətləndirilə bilən* $t_{\max}$ *sonlu zamandan sonra dağılır.*

Teorem 31. *Tutaq ki,* $\lambda=2,\ n\geq 3,\omega=-1,\ \forall u_0\in H^1(R^n)$

$$J(u_0)=\int\left|\nabla u_0\right|^2dx+\int\left|u_0\right|^2dx-\frac{1}{2}\iint\frac{\left|u_0(x)\right|^2\left|u_0(y)\right|^2}{\left|x-y\right|^2}dxdy<S(\psi_0).$$

şərtini ödəyir. Onda:

a) əgər u_0 $R(u_0)<0$ *şərtini ödəyirsə və* $ru_0\in L^2(R^n)$, *onda (58)-(60) məsələsinin* $u(t)$ *həlli yuxarıdan* u_0*-dan asılı* *müəyyən ədədlə qiymətləndirilə bilən* $t_{\max}$ *sonlu zamandan sonra dağılır;*

б) əgər $R(u_0) > 0,$ *onda (58)-(60) məsələsinin qlobal həlli var:*

$$u(x,t) \in C([0,\infty); H^1(R^n)) \cap C^1([0,\infty); H^{-1}(R^n)).$$

Teorem 32. *Tutaq ki,* $\lambda = 2, n \geq 3,\ \omega = -1,\ \forall u_0 \in H^1(R^n)$ *aşağıdakı şərtləri ödəyir*

$$E_0 = \int |\nabla u_0|^2 dx - \frac{1}{2}\iint \frac{|u_0(x)|^2 |u_0(y)|^2}{|x-y|^2} dxdy \geq 0.$$

$$J(u_0) < S(\psi_0).$$

Onda (58)-(60) məsələsinin $u(t)$ *həlli qlobal var olur*

$$u(t) \in C([0,\infty); H^1(R^n)) \cap C^1([0,\infty); H^{-1}(R^n))$$

$$\|\nabla u(t)\| < \|\nabla \psi_0\|, \quad \forall t \in [0,\infty).$$

Müəllif elmi məsləhətçiləri- AMEA-nın həqiqi üzvləri, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professorlar: Fikrət Əhmədəli oğlu Əliyevə və Yusif Əbülfət oğlu Məmmədova dəyərli məsləhətləri, işə daimi diqqətləri və dissertasiya işinin yerinə yetirilməsində hərtərəfli dəstək göstərdikləri üçün dərin təşəkkürünü bildirir.

NƏTİCƏLƏR

Dissertasiya işi Koşi məsələsinin qlobal həllolunanlığının və həllin yoxluğunun, eləcə də müəyyən qeyri-xətti Şredinger, Qinzburq-Landau və Şredinger Xartri evolyusiya tənlikləri üçün qarışıq məsələlərin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Bu məqsədlə bir sıra dəqiq inteqral bərabərsizlikləri isbat olunmuş, ən yaxşı sabit hesablanmış və onun qiymətləndirilməsi bir Sobolev interpolasiya bərabərsizliyi ilə verilmişdir.

Dissertasiya işində aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

1. Entropiya bərabərsizliyinin isbatı üçün tətbiq olunan yeni dəqiq inteqral bərabərsizliklər isbat edilmişdir. Entropiya bərabərsizliyi ümumiləşdirilmişdir. Qeyri-xətti Şredinger evolyusiya tənliyinə tətbiq edilən, qeyri-məhdud oblastlar üçün Trudinget tipli bərabrəsizlik isbat olunmuşdur. Riyazi fizikanın bəzi rabərsizliklərində dəqiq sabitlər hesablanməşdır.
2. Dəqiq sabitlər hesablanmış və onların qiymətləndirilməsi Şredinger tənliyinin həllolunanlığının isbatında tətbiq olunan bəzi Sobolev bərabərsizliklərində verilmişdir.
3. Koşi məsələsinin, eləcə də bəzi qeyri-xətti Şredinger evolyusiya tənlikləri üçün qarışıq məsələnin həllolunalığı, həllərinin yoxluğu və özünü kanallaşdırması üçün kafi şərtlər alınmışdır.
4. Şredinger tipli, eləcə də Qinzburq-Landau tipli qeyri-xətti evolyusiya tənliyi üçün qarışıq məsələnin qlobal həllərin olmaması üçün kafi şərtlər alınmışdır.
5. Kvadratik qeyri-xəttiliyə malik bir Şredinger evolyusiya tənliklər sistemi üçün Koşi məsələsinin qlobal həllolunanlığı və həllin olmaması haqqında məsələ öyrənilmişdir.
6. Qeyri-xətti Şredinger-Xartri evolyusiya tənliyi üçün Koşi məsələsinin kritik və yuxarı kritik hallarda qlobal həllolunalığı, həllin yoxluğu və zəifləməsi haqqında məsələ öyrənilmişdir.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə nəşr edilmişdir:

1. Насибов, Ш.М. О численном выделении ограниченных

решений систем линейных дифференциальных уравнений в частных производных эволюционного типа// Ж. вычисл. матем. и матем. физ., -1971. 17:1, -с. 119–135
2. Насибов, Ш.М. Об одном нелинейном уравнении типа Шрёдингера//Дифф. уравнения, -1980. 16:4, -с.660–670.
3. Насибов, Ш.М. Об устойчивости, разрушении, затухании и самоканализации решений одного нелинейного уравнения Шрёдингера// Докл. АН СССР, -1985. 285:4, -с.807-811.
4. Насибов, Ш.М. Об оптимальных константах в некоторых неравенствах Соболева и их приложении к нелинейному уравнению Шрёдингера// Докл. АН СССР, -1989. 307:3, -с.538–542.
5. Насибов, Ш.М. Об одном нелинейном уравнении Шредингера с диссипативным членом// Докл. АН СССР, -1989. 304:2, -с.285–289.
6. Насибов, Ш.М. Об одной классе нелинейного эволюционного уравнения Гинзбурга-Ландау-Шредингера.// Доклады Академии Наук, -2001. том 376, №5, - с. 605-607
7. Насибов, Ш.М. О точной константе в одном неравенстве Соболева-Ниренберга и ее приложении к оценке снизу времени разрушения нелинейного эволюционного уравнения Шредингера с критической степенью// ДАН, -2002. т.382, №6, -с.750-753.
8. Насибов, Ш.М. Об эволюционном кубическом уравнении Шредингера с кубическим диссипативным членом $iu_t + i\beta|u|^2 u = = \Delta u + \alpha|u|^2 u$ // Докл. РАН, -2003. 392:4, -с.457–461.
9. Насибов, Ш.М. О разрушении решений смешанной задачи для нелинейного эволюционного уравнения Гинзбурга–Ландау–Шредингера// Дифференц. уравнения, -2003. 39:8, -с.1087–1091
10. Nasibov, Sh.M. On a class of nonlinear evolution Ginzburg-Landau-Schrodinger type equations// Appl. Comput. Math., -2004. 3(2), - pp.142-151.
11. Nasibov, Sh.M. On some sufficient conditions for the blow-up solutions of the nonlinear Ginzburg-Landau-Schrodinger evolution equation.

// J. Appl. Math., -2004. 2004:1, -p.23-35
12. Насибов, Ш.М. Об одной верхней оценке точной константы в неравенстве Соболева и ее применении к внутренней задаче Дирихле для однородного стационарного уравнения Шредингера $\Delta u + q(x)u = 0$ // Доклады Академии Наук, -2005. том 403, №4, -с. 443-447
13. Насибов, Ш.М. Об одном интерполяционном неравенстве и его применении к нелинейному эволюционному уравнению Шредингера-Хартри.// Доклады Академии Наук, -2005. том 401, №4, - с. 1-4
14. Насибов, Ш.М. Об одном неравенстве типа Трудингера и его применении к одному нелинейному уравнению Шредингера // Мат. заметки, -2006. 80:5, -с.786-789.
15. Nasibovб, Sh.M. On a nonlinear evolution Schrödinger–Hartree equation.// Doklady Mathematics, -2006. v. 74, № 2, -pp. 704–707.
16. Nasibov, Sh.M. Remarks on the Gross–Sobolev, Hirschman, and Pauli–Heisenberg–Weyl fundamental inequalities and the entropy inequality.// Doklady Mathematics, -2007. v.76, №1, -pp. 589–591.
17. Nasibov, Sh.M. A system of nonlinear evolution Schrödinger equations. Doklady Mathematics, -2007. v. 76, №2, -pp. 708–712.
18. Насибов, Ш.М. Об одном интегральном неравенстве и его применении к доказательству неравенства энтропии// Математические заметки, -2008. 84:2, -с.231-237.
19. Nasibov, Sh.M. On a nonlinear Schrödinger–Hartree evolution equation in the critical case.// Doklady Mathematics, -2009. v.80, №1, -pp. 606–609.
20. Насибов, Ш.М. О точной константе в одном неравенстве Соболева-Ниренберга и ее приложении к уравнению Шрёдингера// Российская Академия наук, серия математическая, -2009. 73:3, -с.127-150.
21. Nasibov, Sh.M., Huseynova, R.M. On n-dimensional analogue of Hirschman's inequality // Transactions of NAS of Azerbaijan.-2009. v.29. №4, - pp.129-134.
22. Насибов, Ш.М. О самоканализации решений нелинейного эволюционного уравнения Шрёдингера// Матем. заметки,-2011. **90**:5, -с. 789–792.

23. Nasibov, Sh.M. A non-linear ground state problem.// Proceedings of IAM, -2012. v. 1, №2, - pp. 218-221 .
24. Насибов, Ш.М., Намазов, М.А. Об одном неравенстве Соболева.// Proc. of IAM, -2013. v. 2, № 2, -pp. 187-195
25. Насибов, Ш.М. Смешанная задача для эволюционного кубического уравнения Шрёдингера с кубическим диссипативным членом// Матем. заметки, -2014. 96:4, -с.539–547
26. Насибов, Ш.М. О двух неравенствах Соболева.// Proceedings of IAM, -2015. v. 4, №1, - pp. 46-50
27. Насибов, Ш.М. Об одном обобщении неравенства энтропии// Математические заметки, -2016. 99:2, -с. 278-282.
28. Насибов, Ш.М. Об уравнении $\Delta u+q(x)u=0$ // Математич. заметки, -2017. 101:1, -с.101–109
29. Nasibov, Sh.M. Blow-up of solutions of the Cauchy problem for a nonlinear Schrodinger evolution equation//Doklady Mathematics, -2018. 98(3), - pp. 586-588.
30. Насибов, Ш.М. Об отсутствии глобальных решений смешанной задачи для нелинейного эволюционного уравнения типа Шредингера// ТМФ, -2018. 195:2, -с.190–196 .
31. Nasibov, Sh.M. On the collapse of solutions of the Cauchy problem for the cubic Schrodinger evolution equation.// Mathematical Notes, -2019. v. 105, №1, -pp. 64–70.
32. Насибов, Ш.М. Об отсутствие глобальных решений смешанной задачи для нелинейного эволюционного уравнения типа Гинбурга-Ландау.// Доклады Академии Наук, -2019. том 484, №2, -с. 147-149.
33. Насибов, Ш.М. Об одном обобщении логарифмического неравенства Гросса-Соболева.// Доклады Академии Наук, -2019. том 487, №1, -с. 7-10.
34. Насибов, Ш.М. Нелинейное эволюционное уравнение Шредингера в двумерной области.//Теоретическая и математическая физика, -2019. том 201, №1, -с. 118-125
35. Nasibov, Sh.M., Veling, E.J.M. Upper and lower bounds for the optimal constant in the extended Sobolev inequality. Derivation

and numerical results.// Journal of Mathematical Inequalities, -2019. v 13, № 3, -pp. 753-778.
36. Насибов, Ш.М. О скорости разрушения решений задачи Коши для нелинейного уравнения Шредингера.// Теоретическая и Математическая Физика, -2020. том 203, № 3, - с. 342-350.
37. Насибов, Ш.М. Интерполяционное неравенство Соболева и логарифмическое неравенство Гросса–Соболев// Математические заметки, -2020. Том 107, вып. 6, - с. 894-901.
38. Насибов, Ш.М. Об одном замечании к неравенству Стеклова–Пуанкаре// Математические заметки, -2021. т.110 вып. 2, - с. 234-238.
39. Насибов, Ш.М. Об отсутствии глобальных периодических решений нелинейного эволюционного уравнения типа Шредингера.// Теоретическая и Математическая Физика. -2021. том 208, № 1, - с. 69-73.

Dissertasiyanın müdafiəsi **07 oktyabr 2022-ci il** tarixində saat **14^{00}** Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **22 sentyabr 2022-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 16.09.2022

Kağızın formatı: 60x84 1/16

Həcm: 78775

Tiraj: 30