AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

NEYMAN TİPLİ DİSKRET İQTİSADİ DİNAMİKA MODELLƏRİNİN TƏDQIQI

İxtisas: 3338.01-"Sistemli analiz, idarəetmə və informasiyanın işlənməsi"

Elm sahəsi: riyaziyyat

İddiaçı**: Sabir İsa oğlu Həmidov**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2024

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat Unstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi: fiz.riy.elm.dok., akademik
Fikrət Əhmədəli oğlu Əliyev

Rəsmi oppanentlər: fiz.riy.elm.dok.,prof.
Fikrət Güləli oğlu Feyziyev

fiz.riy.elm.dok.,prof.
Ədalət Kərim oğlu Kərimov

fiz.riy.elm.dok.,dos.
İlqar Qürbət oğlu Məmmədov

riy.elm.dok.,prof.
Cavanşir İbrahim oğlu Zeynalov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının İdarəetmə Sistemləri İnstitutununun nəzdində fəaliyyət göstərən **ED 1.19** Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri: fiz.riy.elm.dok.,prof.
Knyaz Şiraslan oğlu Məmmədov

Dissertasiya şurasının
elmi katibi: riy.üz.fəl.dok.
Niğar Oqtay qızı Şükürova

Elmi seminarın sədri: fiz.riy.elm.dok., prof.
Kamil Bayraməli oğlu Mənsimov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. XIX əsrin ortalarından başlayaraq, riyazi üsullar iqtisadi tədqiqatlarda tətbiq olunmağa başladı. İqtisadiyyatın riyazi modellərinin yaradılması riyaziyyatın yeni bölməsinin – riyazi iqtisadiyyatın yaranması üçün təkan oldu. İqtisadi proseslərin riyazi üsullarının tətbiqi ilə öyrənilməsinə aid ilk işlər XIX əsrin sonrlarında meydana gəldi və L.Valrasa, V.Paretoya və s. məxsusdur. Bu ideyaların sonrakı inkişafı V.Leontyevin və J.Neymanın adları ilə bağlıdır. Onların işlərində iqtisadi dinamikanın sadə çoxölçülü modelləri inkişaf etdirildi. Sonradan D.Geyl, L.V.Makkenzi, X.Nikaydo, L.V.Kantoroviç kimi riyaziyyatçıların işlərində bu ideyalar çoxməhsullu iqtisadi dinamika modellərinin öyrənilməsində geniş istifadə olundu. İqtisadiyyatın riyazi modellərinin tədqiqinə F.Ramsey, J.Keyns, R.Solou və s. böyük töhfə vermişlər.

Beləliklə, XX əsrin birinci yarısında riyazi iqtisadiyyat bir elm sahəsi kimi formalaşmış oldu. Riyazi iqtisadiyyatın müxtəlif istiqamətlərində intensiv tədqiqatlar bu gün də davam etdirilir. İqtisadi dinamika modellərinin tədqiqi zamanı trayektoriyların özünü aparması, onların xassələrinin öyrənilməsi, artım tempinin müəyyən edilməsi, bir sıra optimallaşdırma məsələlərinin həlli xüsusi maraq kəsb edir. İqtisadi dinamika modellərinin və onların müxtəlif modifikasiyalarının tədqiqi gedişində müxtəlif tədqiqatçılar tərəfindən bir çox iqtisadi dinamika modellərinə tətbiq edilə bilən üsullar və yanaşmalar işlənib hazırlandı. Beləliklə, iqtisadi dinamika modellərinin bütöv nəzəriyyəsi mövcuddur və bu nəzəriyyə çoxsaylı məqalə, dərslik və monoqrafiyalarda öz əksini tarıb.

Təqdim edilən dissertasiya işi də yuxarıda qeyd edilən problemlərə, o cümlədən Neyman tipli diskret zamanlı iqtisadi dinamika modellərinin tədqiqinə, bu tip modellərin trayektoriyalarının öyrənilməsinə, bir sıra iqtisaqdi göstəricilərin arasındakı asılılığın araşdırılmasına, iqtisadi proseslərin tədqiqində istehsal funksiyalarının tətbiqinə, artım tempinin və tarazlıq şərtlərinin müəyyən edilməsinə həsr edilib ki, bunlar da dissertasiyanın mövzusunun aktuallığının göstəricisidir.

Qeyd etmək lazımdır ki, iqtisadi dinamika modellərinin tədqiqinin nəticələri nəzəri xarakter daşımaqla yanaşı konkret istehsalat modellərinin qurulması üçün də istifadə edilə bilər.

Təqdim edilən dissertasiya işində əsas tədqiqat obyekti Neyman tipli bir və iki sektorlu diskret zamanlı iqtisqdi dinamika modelləridir. Bu tip modellər kifayət qədər aqreqasiya olunmuş modellər hesab edilir. Bununla yanaşı onlar makrogöstəricilər arasındakı əlaqələrin dinamikasını əks etdirir və iqtisadiyyatın inkişaf qanunauyğunluqlarının öyrənilməsi zamanı geniş tətbiq edilir.

Bu tip modellərin üstünlüyü ondadır ki, onlar daha mürəkkəb modellərin tərkib hissəsi kimi iştirak edə bilərlər və bu modellərin tədqiqi zamanı əldə olunmuş nəticələr daha mürəkkəb modellərin öyrənilməsində istifadə oluna bilər. Bu tip modellər F.Ramsey, M.Braun, L.Yoxansen, E.Felps, Z.K.Errou, H.H. Moiseyev, V.L.Makarov, A.M.Rubinov və başqalarının işlərində tədqiq olunub.

Adı çəkilən müəlliflərin tədqiqat obyekti trayektoriyaların tarazlıq vəziyyətinin varlığı, bu və ya digər optimallıq kriteriyaları daxilində optimal stasionar trayektoriyaların tapılması, trayektoriyaların magustral xassələrinin öyrənilməsi və s. problemlərdir. Qeyd edilən məsələlərə müxtəlif yanaşmalar mövcuddur. Misal olaraq L.V.Kantoroviçin diferensial optimallıq prinsipini, A.M.Rubinovun iqtisadiyyatın potensial imkanlarından maksimal istifadə prinsipini və s. göstərmək olar.

Tədqiqatın obyekti və predmeti. Tədqiqatın obyekti çoxqiymətli inikaslarla təsvir olunan diskret Neyman tipli iqtisadi dinamika modelləri və onların trayektoriyaların xassələrinin araşdırılmasıdır

Tədqiqat işinin predmeti bir və ikisektorlu Neyman tipli diskret iqtisadi dinamika modellərinin xarateristik qiymətləri, tarazlıq şəraiti, artım templəri, müxtəlif makro-göstəricilərin, məsələn, istehlak, əmək, əsas fondlar, milli sərvət və s. arasındakı asılılıqların öyrənilməsidir.

İşin məqsədi. Tədqiqat işinin əsas məqsədi Neyman tipli diskret zamanlı iqtisadi dinamika modellərinin öyrənilməsidir, o cümlədən:

- sonlu və sonsuz intervallarda superxətti çoxqiymətli inikaslar vasitəsilə verilmiş birməhsullu və iki məhsullu modellərdə trayektoriyaların tədqiqi;

- baxılan modellərin xarakteristik qiymətlərinin və artım templərinin müəyyən edilməsi;

- xüsusi tip modellər üçün tarazlı qvə yarımtarazlıq tiplərinin tapılması;

- bir və iki məhsullu modellər üçün bəzi göstəricilərin asılılıq dərəcələrinin təyini;

- bəzi otimallaşdırma məsələlərinin, o cümlədən məcmu buraxılışın, milli sərvətin, məcmu istehlakın və s. maksimallaşdırılması.

- qraflar nəzəriyyəsinin köməyi ilə şəbəkədə effektiv trayektoriyaların qurulması

Elmi yeniliklər. Xüsusi tip Neyman modeli üçün xarakteristik qiymətlər və milli sərvətin artım tempi müəyyən edilib. Çoxməhsullu modeldə işçi qüvvəsinin optimal paylanması məsələsi həll edilib. Neyman tipli modellər üçün qabarıq analizin aparatı cəlb edilməklə xarakteristik qiymətlərlə uyğun funksionalın superdiferensialı arasında əlaqə qurulub.

Neyman tipli xüsusi model üçün trayektoriyaların effektivliyi şərtləri və trayektoriyaların optimallıq prinsipi müəyyən edilib.

Kobb-Duqlas və CES tipli istehsal funksiyaları üçün istehlak həcminin işçi qüvvəsinin sayından və istehsal vasitələrinin həcmindən asılılığı müəyyən edilib. İtkisiz tarazlıq vəziyyətinin varlığı üçün zəruri və kafi şərt və Neyman tarazlıq vəziyyəti tapılıb. İkiməchullu model üçün Neyman artım tempi və Neyman tarazlıq qiymətləri, eləcə də T-addımlı effektiv trayektoriyalar qurulub

Dissertasiyanın müdafiəyə təqdim edilmiş əsas müddəaları.

- xarakteristikaya malik modellərin effektiv trayektoriyaları öyrənilmiş və effektiv trayektoriya növləri tapılmışdır;

- optimallıq prinsipi təklif olunur, ona əsasən istehlak elə seçilir ki, verilmiş işçi qüvvəsinə malik trayektoriya effektiv olsun;

- ciddi tarazlıq vəziyyətində trayektoriyaların davranışı tədqiq edilmişdir;

- bir sektorlu model üçün istehlak funksiyasının istehsal funksiyasının tipindən asılılığı müəyyən edilir;

- məcmu istehlakın, məcmu məhsulun və məcmu milli sərvətin maksimuma çatdırılması şərtləri müəyyən edilir;

- istehlakçı probleminin həllinin mövcudluğu üçün zəruri və kafi şərtlər tapılır;

- sabit büdcə ilə istehlakçı probleminin itkisiz həllinin mövcudluğu haqqında teorem isbat edilmişdir;

- itkisiz tarazlıq mexanizmdən istifadə edərək, bir Neyman tipli modeldə trayektoriya qurulmuş və Neyman tarazlıq vəziyyəti müəyyən edilmişdir;

- iki sektorlu model üçün müəyyən şərtlər altında Neyman artım templəri, Neyman qiymətləri və Neyman tarazlıq halları müəyyən edilmişdir;

- iki sektorlu modeldə tarazlıq tipləri müəyyən edilmişdir;

- iki sektorlu modeldə tarazlıq vəziyyətinin mövcudluğu üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmışdır;

- tarazlıq halında Neyman qiymətlərinin yeganəliyi isbat edilmişdir;

- baxılan model üçün Neyman üzü qurulmuşdur;

- qraflar nəzəriyyəsindən istifadə etməklə bəzi modellər üçün nəqliyyat xərcləri nəzərə alınmaqla və alınmamaqla effektiv trayektoriyalar qurulmuşdur.

Tədqiqat üsulları. Tədqiqat işində riyazi iqtisadiyyatın tədqiqat üsullarından istifadə olunur. Eyni zamanda riyazi analiz üsulları, çoxqiymətli inikaslar nəzəriyyəsi, dinamik sistemlər nəzəriyyəsi, riyazi proqramlaşdırma üsulları, qraflar nəzəriyyəsi, qabarıq analiz aparatı , qeyri-hamar analiz və s. geniş tətbiq edilir.

Nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya işində alınmış nəticələr əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Lakin müəyyən nəticələr konkret iqtisadi modellərin öyrənilməsi zamanı istifadə oluna bilər.

Alınmış nəticələrin dürüstlüyü. Dissertasiya işində alınmış nəticələrin dürüstlük dərəcəsi tədqiq edilən məsələlərin qoyuluşunun korrektliyi, analitik üsullardan istifadə, məlum mənbələrə istinadlar və çoxsaylı seminar və konfraslardakı müzakirələrlə təsdiq olunur.

İşin aprobasiyası. Dissertasiya işinin nəticələri Sankt-Peterburq Dövlət Universitetinin "İdarəetmə sistemlərinin modelləşdirilməsinin riyazi nəzəriyyəsi" kafedrasının seminarında (rəhbəri – prof. Demyanov V.F.), Rusiya EA Sankt-Peterburq filialının Sosial-İqtisqdi Problemlər İnstitutunun seminarında (rəhbəri – prof. Rubinov A.M.), Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi Riyaziyyat İnstitutunun seminarında (rəhbəri – akad. Əliyev F.Ə.), Bakı Dövlət Universitetinin Riyazi Kibernetika kafedrasının semınarında (rəhbəri- prof. Mənsimov K.B.) və aşağıdakı elmi konfranslarda məruzə edilmişdir:

- Akademik M.L.Rəsulovun 90 illiyinə həsr olunmuş elmi konfras, Bakı, 2006-cı il.
- Akademik Ə.Hüseynovun 100 illiyinə həsr olunmuş elmi konfrans, Bakı, 2007-ci il.
- Professor G.T.Əhmədovun 90 illiyinə həsr olunmuş elmi konfrans, Bakı 2007-ci il.
- The 1st International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications COIA-2005, Baku, 2005.
- The 2nd International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications COIA-2008, Baku, 2008.
- The 3rd International Eurasian Conference on Mathematical Science and Applications IECMSA-2014, Vienna, Austria, 2014.
- The 4th International Eurasian Conference on Mathematical Science and Applications IECMSA-2015, Athens, Greece, 2015.
- The 5th International Eurasian Conference on Mathematical Science and Applications IECMSA-2016, Belgrad, Serbia, 2016.
- The 6th International Eurasian Conference on Mathematical Science and Applications IECMSA-2017, Budapest, Hungary, 2017.
- The 6th International Conference on Contral and Optimization with Industrial Applications COIA-2018, Baku, 2018.
- The 7th International Conference on Contral and Optimization with Industrial Applications COIA-2020, Baku, 2020.
- The 8th İnternational Conference on Control and Optimization with Industrial Application COIA-2022, Baku, 2022.

Elmi nəşrlər. Dissertasiya mövzusu üzrə 34 iş, o cümlədən 21 məqalə çap olunub.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilat. Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

İşin strukturu və həcmi. Dissertasiyanın ümumi həcmi-254503 işarə (mündəricat -2683 işarə, giriş -10334 işarə, I Fəsil-21000 işarə, II Fəsil-65957 işarə, III Fəsil-25766-işarə, IV Fəsil-51442 işarə,V Fəsil -49435 işarə, VI Fəsil-26437 işarə, nəticə -1499 işarə). Ədəbiyyat siyahısı 214 addan ibarətdir.

DİSSERTASİYANIN QISA MƏZMUNU

Dissertasiya işi girişdən, altı fəsildən, əsas nəticələrdən və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə dissertasiya mövzusunun aktuallığı əsaslandırılır və işlənmə dərəcəsi verilir. İqtisadiyyatın riyazi modellərinin əsas inkişaf istiqamətləri şərh olunur, tədqiqat işinin məqsədi və məsələləri diqqətə çatdırılır. Tədqiq olunan sahədə məlum nəticələrin xülasəsi verilir.

Birinci Fəsildə dissertasiya işində istifadə olunan əsas anlayışlar və təriflər verilir. Fəsil yeddi paraqrafdan ibarətdir. Birinci paraqrafda çoxqiymətli inikaslar nəzəriyyəsinin əsas anlayışları verilir. Əsas diqqət superxətti çoxqiymətli inikaslara və onların xassələrinin təsvirinə verilir.

Bu fəslin ikinci paraqrafı diskret dinamik sistemlərə həsr olunub. Əsasən superxətti çoxqiymətli inikaslar vasitəsilə təsvir olunan xüsusi dinamik sistemlərə diqqət yetirilir. Diskret dinamik sistemlərin iqtisadi interpretasiyası verilir.

Məlum olduğu kimi iqtisadiyyatda baş verən prosesləri texnoloji inikaslar vasitəsilə təsvir etmək mümkündür. Üçüncü paraqraf dissertasiya işində tədqiq edilən iqtisadi dinamika modellərinin texnoloji inikaslarına həsr olunub.

Dördüncü paraqrafda praktikada çox rast gəlinən müxtəlif tip modellərin, o cümlədən Leontyev və Neyman tipli modellərin təsviri verilib.

Beşinci paraqrafda dissertasiya işində istifadə olunan trayektoriyaların qurulmasının tarazlıq mexanizmi təsvir olunur. Bu yanaşma iqtisadi dinamika modellərinin tədqiqində geniş istifadə edilir və bu zaman xüsusi istehlakın seçilməsi mühüm rol oynayır.

Altıncı paraqraf A.M.Rubinov tərəfindən daxil edilmiş geniş təkrar istehsal modellərinə həsr olunub. Bu model bir necə sektorun qarşılıqlı fəaliyyətini təsvir edir və bu sektorlardan hər biri istehsal prosesi ərzində özündə olan resursları hazır məhsula cevirir.

Nəhayət, yeddinci paraqrafda Neyman tarazlıq vektorunun və Neyman artım tempinin tərifi verilir. Xarakteristikaya malik trayektoriyaların təsviri verilir.

İkinci Fəsil doqquz paraqrafdan ibarətdir. Birinci paraqrafda Neyman tipli modellərin təsviri verilir və Makarov[1] modelinin bir modifikasiyasına baxılır. Fərz edək ki, iqtisadiyyatda n texnologiyadan istifadə olunur. i -ci texnologiyanı (F_i, v_i) ilə işarə edək. Burada F_i - istehsal funksiyası, v_i – fondların qorunması əmsalıdır. Əsas fondların həcmi və işçi qüvvəsinin sayı uyğun olaraq K^i və L^i ilə işarə olunur. Beləliklə, n texnologiyanın qarşılıqlı fəaliyyətini təsvir edən Z modeli $(F_1, v_1;\ F_2, v_2;\ \dots;\ F_n, v_n)$ ardıcıllığı ilə verilir. Z modelində iqtisadiyyatın vəziyyəti $x = (K^1, \dots, K^n, L^1, \dots, L^n, \omega^1, \dots, \omega^n)$ vektoru ilə xarakterizə olunur. Burada ω^i - i– ci istehsalatda xüsusi istehlakdır. Bu halda t anında x_t vəziyyətindən $t+1$ anındakı x_{t+1} vəziyyətinə keçid o halda mümkündür ki, x_{t+1} aşağıdakı münasibətlər sistemini ödəmiş olsun:

$$K_{t+1}^i \le v_i K_t^i + I_{t+1}^i, \qquad I_{t+1}^i \ge 0, \tag{1}$$

$$I_{t+1}^i + \omega_{t+1}^i L_{t+1}^i \le F_i\left(K_t^i, L_t^i\right), \qquad (i = \overline{1,n}),$$

burada I_{t+1}^i - investisiyalardır. $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n)$ ardıcıllığını qeyd edək və $Z(\omega)$ modelinə baxaq.

Bundan sonra elə $x_t = (K_t^1, \dots, K_t^n, L_t^1, \dots, L_t^n)$ trayektoriyalarına baxılır ki, hər bir t üçün aşağıdakı bərabərsizliklər doğru olmuş olsun:

$$I_{t+1}^i = K_{t+1}^i - v_i K_t^i > 0, \qquad L_{t+1}^i > 0.$$

Bu cür trayektoriyaları (A) xassəsinə malik trayektoriyalar adlandıracağıq.

Fərz edək ki, $P_0, \dots, P_t, \dots$ hər hansı $x_0, \dots, x_t, \dots$ trayektoriyasının xarakteristikasıdır.

$$q_{p_{t+1}}(x) = \max_{y \in a(x)} P_{t+1}(y), \qquad x \ge 0$$

götürək.

Lemma 2.1.1. Fərz edək ki,

$$q_{p_{t+1}}(x) = \max_{y \in a(x)} P_{t+1}(y), x \ge 0.$$

Onda $q_{p_{t+1}}$ funksionalı aşağıdakı şəklə malikdir:

$$q_{p_{t+1}} = v_1 P_{t+1}^1 K^1 + \dots + v_n P_{t+1}^n K^n + c^1 F_1(K^1, L^1) + \dots + \\ + c^n F_n(K^n, L^n),$$

$$\left(x = (K^1, \dots, K^n, L^1, \dots, L^n)\right),$$

[1] Макаров В.Л. О динамических моделях экономики и развитии идей Л.В. Канторовича // Экономика и мат.методы, 1975, т.1, № 5, с.10-24.

haradakı, $c^i = \max\left(P_{t+1}^i, \frac{q_{t+1}^i}{\omega_{t+1}^i}\right)$.

Tutaq ki, (x_t) - $Z(\omega)$ modelinin effektiv trayektoriyasıdır, P_t xarakteristikasına malikdir və (A) xassəsini ödəyir. Neyman tipli n sayda sadə birməhsullu modelə baxaq.

$$Z^i(\omega^i) = \left(\frac{b_{t+1}^i}{b_t^i} F_i, \frac{b_{t+1}^i}{b_t^i} v_i, \omega_t^i\right), \quad (i = \overline{1,n})$$

Bu modellərin artım templərini uyğun olaraq

$$\alpha_t^i = \frac{b_{t+1}^i}{b_t^i} \max_{\eta>0} \frac{v_i\eta + f_i(\eta)}{\eta + \omega_t^i}, \text{ harada ki, } \eta = \frac{K}{L}, \ f_i(\eta) = F_i(\eta, 1)$$

işarə edək.

Lemma 2.1.2. $q_{p_{t+1}}$ funksionalının superdiferensialı

$$\partial q_{p_{t+1}} = (v_1 P_{t+1}^1, \dots, v_n P_{t+1}^n, 0, \dots, 0) + c^1 \partial \bar{F}_1 + \dots + c^n \partial \bar{F}_n$$

şəklindədir.

x_t trayektoriyası P_t xarakteristikasına malik oldugu üçün aşağıdakı xassələr ödənilir:

1. $P_t \in \partial q_{p_{t+1}}$. Lemma 2.1.2-dən çıxır ki, elə$h^i = (h_i^i, h_{i+n}^i) \in \partial F_i$ var ki,

$P_t = (v_1 P_{t+1}^1 + c^1 h_1^1, \dots, v_n P_{t+1}^n + c^n h_n^n, c^1 h_1^1, \dots, c^n h_{2n}^n)$;

2.$P_t(x_t) = P_{t+1}(x_{t+1})$.

Tutaq ki, (x_t) $Z(\omega)$ modelinin xarakteristikaya və (A) xassəsınə malik effektiv trayektoriyasıdır. Neyman tipli ən sadə tək məhsullu modelləri nəzərdən keçirək

$$Z^i(\omega^i) = \left(\frac{b_{t+1}^i}{b_t^i} F_i, \frac{b_{t+1}^i}{b_t^i} v_i, \omega_t^i\right), \quad (i = \overline{1,n})$$

və bu modellərin müvafiq artım templərini α_t^i ilə işarə edək, burada $\alpha_t^i = \frac{b_{t+1}^i}{b_t^i} \max_{\eta>0} \frac{v_i\eta + f_i(\eta)}{\eta + \omega_t^i}$, harada ki, $\eta = \frac{K}{L} f_i(\eta) = F_i(\eta, 1)$

$$\ell_t = (b_t^1, \dots, b_t^{n-1}, 1, b_t^1 \omega_t^1, \dots, b_t^{n-1} \omega_t^{n-1}, \omega_t^n)$$

işarə edək. Daha sonra fərz edək ki, $[t, t+1]$ anında bütün $b_{t,}^{i,} b_{t+1}^i$ parametrləri məlumdur və iqtisadiyyatın $x = (K^1, \dots, K^n, L^1, \dots, L^n)$ halı $y = (K^1, \dots, K^n, L^1, \dots, L^n)$ halına keçir. $b_t^i K^i$və $b_t^i \omega_t^i L^i$ t anında $i-$ci istehsalda $x = (K^1, \dots, K^n, L^1, \dots, L^n)$ vəziyyətində istehsal vasitələrini və istehlak fondunu təmsil edir (dəyər fadəsində), onda

$$\ell_t(x) = \sum_{i=1}^{n} b_t^i\left(K^i + \omega_{t+1}^i L^i\right) \text{ və}$$

$$\ell_{t+1}(y) = \psi_t(x) = \sum_{i=1}^{n} b_{t+1}^i \left(v_i K^i + F_i\left(K^i, L^i\right)\right)$$

$t, t+1$ anlarında x və y vəziyyətində milli sərvət kimi şərh edilə bilər.

Teorem 2.1.1. (A) xassəsinə malik trayektoriyalar üçün

$$\alpha_t^1 = \alpha_t^2 = \cdots = \alpha_t^n = \alpha_t.$$

İkinci Fəslin ikinci paraqrafı $Z(\omega)$ tipli modellərin effektiv trayektoriyalarının tədqiqinə həsr edilib. $Z(\omega)$ modelinin $P_t = P_t^n \ell_t$ xarakteristikasına malik (x_t) trayektoriyalarına baxaq. Burada $\ell_t = (b_t^1, \dots, b_t^{n-1}, 1, b_t^1\omega_t^1, \dots, b_t^{n-1}\omega_t^{n-1}, \omega_t^n)$. Yoxlamaq olar ki,

$$\alpha_t^i = \frac{b_{t+1}^i}{b_t^i}\left[v_i + \frac{\partial F_i}{\partial K}\left(x_t^i\right)\right]$$

Teorem 2.2.1. Tutaq ki, (x_t) trayektoriyası (A) xassəsinə malikdir və P_t xarakteristikası var. Onda

1. Elə $u = (u_t^1, \dots, u_t^n)$ vektoru tapılar ki, $\sum_{t=1}^{n} u_t^i = 1$, $u_t^i > 0$ və $x_t = c \cdot A_t \cdot \bar{x}_t$, harada kı, $\bar{x}_t = (u_t^1 \bar{K}_t^1, \dots, u_t^n \bar{K}_t^n, u_t^1 \bar{L}_t^1, \dots, u_t^n \bar{L}_t^n)$, $A_t = \alpha_1 \dots \alpha_{t-1}$,

2. $P_t = \frac{1}{A_t}\ell_t$.

Teorem 2.2.2. 1) Tutaq ki, $x_t = A_t \bar{x}_t$ $Z(\omega)$ modelinin x_0 nöqtəsindən çıxan effektiv trayektoriyasıdır. Onda a) x_t^n ardıcıllığı (F_n, v_n, ω_t^n) yığımı ilə təyin olunmuş Neyman tipli $Z^n(\omega^n)$ modelinin effektiv trayektoriyasıdır, b) əgər $\gamma_t^i \bar{K}_{t+1}^i \geq v_i \bar{K}_t^i$ isə onda $\left(x_t^i\right)$

$$Z^i\left(\omega^i\right) = \left(\frac{b_{t+1}^i}{b_t^i} F_i, \frac{b_{t+1}^i}{b_t^i} v_i, \omega_t^i\right) (i = \overline{1, n})$$

modelinin effektiv trayektoriyası olacaq.

2) Əgər $\left(x_t^i\right)$ $Z^i\left(\omega^i\right)$ modelinin $x_0^i > 0$ nöqtəsindən çıxan effektiv trayektoriyasıdırsa, onda (x_t) $Z(\omega)$ modelinin effektiv trayektoriyasıdır.

İkinci Fəslin üçüncü paraqrafına keçək. Fərz edək ki, $L_t = (L_t^1, \dots, L_t^n)$ vektoru verilib, haradakı, $L_t^i \geq 0$, $\sum_{i=1}^{n} L_t^i = 1$ və L_t işçi

qüvvəsinin ümumi sayıdır. $\omega = (\omega_t^1, \dots, \omega_t^n)$ yığımına görə $Z(\omega)$ modeli qurulur və fərz edilir ki, modelin vəziyyəti P_t xarakteristikasına malik $x_t = (K_t^1, \dots, K_t^n, L_t^1, \dots, L_t^n)$ vektoru ilə müəyyən edilir. Məlum düstura görə ω_t^i əməkhaqları təyin edilir və Z modelinin vəziyyəti müəyyən edilir. Eyni $\left(\frac{b_{t+1}^i}{b_t^i} F_i, \frac{b_{t+1}^i}{b_t^i} v_i, \omega_t^i\right)$ yıgımı ilə müəyyən edilmiş ən sadə bir sektorlu modelləri, $Z^i(\omega^i)$,Zi(Li)- ilə işarə edək. Burada b_t^i əmsalları $Z(\omega)$modelini P_t xarakteristik qiymətləri ilə müəyyən edilir. $Z^i(L^i)$ modelində L_t^i , $Z^i(\omega^i)$ modelində isə xüsusi sərfiyyat ω_t^i məlum hesab edilir və $Z^i(L^i)$ moelində ω_t^i idarə olunan parametr sayılır. Belə bir optimallıq prinsipi təklif olunur: $\omega = \omega(L)$ elə seçilir ki, verilmiş L_t işçi qüvvəsinə malik (K_t, L_t) trayektoriyası verilmiş (F, v, ω) sadə modeli ücün effektiv olsun.

Yuxarıda göstərilən optimallıq prinsipindən istifadə etməklə, bir tərəfdən modelin vəziyyətini, digər tərəfdən isə modelin effektiv trayektoriyasının vəziyyətini müəyyən etmək mümkündür.

İkinci fəslin dördüncü paraqrafında işçi qüvvəsinin paylanmasının bir qaydası üzərində dayanacağıq. Fərz edilir ki, işçi qüvvəsinin ümumi sayı sabitdir və vahidə bərabərdir. İşçi qüvvəsinin əmək haqqının bütün sahələrdə eyni olduğu hala baxaq, yəni $\omega_t^1 = \omega_t^2 = \dots = \omega_t^n = \omega_t$.

Beləliklə, $L_{t+1}, t = 1, 2, \dots$ işçi qüvvəsinin elə $L_{t+1}^i\left(\sum_{i=1}^n L_{t+1}^i = 1\right)$ paylanmasını tapmaq tələb edilir ki,

$$\omega_{t+1}^1(L_{t+1}^1) = \omega_{t+1}^2(L_{t+1}^2) = \dots = \omega_{t+1}^n(L_{t+1}^n)$$

olsun.

Teorem 2.4.1. $L_{t+1}(\omega) = 1$ tənliyinin həlli yalnız və yalnız o halda olur ki, $\lim_{\omega \to \bar{s}} L_{t+1}(\omega) < 1$ olsun. Bu həll yeganədir.

Nəticə. Əgər $F_i(i = \overline{1, n})$ Cobb-Duglas funksiyası olarsa, onda 2.4.1 teoreminin şərtləri həmişə yerinə yetirilir.

Teorem 2.4.2. a) Əgər, ω_1 ilkin əmək haqqı norması $[\overline{\omega}^1, \overline{\omega}^2]$ intervalına aiddirsə, onda bütün t –lər və $\omega_t \to \overline{\omega}^2$üçün $\omega_t \in [\overline{\omega}^1, \overline{\omega}^2]$və ixtiyari t üçün $\beta_t^2 > 1, \beta_t^1 < 1$ və $\lim L_t^1 = 1, \lim L_t^2 = 0$·

b) əgər $\omega_1 > \overline{\omega}^2$ isə, onda zamanın elə bir T anı var ki, $\overline{\omega}^1 \leq \omega_T \leq \overline{\omega}^2$ və ω_t $(0, \overline{\omega}^1]$-də artır.

c) əgər bütün t-lər üçün $\omega_1 > \overline{\omega}^2, \omega_t > \overline{\omega}^2$, onda ω_t azalaraq $\overline{\omega}^2 - y$ə yaxınlaşır və $L^1 = 0$.

Teorem 2.4.3. a) Əgər $\omega_1 \in [\overline{\omega}^1, \overline{\omega}^n]$ olarsa, onda bütün t-lər üçün $\omega_t \in [\overline{\omega}^1, \overline{\omega}^n]$ və $\omega_t \to \overline{\omega}^n, L_t^n \to 1, L_t^i \to 0, i < n$.

b) Əgər $\omega_t < \overline{\omega}^1$ olarsa, onda elə T anı var ki, $\overline{\omega}^1 < \omega_T < \overline{\omega}^n$ və ω_t $(0, \overline{\omega}^1] - d$ə artır.

c) Əgər bütün t-lər üçün $\omega_1 > \overline{\omega}^n, \omega_t > \overline{\omega}^n$ olarsa, onda ω_t azalaraq $\overline{\omega}^n -$ ə yaxınlaşır.

İkinci fəslin beşinci paraqrafında Z modelində ümumi işçi qüvvəsi $L = 1$ iki istehsalat arasında elə bölüşdürülür ki, məcmu istehlak maksimum olsun. Bu halda istehsal funksiyası olaraq əvəzetmə elastikliyi sabit olan funksiya (CES) götürülür:

$$F_t\left(K_t^i, L_t^i\right) = \left(A_t K_t^{-\rho_i} + B_t L_t^{-\rho_i}\right)^{-\frac{1}{\rho_i}}, \quad \rho_i > 0, i = \overline{1,2}.$$

Beləliklə, aşağıdakı məsələyə baxılır:

$$W_{t+1}^1(L_{t+1}^1) + W_{t+1}^2(L_{t+1}^2) \to \max$$

haradakı $L_{t+1}^1 + L_{t+1}^2 = 1$. Burada $W_{t+1}^i\left(L_{t+1}^i\right)$ - i – ci istehsalatdakı istehlak fondudur.

$$L_{t+1}^i\left(\eta_{t+1}^i\right) = \frac{M_t^i}{\Phi_i\left(\eta_{t+1}^i\right)},$$

oldugundan,

$$W_{t+1}^i\left(L_{t+1}^i\right) = M_t^i \frac{f_i\left(\eta_{t+1}^i\right) - \eta_{t+1}^i f_i'\left(\eta_{t+1}^i\right)}{v_i \eta_{t+1}^i + f_i\left(\eta_{t+1}^i\right)}.$$

Lemma 2.5.1.Əğər aşağıdakı şərtlər yerinə yetirilirsə

a) $\tilde{\eta}^2 > \overline{\eta}^2$,

ь) $L_\tau^2 \le \tilde{L}_\tau^2$ müəyyən zaman anları ücün, onda $\tilde{L}_{\tau+1}^2 \le \tilde{L}_\tau^2$.

Qeyd. $\tilde{\eta} > \overline{\eta}$ şərti o zaman dogrudur ki, aşagıdakı münasibət ödənilsin

$$A \in \left[\frac{1}{\left((1-v)(1+\rho)^{1+\frac{1}{\rho}}\right)^\rho}, \quad \frac{1}{(1-v)^\rho}\right].$$

Teorem 2.5.1. Fərz edək ki,aşağıdakı şərtlər yerinə yetirilir

a) $\eta_{\tau-1}^1 < \overline{\eta}, ,\tilde{\eta}^2 > \eta^2$,

b) $\bar{L}^2_{\tau-1} \geq \bar{L}^2_{\tau}$ və $M_{\tau-1} \geq \Phi_1(\bar{\eta})$.

Onda bütün $t > \tau -$ lar üçün $\bar{L}^2_t \leq \tilde{L}^2_t$ və $\tilde{L}^2_t$ -lər azalır.

İkinci fəsilin altıncı paraqrafında n sayda sadə birməhsullu iqtisadi dinamika modelinə baxılır. Bu modeli $\tilde{Z}$ işarə edəcəyik.

Əvvəlcə modelin təsviri verilir. Beləliklə, birməhsullu modelləri $\tilde{Z} = \left(F_i, v_i, \omega^i_t\right)$ ilə işarə edəcəyik və fərz edəcəyik ki, bütün zaman anlarında baxılan modellərdə əmək haqqı eynidir:

$$\omega^1_t = \cdots = \omega^n_t = \omega, \quad t = 1, 2, \ldots.$$

$\tilde{Z}$ modelinin trayektoriyalarının asimptotik xassələri §2.6 - də öyrənilir

$$\alpha^i = \max_{K,L\geq 0} \frac{v_i K + F_i(K, L)}{K + \omega L} = \max_{\eta>0} \frac{v_i \eta + f_i(\eta)}{\eta + \omega} \qquad (2)$$

ilə $\tilde{Z}^i$, $i = \overline{1, n}$ modellərinin artım templərini işarə edək.

Ciddi tarazlıq vəziyyətinə malik modelin trayektoriyalarının xassələrindən çıxır ki,

Teorem 2.6.1. İstənilən (x_t) trayektoriyası üçün dogrudur:

$$\lim \frac{K^1_t + \cdots + K^n_t + \omega\, L_t}{\alpha^t} = \lambda > 0\,.$$

Əgər $\lambda > 0$ isə, onda, $\frac{K^n_t}{L_t} \to \bar{\eta}$, $\frac{K^i_t}{\alpha^t} \to 0, i = \overline{1, n-1}$.

Tutaq ki, $\hat{g}_i$ funksiyası $\hat{g}_i(\eta) = v_i \eta + f_i(\eta) (i = \overline{1, n})$, bərabərliyi ilə müəyyən edilib. Onda

Teorem 2.6.2. Tutaq ki, η^n_t ardıcıllıqı üçün bərabərliklər ödənilir və $\bar{\eta}$ (2)-də $i = n$ olduqda maksimumun əldə edildiyi kapital-əmək nisbətidir. Onda

1) η^n_t azalır,

2) $\eta^n_t \to \bar{\eta}$, hər bir t üçün,

$$\eta^n_0 > \bar{\eta} \text{ və } \xi^n_t \leq \min\left(\frac{\hat{g}_n(\eta^n_t)}{\hat{g}_n(\bar{\eta})}, \frac{f_n(\eta^n_t)}{\omega}\right),$$

əgər $\eta^n_0 \to \bar{\eta}$ və ya $\xi^n_t > \min\left(\frac{\hat{g}_n(\eta^n_t)}{\hat{g}_n(\bar{\eta})}, \frac{f_n(\eta^n_t)}{\omega}\right)$ ən azı bir t üçün , onda η^n_t ardıcıllıqı müəyyən nöqtədən başlayaraq mənfi olacaq.

Fərz edək ki, $\alpha^n > \alpha^i$, $i \neq n$ və $\alpha = \alpha^n$, $x = (0, \ldots, 0, \bar{K}, \bar{L})$ işarə edək, haradakı, $\bar{K} = \bar{K}^n$, $\bar{L} = \bar{L}^n$. Burada $\bar{K}$, $\bar{L}$ $\bar{K} + \omega\bar{L} = 1$, $\alpha = v_n \bar{K} + F_n(\bar{K}, \bar{L})$ şərtlərindən tapılır. $i = \bar{n}$ olduqda (2)

münasibətinə maksimum verən $\bar{\eta} = \frac{\bar{K}}{\bar{L}}$ kəmiyyətinə optimal fond tutumu deyilir. $\alpha = \alpha^n = \gamma^n$ olduğundan, $\bar{\eta}$ kəmiyyətinin optimallığı

$$\alpha = v_n + f_n(\bar{\eta}) \qquad (3)$$

münasibətinə ekvivalentdir.

Yeddinci paraqraf $\tilde{Z}$ modelinin $(K_t^1, \dots, K_t^n, 1)$, $L_t^1 + \dots + L_t^n = 1$ şəklində olan trayektoriyalarının tədqiqinə həsr olunub. Fərz edək ki, $n = 2$. $(K^1, K^2, 1)$ nöqtəsindən çıxan $(K_t^1, K_t^2, 1)$, $L_t^1 + L_t^2 = 1$ şəklindəki trayektoriyaları doğuran (K_1, K_2) cütlər çoxluğunu U ilə işarə edək. Bu çoxluğun bəzi xassələrini qeyd edək.

1. U çoxluğu dayanıqlıdır (R_+^2 mənada); əgər $(K^1, K^2) \geq (\bar{K}^1, \bar{K}^2)$ və $(\bar{K}^1, \bar{K}^2) \in U$ isə, onda $(K^1, K^2) \in U$.

2. U qabarıq çoxluqdur.

3. $(0, \lambda\bar{\eta}) \in U$, $\lambda > 1$ və $\bar{\eta}$ elədir ki, $\alpha\big(\omega(\bar{\eta})\big) = 1$.

Tutaq ki,

$$(\bar{K}^1, \bar{\eta}, 1) \in a(K^1, \bar{\eta} - \varepsilon, 1); \quad 0 < \varepsilon \leq \bar{\eta}, \qquad (4)$$

harada ki, $1 = L^1 + L^2 = \bar{L}^1 + \bar{L}^2$.

$\varepsilon > 0$ qeyd edək və tutaq ki,

$$\mathcal{L}_\varepsilon(L^1) = -(1 - v_2)\bar{\eta} - v_2\,\varepsilon + F_2(\bar{\eta} - \varepsilon, 1 - L^1). \qquad (5)$$

Asanlıqla görmək olar ki, $\mathcal{L}_\varepsilon(L^1)$ azalan və çökük funksiyadır və bundan əlavə $\mathcal{L}_\varepsilon(L^1) \geq \omega$.

Aşağıdakı bərabərliyə baxaq:

$$F_2(\bar{\eta} - \varepsilon, 1 - L^1) - v_2\,\varepsilon = (1 - v_2)\bar{\eta}. \qquad (6)$$

(6) tənliyinin o zaman və ancaq o zaman həlli var ki,

$$F_2(\bar{\eta} - \varepsilon, 1) - v_2\,\varepsilon > (1 - v_2)\bar{\eta}$$

olsun. $\bar{L}^1 = 1 - \bar{L}^2$ və $\omega\bar{L}^2 = \mathcal{L}_\varepsilon(L^1)$ olduğundan,

$$F_1(K^1, L^1) > \omega - \mathcal{L}_\varepsilon(L^1) = \mathcal{L}_\varepsilon(L^1). \qquad (7)$$

Teorem 2.7.1. (7) münasibətinin o zaman və ancaq o zaman həlli var ki, hər hansı ε üçün

$$F_1'(K^1, 0) \geq F_1'(\bar{\eta}, 1) \qquad (8)$$

olsun.

Qeyd 1. Kobb-Duqlas istehsal funksiyası üçün (8) münasibəti həmişə ödənir, çünki $F_1'(K^1, 0) = +\infty$.

Qeyd 2. CES istesal funksiyası üçün (8) münasibəti

$$B_1^{-\frac{1}{\rho_1}} \geq B_2(A_2\bar{\eta}^{-\rho_2} + B_2)^{-\frac{1+\rho_2}{\rho_2}}$$

bərabərsizliyi ilə ekvivalentdir.

İqtisadi dinamikanın Neyman tipli modellərinin trayektoriyalarının asimptotik davranışı böyük əhəmiyyət kəsb edir. Səkkizinci paraqrafda orta artım sürətinə malik trayektoriyaların asimptotik davranışı öyrənilir. Bu trayektoriyalar həm müstəqil, həm də tətbiqi maraq doğurur: bəzi hallarda onlar optimal trayektoriyaların asimptotik davranışını təsvir etməyə imkan verir. Onun təsvirini verək.

Tutaq ki , $Z \quad R_+^n \times R_+^n -$ dən olan qabarıq konusdur və belə ki. $P_r Z \cap int R_+^n \neq \emptyset$. Z Konusunun Neyman artım tempi aşagıdakı kimi təyin edilir

$$\alpha = \sup_{(x,y)\in Z} \min_{i\in I} \frac{y^i}{x^i},$$

harada ki, $I = \{1,2, \dots, n\}$.

Z konusunun (x_k, y_k) elementləri ardıcıllığı o zaman Neyman ardıcıllıgı adlanır ki,

$$\min_{i\in I} \frac{y^i}{x^i}$$

ardıcılıgı α ədədinə yığılsın.

$I_Z \subset I$ indekslər çoxlugunu daxil edək. i nömrəsi yalnız və yalnız o halda I_Z çoxlugunun elementi olacaq ki, elə bir (x_k, y_k) Neuman ardıcıllığı olsun ki, $y_k^i > 0$ $(k = 1,2, \dots)$ ödənilsin.

Fərz edək ki, Z Neyman-Gale modelidir. Z konusunun köməyi ilə aşağıdakı kimi konusların $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ sonlu ardıcıllığını quraq. $Z_1 = Z$ götürək və $R_+^n = K_1$ işarə edək. Beləliklə, $Z_1 \subset K_1 \times K_1$. Əgər $I^1 = I_{Z_1} = I$ olarsa, proses başa çatıb; Əgər $I^1 \neq I$, onda $I \backslash I^1$-dən olan ort vektorların örtüyü olan R_+^n konusunun K_2 üzünü nəzərdən keçirək və Z_2 konusunu Z_1 konusunun $R_+^n \times R_+^n$ konusunun $K_2 \times K_2$üzünə proyeksiyası kimi təyin edək.

Əgər $I^2 = I_{Z_2} = I \backslash I^1$ şərti ödənərsə, deməli proses başa çatıb; əks halda, $I \backslash (I^1 \cup I^2)$-dən olan ort vektorların örtüyü olan R_+^n konusunun K_3 üzünü nəzərdən keçirək və Z_3 ilə Z_2 konusunun $R_+^n \times R_+^n$ konusunun $K_3 \times K_3$ üzünə proyeksiyasını işarə edək. Əgər $I^3 \equiv I_{Z_3} = I \backslash (I^1 \cup I^2)$ olarsa, onda Z_1 konusunu qururuq və s. Bu proses müəyyən N mərhələdə başa çatacaq.

Nəticədə Z_j $(j = 1,2,\dots,N)$ konusları və I^j $(j = 1,2,\dots,N)$ indekslər çoxluqları qurulur və $I^j \cap I^{j_1} = \emptyset, I^j \equiv I_{Z_j}$ $(j \neq j_1)$ ödənilir. α_j ilə Z_j konusunun Neyman artım tempini işarə edək. α_j ədədinə modelin kvazitempi deyilir. Məlumdur ki, $\alpha_{j-1} > \alpha_j$

M_α magistralı dedikdəl, α orta artım tempinə malik bütün trayektoriyaların bucaq məsafəsinə görə bütün limit nöqtələri çoxlugunun konik örtüyü nəzərdə tutulur. $\left\|\frac{x}{\|x\|}, \frac{y}{\|y\|}\right\|$ kəmiyyəti x və y nöqtələri arasındakı bucaq məsafəsi adlanır.

A_z ilə bütün optimal trayektoriyaların bucaq məsafəsinə görə bütün limit nöqtələri çoxlugunun konik örtüyünü işarə edək.

N kvazitemplərə malik olan $Z \subset R_+^n \times R_+^n$ Neyman $-$ Gale modeli və onun ikili modeli Z' nəzərdən keçirilir.

Lemma 2.8.1. İxtiyari α_j kvazitempi, ixtiyari $\lambda > \alpha_j$ ədədi, ixtiyari $i \in \bigcup_j^N I_\mu$ indeksi və hər hansı $X = (x_t)$ trayektoriyası üçün

$$\lim \lambda^{-t} x_t^i = 0$$

limiti var.

Teorem 2.8.2. Tutaq ki, Z Neyman-Geyl modelidir. Fərz edəki, elə X trayektoriyası və τ sonsuz zaman anları çoxlugu var ki, $I = \{1,2,\dots,n\}$ indekslər çoxlugu aşağıdakı kimi üç J_1, J_2, J_3 alt çoxluğa bölünə bilər:

$$x_t^i = 0, \text{ ixtiyari } i \in J_1, t \in \tau, \tag{9}$$

$$0 < c_1 \leq x_t^i \leq c_2 < 1, \text{ ixtiyari } i \in J_2, t \in \tau, \tag{10}$$

$$\lim x_t^i = +\infty, \qquad i \in J_3. \tag{11}$$

Onda

$$x^i = 0 \text{ ixtiyari } i \in J_1 \cup J_2,$$
$$x^i > 0 \text{ ixtiyari } i \in J_3$$

şərtlərini ödəyən istənilən $x \in R_+^n$ nöqtəsi üçün (9)-(11) şərtlərini ödəyən və öz bucaq məsafəsinə görə limit nöqtələri arasında x nöqtəsi var.

İkinci fəslin doqquzuncu paraqrafı iqtisadi dinamika modellərinin trayektoriyalarının əsas xassələrinin öyrənilməsinə həsr edilmişdir. Fərz edək ki, n sahədən ibarət modelə baxılır. Modelin faza fəzası $(R_+^n)^n$ konusudur. $x = (x', \dots, x^n) \in (R_+^n)^n$ vektoru

modelin vəziyyətini xarakterizə edir, $x^i = \left(x^{ij}\right) \in R_+^n$ vektoru i -ci sahənin resurslar vektorudur. i - sahənin istehsal fəaliyyəti superxətti istehsal funksiyasının $\Phi^i: R_+^n \to R_+$və A^i diaqonal matrisinin köməyi ilə təsvir olunur. A^i matrisi $v^{ij} \in [0,1], \left(j = \overline{1,n}\right)$ diaqonal elementlərindən təşkil olunmuşdur. Fərz olunur ki, hər bir $x \in K$ $\Phi^i(x) > 0$ o halda və ancaq o halda ki, $x \in K$ harada ki, $K = \left\{y \in R^n: y_i > 0, (i = \overline{1,n})\right\}$. İstehsal inikası aşağıdakı kimi müəyyən edilir:

$$a(x) = \left\{y = \left(y^i\right) \in (R_+^n)^n \middle| 0 \le y^i \le A^i x^i + d^i, \right.$$
$$\left. d^i = \left(d^{ij}\right) \ge 0, \sum_{i=1}^{n} d^{ij} \le \Phi^j(x^j), j = \overline{1,n} \right\},$$

harada ki, $x = (x', \dots, x^n) \in (R_+^n)^n$.

Superxətti normal $b: R_+^n \to \pi(R_+^n)$ inikasını nəzərdən keçirək. Fərz edək ki, α Neyman artım tempi və $(\alpha, (x, \alpha x), p)$,$p \in K$ tarazlıq vəziyyəti var.

Lemma 2.9.1. Fərz edək ki,(x_t)- b inikasının trayektoriyasıdır və α orta artım tempinə malikdir; $\{\alpha^{-t} x_t\}$ (müvafiq olaraq $\{\alpha^{-t}(x_t, x_{t+1})\}\Omega$ (müvafiq olaraq Ω_1) çoxluqlarının limit nöqtələri çoxluqlarıdır. Onda hər bir $y_0 \in \Omega$ (müvafiq olaraq $(y_0, y_1) \in \Omega_1$) ücün $\{y_t\}(t = 0, \pm 1, \dots)$ ardıcıllığı var, harada ki, $y_t \in \alpha^t \Omega$, $y_{t+1} \in b(y_t)$.

Lemma 2.9.4. Hər bir $x \in R^n$ və ixtiyari $m \ge 0$ tam ədədi ücün aşagıdakı münasibət dogrudur

$$\left\| B^m x - \left(r^i(p)\right)^{-1} \alpha^m x^i r(p) \right\| \le$$
$$\le \left\| A^i \right\|^m \left\| x - \left(r^i(p)\right)^{-1} x^i r(p) \right\|.$$

Teorem 2.9.2. a' inikasının magistralı $\{\lambda p | \lambda \ge 0\}$ şüasıdır.

Ücüncü fəsil beş paraqrafdan ibarətdir və istehlak funksiyasının birməhsullu modellərdə tədqiqinə həsr olunub. Model

$$0 \le K \le v\,\overline{K} + I, \quad I \ge 0, \quad I + \omega L \le F(\overline{K}, \overline{L})$$

münsaibəti ilə verilir və fərz edilir ki, $F_t = F$, $v_t = v$ və işçi qüvvəsinin sayından asılı olmayan s sabit yığım norması verilib.

Tutaq ki, $L = \beta \cdot \overline{L}$, buradakı β işçi qüvvəsinin artım tempidir. Onda

$$W(L) = (1-s)F\left(\overline{K}, \frac{1}{\beta}\, L\right),$$

xüsusi istehlak ω isə s vasitəsilə belə təyin olunub:

$$\omega = \frac{W(L)}{L} = (1-s)F\left(\frac{\overline{K}}{\overline{L}} \cdot \frac{\tilde{L}}{L}, \frac{1}{\beta}\right) = (1-s)F(\bar{\eta}, 1)\frac{1}{\beta} =$$

$$= (1-s)\frac{1}{\beta}\, f(\bar{\eta}). \qquad (12)$$

Üçüncü fəslin ikinci paraqrafı $W(L)$ istehlak funksiyasının istehsal funksiyasından asılılığının tədqiqinə həsr edilib.

İxtiyari s üçün $F_t = F,\ v_t = v$ olduğundan

$$\omega = \frac{f(\eta) - \eta\, f'(\eta)}{v + f'(\eta)}, \qquad (13)$$

harada ki, $\eta = \eta(L)$

$$\eta = \frac{M}{L} - \frac{f(\eta) - \eta\, f'(\eta)}{v + f'(\eta)} \qquad (14)$$

tənliyinin həllidir. Burada M ilə t anında milli sərvət $v\overline{K} + F(\overline{K}, \overline{L})$ işarə olunub. Hesab edirik ki, f üç dəfə kəsilməz diferensiallanan funksiyadır və $f'(\eta) > 0, f''(\eta) < 0, \eta > 0$.

Teorem 3.2.1. Tutaq ki, $F(K, L) = AK^r L^{1-r}$ - Kobb-Duqlas funksiyasıdır (burada $0 < r < 1$) və ω xüsusi istehlakı (12) və (13) ifadələri ilə hesablanır. Onda $W -$ artan çökük funksiyadır və $\lim\limits_{L \to +\infty} W(L) \to +\infty$.

İndi fərz edək ki, $F(K, L) = (AK^{-\rho} + BL^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}}$ CES funksiyasıdır $(\rho > 1)$. $Y = A + B\eta^{\rho}$ işarə edək. Onda $W'(L)$ üçün alarıq:

$$W'(L) = \mu\left(vB\eta^{\rho} - vA\rho - A\rho Y^{-\frac{1}{\rho}}\right)$$

harada ki, $\rho > 0$.

Buradan

$$Sign\, W'(L) = Sign\left(vB\eta^{\rho} - vA\rho - A\rho Y^{-\frac{1}{\rho}}\right).$$

Lemma 3.2.1. $g(\eta) = vB\eta^2 - vA\rho - A\rho(A + B\eta^{\rho})^{-\frac{1}{\rho}} = 0$ tənliyi müsbət yarımoxda vahid $\bar{\eta}_1$ kökünə malikdir və $\eta > \bar{\eta}_1$ olduqda $g(\eta) > 0, \eta < \bar{\eta}_1$ olduqda $g(\eta) < 0$.

Teorem 3.2.2. Fərz edək ki, $F(K,L) = (AK^{-\rho} + BL^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}}$, $\rho > 1$və ω xüsusi istehlakı (12) və (13) düsturları vasitəsilə hesablanır. Onda

1) $W(L)$ istehlak funksiyası müsbət yarımoxda müəyyən $\bar{L}_1$ nöqtəsində yeganə maksimumunu alır;

2) $W(L)$ yeganə $\bar{L}_2$ əyilmə nöqtəsinə malikdir və bu nöqtədə çöküklüyü qabarıqlıqla əvəz olunub,bu halda $\bar{L}_2 > \bar{L}_1$;

3) $\lim\limits_{L\to\infty} W(L) = 0$.

Üçüncü fəslin üçüncü paraqrafı məcmu istehlakın istehsal vasitələrindən asılılığının tədqiqinə həsr olunub. Fərz edək ki, $\bar{L}$ və L verilib və ω (12) və (13) düsturları vasitəsilə hesablanır. Göstərilir ki, bu halda istehlak $t+1$ anında $\bar{K}$-dan yəni istehsal vasitələri fondundan asılıdır.

$\bar{L}$ və L qeyd olunduğundan və $M = v\bar{K} + F(\bar{K},\bar{L})$ olduğundan W funksiyası $\bar{K}$-dan asılıdır. (14) münasibətindən M -i η -nın funksiyası kimi ifadə etmək olar:

$$M(\eta) = L\frac{u(\eta)}{\beta(\eta)}.$$

Qeyd edək ki, M artan funksiyadır və

$$\lim_{\eta\to+0} M(\eta) = 0\,, \qquad \lim_{\eta\to+\infty} M(\eta) = \infty\,.$$

Alarıq ki,

$$W(M) = L\cdot\omega(M) = L\,\frac{\delta\big(\eta(M)\big)}{\beta\big(\eta(M)\big)}.$$

Tutaq ki, $F(K,L) = (AK^{-\rho} + BL^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}}$ CES funksiyasıdır. Aşağıdakı işarələmələri daxil edək:

$$d(\eta) = d_1(\eta) - d_2(\eta),$$

$$d_1(\eta) = \left(-vB\eta^{\rho} + vA\rho + A\rho Y^{-\frac{1}{\rho}}\right)\left(1 + vAY^{\frac{1}{\rho}-1}\right),$$

$$d_2(\rho) = v(1+\rho)B^2\eta^{2\rho}\left(1 + vY^{\frac{1}{\rho}}\right)Y^{-1}.$$

Aydındır ki, $W'' = 0$ o zaman və ancaq o zaman ki, $d_1(\eta) = d_2(\eta)$ olsun. $d'(\eta)$ və $d''(\eta)$ -nı asanlıqla hesablamaq olar. Teorem 3.2.2.-yə analoji olaraq göstərmək olar ki, elə $\bar{M} = M(\bar{\eta}_2)$ yeganə

nöqtəsi var ki, $W''(M) = 0$ olur, burada $\bar{\eta}_2 d(\eta) = 0$ tənliyinin həllidir.

Alınmış nəticələrdən çıxır ki,

$$\lim_{M\to+\infty} W(M) = L \lim_{\eta\to+\infty} \frac{\delta(\eta)}{v} = \frac{L}{v} \lim_{\eta\to+\infty} \delta(\eta).$$

Həqiqətən, $F(K,L) = AK^r L^{1-r}$ Cobb-Duglas funksiyası üçün $\lim\limits_{\eta\to+\infty} \delta(\eta) = +\infty$. Əgər $F(K,L)$ CES funksiyasıdırsa, bu halda $\lim\limits_{\eta\to+\infty} \delta(\eta) = B^{-\frac{1}{\rho}}$. Dogrudan da fərz edək ki, F – Kobb-Duqlas funksiyasıdır. Bu halda $Ff(\eta) = A\eta^{\rho}$, onda (3.2.3)-dən çıxır ki,

$$\lim_{\eta\to+\infty} \delta(\eta) = \lim_{\eta\to+\infty} (A\eta^{\rho} - \eta A\rho\eta^{\rho-1}) = \lim_{\eta\to+\infty} A\eta^{\rho}(1-\rho) = +\infty.$$

CES funksiyası üçün isə alarıq :

$$\lim_{\eta\to+\infty} \delta(\eta) = B \lim_{\eta\to+\infty} \frac{(\eta^{\rho})^{1+\frac{1}{\rho}}}{(A + B\eta^{\rho})^{1+\frac{1}{\rho}}} =$$

$$= B \lim_{\eta\to+\infty} \frac{1}{\left(\frac{A}{\eta^{\rho}} + B\right)^{1+\frac{1}{\rho}}} = B^{-\frac{1}{\rho}}.$$

Beləliklə, Cobb-Duglas funksiyası ücün $W(M)$ artan çökük funksiyadır və $\lim\limits_{M\to+\infty} W(M) = +\infty$. Sabit elastiklikli (CES) funksiyası ücün $W(M)$ artan funksiyadır, yeganə $\overline{M}$ əyilmə nöqtəsinə malikdir və bu nöqtədə qabarıqlıqdan çökük – lüyə keçir və $\lim\limits_{M\to+\infty} W(M) < +\infty$.

Ücüncü fəslin dördüncü paraqrafı bəzi göstəricilərin, o cümlədən məcmu istehlakın, məcmu istehsalın və milli sərvətin optimallaşdırılması məsələlərinə həsr olunub:

$$\sum_{i=1}^{n} W_i(\ell_i) \to \max, \tag{15}$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_i\left(K^i, \ell_i\right) \to \max, \tag{16}$$

$$\sum v_i K^i + F_i\left(K^i, \ell_i\right) \to \max, \tag{17}$$

harada ki, $0 \le \ell_i \le L$, $\sum_{i=1}^{n} \ell_i = L$. $W_i(\ell_i)$ - istehlak fondu, F_i - buraxılış, $F_i(K^i, \ell_i) + v_i K^i$ - milli sərvəti göstərir və fərz edilir ki, ω kəmiyyəti $(12), (13)$ düsturlarına əsasən seçilir.

Teorem 3.4.1. Fərz edək ki, F_i - Kobb-Duqlas funksiyasıdır. Onda $(15) - (17)$ münasibətlərindəki $\bar{\ell}_i$ vektoru $int\, R_+^n$ konusundandır $(\ell \ge 0)$.

Teorem 3.4.2. (F_1, v_1) və (F_2, v_2) modellərinə baxaq, harada ki, $F_i, i = 1,2$ funksiyaları CES funksiyalarıdır:

$$F_i(K, L) = (A_i K^{-\rho_i} + B_i L^{-\rho_i})^{-\frac{1}{\rho_i}}, \qquad (i = 1, 2)$$

və $\rho_i > 0$. Onda məcmu istehlak, yəni $\sum_{i=1}^{n} W_i(\ell_i)$ $[0, L]$ parçasına daxil olan $\ell_j = L$ nöqtəsində özünün maksimumunu o zaman və yalnız o zaman alır ki, $L \le \bar{L}_j$ və $W_j'(L) \ge \frac{1}{v_i} B_i^{-\frac{1}{\rho_i}} > L$ olsun. Məcmu buraxılış L nöqtəsində özünün maksimumunu o zaman və yalnız o zaman alır ki, $F_j'(L) \ge B_i^{-\frac{1}{\rho_i}}$, $i \ne j$ olsun. Burada $\bar{L}_j$ W_j funksiyasının müsbət yarımoxda yeganə maksimum nöqtəsidir.

Teorem 3.4.3. (17) məsələsində ixtiyari F istehsal funksiyası üçün $\bar{\ell}_i < 1$.

Üçüncü fəslin beşinci paraqrafında məcmu fondların işçi qüvvəsinin sayından asılılığı məsələsinə baxılır və bu halda fərz olunur ki, yığım norması sabitdir.

Fərz edək ki, (1)-də bərabərlik halına baxılır və dəyişməyən yığım norması verilib.Bu yığım norması işçi qüvvəsindən asılı deyil; yəni $I_{t+1} = s \cdot F(K_t, L_t)$. Onda

$$K_{t+1} = vK_t + sF(K_t, L_t). \tag{18}$$

Aşağıdakı funksiyanı daxil edək:

$$\bar{g}(K_t) = vK_t + sF(K_t, L_t).$$

Onda

$$K_{t+1} = \bar{g}(K_t).$$

Əvvəlcə $L_t = L, \forall t$ halına baxaq. Tutaq ki, $\bar{g}(K) = vK + sF(K, L)$. Buradan

$$K - \bar{g}(K) = K\left(1 - v - sF\left(1, \frac{L}{K}\right)\right), \quad K \ne 0 \tag{19}$$

$\bar{g}$ funksiyası çökük olduğundan

$$K = \bar{g}(K) \qquad (20)$$

funksiyası $[0, +\infty)$ yarımintervalında ikidən çox olmayan kökə malikdir və bu köklərdən biri $\bar{K}_0 = 0$ -dır. Fərz edək ki, (20) tənliyinin sıfırdan fərqli K kökü var. Onda (19)-dan çıxır ki,

$$K > \bar{K}(K < \bar{K}), \quad \bar{g}(K) < K \ (\bar{g}(K) > K) \qquad (21)$$

münasibətləri ekvivalentdir.

Təklif 3.5.1. Fərz edək ki, $\tilde{g}$ funksiyası $(0, +\infty) -$da təyin olunub, artandır , $K = \tilde{g}(K)$ tənliyinin yeganə $\bar{K}$ həlli var və (21) münasibətləri ekvivalentdirlər. Bundan əlavə, K_t ardıcıllıqı $K_{t+1} = \tilde{g}(K_t)$ $(t = 0, 1, \dots)$ bərabərliklərini ödəyir və $K_0 > 0$. Onda $K_t \to \bar{K}$ və əgər $K_0 < \bar{K}$ isə , onda K_t artır, $K_0 > \bar{K}$ olarsa, K_t azalır.

Teorem 3.5.1. Əgər $\bar{K}_0 = 0, K = \tilde{g}(K)$ tənliyinin $[0, +\infty) - da$ tək köküdürsə və K_t ardıcıllığı üçün $K_{t+1} = \tilde{g}(K_t)$ bərabərliyi ödənilirsə, onda K_t azalır və $K_t \to 0$.

Qeyd. $\tilde{g}_{L_t}$ ciddi çökük olduguna görə ixtiuari $j > i$ üçün $\bar{K}_{L_i}$-nin varlıgından $\bar{K}_{L_j} -$nin varlıgı cıxır, eyni zamanda $K = \tilde{g}_{L_i}(K)$ tənliyinin müsbət həlli yoxdursa, onda bütün $j < i$ üçün $K = \tilde{g}_{L_j}(K)$ tənliyinin müsbət həlli yoxdur.

Teorem 3.5.2. Fərz edək ki, K_t ardıcıllıgı K_0 başlangıc şərti ilə (18) münasibətinin köməyi ilə qurulub və $K = \tilde{g}(K)$ tənliyinin müsbət həlli var. Onda $K_t \to \bar{K}_{L'}$ t və əgər bütün $i \geq \tau$ ücün $K_i > \bar{K}_{L_i}$ ödənərsə, onda K_t azalır, əgər $m \geq \tau -$lar üçün $K_m < \bar{K}_{L_m}$ ödənərsə, onda K_t m anına qədər azalır,sonra isə artırlar.

Nəticə 1. Əgər $K = \tilde{g}_{L'}(K)$ tənliyinin müsbət həlli yoxdursa, onda (18)-in köməyi ilə qurulan K_t ardıcıllıqı azalır və $K_t \to 0$.

Nəticə 2. Fərz edək ki**,** teorem 3.5.2 –də $\tau = m = 0$. Onda $K_t \to \bar{K}$ və 1) əgər $K_t < \bar{K}_{L_0}$(yəni $m = 0$) isə,onda K_t artır; 2) əgər $K_0 > \bar{K}_{L_0}$ və a) $m \neq 0$ isə, onda K_t m -ə qədər azalır, ondan sonra K_t artır; b) m yoxdursa, onda K_t azalır.

Teorem 3.5.3. Tutaq ki, yuxarıdakı şərtlər daxilində müəyyən bir K_0 miqdarda fondlar üçün K_t ardıcıllığı (18) düsturları vasitəsilə qurulub və $K = \bar{g}_{L_i}(K)$ tənlikləri bütün $i = 0, 1, \dots$ üçün müsbət həllə malikdirlər.

Onda $K_t \to \overline{K}_{L_i}$, digər tərəfdən, əgər $K_0 > \overline{K}_{L_0}$ olarsa, onda K_t azalır, əgər $K_0 < \overline{K}_{L_0}$ və a) $K_i < \overline{K}_{L_i}, \forall i$ üçün onda K_t artır; b) $\exists \tau$ anı var ki, $K_{L_\tau} > \overline{K}_{L_\tau}$ olarsa, onda K_t τ-ya qədər artır və bundan sonra azalır.

$K^1 = vK^1 + F(K^1, L')$ tənliyinin kökünü $\overline{K}^1$ ilə işarə edək. Onda $K^1 = \overline{K}^1$ ücün alarıq

$$\frac{1-v}{s} = \frac{F_1(\overline{K}^1, L')}{\overline{K}^1} = F_1\left(1, \frac{L'}{\overline{K}^1}\right) = Q_1(\xi_1)\,,$$

harada ki, $\xi_1 = \frac{L'}{\overline{K}^1}$ və buna görə də $Q_1^{-1}\left(\frac{1-v}{s}\right) = \xi_1$. Buradan isə, $\overline{K}^1 = \tilde{\theta}_1 \cdot L'$ harada ki,

$$\tilde{\theta}_1 = \frac{1}{Q_1^{-1}\left(\frac{1-v}{s}\right)}.$$

Eynilə, $K^2 = vK^2 + sF_2(K^2, L - L')$ tənliyinin kökü $\overline{K}^2 = \tilde{\theta}_2(L - L')\overline{K}^2$ –dır, harada ki,

$$\tilde{\theta}_2 = \frac{1}{Q_2^{-1}\left(\frac{1-v}{s}\right)},$$

$$Q_2(\xi_2) = F_2\left(1, \frac{L - L'}{\overline{K}^2}\right), \qquad \xi_2 = \frac{L - L'}{\overline{K}^2}.$$

Teorem 3.5.4. Tutaq ki, $\overline{K}^1$ və $\overline{K}^2$ müsbətdirlər. Onda yuxarıdakı məsələdə maksimum uclardan birində alınır.

Dördüncü fəsil altı paraqrafdan ibarətdir. Bundan sonra təkrar istehsal modellərinə baxıldığı üçün birinci paraqrafda leontyev tipli istehsal funksiyalarına malik təkrar istehsal modellərinin təsviri verilir. Bu modellər A.M.Rubinov[2] tərəfindən daxil edilmişdir.

Fərz edək ki, baxılan iqtisadiyyat n sahədən ibarətdir. Bu sahələrdən hər biri ancaq bir məhsul istehsal edir və bir məhsul ancaq bir sahə tərəfindən buraxılır. Modelin dəyişənlər fəzasını $(R_+^n)^n$ konusu götürək. $x = (x^1, \dots, x^n) \in (R_+^n)^n$ vektoruna modelin vəziyyəti, $x^{k\cdot} = (x^{k1}, \dots, x^{kn}) \in R_+^n$ vektoruna k-cı sahənin vəziyyəti deyəcəyik. k -cı sahənin istehsal prosesi $[t, t+1]$ dövründə F_t^k :

[2] Рубинов А.М. Математические модели расширенного воспроизводства. Л., Наука, 1983, 185 с.

$R_+^n \to R_+$ istehsal funksiyası və B_t^k diaqonal matris vasitəsilə təsvir ediləcək. Bu matrisin diaqonal elementləri $v_t^{ki} \in [0,1]$ $(i = \overline{1,n})$ ədədlərindən ibarətdir.

Fərz edilir ki,

$$F_t^k(x) = \min_{i=\overline{1,n}} \frac{x^i}{c_t^{ik}} \left(x \geq 0,\ c_t^{ij} \geq 0, i,j = \overline{1,n},\ \ t = 0,1,\dots\right).$$

Beləliklə, əgər k -cı sahə t anında x xammal resursuna malikdirsə, istehsal prosesindən sonra $t+1$ anında $B_t^k x$ xammal ehtiyatına və $F_t^k(x)$ miqdarda yeni istehsal olunmuş məhsula malik olacaq.

Aşağıdakı superxətti $(B \cdot F)_t^k : R_+^n \to R_+^n$ və $(B \cdot F)_t : (R_+^n)^n \to R_+^n$ operatorlarını daxil edək:

$$(BF)_t^k(x) = B_t^k \cdot x + \left(0,\dots,0,F_t^k(x),0,\dots,0\right), (x \in R_+^n) \qquad (22)$$

$$(BF)_t(x) = \sum_{k=1}^{n} (BF)_t^k(x^{k\cdot}) = \sum_{k=1}^{n} B_t^k \cdot x^{k\cdot} + \left(F_t^1(x^{1\cdot}),\dots,F_t^n(x^{n\cdot})\right),$$

$$(x = (x^{1\cdot},\dots,x^{n\cdot}) \in (B_t^n)^n)$$

$$a_t(x) = \left(0,(BF)_t(X)\right), (x \in (R_+^n)^n) \qquad (23)$$

inikası ilə təyin olunmuş modeli Z-lə işarə edək.

Qeyd edək ki, k -cı sahənin istehsal inikası a_t^k t anında aşağıdakı kimidir:

$$a_t^k(x) = \left(0,(BF)_t^k(X)\right)(x \in R_+^n).$$

Dördüncü fəslin ikinci paraqrafı iqtisadi dinamika modellərinin trayektoriyalarının tarazlıq mexanizmlərinin köməyi ilə qurulmasına həsr edilib. Fərz edək ki, hər hansı t anında B^k matrisi və $F^k(x) = \min_{i=\overline{1,n}} \frac{x^i}{c^{ik}} (k = \overline{1,n})$ funksiyaları verilib. $\ell = (\ell^1,\dots,\ell^n)$ ilə t anında qiymətlər vektorunu işarə edək. Bu qiymətlər və $x = (x^{1\cdot},\dots,x^{n\cdot})$ resurslar vektoru daxilində sahələrin məcmu sərvətini t anında

$$U^k(\ell,x) = \max\{[\ell,y] | y \in a^k(x)\} =$$

$$= [\ell, B^k x] + \ell^k F^k(x), \qquad (k = \overline{1,n}), \qquad (24)$$

ilə işarə edək. Adətən bu funksiyaya sahələrin faydalılıq funksiyası da deyilir. Tutaq ki, $\Lambda = (\lambda^1, \dots, \lambda^n)$, haradakı, λ^k -sahələr üzrə verilmiş büdcələr, y isə paylanan resurslardır. Aşağıdakı qeyd olunmuş büdcəli

$$M = \{y, U(\ell), \Lambda\}$$

tarazlıq modelinə baxaq.

Tutaq ki, t anında iqtisadiyyatın vəziyyəti, yəni $x_t = (x_t^{1\cdot}, \dots, x_t^{n\cdot})$ məlumdur. Bu verilənə görə $t+1$ anında bölünməli olan $y_{t+1} = (y_{t+1}^1, \dots, y_{t+1}^n)$ vektorunu müəyyən edirik.

Burada

$$y_{t+1}^i = \sum v_t^{ki} x_t^{ki} + F_t^i\left(x_t^{i\cdot}\right)(i = \overline{1,n}).$$

Aşağıdakı kimi təyin edilən

$$\mu^k(\ell, x) = \frac{U^k(\ell, x)}{[P, x]}, \qquad k = \overline{1,n}, \;\; x \in R_+^n \qquad (25)$$

kəmiyyətinə k-cı sahənin x vəziyyətində məcmu sərvətin artım tempi deyilir.

Bu paraqrada eyni zamanda istehlakçı məsələsinin təsviri verilir.

Tutaq ki, t anında a istehsal inikası verilib:

$$a(x) = \{\tilde{x} = (\tilde{x}^{1\cdot}, \dots, \tilde{x}^{n\cdot}) \in (R_+^n)^n |$$
$$0 \le \sum_{i=1}^n \tilde{x}^{i\cdot} \le \sum_{i=1}^n B^k \tilde{x}^{k\cdot} + \left(F^1(x^{1\cdot}), \dots, F^n(x^{n\cdot})\right),$$
$$x^{k\cdot} = (x^{k1}, \dots, x^{kn}), \;\; k = \overline{1,n}\}. \qquad (26)$$

Fərz edək ki, $\tilde{x}^{k\cdot}$ vektoru k -cı istehlakçı məsələsinin həllidir:

$$U^k(\ell, x) \to max, \quad x \in \tilde{V} = \{x \ge 0, \;\; [P, x] \le 1, k \in I\}. \qquad (27)$$

Onda $x^{k\cdot}$ tarazlıq vektoru aşağıdakı kimidir:

$$x^{k\cdot} = \lambda^k \cdot \tilde{x}^{k\cdot}(k \in I).$$

Məsələ belə qoyulur: v^{ki}, c^{ik} və y verilənlərinin M modeli mövcuddursa, onu təyin etməli, yəni $\exists \ell^i$ və $\lambda^i, i \in I$ yığımını tapmalı ki, bu yığım $\{y, \; U(\ell), \; \Lambda\}$ modeli üçün tarazlıq vəziyyəti olmuş olsun. Bu $2n$ sayda məchula malik məsələdir. Fərz edək ki, $x \in R_+^n$ və aşağıdakı işarələmələri daxil edək:

$$I_1(x) = \left\{i \in I \middle| x^i = 0\right\},$$

$$I_2(x) = \{i \in I | x^i > 0\}, \qquad (28)$$

$$R^k(x) = \left\{ i \in I \,\middle|\, \frac{x^i}{c^{ik}} = \min_{j \in I} \frac{x^j}{c^{jk}} \right\}, (k \in I),$$

$$Q^k(x) = I | R^k(x), (k \in I).$$

Lemma 4.2.1. Tutaq ki, $\bar{x}$ $k-cı$ $(k \in I)$ İstehlakçı məsələsinin həllidir. Əgər $I_1(\bar{x}) \neq \emptyset$ olarsa, onda $I_1(\bar{x}) \subset R^k(\bar{x})$.

k-cı sahənin faydalılıq funksiyası aşagıdakı kimidir

$$U^k(\ell, x) = \sum_{j \in I} \ell^j \cdot v^{kj} \cdot x^j + \ell^k \min_{j \in I} \frac{x^j}{c^{jk}}, \quad (k \in I),$$

harada ki, $\ell = (\ell^1, \dots, \ell^n)$ verilmiş qiymət vektorudur.

$$\ell_v^k = (\ell^1 \cdot v^{k1}, \dots, \ell^n \cdot v^{kn}), \;\; k \in I$$

vektorunu daxil edək.

Bu halda $U^k(\ell, x)$ aşağıdakı şəkli alacaq:

$$U^k(\bar{x}) = U^k(\ell, \bar{x}) = [\ell_v^k, \bar{x}] + \ell^k \min_{j \in I} \frac{\bar{x}^j}{c^{jk}}, \quad (k \in I).$$

k-ci istehlakçı məsələsini öyrənmək üçün ekstremum ücün zruri və kafi şərti tətbiq edək: verilmiş $\bar{x}$ nöqtəsində maksimum o zaman və ancaq o zaman alınır ki,

$$(U^k)'(\bar{x}, g) \leq 0, \qquad \forall\, g \in G_{\bar{x}}(V) (k \in I),$$

ödənilsin. Burada $G_{\bar{x}}(V)$ konusu belə təyin edilir:

$$G_{\bar{x}}(V) \;\; = \{g \in R^n | [P, g] = 0, \;\; g^i \geq 0, \;\; \forall\, i \in I_1(\bar{x})\}.$$

Məlumdur ki,

$$(U^k)'(\bar{x}, g) = q^k(g),$$

harada ki,

$$q^k(g) = [\ell_v^k, g] + \ell^k \cdot \min_{j \in R^k(\bar{x})} \frac{g^j}{c^{jk}}, \quad g \in R^n.$$

Aşagıdakı işarələməni daxıl edək:

$$\tilde{q}^k(g) = \ell^k \cdot \min_{j \in R^k(\bar{x})} \frac{g^j}{c^{jk}}, \qquad (k \in I).$$

Beləliklə, əgər $\bar{x}$ nöqtəsində maksimum alınırsa, o zaman

$$q^k(g) \leq 0, \;\; \forall\, g \in G_{\bar{x}}(V) =$$

$$= \{g \in R^n | [P, g] = 0, \;\; g^i \geq 0, \;\; \forall\, i \in I_1(\bar{x})\},$$

burada $I_1(\bar{x})$ çoxluqu (28) düsturu ilə müəyyən edilir.

Lemma 4.2.2.Aşağıdakı şərtlər ekvivalentdir:

1. $q^k(g) \leq 0, ,\forall\, g \in \Omega$;
2. $\exists\, \mu^k > 0, ,\mu^k \cdot P \in \partial q^k$

harada ki, ∂q^k q^k funksionalının superdiferensialıdır.

Lemma 4.2.3. Yuxarıda müəyyən edilmiş $q^k(g)(g \in R^n)$ funksiyanın superdiferensialı aşağıdakı kimidir:

$$\partial q^k = \ell_v^k + \partial \bar{q}^k, \quad (k \in I),$$

harada ki, $\ell_v^k = (\ell^1 \cdot v^{k1}, \dots, \ell^n \cdot v^{kn})$,

$$\tilde{q}^k(g) = \ell^k \cdot \min_{j \in R^k(\bar{x})} \frac{g^i}{c^{ik}},$$

və

$$\partial \tilde{q}^k = \left\{ f = \ell^k \cdot (f^1, \dots, f^n) \;\middle|\; \exists\, \alpha^i \geq 0, \sum_{j \in R^k(\bar{x})} \alpha^i = 1, \right.$$
$$\left. f^i = \frac{\alpha^i}{c^{ik}}, \;\; i \in R^k(\bar{x}), \;\; f^i = 0, \;\; i \in Q^k(\bar{x}) \right\}, \quad (k \in I).$$

Lemma 4.2.4. Lemma 4.2.2-də müəyyən edilmiş $\mu^k (k \in I)$ ədədi

$$\mu^k = \frac{\ell^k + \sum_{i \in R^k(\bar{x})} \ell^i \cdot v^{ki} \cdot c^{ik}}{\sum_{i \in R^k(\bar{x})} P^i \cdot c^{ik}} (k \in I)$$

kimi müəyyən edilir.

Teorem 4.2.1. Tutaq ki, $p = (p^1, \dots, p^n)$ ciddi müsbət vektoru, $k \in I$ indeksi verilib və μ^k ədədi lemma 4.2.4.-dəki kimi təyin olunub. Onda $I_1(x) = \emptyset$ şərtini ödəyən $\tilde{x}$ vektoru k -cı istehlakçı məsələsinin o zaman həlli olacaq ki,

$$1. \quad \begin{cases} \ell^i \cdot v^{ki} = \mu^k \cdot p^i, \;\; \forall\, i \in Q(\bar{x}), \\ \ell^j \cdot v^{kj} \leq \mu^k \cdot p, \;\; \forall\, j \in R^k(\bar{x}), \end{cases}$$

$$2. \quad p \in \frac{1}{\mu^k} \cdot (\ell_v^k + \partial \tilde{q}^k),$$

harada ki, ℓ_v^k, $\partial \tilde{q}^k$-lar lemma 4.2.3-də təyin olunub.

Qeyd. Əgər $R^k(\bar{x}) = I = \{1, 2, \dots, n\}$ isə,onda yuxarıda müəyyən edilmiş μ^k ədədi $k-$ ci sənayenin ümumi sərvətinin maksimum artım sürətidir.

Təklif 4.2.1. İxtiyari $m \in I$ ücün

1. $q^k(g) \leq 0$ bütün $g \in G_{\bar{x}}(V)$,

$$2.\ q_m^k(\tilde{g}) \leq 0 \text{ bütün } \tilde{g} \in T_m$$

ekvivalentdirlər.

Teorem 4.2.2. Tutaq ki, ciddi müsbət $P = (P^1, \dots, P^n)$ vektoru verılib

1. Əgər $\bar{x}$ vektoru

$$I_1(\bar{x}) \neq \emptyset$$

şərtini ödəyirsə və istehlakçı məsələsində maksimum nöqtəsidirsə, onda $m \in Q^k(\bar{x})$ üçün aşağıdakı münasibətlər dogrudur:

$$\begin{cases} \dfrac{\ell^i}{P^i} v^{ki} \leq \dfrac{\ell^m}{P^m} v^{km}, & \forall\, i \in R^k(\bar{x}), \\ \dfrac{\ell^j}{P^j} v^{ki} = \dfrac{\ell^m}{P^m} v^{km}, & \forall\, j \in Q^k(\bar{x}) \end{cases} \qquad (*)$$

$m \in R^k(\bar{x})$ üçün aşagıdakı münasibətlər dogrudur:

$$\begin{cases} \dfrac{\ell^i}{P^i} v^{ki} \leq \dfrac{\ell^j}{P^j} v^{kj}, & \forall\, i \in R^k(\bar{x}),\ j \in Q^k(\bar{x}) \\ \dfrac{\ell^j}{P^j} v^{ki} = \dfrac{\ell^m}{P^m} v^{km}, & \forall\, i \in R^k(\bar{x}). \end{cases} \qquad (**)$$

2.Tutaq ki, $I_1(\bar{x}) \neq \emptyset$ və müəyyən $m -$ lər üçün (*) və ya (**) şərtləri ödənılır, onda $\bar{x}$ vektoru k -ci istehlakçı məsələsinin həllidir.

Dördüncü fəslin üçüncü paraqrafında qeyd olunmuş büdcəli iqtisadi dinamika modellərində itkisiz tarazlıq məsələləri öyrənilir.

Fərz edək ki, $I = \{1, 2, \dots, n\}$ və x^k istehlakçı məsələsi üçün maksimum nöqtəsidir.

Tərif. Əgər $\forall k \in I$ üçün

$$R^k(\tilde{x}^{k\cdot}) = I$$

münasibəti ödənirsə, onda $\{P, \tilde{x}^{1\cdot}, \dots, \tilde{x}^{n\cdot}, \Lambda, y\}$ tarazlığı itkisiz tarazlıq adlanır.

Tərif. Yuxarıdakı tərifdə təyin olunmuş $P = (p^1, \dots, p^n)$ qiymətlər vektoruna itkisiz tarazlıq qiymətləri deyilir.

İtkisiz istehlakçı məsələsini nəzərdən keçirək. Məlumdur ki, $\bar{x}$ nöqtəsi k -cı istehlakçı msələsində yalnız və yalnız o halda maksimum nöqtəsi olacaq ki,

$$(U^k)'(\bar{x}, g) \leq 0 \quad \text{bütün } g \in G_{\bar{x}}(V),$$

dogru olsun, harada ki,

$$G_{\bar{x}}(V) = \left\{ g \in R^n \middle| [P, g] = 0,\ g^i \geq 0,\ \forall\, i \in I_1(\bar{x}) \right\}.$$

Məlum olduğu kimi, $(U^k)'(\bar{x}, g) = q^k(g)$,
harada ki, $q^k(g) = [\ell_v^k, g] + \ell^k \cdot \min\limits_{j \in R^k(\bar{x})} \frac{g^i}{c^{ik}} (k \in I)$.

Onda itkisiz halda $\bar{x}$ -nin optimal həll olması üçün zəruri və kafi şərt aşagıdakı şəklə düşər:

$$q^k(g) = [\ell_v^k, g] + \ell^k \cdot \min_{j \in I} \frac{g^i}{c^{ik}} \leq 0, \quad \forall\, g \in \Omega =$$
$$= \{g \in R^n | [P, g] = 0\}.$$

Lemma 4.3.1. İtkisiz halda lemma 4.2.4-də müəyyən edilmiş μ^k $(k \in I)(R^k(\bar{x}) = I)$ ədədi k -ci sahənin məcmu sərvətinin maksimum artım tempi ilə üst-üstə düşür və

$$\mu^k = \frac{\ell^k + [\ell_v^k, c^{\cdot k}]}{[P, c^{\cdot k}]}, \qquad (k \in I),$$

harada ki, $\ell_v^k = (\ell^1 \cdot v^{k1}, \dots, \ell^n \cdot v^{kn})$.

Teorem 4.3.1. Fərz edək ki, ciddi müsbət $P = (p^1, \dots, p^n)$ vektoru, $k \in I$ indeksi və μ^k ədədi verilib. $\tilde{x}$ ədədi o zaman və ancaq o zaman

$$U^k(\ell, x) \to max, \;\; x \in V = \{x \geq 0 \,|[P, x] = 1\} \qquad (26)$$

məsələsinin

$$R^k(\tilde{x}) = I$$

şərtlərini ödəyən həlli olacaq ki,

1. $\ell^j \cdot v^{kj} \leq \mu^k \cdot p^j, \quad \forall\, j \in I,$
2. $p \in \frac{1}{\mu^k}(\ell_v^k + \partial \tilde{q}^k),$

münasibətləri ödənsin.

Qeyd. $\mu^k, (k \in I)$ nəzərə alınmaqla, Lemma 4.3.1-dəki bərabərliyi p itkisiz tarazlıq qiymət vektoruna nəzərən n xətti tənliklər sistemi kimi qəbul etmək olar:

$$[P, c^{\cdot k}] = \frac{1}{\mu^k} \cdot \left(\ell^k + \left[\ell_v^k, c^{\cdot k}\right]\right)(k \in I),$$

burada $c^{\cdot k} = (c^{1k}, \dots, c^{nk})$, $\ell_v^k = \left(\ell^1 \cdot v^{k1}, \dots, \ell^n \cdot v^{kn}\right)$ və əksinə, verilmiş p qiymətlərlə k-cı sənayenin ümumi sərvətinin μ^k maksimum artım tempi Lemma 4.3.1-dəki bərabərlikdən birqiymətli müəyyən edilir.

Lemma 4.3.2. Tutaq ki, $\ell^i > 0 \mu^k > 0 v^{ji} > 0 c^{ij} > 0 (i, j, k \in I)$ ədələri verilib və $(P, x^{1\cdot}, \dots, x^{n\cdot})$ vektoru U^j, $\lambda^j = [p, x^j], y = \sum_{i=1}^{n} x^{i\cdot}$ $(i \in I)$ modelinin itkisiz tarazlıq qiymətləridir. $\forall\, k \in I$ üçün (*) münasibəti o zaman və avcaq o zaman ödəniləcək ki,

$$\sum_{j \in I} \mu^j \left(v^{ji} + u^j c^{ij}\right) = 0, \quad \forall\, i \in I,$$

bərabərliyini ödəyən $v^{ji} \geq 0$, $u^j (i, j \in I)$-lər üçün

$$\sum_{j \in I} \left(\sum_{i \in I} v^{ji} \cdot \ell^i \cdot v^{ji} + u^j \left(\ell^j + \sum_{i \in I} \ell^i \cdot v^{ji} \cdot c^{ij} \right) \right) \leq 0.$$

bərabərsizliyi ödənilsin

Lemma 4.3.3. $v^{ji} \geq 0, c^{ji} \geq 0$ $(i, j \in I)$ ədədləri verilmişdir və c matrisinin determinantı $|c| \neq 0$. Aşağıdakı şərtlər ekvivalentdir:

1. $v^{ji} \geq 0$, $u^j (i, j \in I)$ ədədləri elədirlər ki, lemma 4.3.2 – nin şərtləri $\forall\, i, j \in I$ üçün ödənilir.

2. $\ell^i \mu^j (i, j \in I)$ ədədləri elədirlər ki, $\forall\, i, j \in I$ üçün $\ell^i \cdot v^{ji} + \frac{1}{|c|} \sum_{k \in I} (-1)^{i+k+1} \frac{\mu^j}{\mu^k} (\ell^k + \sum_{m \in I} \ell^m \cdot v^{km} \cdot c^{mk}) \left| c_i^k \right| \leq 0$, $\forall\, i, j \in I$ bərabərsizliyi ödənilir, harada ki, c_i^k $(n-1) \times (n-1)$ tərtibli matrisdir və c matrisindən $k - c$i sütunu və $i -$ ci sətri silməklə alınmışdır.

Teorem 4.3.4. Fərz edək ki, $v^{ji} \geq 0, c^{ij} > 0$ $(i, j \in I)$ ədədləri elədirlər ki, $\max\limits_{j \in I} v^{ji} > 0$, $|c| \neq 0$. Verilmiş v^{ji}, c^{ij} və bəzi $\ell^i > 0$, $(i \in I) \mu^j > 0, (j \in I) -$ lər üçün itkisiz tarazlıq qiymətləri o zaman və ancaq o zaman mövcuddurlar ki, Lemma 4.3.3-ün 2-ci bəndi ödənilsin və bu halda $\mu^k (k \in I)$ ədələri və P qiymətləri

$$\mu^k [P, c^{\cdot k}] = \ell^k + [\ell_v^k, c^{\cdot k}] (k \in I),$$

bərabərliyi ilə baglıdırlar, harada ki, $c^{\cdot k} = (c^{1k}, \dots, c^{nk}) \ell_v^k = (\ell^1 \cdot v^{k1}, \dots, \ell^n \cdot v^{kn})$.

Aşagıdakı ədədləri

$$d_i^{kj} = \begin{cases} \ell^i v^{ji} + (-1)^{i+j+1} \dfrac{|c_i^j|}{|c|} \left(\ell^j + \sum\limits_{m \in I} \ell^m \cdot v^{jm} \cdot c^{mj} \right), \\ \text{əgər } k = j \ (i,j,k \in I) \ olarsa, \\ (-1)^{i+k+1} \dfrac{|c_i^k|}{|c|} \left(\ell^k + \sum\limits_{m \in I} \ell^m \cdot v^{km} \cdot c^{mk} \right), \\ \text{əgər } k \neq j \ olarsa, \end{cases}$$

və

$$\tilde{d}^{kj} = \begin{pmatrix} -d_1^{kj} \\ \vdots \\ \vdots \\ -d_n^{kj} \end{pmatrix} (k, j \in I).$$

vektorunu daxil edək.

Təklif 4.3.1. μ^j $(j \in I)$ ədədləri o zaman və ancaq o zaman vardırlar ki, elə $k_0 \in I$ indeksləri və β^k ədədləri olsun ki,

$$\beta^{k_0} > 0, \quad \sum_{k=1}^{n^2} \beta^k \tilde{d}^{kj} \geq 0 \quad (j \in I),$$

münasibəti dogru olsun.

Dördüncü fəslin dördüncü paraqrafı itkisiz tarazlıq mexanizminin köməyi ilə

$$a(x) = \{\tilde{x} = (\tilde{x}^{1\cdot}, \dots, \tilde{x}^{n\cdot}) \in (R_+^n)^n \left| \sum_{k \in I}^{n} x^{ki} \leq \right.$$

$$\leq \sum_{k \in I}^{n} v^{ki} x^{ki} + + \min_{j \in I} \frac{x^{ij}}{c^{ji}},$$

$$\left. x^k = (x^{k1}, \dots, x^{kn}), \quad k \in I, \ v^{ki} \in [0,1], c^{ij} > 0, \ (i,j \in I) \right\}$$

inikası ilə təyin olunmuş Z modelinin trayektoriyalarının qurulmasına həsr olunub.

Yada salaq ki, tarazlıq dedikdə $(P, x^{1\cdot}, \dots, x^{n\cdot}, y)$ yığımı başa düşülür və əgər tarazlıq varsa, onda $x^{k\cdot}$ vektoru hökmən $C^{\cdot k} (k \in I)$ vektoruna proporsional olacaqdır. Əgər $y \notin cone\{c^{\cdot i} | i \in I\}$ olarsa, onda tarazlıq yoxdur.

Buna görə də itkisiz tarazlıq qiymətlərinin varlığı üçün zəruri və kafi şərt tapılması zərurəti yaranır. Fan Tszi[3] teoreminə görə itkisiz tarazlıq qiymətlərinin qeyri varlıgı üçün zəruri şərti aşağıdakı kimi qoymaq olar:

Hansı ℓ^i, v^{ji}, c^{ij} –lərə nəzərən $v^{ji} > 0$ və $u^j (i, j \in I)$ tapmaq olar ki,

$$\sum_{j \in I} v^{ji} = -\sum_{j \in I} u^j c^{ij}, \qquad \forall\, i \in I$$

münasibəti ödənsin və onlar üçün aşagıdakı bərabərsizlik dogru olsun

$$\sum_{j \in I} \left(\sum_{i \in I} v^{ji} \ell^i v^{ji} + u^j \left(\ell^j + \sum_{i \in I} \ell^i v^{ji} c^{ij} \right) \right) > 0.$$

Aşağıdakı indekslər çoxluqlarını daxil edək:

$$J_1(i) = \left\{ j \in I \,\middle|\, v^{ji} = \max_{k \in I} v^{ki} \right\}, \quad \forall\, i \in I,$$

$$J_2(i) = \left\{ j \in I \,\middle|\, \ell^j + v^{ji} c^{ij} = \min_{k \in I} \left(\ell^k + v^{ki} c^{ik} \right) \right\}, \quad \forall\, i \in I.$$

Tutaq ki, $\ell = (\ell^1, \dots, \ell^n)$ vektorları normallaşdırılır:

$$\sum \ell^i = 1, \quad \ell^i > 0, \quad (i \in I).$$

Lemma 4.4.1. Tutaq ki, aşagıdakı şərtlər ödənilir

$$\sum \ell^i = 1, \quad \ell^i > 0, \quad (i \in I),$$

$$\frac{\max_{i \in I} v^{ji}}{|J_1(i)|} \cdot \sum_{j \in J_1(i)} c^{ij} > \min_{j \in I} \left(\ell^j + v^{ji} c^{ij} \right), \quad i \in I,$$

harada ki, $|J_1(i)|$ $J_1(i)$ indekslər çoxluğundakı elementlərin sayını göstərir. Onda elə $v^{ij} \geq 0$, $u^j (i, j \in I)$ ədədləri var ki, lemmanın şərtləri ödənilir.

Teorem 4.4.1. Tutaq ki, $v^{ji} > 0$, $\ell^i > 0$ $(i, j \in I)$ elədirlər ki, $\max v^{ji} > 0$, $\sum_{i \in I} \ell^i = 1$ və $\mu^j = 1$ $(j \in I)$. Əgər itkisiz tarazlıq qiymətləri verilmiş $v^{ji} > 0$, ℓ^i və $c^{ij} > 0 (i, j \in I)$ nəzərən varsa, onda aşağıdakı münasibət ödənilir:

---

[3] Фан Цзи. О системах линейных неравенств // В кн: Линейные неравенства и смежные вопросы. М., ИЛ, 1953, с.214-262.

$$\min_{j\in I}\left(\frac{\max\limits_{j\in I} v^{ji}}{|J_1(i)|}\sum_{j\in J_1(i)} c^{ij} - \min_{j\in I}\left(\ell^i + v^{ji}c^{ij}\right)\right) \leq 0.$$

Baxılan Neyman-Geyl tipli Z modeli üçün neyman tarazlıq vəziyyətini müəyyən edək. Qeyd edək ki, cırlaşmayan hal o deməkdir ki,

$$\alpha\sum_{k\in I}\tilde{x}^{ki} = \sum_{k\in I} v^{ki}\tilde{x}^{ki} + \min_{j\in I}\frac{\tilde{x}^{ij}}{c^{ji}}, \quad \forall\, i \in I. \qquad (30)$$

Teorem 4.4.2. (30) münasibətini ödəyən Neyman tarazlıq vəziyyəti itkisiz tarazlıq modelinin köməyi ilə $\ell = \frac{1}{\alpha}P$, $\mu^k = 1(k \in I)$ olduqda qurula bilər.

Dördüncü fəslin beşinci paraqrafında Z modelinin effektiv trayektoriyaları öyrənilir.

Tutaq ki, $x_t = (x_t^{1\cdot}, \dots, x_t^{n\cdot})$ bu modelin effektiv trayektoriyasıdır. Bu trayektoriya $L_t = (\ell_t^1, \dots, \ell_t^n)$ xarakteristikasına malikdir. Burada $\ell_t^{i\cdot} \in R_+^n$. Hesab etmək olar ki, $\ell_t^i > 0, \forall i, t,$ harada ki, ℓ_t^i t anında i-ci məhsulun qiymətidir. Aşağıdakı funksiyanı daxil edək:

$$U_t^k(\ell_{t+1}, x) = [\ell_{t+1}, B_t^k \cdot x] + \ell_{t+1}^k \cdot F_t^k(x). \qquad (31)$$

Qeyd edək ki,

$$\mu_t^k(x) = \frac{U_t^k(\ell_{t+1}, x)}{[\ell_t, x]}, \quad k \in I \qquad (32)$$

ədədi k-cı sahənin ℓ_{t+1} və ℓ_t qiymətlərində x vəziyyətinə nəzərən məcmu sərvətin artım tempidir.

Fərz edək ki,

$$R\left(\bar{x}_t^{k\cdot}\right) = I$$

ixtiyari k və t -lər üçün ödənilir. Bu halda tarazlıq vəziyyətinə itkisiz tarazlıq mexanizmi deyilir.

Z modelində o zaman itkisiz tarazlıq mexanizminin köməyi ilə $(x_t)_{t=1}^{\infty}$ trayektoriyasını qurmaq mümkündür ki, ixtiyari t anında x_t trayektoriyasını $\bar{x}_t^{k\cdot}$ vektorları $c^{\cdot k}$ $(k \in I)$ şəklində olan vektorların konik örtüyünə daxil olmuş olsun.

Fərz edək ki, $\tilde{x}$- neyman tarazlıq vektorudur.

Lemma 4.5.1. Tutaq ki, Z modelinin $(x_t)_{t=1}^{\infty}$ trayektoriyası aşağıdakı xüsusiyyətlərə malikdir: x_t vektoru $M = (\{y\}, U_t(\ell_{t+1}), \Lambda_t, V)$ modelində tarazlığın bir hissəsi kimi qurulur, burada $V = (R_+^n, \dots, R_+^n)$, $y = (BF)_{t-1}(x_{t-1})$ və büdcələr vektoru $\Lambda_t = (\lambda_t^1, \dots, \lambda_t^n)$ elə seçilir ki, artım sürəti $\mu_t^k = 1$, tarazlıq qiymətləri isə $\ell_t = (\ell_t^1, \dots, \ell_t^n)$ ilə üst-üstə düşsün;. λ_t^k büdcələri ℓ_t ilə $\lambda_t^k = [\ell_t, x_t^{k\cdot}]$ bərabərliklərlə baglıdır. Onda $L_t = (\ell_t, \dots, \ell_t)$ (x_t) tryektoriyasının xarakteristikasıdır.

Qeyd 1. (x_t) trayektoriyasının (L_t) $(L_t = (\ell_t, \dots, \ell_t))$ xarakteristikası

$$\beta_{t+1} = c_{t+1}^{-1}(E + c_t^v)\beta_t, \qquad t = 1, 2, \dots.$$

düsturundan istifadə edərək induktiv şəkildə qurulur, $\ell_{t+1} \gg 0$ və

$$x_t^{k\cdot} = \frac{\lambda_t^i}{[\ell_t, c_t^{\cdot k}]} \cdot c_t^{\cdot k}, \quad k \in I.$$

Qeyd 2. Başlanğıc ℓ vektoru ilə induktiv şəkildə qurulan (ℓ_t) ardıcıllıqı (x_t) trayektoriyasının xarakteristikası deyilsə, onda müəyyən $t-$lər üçün bərabərlik təmin edilmir:

$$(BF)_t(x_t) = \sum_{k=1}^{n} x_{t+1}^{i\cdot} = \sum_{k=1}^{n} \lambda_{t+1}^i \bar{x}_{t+1}, \quad t = 1, 2, \dots,$$

ya da

$$\ell_{t+1} \gg 0, \quad t = 1, 2, \dots$$

şərti pozulur.

Teorem 4.5.1. Tutaq ki, Z modelində ancaq bir fond yaradıcı sahə mövcuddur və v^i ədədləri elədir ki,

$$v^i < \frac{c^{1i}}{\sum_{k=2}^{n} c^{1k} \cdot c^{ki}}$$

Onda hec bir $x_1 \neq \lambda\ \bar{x}(\lambda \geq 0)$ başlanğıc vəziyətindən itkisiz tarazlıq mexanizminin köməyi ilə $(x_t)_{t=1}^{\infty}$ effektiv trayektoriyasını qurmaq mümkün deyil.

Bu fəslin altıncı paraqrafı təkrar istehsal modellərinin trayektoriyalarının asimptotik davranışına həsr edilmişdir.

Bu paraqrafda təkrar istehsal modellərinin öyrənilməsi üçün aşagıdakı modeldən istifadə olunur:

$$\mathfrak{M} = (\{y\}, U, \Lambda),$$

burada $y \gg 0$ ${R_+}^n$ konusunun elementləri , $U = (U^i, \dots, U^n)$, harada ki, U^i faydalılıq funksiyalarıdır və

$$U^i(\bar{f}, x^i) = [\bar{f}, B^i x^i] + \bar{f}^i F^i(x^i) \qquad (i = \overline{1,n}).$$

$(\rho, \bar{x}^1, \dots, \bar{x}^n)$ vektorlar çoxluğu o zaman $\mathfrak{M}$ modelində tarazlıq vəziyyəti yaradırki, $\bar{x}^i$ vektorları $[\rho, x^i] = \lambda_i, x^i \geq 0$ şərtlərini ödəyən

$$U^i(\bar{f}, x^i) \to \max \quad (i = \overline{1,n})$$

məsələsinin həlli olsun. Əlavə olaraq bu şərtlər ödənir:

$$\sum_i^n \bar{x}^i = y, \rho \geq 0.$$

Aşagıdakı kimi funksiya daxil edək: $(f, x^i) = \beta_i \nabla_x U^i(f, x^i)$. Məlum olduğu kimi $\tilde{X} = (\tilde{x}^1, \dots, \tilde{x}^n)$ tarazlıq vektoru $\Psi(f, X) = 0$ tənliyinin həllidir, burada $\Psi = (\psi_1, \dots, \psi_n)$ $({R_+}^n)^n -$ in öz-özünə inikasıdır və

$$\psi_i(X) = \tau_i(f, x^i) - \tau_{i+1}(f, x^{i+1}),$$

$$1 \leq i \leq n-1, \qquad \psi_n(X) = \sum_1^n x^i - y.$$

Modeldən istifadə edərək qurulan trayektoriyaların artım templərinin necə dəyişdiyini öyrənmək üçün $\Psi(f, X) = 0$ sistemini araşdıraq.

Aşağıdakı lemma doğrudur.

Lemma 4.6.1. $\Psi(f, x)$ funksiyası X -ə nəzərən diferensiallanandır. Bu halda o, aşağıdakı blok matrisi ilə üst-üstə düşür:

$$\begin{pmatrix} \beta_1(\bar{f}^1 + \Delta f^1)A_1 - \beta_2(\bar{f}^2 + \Delta f^2)A_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2(\bar{f}^2 + \Delta f^2)A_2 - \beta_3(\bar{f}^3 + \Delta f^3)A_3 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{n-1}(\bar{f}^{n-1} + \Delta f^{n-1}) - \beta_n(\bar{f}^n + \Delta f^n)A_n & \\ \mathrm{I} & \mathrm{I} & \mathrm{I} & \mathrm{I} & \mathrm{I} \end{pmatrix}$$

Burada $A_i = {\nabla_x}^2 \varphi_i(\tilde{x}^i)$ φ_i ş funksiyalarının ikinci tərtib xüsusi törəmələrindən düzəldilmiş matrisdir

Teorem 4.6.1. $i-$ci $(i=1,n-1)$ sənayenin vəziyyətinin dəyişmə sürəti y^i nisbətləri y^n vektorunun koordinatları vasitəsilə xətti olaraq ifadə edilir.

Teorem 4.6.2. Tutaq ki, $M^i = max\left\{\frac{x_1^i}{x_1^n}, \dots, \frac{x_n^i}{x_n^n}\right\}$. Əgər kifayət qədər kiçik $\Delta_i > 0$ varsa, və bütün $j=\overline{1,n}$ üçün aşağıdakı bərabərsizlik $\left|\frac{x_j^i}{x_j^n} - M^i\right| < \Delta_i$ doğrudursa, onda kiçik $\varepsilon_i > 0-$ lar üçün j $\left|y_k^i - \frac{a_{12}^n q_n}{a_{12}^i q_i} y_k^n\right| < \varepsilon_i$ $\quad (i=\overline{2,n-1}\ \ , k=\overline{1,n})$.

Nəticə. Teoremin şərtləri daxilində $a \le i \le n-1$ olduqda y^i vektorlarının koordinatlarının işarələri y^n vektorun koordinatlarının işarələri ilə üst-üstə düşür. y^1 vektorun koordinatları isə digər vektorların müvafiq koordinatlarının işarələrinin əksinə işarələrə malikdir.

Lemma 4.6.7. Belə bir matrisə baxaq :$C = \left(C_{ij}\right)_{i,j=1}^n$

$$C_{ij} = \begin{cases} \dfrac{(3-n)x_i^2}{x_1 x_2}, i=j, \\ \dfrac{x_i x_j}{x_1 x_2}, \quad i \ne j, \end{cases}$$

harada ki, x_i müsbət koordinatları olan vektordur. Onda müsbət $\mathcal{A} = C + \mu \mathrm{I}$ matrisi üçün, harada ki, $\mu = (n-3)\max\limits_{k=\overline{1,n}} \frac{x_k^2}{x_1 x_2}$ və $x_0 = (x_1 x_2, \dots, x_1 x_2)$,

$$\mathcal{A} x_0 \le \xi x_0$$

bərabərsizliyi ödənir.

Lemma 4.6.8. $n > 3$ olduqda $1 \le i \le n$ -lər üçün

$$\left\|C_i^{-1}\right\| \le \frac{\xi_i + \mu_i}{2(n-2)\left|q_i a_{12}^i\right|},$$

harada ki,

$$\mu_i = (n-3)\max_{k=\overline{1,n}} \frac{\left(x_k^i\right)^2}{x_1^i x_2^i}, \xi_i = \max_{k=\overline{1,n}} \sum_{j=1}^n \bar{a}_{kj}^i,$$

burada $\bar{a}_{kj}^i -$ lar Lemma 4.6.7-dəki $\mathcal{A}$ matrisinə oxşar şəkildə qurulmuş $\mathcal{A}^i$ matrislərinin elementləridir.

Teorem 4.6.4. y^k $(k=\overline{1,n})$ üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur

$$\|y^k\| \le \frac{\overline{L}^2}{\left(q_p a_{12}^p\right)^2}\|K^{-1}\|\{\beta_1\left\|\frac{\partial F^1}{\partial x^1}\right\| +$$

$$+\frac{\delta}{2}[k(k-1)+(n-k)(1+n-k)].$$

Beşinci fəsildə Z modelinin xüsusi halı - Z^2 iki sektorlu modelinə baxılır. Birinci sektor istehsal vasitələri istehsalı, ikinci sektor istehlak vasitələri istehsalı ilə məşğul olur. Tarazlıq mesanizmlərinin köməyi ilə bu modelin trayektoriyaları qurulur. Leontyev istehsal funksiyalarının doğurduğu tarazlıq mexanizmlərinin hansı şərtlər daxilində effektiv trayektoriyalar doğurduğu aydınlaşdırılır.

Beşinci fəslin birinci paraqrafında Z^2 modelinin təsviri verilir. $X_t=(X_t^1,X_t^2)\in(R_+^2)^2$ modelin vəziyyətini (burada $X_t^i=\left(K_t^i,L_t^i\right)$, K_t^i - əsas fondlar, L_t^i - işçi qüvvəsidir, $i=1,2$), i -ci sektorun t anında istehsal fəaliyyəti $F_t^i:\ R_+^2\to R_+$ istehsal funksiyaları və $v_t^i, 0\le v_t^i\le 1(i=1,2)$ qorunma əmsalları vasitəsilə təsvir olunur. Hesab edilir ki, $\omega_t>0$ əmək haqqı tarifi məlumdur və hər iki sektorda eynidir.

$X_t=(K_t^1,L_t^1,K_t^2,L_t^2)$ vəziyyətindən $X_{t+1}=(K_{t+1}^1,L_{t+1}^1,K_{t+1}^2,L_{t+1}^2)$ vəziyyətinə keçid aşağıdakı bərabərsizliklər vasitəsilə yerinə yetirilir:

$$\begin{cases} K_{t+1}^1+K_{t+1}^2\le v_t^1\cdot K_t^1+v_t^2\cdot K_t^2+F_t^1(K_t^1,L_t^1), \\ \omega_{t+1}(L_{t+1}^1+L_{t+1}^2)\le F_t^2(K_t^2,L_t^2), \\ K_t^i\ge 0,\quad L_t^i\ge 0,\quad (i=1,2). \end{cases}$$

harada ki,

$$F_t^i\left(K_t^i,L_t^i\right)=\min\left(\frac{K_t^{i,j}}{C_t^{i,j}},\ \frac{L_t^{i,j}}{C_t^{j,i}}\right),\quad (i,j=1,2),$$

$$C_t^{ji}>0,\ \ (i,j=1,2).$$

Aydındır ki, Z^2 modeli $n=2$ olduqda Z^n modeli ilə eynidir. Bu halda B_t^i matrisi

$$B_t^i=\begin{pmatrix} v_t^i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}(i=1,2)$$

şəklində olacaq:

$$B_t^i = \begin{pmatrix} v_t^i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} (i = 1, 2) .$$

Z^2modelinin tədqiqidə ən sadə superxətti a inikasından istifadə olunur:

$$a(K, L) =$$

$$= \left\{ (K', L') \middle| K' \geq 0, L' \geq 0, K' + \omega L' \leq vK + \min\left(\frac{K}{c^1}, \frac{L}{c^2}\right), (K, L \geq 0) \right\},$$

harada ki, $c^1 > 0$, $c^2 > 0$.

a inikası ilə müəyyən edilən Neyman-Geyl modelini $\tilde{Z} = (v, \omega, c^1, c^2)$ kimi təsvir edəcəyik.

$$f(\eta) = \min\left(\frac{\eta}{c^1}, \frac{1}{c^2}\right), \quad (\eta > 0)$$

funksiyasını və

$$\beta = \frac{c^1}{c^2} .$$

ədədini daxil edək.

Lemma 5.1.1. Tutaq ki,

$$g(\eta) = \frac{v\eta + f(\eta)}{\eta + \omega}, \quad (\eta > 0),$$

harada ki, v və ω bəzi sabitlərdir. Onda, əgər $v < \frac{1}{c^2}$ isə, onda g funksiyası $(0, +\infty)$ intervalında və yeganə $\bar{\eta} = \beta$ nöqtəsində maksimumu alır. Əgər $\omega \cdot v > \frac{1}{c^2}$, onda funksiya bu intervalda ciddi şəkildə artır. $\omega \cdot v = \frac{1}{c^2}$ halında, g funksiyası $(0, +\infty)$ intervaında, bütün $\bar{\eta} \geq \beta$ nöqtələrində maksimumuu alır və $\max\limits_{\eta > 0} g(\eta) = v$.

Təklif 5.1.1. $\tilde{Z} = (\omega, c^1, c^2, v)$ modelinə baxaq. Fərz edək ki $\bar{X} = (\bar{K}, \bar{L})$ elədir ki,

$$\max_{\substack{K \geq 0,\ L \geq 0 \\ K + \omega \cdot L \neq 0}} \frac{v \cdot K + \min\left(\frac{K}{c^1}, \frac{L}{c^2}\right)}{K + \omega \cdot L} = \frac{v \cdot \bar{K} + \min\left(\frac{\bar{K}}{c^1}, \frac{\bar{L}}{c^2}\right)}{\bar{K} + \omega \cdot \bar{L}}$$

və $\bar{K} + \omega \cdot \bar{L} = 1$. $\bar{p} = (1, \omega)$ götürək. Onda $\left(\alpha\left(\tilde{Z}\right), \bar{x}, \bar{p}\right)$ üçlüyü (ω, v, c^1, c^2) modelinin tarazlıq halıdır və

1. əgər $\omega v < \frac{1}{c^2}$, onda $\bar{K} = \frac{c^1}{c^1 + \omega \cdot c^2}$, $\bar{L} = \frac{c^2}{c^1 + \omega \cdot c^2}$,

2. əgər $\omega v = \frac{1}{c^2}$, onda $\frac{\overline{K}}{\overline{L}} > \frac{c^1}{c^2}$,

3. əgər $\omega v > \frac{1}{c^2}$, onda $\overline{K} = 1, \overline{L} = 0$.

Beşinci fəslin ikinci paraqrafında Z^2 modelinin stasionar halına baxılır: $v_t^i = v^i$, $\omega_t = \omega$, $c_t^{ij} = c^{ij}$ $\forall t = 0, 1, \dots, (i, j = 1, 2)$. Bu halda Z^2modeli Neyman-Geyl modelinə çevrilir və aşağıdakı inikasla müəyyən olunur:

$$a(K_1, L_1, K_2, L_2) = \{(K_1^1, L_1^1, K_2^1, L_2^1) |\ 0 \le K_1^1 + K_2^1 \le$$
$$\le v^1 K_1 + v^2 K_2 + \min\left(\frac{K_1}{c^{11}}, \frac{L_1}{c^{21}}\right), \qquad (33)$$
$$0 \le \omega(L_1^1 + L_2^1) \le \min\left(\frac{K_2}{c^{12}}, \frac{L_2}{c^{22}}\right), \quad K_i \ge 0,$$
$$L_i \ \ge 0, \qquad (i = 1, 2)\Big\}.$$

Hər hansı $b > 0$ üçün

$$(v^1, b\omega, c^{11}, c^{21}), \quad \left(v^2, b\omega, \frac{1}{b}c^{12}, \frac{1}{b}c^{22}\right) \qquad (34)$$

yığımları və

$$\beta^1 = \frac{c^{11}}{c^{21}}, \qquad \beta^1 = \frac{c^{12}}{c^{22}} \qquad (35)$$

ədədləri ilə təyin olunmuş modelləri $Z_1(b)$ və $Z_2(b)$ ilə işarə edək.

Hər bir (34) yığımına lemma 5.1.1-lə müəyyən edilmiş $\alpha_i(b)$ və $\bar{\eta}^i$ədədlərini qarşı qoyaq:

$$\bar{\eta}^1 = \beta^1, \quad \alpha_1(b) = \frac{1 + v^1 c^{11}}{c^{11} + b\omega c^{21}},$$
$$\bar{\eta}^2 = \beta^2, \quad \alpha_2(b) = \frac{b + v^2 c^{12}}{c^{12} + b\omega c^{22}}.$$

Lemma 5.2.1. Tutaq ki,

$$v^2 - v^1 < \frac{1}{c^{11}}, \qquad \beta^1 \ne \beta^2. \qquad (36)$$

Onda $b = V(b)$ tənliyi, harada ki,

$$V(b) = (1 + v^1 c^{11}) \frac{c^{12} + b\omega c^{22}}{c^{11} + b\omega c^{21}} - v^2 c^{12},$$

yeganə müsbət $\bar{b}$ həllinə malikdir. Bu halda $b < V(b)$ bərabərsizliyi $0 < b < \bar{b}$ münasibəti ilə ekvivalentdir.

Teorem 5.2.1. Fərz edək ki, $\omega v^2 < \frac{1}{c^{22}}$ və (36) münasibəti ödənir. Onda $\alpha = \alpha_1(\bar{b}) = \alpha_2(\bar{b})$ ədədi $\bar{Z}_2$ modelinin Neyman artım tempi, $\bar{p} = (1, \bar{b} \cdot \omega, 1, \bar{b} \cdot \omega)$ funksionalı Neyman tarazlıq qiymətləri olacaq. $x = (\bar{K}^1, \bar{L}^1, \bar{K}^2, \bar{L}^2)$ Neyman tarazlıq vektoru aşağıdakı münasibətlə təyin olunur:

$$\frac{\bar{K}^1}{\bar{L}^1} = \beta^1, \quad \frac{\bar{K}^2}{\bar{L}^2} = \beta^2, \quad \frac{\bar{L}^1}{\bar{L}^2} = \frac{\left(\frac{1}{c^{22}} - \omega v^2\right)}{\left(\bar{b} + v^2 c^{12}\right)\omega}.$$

§3.1-də müzakirə olunan trayektoriyaların qurulması üçün tarazlıq mexanizmini $\tilde{Z}_2$ modelinə tətbiq edək. Fərz edək ki, $\ell = (\ell^1, \ell^2), \ell^1 > 0, \ell^2 > 0$ və $\ell^1 = 1, \ell^2 = b$. Onda $\ell = (1, b\omega)$. Məcmu sərvətlər funksiyasını daxil edək:

$$U^1(\ell, x) = v^1 K + \min\left(\frac{K}{c^{11}}, \frac{L}{c^{21}}\right),$$

$$U^2(\ell, x) = v^2 K + \min\left(\frac{K}{c^{12}}, \frac{L}{c^{22}}\right).$$

Tutaq ki, $y = (K, L)$ resurslar vektoru, λ^1 və λ^2 – verilmiş büdcələrdir. $U^1, U^2, \lambda^1, \lambda^2, (K, L)$ kəmiyyətləri ilə təyin olunan sabit büdcələri olan tarazlıq modelini nəzərdən keçirək. Tutaq ki,

$$p = (p^1, p^2), \ \beta = \frac{K}{L}, \quad \beta^1 = \frac{c^{11}}{c^{21}},$$

$$\beta^2 = \frac{c^{11}}{c^{22}}, \quad u^1 = \frac{1}{v^1 c^{21}}, \quad u^2 = \frac{b}{v^2 c^{22}}.$$

Xatırladaq ki, (p, x^1, x^2) vektoru M modelində tarazlıq vəziyyətidir:

$$x^1 + x^2 = y,$$

x^i vektoru isə $U^i(\ell, x) \to max$, $x \geq 0[p, x^i] \leq \lambda^i (i = 1,2)$ məsələsinin həllidir.

Təklif 5.2.3. Tutaq k**i**, $p = (p^1, p^2)$ verilmiş qiymətlərdir. Onda

1) əgər ;$p^1 = 0, p^2 > 0$, onda $p = (p^1, p^2)$ tarazlıq vəziyyəti mövcud deyildir;

2) əgər $p^2 = 0, p^1 > 0$, onda (p, x^1, x^2) , harada ki,

$$p^1 = \frac{1}{\beta \mathcal{L}}(\lambda^1 + \lambda^2), \quad p^2 = 0, \quad x^1 = \frac{\lambda^1}{p^1}\left(1, \frac{1}{\beta^1}\right),$$

$$x^2 = \frac{\lambda^2}{p^2}\left(1, \frac{1}{\beta^2}\right),$$

o zaman tarazlıq vəziyyəti olacaq ki,

$$\mu > 0 \quad \text{и} \quad \beta = \beta^1 = \beta^2$$

ödənilsin.

Təklif 5.2.4. Tutaq ki, $u^2 \leq \frac{p^2}{p^1} \leq u^1, (p^1 > 0,\ p^2 > 0)$. Onda (p, x^1, x^2) o zaman və ancaq o zaman tarazlıq halı olacaq ki,

1) $x^1 = \frac{\lambda^1}{p^1\beta^1 + p^2}(\beta^1, 1), \quad x^2 = \frac{\lambda^2}{p^1}(1, 0),$

$$p^1 = \frac{\lambda^2}{(\beta - \beta^1)\mathcal{L}}, \quad p^2 = \frac{1}{\mathcal{L}}\left(\lambda^1 - \frac{\lambda^2 \cdot \beta^1}{\beta - \beta^1}\right),$$

2) $\beta > \beta^1, \quad \vartheta_1(\beta) < \mu < \vartheta_2(\beta).$

Burada

$$\vartheta_1(\beta) = \frac{\beta^1 + u^2}{\beta - \beta^1}, \quad \vartheta_2(\beta) = \frac{\beta^1 + u^1}{\beta - \beta^1}.$$

Təklif 5.2.5. Tutaq ki, $u^1, u^2, \beta^1, \beta^2$ ədədləri teorem 5.2.1.-dəki kimi təyin olunub. Onda (p, x^1, x^2) vektoru o zaman və yalnız o zaman tarazlıq vəziyyəti olacaq ki,

1) $x^1 = \frac{\lambda^1}{p^2}(1, 0), \quad x^2 = \frac{\lambda^2}{p^1\beta^2 + p^2}(\beta^2, 1),$

$$p^1 = \frac{\lambda^1}{(\beta - \beta^2)\mathcal{L}}, \quad p^2 = \frac{1}{\mathcal{L}}\left(\lambda^2 - \frac{\lambda^1 \cdot \beta^2}{\beta - \beta^2}\right),$$

2) $\beta > \beta^2, \quad \vartheta_3(\beta) < \mu < \vartheta_4(\beta).$

Burada

$$\vartheta_3(\beta) = \frac{\beta - \beta^2}{\beta^2 + u^2}, \quad \vartheta_4(\beta) = \frac{\beta - \beta^2}{\beta^2 + u^1}.$$

Təklif 5.2.6. Tutaq ki, $u^1, u^2, \beta, \beta^1, \beta^2$ ədədləri teorem 5.2.1-dəki kimi təyin edilib. Onda (p, x^1, x^2) vektoru o zaman və ancaq o zaman tarazlıq halı olacaq ki, aşagıdakılar ödənilsın:

$$x^1 = \frac{\lambda^1}{p^1\beta^1 + p^2}(\beta^1, 1), \quad x^2 = \frac{\lambda^2}{p^1\beta^2 + p^2}(\beta^2, 1),$$

$$p^1 = \frac{1}{\mathcal{L}}\left(\frac{\lambda^1}{\beta - \beta^2} - \frac{\lambda^2}{\beta^1 - \beta}\right), \quad p^2 = \frac{1}{\mathcal{L}}\left(\frac{\lambda^2\beta^1}{\beta^1 - \beta} - \frac{\lambda^1 \cdot \beta^2}{\beta - \beta^2}\right),$$

və iki şərtdən biri yerinə yetirilir:

$$\vartheta_5(\beta) < \mu < \vartheta_6(\beta)\,, \quad \beta^2 < \beta < \beta^1, \qquad \text{olduqda}$$

və ya

$$\vartheta_6(\beta) < \mu < \vartheta_5(\beta)\,, \quad \beta^1 < \beta < \beta^2, \quad \text{olduqda,}$$

harada ki,

$$\vartheta_5(\beta) = \frac{\beta - \beta^2}{\beta^1 - \beta} \cdot \frac{\beta^1 + \min(u^1, u^2)}{\beta^2 + \min(u^1, u^2)},$$

$$\vartheta_6(\beta) = \frac{\beta - \beta^2}{\beta^1 - \beta} \cdot \frac{\beta^1}{\beta^2}.$$

Təklif 5.2.7. Tutaq ki, $p^2 = 0$ və $\beta, \beta^1, \beta^2, u^1, u^2$, parametrləri teorem 5.2.1-dəki kimi təyin olunub. Onda (p, x^1, x^2) vektoru o zaman və ancaq o zaman yarımtarazlıq halı olacaq ki, aşagıdakılar ödənsin

$$p^1 = \frac{1}{\beta\mathcal{L}} \cdot (\lambda^1 + \lambda^2), \qquad p^2 = 0,$$

$$x^1 = (K^1, L^1): \quad K^1 = \frac{\lambda^1}{p^1}, \qquad L^1 \geq \frac{\lambda^1}{p^1 \cdot \beta^1},$$

$$x^2 = (K^2, L^2): \quad K^2 = \frac{\lambda^2}{p^1}, \qquad L^2 \geq \frac{\lambda^2}{p^1 \cdot \beta^2}$$

və aşağıdakı şərtlərdən biri yerinə yetirilir:

$$\mu > 0\,, \qquad \beta < \min(\beta^1, \beta^2) \text{ olduqda;}$$

$$\mu \geq \vartheta_6(\beta), \qquad \beta^2 < \beta < \beta^1 \text{ olduqda;}$$

$$\mu \leq \vartheta_6(\beta), \qquad \beta^1 < \beta < \beta^2 \text{ olduqda;}$$

harada ki,

$$\mu = \frac{\lambda^1}{\lambda^2}, \quad \vartheta_6(\beta) = \frac{\beta - \beta^2}{\beta^1 - \beta} \cdot \frac{\beta^1}{\beta^2}.$$

Teorem 5.2.3. M modeli yalnız $\tilde{E}^1, \tilde{E}^2, \widetilde{E}^3, \widetilde{E}^4, \widetilde{E}^5$ tipli yarımtarazlıq hallarına malik ola bilər, və $\widetilde{E}^1$ tipli yarımtarazlığa yalnız və yalnız o halda malik olar ki,

$$\beta < \min(u^1, u^2)\,, \quad \mu > 0,$$

və ya

$$\beta^2 < \beta < \beta^1, \quad \mu \geq \frac{\beta - \beta^2}{\beta^1 - \beta} \cdot \frac{\beta^1}{\beta^2}$$

və ya

$$\beta^1 < \beta < \beta^2, \quad \mu \leq \frac{\beta^2 - \beta}{\beta - \beta^1} \cdot \frac{\beta^1}{\beta^2},$$

harada ki, $\beta = \frac{\mathcal{K}}{\tilde{\mathcal{L}}}$;

$\tilde{E}^2$ yarı tarazlıq yalnız və yalnız o halda həyata keçirilir

$$\tilde{\beta} > \beta^1, \qquad \frac{\beta^1 + u^2}{\tilde{\beta} - \beta^1} < \mu < \frac{\beta^1 + u^1}{\tilde{\beta} - \beta^1},$$

harada ki, $\tilde{\beta} = \frac{\mathcal{K}}{\tilde{\mathcal{L}}} \tilde{\mathcal{L}} \leq \mathcal{L}$;

$\tilde{E}^3$ yarı tarazlıq yalnız və yalnız o halda həyata keçirilir

$$\tilde{\beta} > \beta^2, \qquad \frac{\tilde{\beta} - \beta^2}{\beta^2 + u^2} < \mu < \frac{\tilde{\beta} - \beta^2}{\beta^2 + u^1},$$

harada ki, $\tilde{\beta} = \frac{\mathcal{K}}{\tilde{\mathcal{L}}} \tilde{\mathcal{L}} \leq \mathcal{L}$;

$\tilde{E}^4$ yarı tarazlıq yalnız və yalnız o halda həyata keçirilir ki,

$$\beta^2 < \tilde{\beta} < \beta^1,$$

$$\frac{\tilde{\beta} - \beta^2}{\beta^1 - \tilde{\beta}} \cdot \frac{\beta^1 + \min(u^1, u^2)}{\beta^2 + \min(u^1, u^2)} < \mu < \frac{\tilde{\beta} - \beta^2}{\beta^1 - \tilde{\beta}} \cdot \frac{\beta^1}{\beta^2}$$

və ya

$$\beta^1 < \tilde{\beta} < \beta^2,$$

$$\frac{\beta^2 - \tilde{\beta}}{\tilde{\beta} - \beta^1} \cdot \frac{\beta^1}{\beta^2} < \mu < \frac{\beta^2 - \tilde{\beta}}{\tilde{\beta} - \beta^1} \cdot \frac{\beta^1 + \min(u^1, u^2)}{\beta^2 + \min(u^1, u^2)},$$

harada ki, $\tilde{\beta} = \frac{\mathcal{K}}{\tilde{\mathcal{L}}} \tilde{\mathcal{L}} \leq \mathcal{L}$;

$\tilde{E}^5$ yarı tarazlıq o halda reallaşır ki,

$$\beta > 0 \mu > 0,$$

harada ki,

$$\beta = \frac{\mathcal{K}}{\tilde{\mathcal{L}}}.$$

Teorem 5.2.4. Model yalnız $x^1 = \frac{\lambda^1}{p^1}\left(1, \frac{1}{\beta^1}\right)$ və $x^2 = \frac{\lambda^2}{p^1}\left(1, \frac{1}{\beta^2}\right)$ tipli yarımmüvazinətlərə malik ola bilər. Bu halda, yarı tarazlıq halı

$$p^1 = \frac{1}{\beta \mathcal{L}} \cdot (\lambda^1 + \lambda^2), \qquad p^2 = 0$$

yalnız və yalnız o halda həyata keçirilir ki,

$$\beta = \beta^1 = \beta^2, \quad \mu > 0,$$

harada ki, $\beta = \frac{\mathcal{K}}{\mathcal{L}}$;

$\tilde{\tilde{E}}^2 = (p, x^1, x^2)$ yarımtarazlıq halı, burada

$$x^1 = \frac{\lambda^1}{p^1\beta^1 + p^2}(\beta^1, 1), \qquad x^2 = \frac{\lambda^2}{p^1}(1, 0),$$

$$p^1 = \frac{\lambda^2\tilde{\tilde{\beta}}}{\tilde{\mathcal{K}}\left(\tilde{\tilde{\beta}} - \beta^1\right)}, \qquad p^2 = \frac{\tilde{\tilde{\beta}}}{\tilde{\mathcal{K}}}\left(\lambda^1 - \frac{\lambda^2\beta^1}{\tilde{\tilde{\beta}} - \beta^1}\right)$$

yalnız və yalnız o halda olur ki,

$$\mu = \frac{\lambda^1}{\lambda^2}, \quad \vartheta_6(\beta) = \frac{\beta - \beta^2}{\beta^1 - \beta} \cdot \frac{\beta^1}{\beta^2}.$$

,

harada ki, $\tilde{\tilde{\beta}} = \frac{\tilde{\mathcal{K}}}{\mathcal{L}}\tilde{\mathcal{K}} \leq \mathcal{K}$;

$\tilde{\tilde{E}}^3 = (p, x^1, x^2)$ yarımtarazlıq halı, burada

$$x^1 = \frac{\lambda^1}{p^1}(1, 0), \qquad x^2 = \frac{\lambda^2}{p^1\beta^2 + p^2}(\beta^2, 1),$$

$$p^1 = \frac{\lambda^1\tilde{\tilde{\beta}}}{\tilde{\mathcal{K}}\left(\tilde{\tilde{\beta}} - \beta^2\right)}, \qquad p^2 = \frac{\tilde{\tilde{\beta}}}{\tilde{\mathcal{K}}}\left(\lambda^2 - \frac{\lambda^1\beta^2}{\tilde{\tilde{\beta}} - \beta^2}\right)$$

yalnız və yalnız o halda həyata keçirilir ki,

$$\tilde{\tilde{\beta}} > \beta^2, \qquad \frac{\tilde{\tilde{\beta}} - \beta^2}{\beta^2 + u^2} \leq \mu \leq \frac{\tilde{\tilde{\beta}} - \beta^2}{\beta^2 + u^1},$$

harada ki, $\tilde{\tilde{\beta}} = \frac{\tilde{\mathcal{K}}}{\mathcal{L}}\tilde{\mathcal{K}} \leq \mathcal{K}$;

$\tilde{\tilde{E}}^4 = (p, x^1, x^2)$ yarımtarazlıq halı, burada

$$x^1 = \frac{\lambda^1}{p^1\beta^1 + p^2}(\beta^1, 1), \qquad x^2 = \frac{\lambda^2}{p^1\beta^2 + p^2}(\beta^2, 1),$$

$$p^1 = \frac{\tilde{\tilde{\beta}}}{\tilde{\mathcal{K}}}\left(\frac{\lambda^1}{\tilde{\tilde{\beta}} - \beta^2} - \frac{\lambda^2}{\beta^1 - \tilde{\tilde{\beta}}}\right), \qquad p^2 = \frac{\tilde{\tilde{\beta}}}{\tilde{\mathcal{K}}}\left(\frac{\lambda^2\beta^1}{\beta^1 - \tilde{\tilde{\beta}}} - \frac{\lambda^1\beta^2}{\tilde{\tilde{\beta}} - \beta^2}\right)$$

yalnız və yalnız o halda həyata keçirilir ki,

$$\beta^2 < \tilde{\tilde{\beta}} < \beta^1,$$

$$\frac{\tilde{\tilde{\beta}}-\beta^2}{\beta^1-\tilde{\tilde{\beta}}}\cdot\frac{\beta^1+\min(u^1,u^2)}{\beta^2+\min(u^1,u^2)}\le\mu\le\frac{\tilde{\tilde{\beta}}-\beta^2}{\beta^1-\tilde{\tilde{\beta}}}\cdot\frac{\beta^1}{\beta^2},$$

əgər

$$\beta^1<\tilde{\tilde{\beta}}<\beta^2,$$

$$\frac{\beta^2-\tilde{\tilde{\beta}}}{\tilde{\tilde{\beta}}-\beta^1}\cdot\frac{\beta^1}{\beta^2}\le\mu\le\frac{\tilde{\tilde{\beta}}-\beta^2}{\beta^1-\tilde{\tilde{\beta}}}\cdot\frac{\beta^1+\min(u^1,u^2)}{\beta^2+\min(u^1,u^2)},$$

harada ki, $\tilde{\tilde{\beta}}=\frac{\tilde{\mathcal{K}}}{\mathcal{L}}\tilde{\mathcal{K}}\le\mathcal{K}$.

Beşinci fəslin üçüncü paraqrafında Z^2 modelinin effektiv trayektoriyaları öyrənilir.

$x_t=(K_t^1,L_t^1,K_t^2,L_t^2)$ vektorları ciddi müsbət olan $(x_t)_{t=0}^{\infty}$ trayektoriyasına baxaq $\left(K_t^i>0,\ L_t^i>0,\ i=1{,}2\right)$. Qeyd edək ki, $(x_t)_{t=0}^{\infty}$ trayektoriyası o zaman optimal (effektiv) trayektoriya adlanır ki, o $(\overline{\ell_t})$ xarakteristikasına malik olsun.

Fərz edək ki, $(x_t)_{t=0}^{\infty}$ trayektoriyası xarakteristikaya malikdir. Onda elə $b_t^1\ge 0,\ b_t^2\ge 0$ ədədləri tapılar ki,

$$\overline{\ell_t}=(b_t^1,\ b_t^2,\ b_t^1,\ b_t^2).$$

Tutaq ki, $\ell_t^{\Delta}=(b_t^1,b_t^2)$, $\overline{\ell_t}=\left(\ell_t^{\Delta},\ell_t^{\Delta}\right)$, yəni məhsulun qiyməti baxıldığı vektordan asılı deyil. Fərz edək ki, $\forall t$ üçün $b_t^1\ge 0$ və ℓ_t^{Δ} vektorunu aşağıdakı kimi yazaq:

$$\ell_t^{\Delta}=b_t^1\ell_t\,,\ell_t=(1,\ \ b_t\omega_t). \tag{37}$$

Aşağıdakı funksiyalara baxaq:

$$U_t^1(\ell_{t+1},\ \ x)=v_t^1K+\min\left(\frac{K}{c_t^{11}},\frac{L}{c_t^{21}}\right),$$

$$U_t^2(\ell_{t+1},\ \ x)=v_t^2K+b_{t+1}\min\left(\frac{K}{c_t^{12}},\frac{L}{c_t^{22}}\right).$$

harada ki, $c_t^{ij}>0\ (i,j=1,2;\quad t=0,1,2,\dots)$ verilmiş ədədlərdir.

Teorem 5.3.1. Fərz edək ki, $(x_t)_{t=0}^{\infty}$ Z^2 modelinin $(\overline{\ell_t})$ xarakteristikasına malik trayektoriyasıdır. Tutaq ki, $K_t^i>0,\ \ L_t^i>0(i=1,2)$ və b_t ədədləri yuxarıdakı kimi təyin olunub. Onda

$$b_{t+1}=V_t(b_t).$$

Lemma 5.3.1. Əgər hər hansı t zaman anında $b_t = 0$ olarsa, $\tau = t, t-1, \dots, 0$ əvvəlki zaman anları üçün $b_\tau = 0$ olar.

İndi isə $\{b_t\}$ ardıcıllığının $\left(b_{t+1} = V_t(b_t)\right)$ yığılması məsələsinə baxaq:

$$d_t^1 = V_t(0), \qquad d_t^2 = \lim_{t\to\infty} V_t(b)$$

işarə edək.

Lemma 5.3.2. Əgər bütün $t = 0, 1, 2, \dots$ üçün

$$v_t^2 - v_t^1 < \frac{1}{c_t^{11}}, \beta_t^1 > \beta_t^2, d_t^2 \le c_2 = const$$

isə, onda $\{b_t\}$ ardıcıllığı 0 və ∞ arasında olacaq.

Teorem 5.3.2. Tutaq ki, lemma 5.3.2-nin şərtləri və (37) şərti ödənilir. Onda $\{b_t\}$ ardıcıllığı $\bar{b}$ -ə yığılır, harada ki, $\bar{b}$ lemma 5.2.1-də təyin olunub.

Beşinci fəsilin sonrakı paraqraflarında əvvəlki baxılan modellərə oxşar modellərə baxılır, lakin istehsal funksiyaları olaraq ixtiyari istehsal funksiyaları götürülür. Göstərilir ki, ikiməhsullu modellərdə elə qiymətlər mövcuddur ki, bu qiymətlər sektorların balanslaşdırılmış artımını təmin edir. Eyni zamanda çırlaşmayan hal üçün Neyman üzlərinin təsviri verilir.

V fəslin dördüncü paraqrafında iqtisadi dinamiknın ikisektorlu modelinə baxılır. Birinci sektor istehsal vasitələri, ikinci sektor istehlak predmetləri istehsal edir.

İki sektorlu Z modeli $a(x)$ istehsal inikasından istifadə etməklə müəyyən edilir:

$$a(K_1, L_1, K_2, L_2) = \{(K_1', L_1', K_2', L_2') | K_1' \le v_1 K_1 + F_1(K_1, L_1)u_1,$$
$$K_2' \le v_2 K_2 + F_1(K_1, L_1)u_2, \;\; u_1 + u_2 \le 1, \;\; L_1' \le F_2(K_2, L_2)v_1,$$
$$L_2' \le F_2(K_2, L_2)v_2, \quad \omega_1 v_1 + \omega_2 v_2 \le 1\}.$$

İstehsal funksiyasının konusda verildiyi və orada qeyri-mənfi və superxətti olduğu fərz edilir. Bundan başqa, $F_i(K, 0) = F_i(0, L) = 0$. Bu fərziyyələrə əsasən, $a(x)$ inikası superxəttidir və buna görə də Z Neyman-Geyl modelidir.

Aşağıdakı işarələmələri daxil edək:

$$f_i(\eta) = F_i(\eta, 1), \quad (i = 1, 2),$$
$$\eta = \frac{K}{L}, p = (p^{11}, \;\; p^{12}\omega_1, \;\; p^{21}, \;\; p^{22}\omega_2),$$

harada ki, p^{1i} – birinci və ikinci sektorda fond vahidlərinin qiymətini göstərir $(i = 1, 2)$. Eyni qayda ilə p^{i2}-lər təyin edilir $(i = 1, 2)$. İkisektorlu Z modelini tədqiq etmək üçün bizə birməhsullu Z_1 və Z_2 modelləri lazım olacaq. Bu modellər -də təyin olunmuş və çoxqiymətli istehsal inikasları vasıtəsı ilə aşagıdakı kimi verilir:

$$a_1(K_1, L_1) = \{(K_1', L_1') | 0 \le K_1' \le v_1 K_1' + u_1,\ \ u_1 \ge 0,$$

$$u_1 + \widetilde{\omega}_1 L_1' \le \tilde{F}_1(K_1, L_1),$$

$$\widetilde{\omega}_1 = \frac{p^{12}}{p^{11}}\omega_1,\ \ \tilde{F}_1(K_1, L_1) = \max\left(1, \frac{p^{21}}{p^{11}}\right) F_1(K_1, L_1)\Bigg\};$$

$$a_2(K_2, L_2) = \{(K_2', L_2') | 0 \le K_2' \le v_2 K_2 + u_2,\ \ u_2 \ge 0,$$

$$u_2 + \widetilde{\omega}_2 L_2' \le \tilde{F}_2(K_2, L_2),$$

$$\widetilde{\omega}_2 = \frac{p^{22}}{p^{21}}\omega_2,\ \ \tilde{F}_2(K_2, L_2) = \max\left(\frac{p^{12}}{p^{21}}, \frac{p^{22}}{p^{21}}\right) F_2(K_2, L_2)\Bigg\}$$

$\overline{\omega}_i v_i \le \bar{s}_i$, haradakı $\bar{s}_i = \lim\limits_{\eta \to +\infty} f_i(\eta)$, $f_i(\eta) = \bar{F}_i(\eta, 1)$, olduqda $Z_i (i = 1, 2)$ modellərinə baxaq. Göstərmək olar ki, bu modellərin Neyman artım templəri aşağıdakı düsturlarla hesablanır:

$$\alpha_i = \max_{K,L>0} \frac{v_i K + F_i(K, L)}{\eta + \overline{\omega}_i L} = \max_{\eta>0} \frac{v_i \eta + \bar{f}_i(\eta)}{\eta + \overline{\omega}_i} \qquad (38)$$

Lemma 5.4.1. Tutaq ki, $p = (p^{11},\ p^{12}\omega_1,\ p^{21},\ p^{22}\omega_2)$ qiymətlər vektoru, $a(x)$ isə Z modelinin istehsal inikasıdır. Onda $x = (K_1, L_1, K_2, L_2)$ üçün aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$\max[p, y] = p^{11} v_1 K_1 + p^{21} v_2 K_2 + \max(p^{11}, p^{21})\, F_1(K_1, L_1) +$$
$$+ \max(p^{12}, p^{22})\, F_2(K_2, L_2)$$

Təklif 5.4.1. Aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$\alpha = \max(\alpha_1, \alpha_2)$$

haradakı, $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$ uyğun olaraq, Z, Z_1, Z_2 modellərinin Neyman artım templəridir.

Teorem 5.4.1. Tutaq ki, $\bar{x} = (\bar{K}_1, \bar{L}_1, \bar{K}_2, \bar{L}_2)$tarazlıq vektorudur, $p = (p^{11},\ p^{12}\omega_1,\ p^{21},\ p^{22}\omega_2)$ tarazlıq qiymətləridir $(p^{11} >$

$0,\ p^{21} > 0)$, $\alpha > 0$ – Neyman artım tempidir və $\overline{K}_i + \omega_i \overline{L}_i = 1$, $(i = 1, 2)$, $\omega_i v_i \leq \mathcal{s}_i$, $\mathcal{s}_i = \lim\limits_{\eta \to +\infty} f_i(\eta_i)$.

Onda

1) əgər $\alpha_1 > \alpha_2$, $p^{22} > 0$isə, Z modelinin tarazlıq vektoru $\bar{x} = (1, 0, 0, 0)$ kimidir və $\bar{x}_1 = (1, 0)$ vektoru Z_1 modelinin tarazlıq vektorudur.

2) əgər $\alpha_2 > \alpha_1$, $p^{12} > 0$ isə, onda $\bar{x} = (0, 0, 1, 0)$ və $\bar{x}_2 = (1, 0)$ Z_2 modelinin tarazlıq vektorudur.

3) əgər $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$ isə onda $\bar{x} = (\overline{K}_1, \overline{L}_1, \overline{K}_2, \overline{L}_2)$ tarazlıq vektoru

$$\frac{\overline{K}_i}{\overline{L}_i} = \bar{\eta}_i, \quad \frac{\overline{L}_1}{\overline{L}_2} = \frac{(\alpha - v_2)\bar{\eta}_2}{\alpha \omega_1}$$

münasibətləri vasitəsilə müəyyən olunur, harada ki, $\bar{\eta}_i$ (35) münasibətinə maksimum verən nöqtədir.

Bu halda $p = (1, b\omega_1, 1, b\omega_2)$ şəklində Neyman qiymətləri vardır və b ədədi $\alpha_1(b) = \alpha_2(b)$ tənliyinin köküdür.

Beşinci fəsilin beşinci paraqrafında cırlaşmayan Neyman tarazlığı tədqiq olunur. Neyman tarazlığı onunla xarakterizə olunur ki, $\alpha_1(p) = \alpha_2(p)$, haradaki,

$$\alpha_1(p) = g(b_1, c),$$
$$\alpha_2(p) = h(b_2, d),$$

burada b_1, b_2, c və d ədədləri §5.1.-də təyin edilib.

Elə $p = (p^{11},\ p^{12}\omega_1,\ p^{21},\ p^{22}\omega_2)$, $(p^{11} > 0,\ p^{21} > 0)$ qiymətlərinə baxılır ki, $\alpha_1(p) = \alpha_2(p)$ münasibəti ödənsin. Bu münasibəti ödəyən p qiymətlərini tapaq. Yeni dəyişənlər daxil edək:

$$q_1 = \frac{p^{12}}{p^{11}}, \quad q_2 = \frac{p^{22}}{p^{21}}, q_3 = \frac{p^{12}}{p^{21}}$$

və aşağıdakı funksiyalara baxaq:

$\beta_1(q) = g(b_1, c)$, harada ki, $b_1 = q_1$, $c = \max\left(1, \frac{q_1}{q_3}\right)$,

$\beta_2(q) = h(b_2, d)$, harada ki, $b_2 = q_2$, $d = \max(q_3, q_2)$.

$c = h(q_3)$ götürək. Burada $h(q_3) = h(q_2, q_3)$.

Teorem 5.5.1. Tutaq ki, $\omega_i v_i < \mathcal{s}_i (i = 1, 2)$.

1) (q_1, q_3) nöqtələr çoxluğu $\beta_1(q_1, q_3) \geq c$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğudur.

2) əgər $(q_1, q_3)\beta_1(q_1, q_3) > c$ ciddi bərabərsizliyini ödəyirsə, onda q_2-nin elə iki qiyməti var ki,

$$\beta_1(q_1, q_3) = \beta_2(q_2, q_3)$$

münasibəti ödənir.

3) əgər (q_1, q_3) $\beta_1(q_1, q_3) = c$ bərabərliyini ödəyirsə, onda yeganə $q_1 = q_3$ Neyman qiymətləri həlli var.

Qeyd. Hər bir q_3 üçün

$$\beta_2(q_2, q_3) = \beta_1(q_1, q_3)$$

tənliyinə belə $q_1 -$ lər üçün baxmaq məqsədəuyğundur ki, $\beta_1(q_1, q_3) = a \geq d(q_3)$.. Çünki, $\inf d(q_3) = v_1 < c$ oldugundan, belə q_1, q_3 var. Bu (q_1, q_3) üçün tənliyin həlli olan elə bir q_2 yoxdur.

Əgər $\beta_1(q_1, q_3) = a = c$ olarsa, onda tənliyin q_2 yeganə həlli var. Bu halda $p = (p^{11}, p^{12}\omega_1, p^{21}, p^{22}\omega_2)$ Neyman qiymətləridir, burada $q_1 = \frac{p^{12}}{p^{11}} q_2 = \frac{p^{22}}{p^{21}} q_3 = \frac{p^{12}}{p^{21}}$ və $\beta_1(q_1, q_3) = a > c$ olarsa, onda tənliyin iki q_2 həlli var. Yuxarıda göstərilənlərə əsasən, iki qiymətə malik olduğu üçün $q = (q_1, q_2, q_3)$ vektorunun koordinatlarından birini digər ikisi ilə ifadə edəcək elə bir funksiyanın olmadığını görürük.

Beşinci fəsilin altıncı paraqrafı neyman üzlərinə həsr olunub, bu o deməkdir ki, bizi ancaq cırlaşmayan həll maraqlandıracaq, yəni $\alpha_1 = \alpha_2$ halı.

Məlum olduğu kimi

$$N_\alpha = K \cap H_p$$

çoxluğu, harada ki, $H_p = \{(x, y) | [p, y] = \alpha[p, x]\}$, p - Neyman qiymətləridir, bu tarazlıq vəziyyətinin Neyman üzü adlanır. Burada K – modelin konusudur. Z modeli üçün N_α neyman üzünü quraq. Tutaq ki,

$$x = (K_1, L_1, K_2, L_2), \;\; p = (p^{11}, p^{12}\omega_1, p^{21}, p^{22}\omega_2) = \\ = (1, b\omega_1, 1, b\omega_2)$$

Neyman qiymətləridir. Tərifə görə

$$N_\alpha = \{(x, y) \in Z \,|[p, y] = \alpha[p, x]\}$$

Teorem 5.6.1. Tutaq ki, $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$, $p = (1, b\omega_1, 1, b\omega_2)$ – neyman qiymətləridir. Onda Neyman üzü aşağıdakı kimidir:

$$N_\alpha = \left\{(x,y)\middle| \begin{matrix} x = \left(\lambda(\bar{K}_1, \bar{L}_1),\ \ \mu(\bar{K}_2, \bar{L}_2)\right), \\ \forall\ y \in \bar{a}(x),\ \ \lambda \geq 0,\ \ \mu \geq 0 \end{matrix}\right\}.$$

Altıncı fəsildə Neyman tipli istehsalın və mübadilənin iqtisadi dinamikasının qraflar nəzəriyyəsinin köməyi ilə qurulmuş modelləri araşdırılır. Model qrafla müəyyən edilir ki, onun hər bir təpəsi hansısa istehsal vahidinin texnoloji imkanlarını təsvir edən bəzi superxətti çoxqiymətli $a_i: R_+^n \to \pi(R_+^n)$ inikasları ilə əlaqələndirilir. Qrafın təpələri arasında qövslərin mövcudluğu məhsulların bir təpədən digər təpəyə daşınmasının mümkünlüyü deməkdir. İkili model hesablanır və onun köməyi ilə optimal trayektoriyaların xarakteristikaları tapılır.

Birinci paraqrafda sonlu sayda istehsal vahidlərindən ibarət $s_i, i = \overline{1,m}$ iqtisadi sistemin zamana görə davranışını təsvir edən .S iqtisadi dinamika modeli araşdırılır. Nəqliyyat xərcləri nəzərə alınmayan hala baxılır. Hər bir istehsal vahidi $a_i: R_+^n \to \pi(R_+^n)$ superxətti çoxqiymətli inikas ilə təsvir edilmiş Neumann-Gale modeli ilə müəyyən edilir. Buna görə də, faza sahəsinin bütün modellər üçün eyni olduğu qəbul edilir. Bu istehsal bölmələrinin bəziləri arasında məhsul mübadiləsinə icazə verilir. Modeli rəsmi şəkildə təsvir etmək üçün $P(J,Q)$ qrafi daxil edilir, burada $P(J,Q)$ halqasiz qraf, J təpələr çoxluğu və Q J -un öz-özünə çoxqiymətli inikasıdır.. Daha dəqiq desək, $Q(j)$ elə) $k \in J$ təpələr çoxluğudur ki, j təpəsindən $k-$ ya qövs mövcuddur və əksinə, $Q^{-1}(j)$ k təpəsindən j təpəsinə olan qövslər çoxluğudur. Təpədən təpəyə doğru qövs dedikdə, nizamlanmış (j,k) cütləri başa düşülür. Bir qövsün olması daşınma imkanı deməkdir. S modeli və s_i modelləri eyni məhsullarla məşğul olur, lakin qrafın müxtəlif təpələrinə uyğun gələn məhsulları ayırd etmək daha rahatdır.

Bu baxımdan, modelin faza sahəsinin $(R_+^n)^m$ konusu ilə üst-üstə düşdüyünü fərz edəcəyik. Onda $(x_1, \dots, x_m) \in (R_+^n)^m$ $x_i \in R_+^n$ elementi istehsal sahəsində mövcud olan məhsullar toplusu kimi şərh olunur. İstehsal və mübadiləni təsvir edən A və B inikasları müəyyən edilir:

$$A(X) = \{Y | Y = (y_1, \dots, y_m), y_i \in a_i(x_i), i = \overline{1,m}\},$$

$$B(Y)=\left\{Z|Z=(z_1,\dots,z_m),z_i=y_i+\sum_{j\in Q(i)}u_{ji}-\sum_{k\in Q^{-1}(i)}u_{ik},\right.$$

$$\left.u_{ij}\geq 0,\sum_{k\in Q^{-1}(i)}u_{ik}\leq y_i\right\}.$$

u_{ji} vektoru, (j,i) qövsü ilə daşınan məhsulları təsvir edir. A və B. inikasların superxətti olduğunu yoxlamaq asandır. Baxılan $M\in R_+^n\times R_+^n$ modelinin ikili Neyman modeli varsa, ikili model aşağıdakı kimi müəyyən edilir:

$$M'=\{(f,g)\in(R_+^n)^*\times(R_+^n)^*|[f,x]\geq[g,y]\ \text{ bütün } (x,y)\in M\}.$$

İkili S modelin təsvirini aşagıdakı kimi verək. Bu məqsədlə biz müvafiq olaraq A' və B' ikili inikasları təsvir edək. Bundan sonra biz $(R_+^n)^m$ konusunu K ilə işarə edəcəyik. Onda $K^*=((R_+^n)^m)^*$. K və K^* konuslarının elementlərini böyük hərflərlə, bu elementlərin i -ci amil üzrə proyeksiyalarını isə müvafiq kiçik hərflərlə $i$indeksi ilə işarə edəcəyik. Beləliklə, əgər $X\in K$ isə, onda $X=(x_1,\dots,x_m)$. $F\in K^*$ funksionalının $X\in K$ elementinə təsirini$[F,X]$-lə işarə edəcəyik. Başqa sözlə

$$[F,X]=\sum_i[f_i,x_i].$$

Təklif 6.1.1. Aşagıdakı bərabərlik dogrudur

$$A'(F)=\{G\in K^*|g_i\in a_i'(f_i),i=\overline{1,m}\},F\in K^*.$$

Lemma 6.1.1. Əgər $H\in K^*,Z\in B(Y)$ isə, harada ki,

$$z_i=y_i+\sum_{j\in Q(i)}u_{ji}-\sum_{k\in Q^{-1}(i)}u_{ik},$$

onda

$$[H,Z]=\sum_i[h_i,y_i]+\sum_{i=1}^{m}\sum_{k\in Q^{-1}(i)}[h_k-h_i,u_{ik}].$$

Təklif 6.1.3. Tutaq ki, $H\in B'(G),\bar{Z}\in B(\bar{Y})$, harada ki,

$$\bar{z}_i=\bar{y}_i+\sum_{j\in Q(i)}\bar{u}_{ji}-\sum_{k\in Q^{-1}(i)}\bar{u}_{ik},i=\overline{1,m}.$$

$[H,\bar{Z}] = [G,\bar{Y}\,]$ bərabərliyi yalnız və yalnız o halda müküdür ki,

$$\left[g_i - h_i, \bar{y}_i - \sum_{k\in Q^{-1}(i)} \bar{u}_{ik}\right] = 0, [g_i - h_k, \bar{u}_{ik}] = 0, (i,k) \in Q.$$

Alınan nəticələri teorem şəklində verək:

Teorem 6.1.1. Qiymət vektorunun trayektoriyanın xarakteristik qiymətləri olması üçün aşağıdakı şərtlərin yerinə yetirilməsi zəruri və kafidir:

$$g_i(t) \in a_i'\big(f_i(t-1)\big),$$
$$[f_i(t-1), x_i(t-1)] = [g_i(t), y_i(t)], i = \overline{1,m},$$
$$g_l(t) f_j(t), j \in Q^{-1}(l) \cup \{l\} \left[f_i(t) - g_i(t), \bar{y}_i(t) - \sum_{k\in Q(i)} \bar{u}_{ik}(t)\right] =$$
$$= 0, i = \overline{1,m},$$
$$[f_i(t) - g_k(t), \bar{u}_{ik}(t)] = 0, \qquad (i,k) \in Q, t = \overline{1,T}.$$

Teorem 6.1.2. Fərz edək ki, $(\alpha, \bar{X}, F)$ üçlüyü S modelinin tarazlıq vəziyyətidir və $\bar{u}_{ji}$ elementləri və g_l funksionalları aşagıdakı kimi təyin olunurlar:

$$\bar{y}_i(x) \in a_i(\bar{x}_i), \sum_{k\in Q^{-1}(i)} u_{ik} \le \bar{y}_i, i = \overline{1,m},$$

$$g_l(t) \in a_l'(f_l), \;\; l = \overline{1,m}, \;\; \frac{1}{\alpha} f_j \le g_l, \;\; j \in Q^{-1}(l) \cup \{l\}.$$

Onda $\left[g_i - \frac{1}{\alpha} f_i, \bar{x}_i\right] = 0, i = \overline{1,m},$

$$\left[g_i - \frac{1}{\alpha} f_i, \bar{u}_{ji}\right] = 0, j \in Q(i), i = \overline{1,m},$$
$$\left[f_i, \bar{u}_{ji}\right] = \left[f_j, \bar{u}_{ji}\right], j \in Q(i), i = \overline{1,m}.$$

Təklif 6.1.4. Tutaq ki, $Q = (g^1, g^2, \dots, g^m) \in (R_+^n)^m$. Onda aşağıdakı işarələmələri daxil edək. Tutaq ki,

$$H = (h^1, \dots, h^m) \in (R_+^n)^m;$$
$$q^i(H) = Sup_{i\in G(j)}\left((c^{ji})T^* h^i\right).$$

Burada supremum $(c^{ji})^{*}h$ vektorlarının supremumu koordinatlar üzrə hesablanır (*-matris transpozisiyasının işarəsi). K(H)= $(q^1(H), \dots \dots q^m(H))$ götürək.

$$A^{*}(Q) = \{F = (f^1, \dots, f^m) \in (R_+^n)^m | f_i \in (a^i)^{*}(g^i)\}.$$

Altıncı fəslin ikinci paraqrafında nəqliyyat xərcləri nəzərə alınmaqla qraf üzrə istehsal və mübadilə modelləri nəzərdən keçirilir. Belə modellərin effektiv trayektoriyaları öyrənilir. Bu zaman ən sadə tarazlıq mexanizmlərindən istifadə edilir.

Baxılan sistemdə mübadilə əlaqəsini təsvir edən inikaslar belə verilir:

$$\mathrm{B}(Y) = \left\{ Z = (Z^1, \dots, Z^m) | Z^k = \sum_{j \in \Gamma^{-1}(k)} C^{jk} u^{jk}, \right.$$
$$k = 1,2, \dots, m; \;\; u^{ij} \geq 0, \text{ bütün } (i,j) \in \Gamma,$$
$$\left. \sum_{j \in \Gamma(i)} u^{ij} = y^i, \qquad i = 1,2, \dots, m \right\}.$$

Sistemin bütün İstehsal imkanları $(R_+^n)^m$ konusunda müəyyən edilmiş A inikası ilə verilir. Əgər, $x = (x^1, \dots, x^m) \in (R_+^n)^m$isə, onda

$$A(x) = a^1(x^1) \times a^2(x^2) \times \dots \times a^m(x^m),$$

başqa sözlə,

$$A(x) = \{y = (y^1, \dots, y^1) | y^i \in a^i(x^i), i = \overline{1,m}\}.$$

Bütün sistemin fəaliyyəti istehsal və mübadilədən ibarətdir. Əvvəlcə istehsal fəaliyyəti, sonra isə mübadilə nəzərə alınarsa, sistemin fəaliyyət $a = B \circ A$ ilə

$$a(x) = \bigcup_{y \in A(x)} B(y), \;\; x \in (R_+^n)^m,$$

əgər əvvəlcə mübadilə, sonra isə istehsal baş verirsə, onda fəaliyyət $b = A \circ B$ münasibətləri ilə verilir

$$b(y) = \bigcup_{z \in B(y)} A(z), \;\; y \in (R_+^n)^m.$$

Təbii fərziyyələrə əsasən, F mənada optimal trayektoriya xarakteristikaya malikdir, yəni elə $F_0, F_1, \dots, F_T$, ardıcıllıqı mövcuddur ki,

$$[F_0, X_0] = \cdots = [F_T, X_T] \quad , [F_0, \tilde{X}_0] \geq \cdots \geq [F_T, \tilde{X}_T]$$

münasibtləri dogru olsun.

Aşağıdakı ifadələr doğrudur.

Təklif 6.2.2. Tutaq ki, $H = (h^1, \dots . h^m) \in (R_+^n)^m$, onda

$B^*(H) = K(H) + (R_+^n)^m$, başqa sözlə,

$B^*(H) = \{Q = (g^1, \dots . g^m) | g^k \geq q^k(H), k = \overline{1, m}\}$,

$[F, X_T] = \max[F, \tilde{X}_T]$.

Təklif 6.2.3. Tutaq ki, $\bar{Z} \in B(\bar{Y})\bar{Z} = (\bar{z}^1, \bar{z}^2, \dots \bar{z}^m)$ $\bar{Y} = (\bar{y}^1, \bar{y}^2, \dots \bar{y}^m)$ və $\overline{u}^{ji}(i, j \in G)$ elementləri elədir ki,

$$\bar{y}^j = \sum_{i \in G(j)} \bar{u}^{ji}, \ \bar{z}^i = \sum_{j \in G^{-1}(k)} C^{ji} \bar{u}^{ji}.$$

Bundan əlavə, $Q \in B^*(H)$, burada $Q = (g^1, \dots . g^m)$, $H = (h^1, \dots . h^m)$. Onda [H , $\bar{Z}$]= $[Q, \bar{Y}]$ bərabərliyi yalnız və yalnız o halda mümkündür ki,

$$[q^i - (C^{ji})^* h^i, \bar{u}^{ji}] = 0$$

bərabərliyi bütün $(j, i) \in G$ üçün ödənilsin.

Teorem 6.2.1. $F_0, F_1, \dots, F_T$ ardıcıllıqı, harada ki, $F_t = (f_t^1, \dots, f_t^m)$, $X_0, X_1, \dots, X_T$ trayektoriyasının yalnız və yalnız o zaman xarakteristikası olacaq ki,

$$1. f_{t-1}^1 \in \left(a_t^i\right)^* \left(q(F_t)\right), \qquad t = 1,2, \dots, T; \quad i = \overline{1, m};$$

$$2. \left[q^i(F_t) - \left(c^{ij}\right)^* f_i^j, u_t^{ji}\right] = 0, \ \ (\forall (j, i) \in \Gamma).$$

Tərif. (Z, H) vektoru, harada ki $Z = (z^1, z^2, \dots, z^m)$, $H = (h^1, h^2, \dots, h^m)$, (U, X) modelinin tarazlıq vəziyyəti adlanır. Burada z^i resurslar vektoru, h^i qiymətlər vektorudur. $z^i -$ lər

$$\frac{u^i(Z)}{[h^i, Z]} \to max$$

məsələsinin həllidir və elə $u^{ji}(j, i \in \mathrm{G})$ vektorları var ki,

$$\sum_{j \in G(i)} u^{ji} = x^j, \ \sum_{j \in G^{-1}(i)}^{m} C^{ji} u^{ji} = z^i$$

Bu halda $H = (h^1, h^2, \dots h^m)$ vektoru u^{ji} vektorları ilə $\left[q^j(H) - \left(C^{ji}\right)^* h, u^{ji}\right] = 0$ tipli münasibətlərlə əlaqələndirilir.

Tutaq ki, $C^{ji}(j, i \in \mathrm{G})$ matris sistemi ilə təchiz olunmuş bir (J, G) qrafı verilmişdir və hər bir i-yə x^i resurslar vektoru və U^i faydalılıq funksiyası qarşı qoyulmuşdur. Xarakteristika haqqında teoremdən istifadə etməklə, müəyyən fərziyyələr altında, (U, X) modelində $max\frac{U^i(Z)}{[\mathrm{h}^i, Z]}$ məsələnin qiymətinin ya sıfır, ya da bir ilə üst-üstə düşməsi əlavə xassəsinə malik olan (Z, H) tarazlığınnın mövcudluğunu sübut etmək mümkündür.

Fərz edək ki, x^i vektorları ciddi müsbətdir və X nöqtəsindən başlayaraq $Z_b(X)$ çoxluğunda Q qiymət vektorunu maksimallaşdıran bir addımlı Z_b trayektoriyasını nəzərdən keçirək; burada yuxarıda olduğu kimi, b = A∘B, B inikası (J, G) qrafının və C^{ji} matrisinin köməyi ilə, A inikası isə a^i inikasının köməyi ilə qurulur. Fərz edək ki,göstərilən trayektoriya (X, Y) formasına malikdir. Onda $\mathrm{Z} \in \mathrm{B}(\mathrm{X}), Y \in \mathrm{A}(\mathrm{Z})$ xassəsinə malik Z vektoru var.

Məlum teoremlərə görə elə F qiymət vektoru var ki, (F, Q) cütü (X, Y) trayektoriyanın xarakteristikasıdır. Elə H vektoru var ki,

$F \in B^*(H), H \in A^*(Q)$ və $[F, \mathrm{X}] = [H, \mathrm{Z}] = [Q, \text{У}]$. Aydındır ki, $[\mathrm{Z}, H]$ cütlüyü tarazlıq halıdır.

ƏSAS NƏTİCƏLƏR

- Bir sinif neyman tipli modellər üçün milli sərvətin artım tempi və xarakteristik qiymətləri müəyyən edilib;
- Müəyyən şərtləri ödəyən bəzi trayektoriyalar üçün artım tempi haqqında teorem isbat olunub və effektiv trayektoriyaların təsviri verilib;
- İstehlakin maksimallaşdırılması üçün optimallıq prinsipi təklif edilib və işçi qüvvəsinin paylanmasının iki üsulu verilib;
- Ciddi tarazlıga malik trayektoriyalar ücün asiptotika haqqında teorem isbat edilib;
- Yeni trayektoriyaların daxil edilməsi şərtləri müəyyən edilib;
- Kobb-Duqlas və CES funksiyaları ücün istehlak funksiyasının istehsal funksiyasının tipindən asılılıgı müəyyən edilib;
- İstehlak funksiyasının istehsal vasitələrindən asılılıgı tapılıb;
- Bir sıra makrogöstəricilərin maksimallaşdırılması şərtləri müəyyən edilib;
- Sabit yıgım norması üçün trayektoriyalar araşdırılıb;
- Səmərəlilik funksiyasının maksimumu üçün zəruri və kafi şərtler alınıb və superdifferensiallar tapılıb;
- İstehlakcı məsələsinin həllinin varlıgı üçün zəruri və kafi şərt isbat olunub;
- İtkisiz tarazlıq halında istehlakçı məsələsinin həllinin varlıgı üçün zəruri və kafi şərt müəyyən edilib;
- İtkisiz tarazlıq qiymətlərinin varlıgı üçün zəruri və kafi şərt tapılıb;
- Neyman tarazlıq şərtləri ilə itkisiz tarazlıq şərtləri arasinda əlaqə müəyyən edilib ;
- Hansı şərtlər daxılında başlangıc nöqtədən effektiv trayektoriyanın mümkün olmaması müəyyən edilb;
- İkisektorlu model üçün neyman artım tempinin varlığı şərtləri, neyman tarazlıq şərtləri və neyman tarazlıq vektoru müəyyən edilib;
- İkisektorlu iqtisadi dinamika modeli üçün tarazlıq və yarımtarazlıq tipləri tapılıb;

- İkisektorlu modeldə tarazlıq üçün zəruri və kafi şərt isbat olunub;

- Cırlaşmayan tarazlıq vəziyyəti üçün Neyman qiymətlərinin yeganəliyi isbat olunub və Neyman üzləri qurulub

- Qraflar nəzəriyyəsindən istifadə etməklə bəzi modellər üçün nəqliyyat xərcləri nəzərə alınmaqla və alınmamaqla effektiv trayektoriyalar qurulub.

ƏDƏBİYYAT

1. Гамидов, С.И. Об устойчивости рвановесного возрастного распределения в одном частном случае // Proceedings of the 1-st International Conference on Control and Optimization with Industrial Application COIA-2005,-Baku: -2005, -p.96.
2. Гамидов, С.И. О моделях экономической динамики совместного функционирования нескольких технологий //-Баку: Вестник Бакинского Университета, сер. Физ-мат. наук,-2006, №4, -с. 36-41.
3. Гамидов, С.И. О локально-оптимальных траекториях в однопродуктовых моделях // Akademik M.L. Rəsulovun 90 illiyinə həsr olunmuş elmi konfransın materialları, -Bakı:- 2006, -s.69-71.
4. Гамидов, С.И. О проблеме равновесия с заданным непрерывным ценообразованием // Akademik Ə. Hüseynovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransın materialları,- Bakı: -2007, -s. 55.
5. Гамидов, С.И. О поведении оптимальных траекторий // Respublika Elmi Konfransının materialları, -Sumqayıt:- 2007, -с.118-119.
6. Həmidov, S.İ. Bəzi iqtisadi dinamika modelləində trayektoriyalar haqqında // Q.T. Əhmədovun anadan olmasının 90 illiyinə həsr olunmuş elmi konfransın tezisləri, -Bakı:- 2007, -s. 66-67.
7. Hamidov, S.I. About eguilibrium construction mechanisms of trayectories in models of Economic Dinamyc // Proceedings the 2nd International Conference of Control and Optimization with Industrial Applications COIA-2008, -Baku:- 2008, _p.73.
8. Гамидов, С.И. О существовании общего равновесия в дискретных динамических моделях I // -Bakı:Bakı Universitetinin Xəbərləri, Fiz.-riy. elm. Ser., -2011, 3, -s. 37-46.

9. Гамидов, С.И. О существовании общего равновесия в дискретных динамических моделях II // -Bakı: Bakı Universitetinin Xəbərləri, Fiz.-riy. elm. ser., -2012, 4, -s. 45-52.

10. Hamidov, S.I. Investigation of an Economic Model of Dynamics // Proceedings of the 3rd International Eurasian Conference on Mathematical Science and Applications IECMSA-2014, -Vienna: Austria, -2014.

11. Hamidov, S.I. On the study of the Matrix in a Model of Economic Dynamics // Proceedings of the 4ht International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications IECMSA-2015, -Athens: Greece, -2015.

12. Hamidov, S.I. On the dependence in the two-product model of economic dynamics // Proceedings of the 5th International Conference on Control and Optimization with Industrial applications. COIA-2015, -Baku:-2015, -pp.259-262.

13. Hamidov, S.I. Dependence of Consumption Volume on the Labor-Force in One-productive Models of Economic Dynamics // Journal of Mathematics and System Science, -2015, 5 (3), -p.113-117.

14. Hamidov, S.I. Equilibrium Mechanisms in Models of Reproduction with a Fixed Budget // American Journal of Applied Mathematics, -2015, 3 (3), -pp.146-150.

15. Hamidov, S.I. On an investigation of the matrix of the second partial derivative in one economic dynamics model // European Journal of Mathematics and Computer Science. -2016, 3 (1), -pp. 59-65.

16. Hamidov, S.I. On a Consumer Problem // Pure and Applied Mathematics Journal, -2016, 5 (6), -pp. 205-210.

17. Hamidov, S.I. On an Equilibrium State in Two-sector Models of Economic Dynamics // Proceedings of 5th International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications IECMSA-2016, -Belgrad: Serbia, -2016.

18. Hamidov, S.I. On the Equilibrium Without Loss in the Discrete Time Models of Economic Dynamics // International Journal of Theoretical and Applied Mathematics, -2017, 3 (6), -pp. 203-209.

19. Hamidov, S.I. On a Problem of Maximization of Some Indicators in the Discrete Time Models of Economic Dynamics // International Journal of Mathematics and its Applications, -2017, 5 (3-B), -pp.199-202.

20. Гамидов, С.И. О сбалансированном росте в одной модели экономической динамики //-Bakı: Bakı Universitetinin Xəbərləri, Fiz.-riy. Elm. ser. -2017, 2, -s. 97-104.

21. Hamidov, S.I. On a Construction of The Optimal Trajectories by Applying the Equilibrium Mechanisms in the Discrete Dynamical Models // American Journal of Mathematical and Computer Modelling, -2017, 2 (4), -pp. 99-102.

22. Hamidov, S.I. On a Neyman Equilibrium States in One Model of Economic Dynamics // Journal of Pure and Applied Mathematics: Advances and Applications, -2017, 18 (2), -p. 87-95.

23. Hamidov, S.I. On a Equilibrium State in Two-Sector Model of Economic Dynamics // -Bakı: Procedings of IAM, -2018, 7 (1), -pp. 106-115.

24. Гамидов, С.И. О неймановском равновесии и неймановской грани // -Bakı: AMEA Xəbərləri, -2017, v. XXXVII, № 6, -s. 85-91.

25. Hamidov, S.I. On the Effective Trajectories of the discrete time Reproduction Models of Economic Dynamics // Proceedings of the 6th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications COIA-2018, -Baku: -2018, -pp. 141-143. **WoS**

26. Hamidov, S.I. On a problem of Maximization in the Discrete Time Models of Economic Dynamics // Applied Mathematics, -2018, 8 (1), _pp.1-4.

27. Гамидов, С.И. Об одном принципе оптимальности траекторий в моделях экономической динамика // -Перм: Вестник Пермского Университета, серия Математика ,-2019, 1 (44), _с. 5-10. **РИНЦ**

28. Hamidov, S.I. Applying Graph Theory to Some Problems of Economic Dynamics // Discrete Dynamics in Nature and Society, _-2019, doi /10.1155/2019/7974381,pp.1-6 .**WoS**

29. Hamidov S. I. On a dependence in two sector models of economics dynamics // -Bakı:Bakı Dövlət Universitetinin Xəbərləri, fizika-riaziyyat elmləri ser. -2019, 1, -s. 56-59.

30. Hamidov, S.I., Efendiyeva H.I. The Function of Consumption and Its Dependence on the Form of the Production Function // Proceedings of the 7th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications. COIA-2020; -Baku:, -2020, -pp. 200-203. **WoS**

31. Hamidov, S.I. On spektral properties of multivalued mappings in economic dynamics models // Transaction of ANAS, ser. Phyz-Tech. Math. Sci., Mathematics,-Bakı: -2021,41(4), -pp. 69-77**. SCOPUS**

32. Hamidov.S.I. Characteristic Prices and Growth Rites in Neyman Type Models of Economic Dynamics // Proceedings of 8–th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications COIA-2022, -Baku: Azerbaijan, -2022,-pp. 213-216.

33. Hamidov, S.I. Optimally trajectory in Neuman type discrete models of economic dynamics // TWMS Journal of Pure and Applied Mathematics, -Bakı: -2022, 13(1), -pp. 16-24. **WoS**

34. Hamidov, S.I. Effective Trajectories of economic dynamics on graphs // Applied and Computational Mathematics, -2023, 22(2), -pp. 215-224**. WoS**

Dissertasiyanın müdafiəsi 19 aprel 2024-cü il tarixində saat 14^{00}- da Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.19 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: Az1141, Bakı ş., B.Vahabzadə küçəsi 9.

Dissertasiya ilə İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferatın elektron versiyası https://isi.az/ rəsmi saytlnda yerləşdiriləcəkdir.

Avtoreferat 12 mart 2024-cü il tarixində müvafiq ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 07.03 2024
Kağız formatı : A5
Həcmi: 62374
Tirajı: 30