AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

BİR SİNİF DİSKRET DİRAK OPERATORU ÜÇÜN SPEKTRAL ANALİZİN TƏRS MƏSƏLƏSİ VƏ ONUN TƏTBİQİ

İxtisas: 1202.01 –Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Rza İbrahim oğlu Ələsgərov**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2023

Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: f-r.e.d., professor **Aqil Xanməmməd oğlu Xanməmmədov**

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Həmidulla İsrafil oğlu Aslanov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent

Elnur Həsən oğlu Xəlilov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

Fuad Ağca oğlu Abdullayev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor

______________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.-r.e.n.

______________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor

______________ **Bilal Telman oğlu Bilalov**

Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU Institute of Mathematics and Mechanics National Academy of Sciences of Azerbaijan

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. XIX əsrin sonlarından etibarən klassik momentlər problemi ilə əlaqədar olaraq ikinci tərtib fərq operatorunun spektral nəzəriyyəsi inkişaf etməyə başladı. Bu zaman ikinci tərtib fərq tənlikləri və Şturm-Liuvill tənliyi üçün sinqulyar sərhəd məsələləri arasında ciddi analogiyanın olduğu müəyyən olunmuşdur.

Kəsilməz və diskret sərhəd məsələləri arasında oxşar və fərqli cəhətlər F.Atkinsonun və Y.M.Berezanskinin monoqrafiyalarında ətraflı şərh olunmuşdur. Qeyd etmək lazımdır ki, bu zaman meydana çıxan əsas fərq ondan ibarət idi ki, spektral nəzəriyyəsi öyrənilən

$$a_{n-1}y_{n-1} + b_n y_n + a_n y_{n+1} = \lambda y_n$$

ikinci tərtib fərq tənliyi divergent formalı Şturm-Liuvill tənliyinin, yəni

$$\left(p(x)y'\right)' + q(x)y = \lambda y$$

tənliyinin diskret analoqu idi.

Spektral nəzəriyyənin sonrakı inkişafında tərs məsələlərlə bağlı istiqamət xüsusi yer tutmuşdur.

Hal-hazırda

$$-y'' + q(x)y = \lambda y$$

şəklində Şturm-Liuvill tənliyi üçün spektral analizin tərs məsələlərinə dair bir çox mühüm nəticələr əldə edilmişdir. Bu nəticələrin əksəriyyəti M.Ablovits, X.Siqrun, Z.S.Aqranoviç və V.A.Marçenkonun, V.A.Marçenkonun, B.M.Levitanın, V.A.Yurko-nun monoqrafiyalarında əks olunmuşdur.

Spektral analizin tərs məsələləri müxtəlif qoyuluşlarda relyativistik kvant nəzəriyyəsində meydana çıxan Dirak tənlikləri sistemi üçün də ətraflı öyrənilmişdir. Bu sistem üçün tərs məsələlər M.G.Qasımov və B.M.Levitanın, H.M.Hüseynovun və başqalarının işlərində tədqiq olunmuşdur.

Müxtəlif potensiallara malik olan birölçülü Şredinger tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələləri Z.S.Aqranoviç, V.A.Marçenко, B.M.Levitan, К.Şadan və P.Sabatye, V.S.Buslayev və V.Fomin, İ.A.Anders və V.P.Kotlyarov, R.Nyuton, N.Y.Firsovanın və başqalarının işlərində baxılmışdır.

Dirak tənlikləri sistemi üçün səpilmənin tərs məsələləri M.G.Qasımov və B.M.Levitanın, H.M.Hüseynovun, İ.S.Frolovun və başqalarının işlərində öyrənilmişdir.

Şturm-Liuvill tənliyi və Dirak tənlikləri sistemi üçün tərs spektral məsələlərin tədqiq edilməsi onların diskret analoqları üçün də tərs məsələlərin öyrənilməsinə stimul vermişdir. Diskret Şturm-Liuvill tənliyi üçün tərs spektral məsələlər müxtəlif qoyuluşlarda Y.M.Berezanskinin, L.Fu və G.Hohştadın, S.V.Manakovun, G.Flashkanın, R.Z.Xəlilovanın, H.Ş.Hüseynovun, J.Bazargan və İ.Yeqorovanın, C.Teşlin, A.X.Xanməmmədovun və başqalarının işlərində öyrənilmişdir. Diskret Dirak tənliklər sistemi üçün, daha dəqiq desək

$$\begin{cases} a_{1,n}y_{2,n+1} + b_{1,n}y_{1,n} + a_{2,n}y_{2,n} = \lambda y_{1,n}, \\ a_{1,n-1}y_{1,n-1} + +b_{2,n}y_{2,n} + a_{2,n}y_{1,n} = \lambda y_{2,n} \end{cases}$$

tənlikləri sistemi üçün tərs spektral məsələlər müxtəlif qoyuluşlarda H.M.Hüseynov və G.A.Əzimovanın, X.R.Məmmədovun, A.X.Xanməmmədovun, Y.Aygar və M.Olgunun işlərində araşdırılmışdır.

Qeyd etmək lazımdır ki, istər kəsilməz, istərsə də diskret modellər üçün səpilmənin tərs məsələlərinin öyrənilməsində tənliyin əmsallarının pilləvari tip olduğu hal və səpilmənin yalnız bir tərəfdə mövcud olduğu hal xüsusi maraq doğurur. Şturm-Liuvill tənliyi və onun diskret analoqu üçün əmsallar sağ və sol tərəflərdə müxtəlif limitlərə yaxınlaşdıqda səpilmənin tərs məsələləri V.S.Buslayev və V.Fominin, İ.A.Anders və V.P.Kotlyarovun, A.X.Xanməmmədovun, J.Bazargan və İ.Yeqorovanın, C.Teşl və İ.Y.Yeqorovanın və digər tədqiqatçıların işlərində öyrənilmişdir. Şturm-Liuvill tənliyi üçün yalnız bir tərəfdə səpilmə olduqda tərs məsələ P.P.Kulişin işində baxılmışdır. Diskret Şturm-Liuvill tənliyi üçün oxşar məsələlər A.X.Xanməmmədovun işlərində baxılmışdır. Lakin bu cür tərs məsələ istər birölçülü Dirak sistemi üçün, istərsə də onun diskret analoqu üçün öyrənilməmişdir.

Qeyd etmək lazımdır ki, diskret Dirak tənliklər sisteminin əmsalları pilləvari xarakterə malik olduqda adi hal ilə müqayisədə kəsilməz spektrin müəyyən hisisəsi sadə, müəyyən hissəsi isə ikiqat spektr olur. Bundan əlavə Marçenko tipli əsas tənliklərin nüvələrində əlavə hədlər meydana çıxır. Bunlar isə məxsusi funksiyalar üzrə ayrılış düsturlarının çıxarılışında, əsas tənliklərin tədqiqində əlavə çətinliklər yaradır. Digər tərfədən isə yalnız bir tərəfdə səpilmə şərti olduqda tərs məsələnin öyrənilməsi zamanı da ciddi çətinliklər yaranır. Bu çətinliklər ilk növbədə Yost həllinin və Marçenko tipli əsas tənliyin yalnız bir tərəfdə olması ilə bağlıdır.

Beləliklə, diskret Dirak tənliklər sistemi üçün yalnız bir tərəfdə səpilmə şərti olduqda tərs məsələnin öyrənilməsi və diskret Dirak tənliklər sisteminin əmsalları pilləvari xarakterə malik olduqda tərs məsələnin öyrənilməsi aktualdır. Sonuncu məsələnin qeyri-xətti tənliklərə tətbiq oluna bilməsi də xüsusi maraq doğurur. Dissertasiya işi bu məsələlərə həsr olunmuşdur.

Tədqiqatın obyekti və predmeti. Pilləvari tip əmsallara malik olan diskret Dirak operatorlarının spektral analizi, səpilmənin düz və tərs məsələləri,Ləngmür zənciri üçün Koşi məsələsi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri.

İşin əsas məqsədi pilləvari tip əmsallara malik olan diskret Dirak tənlikləri sistemi üçün səpilmənin düz və tərs məsələlərinin öyrənilməsi, tərs məsələlərin birqiymətli həll olunması üçün zəruri və kafi şərtlərin tapılması və pilləvari tipli başlanğıc şərtə malik olan Ləngmür zənciri üçün Koşi məsələsinin tərs məsələ metodu ilə qlobal həll olunmasıdır.

Tədqiqat metodları.

İşdə səpilmənin tərs məsələlərinin həlli üçün çevirmə operatoru metodundan və qeyri-xətti tənliyin inteqrallanması üçün tərs spektral məsələ metodundan istifadə olunmuşdur. Bu metodlar əvvələr müxtəlif tərs məsələlərin həlli və onların qeyri-xətti zəncirlərə tətbiqi üçün V.A.Marçenko, B.M.Levitan, P.P.Kuliş, V.S.Buslayev, V.Fomin, C.Teşl, A.X.Xan-məmmədov və başqaları tərəfindən uğurla istifadə olunmuşdur. Dissertasiya işində bu metodlar pilləvari tip əmsallara malik olan diskret Dirak tənlikləri sisteminə və Ləngmür zənciri üçün Koşi məsələsinə tətbiq edilmişdir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

Müdafiəyə aşağıdakı əsas müddəalar çıxarılır: yalnız bir tərfdə səpilmə şərtini ödəyən diskret Dirak operatoru üçün çevirmə operatoru metodu ilə səpilmənin bütün oxda düz və tərs məsələlərinin araşdırılmasının nəticələri; pilləvari əmsallara malik olan diskret Dirak operatoru üçün səpilmənin bütün oxda düz və tərs məsələlərinin araşdırılmasının nəticələri; pilləvari tipli başlanğıc şərtə malik olan Ləngmür zənciri üçün Koşi məsələsinin sürətlə azalan funksiyalar sinfində qlobal həll olunmasının araşdırılmasının nəticələri.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. İşdə aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- yalnız bir tərəfdə səpilmə şərtini ödəyən diskret Dirak operatoru üçün səpilmənin bütün oxda düz məsələsi öyrənilmişdir;
- yalnız bir tərfədə səpilmə şərtini ödəyən diskret Dirak operatorunun spektri və rezolventası tədqiq edilmiş, məxsusi funksiyalar üzrə ayrılış düsturu çıxarılmışdır;
- yalnız bir tərəfdə səpilmə şərtini ödəyən diskret Dirak operatoru üçün səpilmənin bütün oxda tərs məsələsi öyrənilmişdir. Tərs məsələnin həlli üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmış, tərs məsələnin həlli alqoritmi verilmişdir;
- pilləvari əmsallara malik olan diskret Dirak operatoru üçün səpilmənin bütün oxda düz məsələsi öyrənilmişdir;
- pilləvari əmsallara malik olan diskret Dirak operatorunun spektri və rezolventası tədqiq edilmiş, məxsusi funksiyalar üzrə ayrılış düsturları çıxarılmışdır;
- pilləvari əmsallara malik olan diskret Dirak operatoru üçün səpilmənin bütün oxda tərs məsələsi öyrənilmişdir. Marçenko tipli əsas tənliklər tapılmış, onların birqiymətli həll olunması isbat edilmişdir. Tərs məsələnin həlli üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmış, tərs məsələnin həlli alqoritmi verilmişdir;
- pilləvari tipli başlanğıc şərtə malik olan Ləngmür zənciri üçün Koşi məsələsinə baxılmışdır. Sürətlə azalan funksiyalar sinfində bu

məsələnin qlobal həll olunması isbat edilmişdir. Tərs spektral məsələ metodu ilə sürətlə azalan həllin tapılması düsturları verilmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.

Dissertasiyada alınan nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. Alınan nəticələrdən fərq operatorlarının spektral nəzəriyyəsində, qeyri-xətti tənliklərin inteqrallanmasında istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın əsas nəticələri Gəncə Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz" (dos. A.M.Hüseynov), "Ümumi riyaziyyat" (dos. F.H.Məmmədov) kafedralarının elmi seminarlarında, Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Qeyri-harmonik analiz" (AMEA-nın müxbir üzvi, prof. B.T.Bilalov) şöbəsinin seminarında, akademik M.L.Rəsulovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatin aktual məsələləri" respublika elmi konfransında (Şəki, 2016), "Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri" beynəlxalq elmi konfransında (Sumqayıt, 2017), akademik A.X.Mirzəcanzadənin 90 illik yubileyinə həsr olunmuş "Neftqazçıxarmada innovativ texnologiyaların və tətbiqi riyaziyyatın müasir problemləri" beynəlxalq elmi konfransında, "Tətbiqi riyaziyyatın, informatikanın, mexanika-nın müasir problemləri" beynəlxalq elmi konfransında (Rusiya, Nalçik, 2020), "Kompleks analiz, riyazi fizika, qeyri-xətti tənliklər" beynəlxalq elmi konfransında (Rusiya, Bannoe 2020) məruzə edilmişdir.

İddiaçının şəxsi töhfəsi. Dissertasiyada alınan bütün nəticələr iddiaçıya məxsusdur.

İddiaçının nəşrləri. Müəllifin 8 elmi məqaləsi Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK tərəfindən tövsiyə edilən elmi nəşrlərdə dərc olunmuşdur (bunların 2-i Web of Science və SCOPUS tərəfindən indekslənən jurnallarda, onlardan 1 -i Impakt factor 0.719), 5 işi isə müxtəlif konfrans materiallarında (bunların 4 -ü beynəlxalq konfrans olmuşdur, 2-si xaricdə olmaqla).

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.

Dissertasiya iş Gəncə Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrı-ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.

Dissertasiya işinin ümumi həcmi ~ 214458 işarə (titul – 382 işarə, mündəricat ~1880 işarə, giriş ~ 44556 işarə, I fəsil ~ 86000 işarə, II fəsil ~ 80000 işarə, nəticə – 1640 işarə). Ədəbiyyat siyahısı 100 addan ibarətdir.

İŞİN MƏZMUNU

Dissertasiya girişdən, iki fəsildən və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə dissertasiya işinin aktuallığı əsaslandırılmış, işin məzmunu ilə bağlı nəticələrin qısa xülasəsi verilmiş və əsas nəticələr şərh olunmuşdur.

I fəsil yalnız sol tərəfdə səpilmə şərti olduqda diskret Dirak tənliklər sistemi üçün səpilmənin düz və tərs məsələlərinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur .

1.1-də diskret Dirak tənliklər sisteminə baxılır:

$$\begin{cases} a_{1,n}y_{2,n+1} + b_{1,n}y_{1,n} + a_{2,n}y_{2,n} = \lambda y_{1,n}, \\ a_{1,n-1}y_{1,n-1} + +b_{2,n}y_{2,n} + a_{2,n}y_{1,n} = \lambda y_{2,n}, \ \ n \in Z, \end{cases} \tag{1}$$

belə ki, $a_{1,n}, a_{2,n}, b_{1,n}, b_{2,n}$ əmsalları həqiqi qiymətlər alaraq

$$(-1)^{j-1}a_{j,n} > 0, n \in Z, \ a_{j,n} \to 0, b_{j,n} \to 0, n \to +\infty, \ j = 1,2, \tag{2}$$

$$\sum_{n<0} |n| \left\{ |a_{1,n} - 1| + |a_{2,n} + 1| + |b_{1,n}| + |b_{2,n}| \right\} < \infty, \ j = 1,2. \tag{3}$$

şərtlərini ödəyir. Bu paraqrafda həmçinin (1) sisteminə uyğun operator da daxil edilir.

$\ell_2(-\infty,+\infty) \times \ell_2(-\infty,+\infty)$ ilə $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ |x_{1,n}|^2 + |x_{2,n}|^2 \right\} < \infty$ şərtini ödəyən $x = (x_{1,n}, x_{2,n})_{n=-\infty}^{+\infty}$ ardıcıllıqlarından təşkil edilmiş Hilbert fəzasını işarə edək. (1) tənliklər sisteminin sol tərəfinin $\ell_2(-\infty,+\infty) \times \ell_2(-\infty,+\infty)$ fəzasında doğurduğu operatoru L, bu sistemin $y_{1,0}=0$ sərhəd şərti ilə birlikdə $\ell_2[1,+\infty)\times\ell_2[1,+\infty)$ fəzasında doğurduğu operatoru isə L_0 ilə işarə edək. L_0 operatorunun $\sigma(L_0)$ spektri $\lambda_n, n=1,2,...$ sadə məxsusi ədədlərindən və $\lambda=0$ nöqtəsindən ibarətdir, belə ki, $\lambda_n\to 0, n\to\infty$.

$P_{j,n}(\lambda), Q_{j,n}(\lambda), j=1,2$ ilə (1) tənliklər sisteminin

$P_{1,0}(\lambda)=Q_{2,1}(\lambda)=0,\ P_{2,1}(\lambda)=1,\ Q_{1,1}(\lambda)=\dfrac{1}{a_{2,1}}$ başlanğıc şərtlərini

ödəyən həllərini işarə edək.

1.1 -də $m(\lambda)$ Veyl funksiyası və $\psi_{j,n}(\lambda)$ Veyl həlli daxil olunur, belə ki, $\lambda\notin\sigma(L_0)$ qiymətləri üçün $\psi_{j,n}(\lambda)=Q_{j,n}(\lambda)+m(\lambda)P_{j,n}(\lambda)\in\ell_2[1,\infty), j=1,2$ olur.Bu bölümdə Veyl həllinin xassələri və sonsuzluqdakı asimptotikası öyrənilir.

1.2 -də (1) sisteminə $\lambda=z+\dfrac{1}{z}, |z|\le 1$ olduqda baxılır və bu sistemin

$$f_{1,n}(z)=\alpha_1(n)\left(-z^2\right)^{-n}\left[-z^{-1}+\sum_{m=-\infty}^{-1}\left(K_{12}(n,m)\left(-z^2\right)^{-(m+1)}-K_{11}(n,m)z^{-1}\left(-z^2\right)^{-m}\right)\right],$$
$$f_{2,n}(z)=\alpha_2(n)\left(-z^2\right)^{-n}\left[1+\sum_{m=-\infty}^{-1}\left(K_{22}(n,m)\left(-z^2\right)^{-m}-K_{21}(n,m)z^{-1}\left(-z^2\right)^{-m}\right)\right] \tag{4}$$

Yost həlli daxil olunur, belə ki, həllin nüvələri və (1) sisteminin əmsalları arasında

$$a_{1,n}=\frac{\alpha_1(n)}{\alpha_2(n+1)},\quad a_{2,n}=-\frac{\alpha_2(n)}{\alpha_1(n)}, \tag{5}$$

$$\begin{aligned} b_{1,n}&=-K_{12}(n.-1)-K_{21}(n+1,-1),\\ b_{2,n}&=K_{12}(n.-1)+K_{21}(n,-1)\end{aligned} \tag{6}$$

əlaqə düsturları mövcuddur. Bu paraqrafda həmçinin Veyl funksiyasının və həllinin

$$M(z)=m\left(z+\frac{1}{z}\right),\ \Psi_{j,n}(z)=\psi_{j,n}\left(z+\frac{1}{z}\right) \tag{7}$$

formalarından istifadə olunur. İsbat olunur ki, $|z|=1, z\neq \pm 1, z\neq z_n^{\pm 1}, n=1,2,...$ olduqda Veyl həlli və Yost həlli arasında

$$\Psi_{j,n}(z)=a(z)\overline{f_{j,n}(z)}+\overline{a(z)}f_{j,n}(z),\ j=1,2$$

əlaqə düsturu var, burada $\lambda_n=z_n+\frac{1}{z_n}, n=1,2,...$. Eyni zamanda $a(z)$ funksiyası üçün

$$a(z)=\frac{f_{2,1}(z)+a_{1,0}M(z)f_{1,0}(z)}{z-z^{-1}} \tag{8}$$

düsturu çıxarılır. İsbat olunur ki, $a(z)$ funksiyası $|z|<1$ dairəsində analitikdir.

Teorem 1. *$a(z)$ funksiyasının $|z|<1$ dairəsində yalnız sonlu sayda sıfırları ola bilər. Bu sıfırlar sadə və həqiqidir.*

η_k, $0<\eta_k^2<1$, $k=1,2,..,P$ ilə $a(z)$ funksiyasının sıfırlarını işarə edək. Bu bölümdə $M_k^{-2}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left\{\left|f_{1,n}(\eta_k)\right|^2+\left|f_{2,n}(\eta_k)\right|^2\right\}, k=1,\ldots,P$ düsturları ilə normallaşdırıcı ədədlər, $t(z)=\frac{1}{a(z)}, r(z)=\frac{\overline{a(z)}}{a(z)}$ düsturları ilə isə udulma və əksolunma əmsalları təyin edilir. Udulma və əksolunma əmsallarının xassələri öyrənilir.

$\{t(z);\eta_k, 0<\eta_k^2<1; M_k>0, k=1,...,P\}$ kəmiyyətlər yığımına (1) tənlikləri sistemi üçün səpilmə verilənləri deyilir. (1) tənliklər sistemi üçün səpilmənin tərs məsələsi dedikdə bu sisteminin əmsallarının səpilmə verilənlərinə görə tapılması başa düşülür.

1.3 L operatorunun spektrinin və rezolventasının öyrənilməsinə həsr olunur.

Teorem 2. *(2), (3) şərtləri ödənildikdə (1) tənliklər sisteminin doğurduğu L operatorunun kəsilməz spektri $[-2,2]$ parçasını* *doldurur. Bundan başqa $[-2,2]$ parçasından kənarda L operatorunun sonlu sayda sadə həqiqi məxsusi ədədləri ola bilər.*

Bu bölümdə həmçinin L operatorunun rezolventasının Veyl və Yost həlləri vasitəsilə ifadəsi tapılr.

1.4 -də Marçenko tipli əsas tənliklər çıxarılır. Tutaq ki,

$$F^{(1)}(n)=\sum_{k=1}^{P}M_k^2\begin{pmatrix}-\eta_k^{-1}\\-\eta_k^{-2}\end{pmatrix}\cdot\left(-\eta_k^{-1}\quad-\eta_k^{-2}\right)\left(-\eta_k^2\right)^{-n}+$$

$$+\frac{1}{2\pi i}\int_{|z|=1}\frac{r(z)}{z}\begin{pmatrix}-z^{-1}\\-z^{-2}\end{pmatrix}\cdot\left(-z^{-1}\quad-z^{-2}\right)\left(-z^2\right)^{-n}dz, \tag{9}$$

$$F^{(2)}(n)=\sum_{k=1}^{P}M_k^2\begin{pmatrix}-\eta_k^{-1}\\1\end{pmatrix}\cdot\left(-\eta_k^{-1}\quad 1\right)\left(-\eta_k^2\right)^{-n}+$$

$$+\frac{1}{2\pi i}\int_{|z|=1}\frac{r(z)}{z}\begin{pmatrix}-z^{-1}\\1\end{pmatrix}\cdot\left(-z^{-1}\quad 1\right)\left(-z^2\right)^{-n}dz. \tag{10}$$

Teorem 3. *(4) göstərilişlərinə daxil olan $K_{ij}(n,m), i, j=1,2$ nüvələri və $\alpha_j(n), j=1,2$ kəmiyyətləri aşağıdakı tənlikləri ödəyirlər*

$$\left(F_{11}^{(1)}(2n+m),F_{12}^{(1)}(2n+m)\right)+\left(K_{11}(n,m),K_{12}(n,m)\right)+$$

$$+\sum_{k=-\infty}^{-1}\left(K_{11}(n,k),K_{12}(n,k)\right)F^{(1)}(2n+m+k)=0, n\le 0, m\le -1, \tag{11}$$

$$\left(F_{21}^{(2)}(2n+m),F_{22}^{(2)}(2n+m)\right)+\left(K_{21}(n,m),K_{22}(n,m)\right)+$$

$$+\sum_{k=-\infty}^{-1}\left(K_{21}(n,k),K_{22}(n,k)\right)F^{(2)}(2n+m+k)=0, n\le 1, m\le -1, \tag{12}$$

$$(\alpha_1(n))^{-2}=1+F_{11}^{(2)}(2n)+$$

$$+\sum_{k=-\infty}^{-1}\left[K_{11}(n,k)F_{11}^{(2)}(2n+k)+K_{12}(n,k)F_{12}^{(1)}(2n+k)\right] \tag{13}$$

$$(\alpha_2(n))^{-2}=1+F_{22}^{(2)}(2n)+$$

$$+\sum_{k=-\infty}^{-1}\left[K_{21}(n,k)F_{21}^{(2)}(2n+k)+K_{22}(n,k)F_{22}^{(2)}(2n+k)\right] \tag{14}$$

Bu bölümdə həm də

$$\left.\begin{aligned}\sum_{n=-\infty}^{-1}|n|\left|F_{12}^{(1)}(n-1)+F_{12}^{(1)}(n)\right|<\infty,\\ \sum_{n=-\infty}^{-1}|n|\left|F_{11}^{(1)}(n-1)+F_{11}^{(1)}(n)\right|<\infty.\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

qiymətləndirmələri əsaslandırılır .

1.5 (11), (12) Marçenko tipli əsas tənliklərin həllinin varlığına və yeganəliyinə həsr olunur.

Teorem 4. *Tutaq ki, (15) şərtləri ödənilir. Onda hər bir qeyd olunmuş* n *üçün (11), (12) tənliklərinin* $l_p(-\infty,-1]\times l_p(-\infty,-1]$ $(p=1,2)$ *fəzasında həlli var və yeganədir.*

Bu paraqrafda həmçinin aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 5. *Tutaq ki,* $K_{ij}(n,m)$ *(11), (12) tənliklərinin həlləridir. Onda (13), (14) düsturları ilə təyin olunan* $\alpha_1^{-2}(n),\alpha_2^{-2}(n)$ *kəmiyyətləri müsbətdir.*

1.6 tərs məsələnin həllinə həsr olunur. Bu bölümdə əvvəlcə

$$M(z)=a(z)\overline{f_{2,1}(z)}+\overline{a(z)}f_{2,1}(z) \tag{16}$$

düsturu çıxarılır. Axırıncı düstur Veyl funksiyasını səpilmə verilənləri vasitəsilə təyin etməyə imkan verir. Sonra tərs məsələnin həlli üçün aşağıdakı teorem isbat olunur:

Teorem 6. $\{t(z);\eta_k,0<\eta_k^2<1;M_k>0,k=1,...,P\}$ *kəmiyyətlər yığımının əmsalları (2), (3) sinfindən olan (1) şəklində tənliklər sisteminin səpilmə verilənləri olması üçün zəruri və kafi şərt aşağıdakıların ödənilməsidir:*

1. $t(z)=\dfrac{1}{a(z)}$ *funksiyası* $|z|=1, z^2\neq\pm1$ *olduqda kəsilməzdir və aşağıdakı münasibətlər ödənilir:*

$$t\left(\frac{1}{z}\right)=\overline{t(z)},\ t(z_n)=0, n=1,2,\ldots$$

burada $|z_n|=1,\ z_n\to i, n\to\infty$. $t(z)$ *funksiyası* $|z|<1$ *dairəsində* $z=0$ *və* $z=\eta_k, 0<\eta_k^2<1, k=1,..,P$ *sonlu sayda polyus nöqtələri* *istisna olmaqla analitikdir və* $t(z)z\prod_{k=1}^{p}\frac{z-\eta_k}{1-\eta_k z}$ *funksiyası* $|z|<1$ *dairəsində məhduddur.* $zt(z)\to d>0, z\to 0$ *münasibəti ödənilir;*

2. *(9) düsturu ilə təyin olunan* $F^{(1)}(n)$ *matrisinin elementləri üçün*

$$\sum_{n=-\infty}^{-1}|n|\left|F_{12}^{(1)}(n-1)+F_{12}^{(1)}(n)\right|<\infty, \quad \sum_{n=-\infty}^{-1}|n|\left|F_{11}^{(1)}(n-1)+F_{11}^{(1)}(n)\right|<\infty$$

münasibətləri ödənilir;

3. *(7),(16) düsturları ilə təyin olunan* $m(\lambda)$ *funksiyası bütün kompleks müstəvidə* $\lambda_n=z_n+\frac{1}{z_n}, n=1,2,...$ *sadə polyusları istisna olmaqla analitikdir və həqiqi oxda həqiqi qiymətlər alır. Bundan başqa* $m(\lambda)$ *funksiyası yarımoxda verilmiş* L_0 *şəklində öz-özünə qoşma operatorun Veyl funksiyası olmalıdır.*

Tərs məsələ isə aşağıdakı prosedura ilə həll olunur. Səpilmə verilənləri məlum olduqda (9), (10) düsturları ilə $F^{(j)}(n)$ matrisləri qurulur. Sonra (11), (12) əsas tənliklərindən $K_{ij}(n,m)$ həlləri tapılır. (13), (14) düsturları ilə $\alpha_1^{-2}(n),\alpha_2^{-2}(n)$ kəmiyyətlərini tapırıq. $n\le 0$ olduqda (1) sisteminin $a_{j,n}, b_{j,n}, j=1,2$ əmsallarını (5), (6) düsturlarından tapırıq. Sonra $n\ge 1$ olduqda (1) sisteminin və $y_{1,0}=0$ sərhəd şərtinin doğurduğu sərhəd məsələsini $y_{2n-1}=y_{2,n}$, $y_{2n}=y_{1,n}$, $a_{2n}=a_{1,n}$, $a_{2n-1}=a_{2,n}, b_{2n}=b_{1,n}, b_{2n-1}=b_{2,n}$ əvəzləmələri ilə

$$a_{n-1}y_{n-1}+b_ny_n+a_ny_{n+1}=\lambda y_n, n\ge 1, \tag{17}$$

$$y_0=0 \tag{18}$$

məsələsinə gətiririk. (7),(16) düsturları ilə $m(\lambda)$ Veyl funksiyasını tapırıq. Bu funksiya həm də (17), (18) məsələsinin Veyl funksiyası olur. Veyl funksiyasına görə $n\ge 1$ olduqda (17) tənliyin əmsallarını və deməli, (1) sisteminin $a_{j,n}, b_{j,n}, j=1,2$ əmsallarını

Y.M.Berezanskinin və ya V.A.Yurkonun təklif etdiyi metodla tapırıq .

Dissertasiya işini **ikinci fəslində** pilləvari əmsallara malik olan

$$\begin{cases} a_{1,n} y_{2,n+1} + a_{2,n} y_{2,n} = \lambda y_{1,n}, \\ a_{1,n-1} y_{1,n-1} + a_{2,n} y_{1,n} = \lambda y_{2,n}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \end{cases} \tag{19}$$

diskret Dirak tənliklər sisteminə baxılır, burada $a_{1,n}, a_{2,n}$ əmsalları

$$\left. \begin{array}{l} a_{1,n} > 0, \ a_{2,n} < 0, \ n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \\ \sum\limits_{n \ge 1} |n| \left\{ |a_{1,n} - A| + |a_{2,n} + A| \right\} + \sum\limits_{n \le -1} |n| \left\{ |a_{1,n} - 1| + |a_{2,n} + 1| \right\} < \infty \end{array} \right\} \tag{20}$$

şərtlərini ödəyir, belə ki, $0 < A < 1$ verilmiş ədəddir.

2.1-də (19) tənliklər sisteminin Yost həlləri daxil olunur. Γ_1 və Γ_2 ilə uyğun olaraq $[-2A, 2A]$ və $[-2, 2]$ parçası kəsik olan kompleks λ -müstəvini işarə edək. Γ_1 müstəvisində

$$z_1 = z_1(\lambda) = -\frac{\lambda^2 - 2A^2}{2A^2} + \frac{\lambda}{2A}\sqrt{\lambda^2 - 4A^2}$$

funkiyasına baxaq, belə ki, radikalın analitik budağı elə seçilir ki, $\lambda > 2A$ olduqda $\sqrt{\lambda^2 - 4A^2} > 0$ olsun. Eyni qayda ilə Γ_2 müstəvisində $z_2 = z_2(\lambda) = -\frac{\lambda^2 - 2}{2} + \frac{\lambda}{2}\sqrt{\lambda^2 - 4}$ funkiyasına baxaq, belə ki, radikalın analitik budağı elə seçilir ki, $\lambda > 2$ olduqda $\sqrt{\lambda^2 - 4} > 0$ olsun. $\partial\Gamma_j$ ilə Γ_j müstəvisinin sərhəddini işarə edək, $j = 1,2$. Onda (20) şərtləri ödənildikdə (19) sisteminin

$$f_{j,n}(\lambda) = \alpha_j^+(n) \left(\frac{Az_1 - A}{\lambda} \right)^{j-2} z_1^n \left(1 + \sum_{m \ge 1} K_j^+(n,m) z_1^m \right), \ j = 1,2 \tag{21}$$

şəklində göstərilə bilən həlli var. Belə ki, $\alpha_j^+(n) > 0, K_j^+(n,m)$ kəmiyyətləri həqiqi olub aşağıdakı münasibətləri ödəyir:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{a_{1,n}}{A}=\frac{\alpha_2^+(n+1)}{\alpha_1^+(n)},\ \frac{a_{2,n}}{A}=-\frac{\alpha_1^+(n)}{\alpha_2^+(n)},\\
&\frac{a_{1,n}^2-A^2}{A^2}=K_2^+(n,1)-K_1^+(n,\,1),\\
&\frac{a_{2,n}^2-A^2}{A^2}=K_1^+(n-1,1)-K_2^+(n,1),\ n=0,\pm1,\ldots,
\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Eyni qayda ilə (20) şərtləri ödənildikdə (19) sisteminin

$$g_{j,n}(\lambda)=\alpha_j^-(n)\left(\frac{z_2^{-1}-1}{\lambda}\right)^{j-2} z_2^{-n}\left(1+\sum_{m\le -1}K_j^-(n,m)z_2^{-m}\right),\ j=1,2 \tag{23}$$

şəklində göstərilə bilən həlli var. Belə ki, $\alpha_j^-(n)>0, K_j(n,m)$ kəmiyyətləri həqiqi olub aşağıdakı münasibətləri ödəyir:

$$\left.\begin{aligned}
&a_{1,n}=\frac{\alpha_1^-(n)}{\alpha_2^-(n+1)},\ a_{2,n}=-\frac{\alpha_2^-(n)}{\alpha_1^-(n)},\\
&a_{1,n}^2-1=K_1^-(n+1,-1)-K_2^-(n+1,-1),\\
&a_{2,n}^2-1=K_2^-(n+1,-1)-K_1^-(n,-1),\ n=0,\pm1,\ldots,
\end{aligned}\right\}, \tag{24}$$

Bu bölümdə aşağıdakı teorem isbat olunur:

Teorem 7. $A^{2n+1}\alpha_1^+(n)\alpha_1^-(n)$ *və* $A^{2n}\alpha_2^+(n)\alpha_2^-(n)$ *kəmiyyətləri* n *dəyişənindən asılı deyil və bir birinə bərabərdir .*

2.2 səpilmənin düz məsələsinə həsr olunur. 2.1-də təyin olunmuş Yost həlləri arasında

$$g_{j,n}(\lambda)=a_1(\lambda)\overline{f_{j,n}(\lambda)}+b_1(\lambda)f_{j,n}(\lambda),\ j=1,2,\lambda\in\partial\Gamma_1,\lambda^2\ne 4A^2$$

$$f_{j,n}(\lambda)=a_2(\lambda)\overline{g_{j,n}(\lambda)}+b_2(\lambda)g_{j,n}(\lambda),\ j=1,2,\lambda\in\partial\Gamma_2,\lambda^2\ne 4$$

əlaqə düsturları tapılmışdır. Bu bölümdə göstərilir ki, $a_1(\lambda),a_2(\lambda)$ funksiyaları Γ_2 müstəvisinə analitik davam olunur və $A^2(z_1^{-1}-z_1)a_1(\lambda)=(z_2^{-1}-z_2)a_2(\lambda)$ funksiyası Γ_2 müstəvisinin sərhəddinə qədər kəsilməzdir. $a_1(\lambda), a_2(\lambda)$ funksiyalarının Γ_2 müstəvisində sonlu sayda və $\lambda = 0$ nöqtəsinə nəzərən simmetrik olan $\lambda_k = \pm\mu_k, \mu_k > 0,\ k = 1,\ldots,N$ sıfırları ola bilər. Fərz edək ki,

$$\left(m_k^+\right)^{-2} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left\{f_{1,n}^2(\pm\mu_k) + f_{2,n}^2(\pm\mu_k)\right\}$$

$$\left(m_k^-\right)^{-2} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left\{g_{1,n}^2(\pm\mu_k) + g_{2,n}^2(\pm\mu_k)\right\}$$

Teorem 8. $a_j(\lambda),\ j = 1,2$ *funksiyasının sıfırları sadədir və* $\lambda_k = \pm\mu_k, \mu_k > 0,\ k = 1,\ldots,N$ *nöqtələrində*

$$\dot{a}_1(\lambda)\frac{A^2\left(z_1 - z_1^{-1}\right)}{\lambda}\Bigg|_{\lambda=\lambda_k} = C_k\left(m_k^+\right)^{-2} = C_k^{-1}\left(m_k^-\right)^{-2}, k = 1,\ldots,N$$

$$\dot{a}_2(\lambda)\frac{\left(z_2 - z_2^{-1}\right)}{\lambda}\Bigg|_{\lambda=\lambda_k} = C_k\left(m_k^+\right)^{-2} = C_k^{-1}\left(m_k^-\right)^{-2}, k = 1,\ldots,N$$

burada nöqtə ilə funksiyanın λ *-ya nəzərən törəməsi işarə olunur .*

Sonra isə $r^+(\lambda) = \dfrac{b_1(\lambda)}{a_1(\lambda)}, r^-(\lambda) = \dfrac{b_2(\lambda)}{a_2(\lambda)}$ düsturları ilə sağ və sol əksolunma əmsalları təyin olunur. $r^+(\lambda), r^-(\lambda)$ funksiyaları uyğun olaraq $\partial\Gamma_1, \partial\Gamma_2$ kəsiklərinin uc nöqtələri istisna ola bilməklə bu kəsiklərdə kəsilmzdir və və aşağıdakı münasibətlər ödənilir.

$$r^+(\lambda - i0) = \overline{r^+(\lambda + i0)} = r^+(-\lambda - i0), -2A < \lambda < 2A$$

$$r^-(\lambda - i0) = \overline{r^-(\lambda + i0)} = r^-(-\lambda - i0), -2 < \lambda < 2$$

$$1 - \left|r^\pm(\lambda)\right|^2 = \left|a_1(\lambda)\right|^{-2}\frac{A^2\left(z_1 - z_1^{-1}\right)}{z_2 - z_2^{-1}},\ \lambda \in \partial\Gamma_1,$$

$$1 - \left|r^\pm(\lambda)\right|^2 = \left|a_2(\lambda)\right|^{-2}\frac{z_2 - z_2^{-1}}{A^2\left(z_1 - z_1^{-1}\right)},\ \lambda \in \partial\Gamma_1$$

$$\left|r^-(\lambda)\right| = 1, \lambda \in \partial\Gamma_2 \setminus \partial\Gamma_1 .$$

$\{r^+(\lambda),\ \lambda \in \partial\Gamma_1; \pm\mu_k; m_k^+ > 0, k = 1,\dots,N\}$ və
$\{r^-(\lambda),\ \lambda \in \partial\Gamma_2; \pm\mu_k; m_k^- > 0, k = 1,\dots,N\}$ kəmiyyətləri yığımlarına uyğun olaraq (19) tənliklər sistemi üçün sağ və sol səpilmə verilənləri deyilir. (19) tənliklər sistemi üçün səpilmənin düz məsələsi dedikdə sağ və sol səpilmə verilənlərini təyin edilməsi, onların xassələrinin öyrənilməsi başa düşülür.

2.3 -də isbat olunur ki, sağ səpilmə verilənləri sol səpilmə verilənlərinə görə birqiymətli təyin olunur.

2.4 $\ell_2(-\infty,+\infty)\times\ell_2(-\infty,+\infty)$ fəzasında

$$(Ly)_{1,n} = a_{1,n}y_{2,n+1} + a_{2,n}y_{2,n}, (Ly)_{2,n} = a_{1,n-1}y_{1,n-1} + a_{2,n}y_{1,n}, n \in Z$$

düsturları ilə təyin olunan L operatorunun spektrinin və rezolventasının öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Göstərlilir ki, L operatorunun kəsilməz spektri $[-2,2]$ parçasını doldurur və $[-2,2]$ parçasının kənarında bu operatorun sonlu sayda sadə həqiqi məxsusi ədədləri ola bilər. L operatorunun məxsusi ədədləri $a_2(\lambda)$ funksiyasının $\lambda_k = \pm\mu_k, \mu_k > 0,\ k = 1,\dots,N$ sıfırları ilə üst-üstə düşür. Bu bölümdə həmçinin L operatorunun kəsilməz spektrinə və diskret spektrinə uyğun məxsusi funksiyalar üzrə ayrılış düsturları alınmışdır.

2.5 -də səpilmənin tərs məsələsi qoyulur: (19) tənliklər sistemi üçün səpilmənin tərs məsələsi dedikdə
$\{r^-(\lambda),\ \lambda \in \partial\Gamma_2; \pm\mu_k; m_k^- > 0, k = 1,\dots,N\}$ sol səpilmə verilənlərinə görə bu sistemin əmsallarının bərpa olunması başa düşülür. Bu paraqfada Marçenko tipli əsas tənliklər çıxarılır. Tutaq ki,

$$F_j^+(n) = \sum_{\lambda=\pm\nu_k} \left(m_k^+\right)^2 \left(\frac{Az_1 - A}{\lambda}\right)^{2-j} z_1^n +$$

$$+\frac{1}{2\pi i}\int_{\partial\Gamma_1} \frac{\lambda r^+(\lambda)}{A^2\left(z_1^{-1} - z_1\right)} \left(\frac{Az_1 - A}{\lambda}\right)^{2-j} z_1^n d\lambda +$$

$$+\frac{1}{2\pi i}\int_{\partial\Gamma_2^+\backslash\partial\Gamma_1^+}\frac{\lambda|a_2(\lambda)|^{-2}}{z_2^{-1}-z_2}\left(\frac{Az_1-A}{\lambda}\right)^{2-j}z_1^n d\lambda, \qquad (25)$$

$$F_j^-(n)=\sum_{\lambda=\pm\nu_k}\left(m_k^-\right)^2\left(\frac{z_2^{-1}-1}{\lambda}\right)^{2-j}z_2^{-n}+,$$

$$+\frac{1}{2\pi i}\int_{\partial\Gamma_2}\frac{\lambda r^-(\lambda)}{\left(z_2^{-1}-z_2\right)}\left(\frac{z_2^{-1}-1}{\lambda}\right)^{2-j}z_2^{-n}d\lambda \qquad (26)$$

burada $\partial\Gamma_j^+$ ilə $\partial\Gamma_j$ kəsiyinin yuxarı sərhəddi işarə olunur.

Teorem 9. *Hər bir qeyd olunmuş* $n, n=0,\pm1,\pm2,...$ *üçün (21) göstərilişə daxil olan* $K_j^+(n,m), j=1,2$ *nüvələri və* $\alpha_j^+(n), j=1,2$ *kəmiyyətləri üçün aşağıdakı münasibətlər doğrudur:*

$$K_j^+(n,m)+F_j^+(2n+m)+$$
$$+\sum_{r\geq1}K_j^+(n,r)F_j^+(2n+m+r)=0, m\geq1, j=1,2, \qquad (27)$$

$$\left(\alpha_j^+(n)\right)^{-2}=1+F_j^+(2n)+\sum_{r\geq1}K_j^+(n,r)F_j^+(2n+r) \qquad (28)$$

Teorem 10. *Hər bir qeyd olunmuş* $n, n=0,\pm1,\pm2,...$ *üçün (23) göstərilişə daxil olan* $K_j^-(n,m), j=1,2$ *nüvələri və* $\alpha_j^-(n), j=1,2$ *kəmiyyətləri üçün aşağıdakı münasibətlər doğrudur:*

$$K_j^-(n,m)+F_j^-(2n+m)+$$
$$+\sum_{r\leq-1}K_j^-(n,r)F_j(2n+m+r)=0, m\leq-1, j=1,2 \qquad (29)$$

$$\left(\alpha_j^-(n)\right)^{-2}=1+F_j^-(2n)+\sum_{r\leq-1}K_j^-(n,r)F_j^-(2n+r). \qquad (30)$$

(27) və (29) tənliklərinə Marçenko tipli əsas tənliklər deyilir.

2.6 Marçenko tipli əsas tənliklərin həll olunmasına həsr olunmuşdur. Bu bölümdə həmçinin

$$\sum_{n\geq,1}|n|\left|F_j^+(n+1)+F_j^+(n)\right|<\infty, j=1,2, \qquad (31)$$

$$\sum_{n\le -1}|n|\left|F_j^-(n+1)+F_j^-(n)\right|<\infty,\ j=1,2 \tag{32}$$

qiymətləndirmələri əsaslandırılır.

Teorem 11. *Tutaq ki,* $r^+(\lambda)$ *funksiyası* $\partial\Gamma_1$ *kəsiyində kəsilməzdir və* $\left|r^+(\lambda)\right|<1, \lambda\in\partial\Gamma_1\setminus\{\pm 2A\}$. *Əgər (31) şərtləri ödənilərsə, onda hər bir qeyd olunmuş* n *üçün (27) tənliklərinin* $l_p[1,+\infty)\times l_p[1,+\infty)(p=1,2)$ *fəzasında həlli var və yeganədir.*

Teorem 12. *Tutaq ki,* $r^-(\lambda)$ *funksiyası* $\partial\Gamma_2$ *kəsiyində kəsilməzdir və* $\left|r^-(\lambda)\right|<1, \lambda\in\partial\Gamma_2\setminus\{\pm 2\}$. *Əgər (32) şərtləri ödənilərsə, onda hər bir qeyd olunmuş* n *üçün (29) tənliklərinin* $l_p(-\infty,-1]\times l_p(-\infty,-1](p=1,2)$ *fəzasında həlli var və yeganədir.*

2.7 tərs məsələnin həllinə həsr olunur.

Teorem 13. *Tutaq ki,* $r^+(\lambda)$ *funksiyası* $\partial\Gamma_1$ *kəsiyində kəsilməzdir və* $\left|r^+(\lambda)\right|<1, \lambda\in\partial\Gamma_1\setminus\{\pm 2A\}$. *Əgər (31) şərtləri ödənilərsə, onda hər bir qeyd olunmuş* n *üçün*

$$1+F_j^+(2n)+\sum_{r\ge 1}K_j^+(n,r)F_j^+(2n+r)>0,\ j=1,2$$

bərabərsizlikləri doğrudur, burada $K_j^-(n,r)$ *(29) tənliyinin həllidir.*

Eyni qayda ilə (30) bərabərliklərinin sağ tərəflərinin müsbət olması isbat olunur.

Bu paraqrafda $\{r^-(\lambda),\ \lambda\in\partial\Gamma_2;\pm\mu_k;m_k^->0,k=1,...,N\}$ kəmiyyətlər yığımının əmsalları (20) sinfindən olan (19) şəklində tənliklər sisteminin sol səpilmə verilənləri olması üçün zəruri və kafi şərt tapılmışdır. Tərs məsələ isə aşağıdakı alqoritmlə tapılır: $\{r^-(\lambda),\ \lambda\in\partial\Gamma_2;\pm\mu_k;m_k^->0,k=1,...,N\}$ sol səpilmə verilənləri məlum olduqda (25), (26) düsturları vasitəsilə $F_j^{\pm}(n)$ kəmiyyətləri qurulur. (27), (29) əsas tənliklərindən $K_j^{\pm}(n,m)$ həlləri tapılır. Nəhayət, $a_{j,n}$, $j=1,2$ əmsalları (22) və ya (24) düsturlarından biri ilə təyin olunur.

2.8-də Ləngmür zənciri üçün aşağıdakı Koşi məsələsinə baxılır:

$$\dot{c}_n = c_n\left(c_{n-1} - c_{n+1}\right), \cdot = \frac{d}{dt}, n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{33}$$

$$c_n(0) = c_n^0,\ n \in Z\ , \tag{34}$$

burada c_n^0 ardıcıllığı

$$\sum_{n=-\infty}^{-1} |n| \left\{ |c_n(0) - 1| \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} |n| \left\{ \left| c_n(0) - A^2 \right| \right\} < \infty \tag{35}$$

şərtini ödəyir.

(33), (34) məsələsinin elə $c_n = c_n(t)$ həllini axtarırıq ki, hər bir qeyd edilmiş $T > 0$ üçün

$$\left\| \sum_{n=-\infty}^{-1} \left(1 + |n|\right) \left| c_n(t) - 1 \right| + \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + |n|\right) \left| c_n(t) - A^2 \right| \right\|_{C[0,T]} < \infty \tag{36}$$

olsun. Bu cür həllə sürətlə azalan həll deyəcəyik. Bu bölümdə əvvəlcə baxılan məsələnin qlobal həll olunması isbat olunur.

Teorem 14. *Əgər (35) şərti ödənilərsə (33)-(34) məsələsinin (36) sinfində həlli var və yeganədir*.

Daha sonra (19) tənliklər sistemin tərs səpilmə məsələsinin köməyilə (33)-(34) məsələsinin həlli tapılır. Bunun üçün

$$c_{2n} = a_{1,n}^2, c_{2n-1} = a_{2,n}^2, a_{1,n} > 0, a_{2,n} < 0, n \in Z\ , \tag{37}$$

əvəzləmələri qəbul olunur. Əmsalları t parametrindən asılı olan və (37) şərtlərini ödəyən (19) şəklində tənliklər sistemin səpilmə verilənlərinin dinamikası tapılır.

Teorem 15. *Tutaq ki, (19) tənliklər sisteminin* $a_{1,n} = a_{1,n}(t)$, $a_{2,n} = a_{2,n}(t)$ *əmsalları (37) düsturları ilə təyin olunur və* $c_n = c_n(t)$ *(33)-(34) məsələsininin (36) sinfindən olan həllidir. Onda sol səpilmə verilənlərinin t zamanına görə dəyişmə qanunu aşağıdakı düsturlarla verilir:*

$$r^-(\lambda, t) = r^-(\lambda, 0) \exp\left\{ \left(z_2^{-1} - z_2\right) t \right\}$$

$$\mu_k(t) = \mu_k(0) = \mu_k\,, \tag{38}$$

$$\left(m_k^-(t)\right)^{-2}=\left(m_k^-(0)\right)^{-2}\exp\left\{\left(z_2^{-1}(\mu_k)-z_2(\mu_k)\right)t\right\}, k=1,\ldots,N.$$

(37), (38) düsturları (33)-(34) məsələsinin sürətlə azalan həllini tapmağa imkan verir. Doğrudan da (37) düsturlarında $t=0$ götürüb (35) şərtini nəzərə almaqla əmsalları $a_{1,n}(0), a_{2,n}(0)$ olan (19) tənliklər sistemi üçün $\left\{r^-(\lambda,0),\ \lambda\in\partial\Gamma_2;\pm\mu_k;m_k^-(0)>0, k=1,\ldots,N\right\}$ sol səpilmə verilənlərini qururuq. (38) düsturlarının köməyil $\left\{r^-(\lambda,t),\ \lambda\in\partial\Gamma_2;\pm\mu_k;m_k^-(t)>0, k=1,\ldots,N\right\}$ kəmiyyətlər yığımını tapırıq. Bu kəmiyyətlər yığımına sol səpilmə verilənləri kimi baxıb tərs məsələni həll edib $a_{1,n}(t), a_{2,n}(t)$ əmsallarını tapırıq. Nəhayət (37) düsturları ilə (33)-(34) məsələsinin sürətlə azalan həllini tapırıq.

Son olaraq, müəllif elmi rəhbəri, professor A.X.Xanməmmədova məsələnin qoyuluşu və işin yerinə yetirilməsini daim diqqət altında saxladığı üçün dərin minnətdarlığını bildirir.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi ümumilikdə pilləvari tip əmsallara malik olan diskret Dirak tənliklər sistemləri üçün səpilmənin tərs məsələlərinə və onların qeyri-xətti tənliklərə tətbiqinə həsr olunmuşdur. İşdə aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- yalnız bir tərəfdə səpilmə şərtini ödəyən diskret Dirak operatoru üçün səpilmənin bütün oxda düz məsələsi öyrənilmişdir;
- yalnız bir tərəfdə səpilmə şərtini ödəyən diskret Dirak operatoru üçün səpilmənin bütün oxda tərs məsələsi öyrənilmişdir. Tərs məsələnin həlli üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmış, tərs məsələnin həlli alqoritmi verilmişdir;
- pilləvari əmsallara malik olan diskret Dirak operatoru üçün səpilmənin bütün oxda düz məsələsi öyrənilmişdir;
- pilləvari əmsallara malik olan diskret Dirak operatoru üçün səpilmənin bütün oxda tərs məsələsi öyrənilmişdir. Marçenko tipli əsas tənliklər tapılmış, onların birqiymətli həll olunması isbat edilmişdir. Tərs məsələnin həlli üçün zəruri və kafi şərtlər tapılmış, tərs məsələnin həlli alqoritmi verilmişdir;
- pilləvari tipli başlanğıc şərtə malik olan Ləngmür zənciri üçün Koşi məsələsinə baxılmışdır. Sürətlə azalan funksiyalar sinfində bu məsələnin qlobal həll olunması isbat edilmişdir. Tərs spektral məsələ metodu ilə sürətlə azalan həllin tapılması üçün düsturlar verilmişdir.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Khanmamedov, A.Kh., Aleskerov, R.I. Задача рассеяния для дискретного оператора Дирака на всей оси //-Baku: Journal of Qafqaz University, Mathemat. and Computer Science. -2016. v.4, №2, -p.157-164.
2. Ханмамедов, А.Х., Алескеров, Р.И. Исследование спектра дискретного оператора Дирака // Akademik M.L.Rəsulovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktual məsələləri" respublika elmi konfransın materialları, -Şəki: -28-29 oktyabr -2016, -s.156-157.
3. Huseynov, H.M., Khanmamedov, A.Kh., Aleskerov, R.I. The inverse scattering problem for a discrete Dirac system on the whole axis // Journal of Inverse and III-Posed Problems, -2017. v.25, №6, -p. 824-834 doi: 10.1515/jiip-2017-0018
4. Ханмамедов, А.Х., Алескеров, Р.И. Обратная задача рассеяния для дискретного аналога одномерной системы Дирака // -Баку: Вестник Бакинского Университета, сер. физ.-мат. наук, -2017. №1, -с.65-75
5. Ханмамедов, А.Х., Алескеров, Р.И. О специальных решениях дискретной системы Дирака на всей оси// "Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri" Beynəlxalq elmi konfransının materialları, -Sumqayıt: -25-26 may, -2017, -s.97-98
6. Khanmamedov, A.Kh., Aleskerov, R.I. The inverse scattering problem for a discrete Dirac operator on the entire line // -Baku: The reports of National Academy of Sciences of Azerbaijan, -2018. v. LXXIV, №1, -p. 25-28.
7. Ханмамедов, А.Х., Алескеров, Р.И. О спектре дискретного оператора Дирака //-Баку: Вестник Бакинского Университета, сер. физ.-мат. наук, -2018. №2, -с.49-55.
8. Alesgerov, R.I. The inverse scattering problem for the discrete Dirac operator on the line// "Modern problems on innovative technologies in oil and gas production and applied mathematics" Proceedings of the International conference dedicated to the 90th

anniv. of acad. A.Kh.Mirzajanzade, -Baku: -13-14 december, -2018, -p.120-121.
9. Алескеров, Р.И. Разложения по собственным функциям дискретного оператора Дирака // -Баку: Вестник Бакинского Университета, сер. физ.-мат. наук, -2019. №1, -с.32-38.
10. Aleskerov, R.I. The resolvent of the discrete Dirac operator// -Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics, -2019. v.7, № 2, -p.10-14.
11. Aleskerov, R.I. An application of the inverse scattering problem for the discrete Dirac operator// -Baku: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS, -2020. v.46, №1, -p. 94–101. https://doi.org/10.29228/proc.20
12. Алескеров, Р.И. Задача Коши для ленгмюровской цепочки с начальным условием типа ступеньки // Сборник трудов международной научной конференции “Современные проблемы прикладной математики, информатики и механики”, том I, -Нальчик: -2020, -с.39-40.
13. Aleskerov, R.I. The Cauchy problem for the Langmuir lattice with initial condition of step type // Book of abstracts of the International conference “Complex analysis, mathematical physics and nonlinear equations”, -Bannoe Lake, Russia: - 10-14 March, -2020, -p. 12.

Dissertasiyanın müdafiəsi **27 oktyabr 2023-cü il** tarixində **14^{00}**-da Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç, 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **25 sentyabr 2023-cü il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 13.09.2023
Kağızın formatı: 60x841/16
Həcm: 38404
Tiraj: 100