AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

BİXƏTTİ İNİKASLARIN DOĞURDUĞU FREYM SİSTEMLƏRİNİN BƏZİ MƏSƏLƏLƏRİ VƏ ONLARIN TƏTBİQLƏRİ

İxtisas: 1202.01 – Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Miqdad İmdad oğlu İsmayılov**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2021

Dissertasiya işi AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsində və Bakı Dövlət Universitetinin "Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçilər: AMEA-nın müxbir üzvü, professor
Bilal Telman oğlu Bilalov
professor **Əsgər Rahimi**

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Nizaməddin Şirin oğlu İsgəndərov
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Alik Malik oğlu Nəcəfov
riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
Telman Benser oğlu Qasımov
riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
Mübariz Qafarşah oğlu Hacıbəyov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA–nın müxbir üzvü, professor
Misir Cumail oğlu Mərdanov

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.–r.e.n.
Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev

Elmi seminarın sədri:

AMEA–nın müxbir üzvü, professor
Bilal Telman oğlu Bilalov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. L_2 fəzasında biortoqonal ardıcıllıqlarının besselliyi, hilbertliyi və Riss bazisliyi N.K.Bari[1] tərəfindən 1951-ci ildə verilmişdir və öyrənilmişdir. Sonralar bu anlayışların Banax fəzalarında ümumiləşmələri B.E.Veysin, Z.A.Canturiyanın, I.Singerin, B.T.Bilalov və Z.Q.Hüseynovun, P.A.Teryohinin işlərində müxtəlif istiqamətlərdə öyrənilmişdir. Vektorlar ardıcıllıqların Banax fəzalarına görə, eləcə də separabel olmayan Banax fəzalarında bu anlayışların ümumiləşmələri öyrənilməmişdir. Dissertasiya işinin birinci fəslində Hilbert və Banax fəzalarında bixətti inikaslarla asosiyasiya edilmiş Besssel, Hilbert ardıcıllıqları və Riss bazisləri, eləcə də separabel olmayan Banax fəzalarında onların qeyri hesabi ümumiləşmələri verilir və onlara aid nümunələr gətirilir.

Hilbert fəzalarında Riss bazisləri R.J.Duffin və A.C.Schaeffer[2] tərəfindən 1952-ci ildə verilmiş freymlərin xüsusi hallarıdır. Freym nəzəriyyəsinin sürətli inkişafı 80-ci illərin ikinci yarısından İ.Dobeşinin, İ.Dobeşi, A.Hrosman və İ.Meyerin, S.Malatın və başqa müəlliflərin təməlverici işlərindən sonra başlamışdır. Hilbert fəzalarında freymlərin xətti məhdud operatorlar sistemləri üçün ümumiləşmələri U.Sun tərəfindən öyrənilmişdir. Onların Hilbert fəzalarında diğər ümumiləşməsi olan kəsilməz freymlər S.T.Ali, J.P.Antoine və J.P.Gazeaunun, A.Rahimi, A.Najati və Y.N.Dehghanın işlərində öyrənilmişdir. Banax fəzalarında H.G.Feichtinger və K.Gröchenig tərəfindən ilk dəfə Banax freymi və atomar ayrılış anlayışları verilmişdir və öyrənilmişdir.

---

[1]Бари, Н.К. Биортогональные системы и базисы в гильбертовом пространстве // – Москва: Ученые записки МГУ, – 1951, 4:148. – с. 69–107.

[2]Duffin, R.J., Schaeffer, A.C. A class of nonharmonic Fourier series // – Washington: Transactions of American Mathematical Society, – 1952. 72, – p. 341–366.

Banax fəzalarında freymlər həm də O.Christensenin, P.G.Casazza, D.Han və D.Larsonun, B.T.Bilalovun, M.R.Abdollahpour, M.H.Faroughi və A.Rahiminin, O.Christensen və D.T.Stoyevanın işlərində öyrənilmişdir. Skalyarın vektora hasilinin bixətti inikas təyin etdiyi faktından çıxış edərək bixətti inikaslarla asosiyasiya edilmiş freymlərin və bazislərin, həm də onların dayanıqlıq və həyacanlanma məsələlərinin Hilbert və Banax fəzalarında öyrənilməsi maraq kəsb edir. Dissertasiya işinin ikinci və üçüncü fəsilləri belə məsələlərin öyrənilməsinə həsr edilib.

Furye sıraları nəzəriyyəsi harmonik analizin əsas istiqamətlərindən biridir. Furye əmsallarının müxtəlif xassələrinin öyrənilməsi bu nəzəriyyənin mühüm məsələlərindənir. Bu kontekstdə Hausdorf-Yunq və Hardi-Littlvud teoremləri məlumdur. L_p fəzalarında ümumi ortoqonal və müntəzəm məhdud sistemlər üçün bu nəticələr F.Rissin və Pelinin işlərində öyrənilmişdir. Xüsusi törəməli tənliklər nəzəriyyəsinin, mexanikanın, riyazi fizikanın və riyaziyyatın digər sahələrinin bir sıra məsələləri Furye metodu ilə həll edilir. Bu istiqamətdə K.İ.Xudaverdiyevin, K.İ.Xudaverdiyev və Ə.Ə.Vəliyevin, A.Ashyralyevin, D.Arjmandın, M.Kudunun, I.Amiralinin, J.Nagumonun, S.Arimotonun, S.Yoshizawanın və başqalarının işləri məlumdur. Vektorqiymətli əmsalları olan Furye sıralarının xassələrinin öyrənilməsi elmi maraq kəsb edir. Dissertasiya işinin dördüncü fəslində qarışıq normalı Lebeq fəzalarında və dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında Riss və Peli teoremlərinin analoqları alınmışdır.

Diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin vacib məsələlərindən biri sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan spektral məsələlərin öyrənilməsidir. Bu istiqamətdə L.Releyin, J.D.Tamarkinin, R.Y.Langerin, L.Kolatçın və bağqalarının işləri təməlverici nəticələrdəndir. Sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan spektral məsələlərinin spektral xassələri J.Uolterin, A.Şnayderin, C.T.Fultonun, H.M.Hüseynovun və başqalarının işlərində baxılmışdır. n-ci tərtib adı diferensial tənliklər üçün sərhəd şərtinə spektral parametr polinomial daxil olan spektral məsələlərin ümumi nəzəriyyəsi A.A.Şkalikov tərəfindən qurulmuşdur. Sərhəd şərtinə spektral parametr xətti daxil olan Şturm-Liuvvil məsələsi üçün spektral məsələnin məxsusi vektorlar sisteminin bazislik xassələri Y.İ.Moiseev və N.Y.Kapustinin işlərində baxılmşdır. Bu istiqamətdə müxtəlif ümumiləşmələr N.B.Kərimov və Z.S.Əliyevin, N.B.Kərimov və V.S.Mirzəyevin və başqalarının işlərində öyrənilmişdir. Abstrak şəkildə defekt bazislik məsələsi B.T.Bilalov və T.R.Muradovun işində öyrənilmişdir. Abstrakt qoyuluşda Banax fəzalarında sistemin defekt bazisliyi üçün meyar T.B.Qasımovun işində tapılmışdır.

Bununla yanaşı sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan kəsilən spektral məsələlərin öyrənilməsi də tətbiq nöqteyi baxımdan ayrıca elmi maraq kəsb edir. Aidiyətli məsələlələrlə bağlı, məsələn, F.B.Atkinsonun, L.Kolatçın və M.A.Rəsulovun monoqrafiyalarına baxmaq olar. Ucları bərkidilmiş yüklənmiş simin hərəkəti tənliyi üçün məsələ ilə asosiyasiya olunmuş spektral məsələ L_p fəzalarında T.B.Qasımov və Ş.C.Məmmədovanın, T.B.Qasımov və Ə.Ə.Hüseynlinin, B.T.Bilalov, T.B.Qasımov və Q.V.Məhərrəmovanın işlərində, qüvvət çəki halında çəkili Lebeq fəzalarında isə T.B.Qasımov, A.M.Axtyamov və N.R.Əhmədzadənin işində öyrənilmişdir. Qeyd etmək lazımdır ki, məxsusi funksiyalar sisteminin bazislik xassələri ümumi çəki halında hətta çəkili Lebeq fəzalarında görünür öyrənilməmişdir. Dissertasiya işinin beşinci fəslində bu məsələyə qrand Lebeq fəzalarında və ümumi çəki halında çəkili qrand Lebeq fəzalarında baxılır.

Sistemin bazislik xassələrinin öyrənilməsi metodlardan biri həyacanlama və dayanıqlıq metodlarıdır. Buna görə həyacanlanmış eksponent sistemlərin bazislik xassələrinin müxtəlif fəzalarda öyrənilməsi xüsusi elmi maraq kəsb edir. Həyacanlanmış eksponent sisteminin və triqonometrik sinuslar və kosinuslar sistemlərin basisliyi A.M.Sedletçkinin, Q.Q.Devdarianinin, Y.İ.Moiseyevin, K.İ.Babenkonun, V.F.Qapoşkinin, A.N.Barmenkovun, A.N.Barmenkov və Y.A.Kazminin, Y.A.Lyubarskinin, Y.İ.Lyubarski və V.A.Tkaçenkonun, B.T.Bilalovun və başqa müəlliflərin işlərində öyrənilmişdir. Bu işlərin bir çoxunda sistemin tamlıq və minimallıq məsələləri Hardi siniflərində müxtəlif sərhəd Riman məsələlərinin həllolunanlığına gətirilir. Qeyd etmək lazımdır ki, Riman məsələsi dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında B.T.Bilalov və Z.H.Hüseynovun işində, Morri fəzalarında isə B.T.Bilalov, T.B.Qasımov və A.A.Quliyevanın işində öyrənilmişdir. V.M.Kokilaşvili, A.Mesxi və V.Paataşvilinin işində sərhəd məsələsi qrand Lebeq fəzasının Koşi düsturu ilə ifadəyə malik funksiyalar alt fəzasında öyrənilmişdir. Qrand Lebeq fəzalarında həyacanlanmış eksponent sisteminin bazisliyinə və sərhəd Riman məsələsinin Hardi siniflərində ümumi qoyuluşda həllolunanlığına baxılmamışdır. Qrand Lebeq fəzalarında həyacanlanmış eksponent sisteminin sərhəd Riman məsələləri metodu ilə bazisliyinin öyrənilməsi qrand Hardi siniflərinin təyinini və bu siniflərdə sərhəd Riman məsələlərinin həllolunanlığını tələb edir. Dissertasiya işinin altıncı fəsli belə məsələlərin öyrənilməsinə həsr edilib. Qeyd edilən mülahizələrə görə hesab edirik ki, dissertasiya işinin mövzusu aktualdır və xüsusi elmi maraq kəsb edir.

Tətqiqatın obyekti və predmeti. Dissertasiya işinin tədqiqat obyektləri və predmetləri aşağıdakılardır: Hilbert və Banax fəzalarında bixətti inikaslarla assosiyasiya olunmuş vektor ardıcıllıqların Banax fəzalarına nəzərən Bessel, Hilbert sistemləri, Riss bazisləri və freymlər; separabel olmayan Banax fəzalarında qeyri hesabi Bessel, Hilbert sistemləri və Riss bazisləri; qarışıq normalı Lebeq fəzalarında və dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında Riss və Peli teoremləri; qrand Lebeq fəzalarının sürüşmə operatorunun doğurduğu $G_{p)}$ alt fəzaları; kəsilən diferensial operatorlar; qrand Hardi sinifləri və bu siniflərdə sərhəd Riman məsələlərinin həllolunanlığı; həyəcanlanmış eksponent sistemi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin əsas məqsədi və vəzifəsi Hilbert və Banax fəzalarında bixətti inikaslarla assosiyasiya olunmuş vektor ardıcıllıqlarının Banax fəzalarına nəzərən Bessel, Hilbert sistemlərinin, Riss bazislərin və freymlərin, eləcə də separabel olmayan Banax fəzalarında qeyri hesabi Bessel, Hilbert sistemlərinin və Riss bazislərin ümumiləşmələrinin verilməsi, qarışıq normalı Lebeq fəzalarında və dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında Riss və Peli teoremlərinin analoqlarının alınması, qrand

Lebeq fəzalarının sürüşmə operatorunun doğurduğu $G_{p)}$ alt fəzalarında klassik eksponent və triqonometrik sinuslar və kosinuslar sistemlərinin bazisliyi, qrand Lebeq fəzalarının $G_{p)}$ alt fəzalarında Korovkin teoremlərinin və onların statistik variantlarının analoqları, sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan bir sinif kəsilən diferensial operatorların məxsusi funksiyalar sisteminin qrand Lebeq fəzalarının $G_{p)}$ alt fəzalarında və onların ümumi çəki halında uyğun çəkili alt fəzalarında bazisliyi, qrand Hardi siniflərini, bu siniflərdə bəzi klassik faktların analoqları və sərhəd Riman məsələlərinin həllolunanlığını və həm də qrand Lebeq fəzalarının $G_{p)}$ alt fəzalarında həyəcanlanmış eksponent sisteminin bazisliyidir.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində funksional analiz nəzəriyyəsinin, freym nəzəriyyəsinin, bazis nəzəriyyəsinin, Furye sıraları nəzəriyyəsinin, funksiyalar nəzəriyyəsinin, harmonik və kompleks analizlərin nəzəriyyəsinin, xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, analitik funksiyalar üçün sərhəd məsələləri nəzəriyyəsinin metodlarından istifadə olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar. Müdafiəyə aşağıdakı əsas müddəalar çıxarılır:

1. Hilbert və Banax fəzalarında Bessel, Hilbert sistemlərinin, Riss bazislərin və freymlərin bixətti inikasların köməyi ilə təyin edilməsi və onların uyğun xarakterizasiyalarının öyrənilməsi;

2. Separabel olmayan Banax fəzalarında qeyri hesabi Bessel, Hilbert sistemlərinin və Riss bazislərin ümumiləşmələrinin öyrənilməsi;

3. Qarışıq normalı Lebeq fəzalarında və dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında Riss və Peli teoremlərinin analoqlarının alınması;

4. Bir sinif üçüncü tərtib diferensial tənlik üçün qarışıq məsələnin ümumiləşmiş həllinin Banax fəzasında tədqiqi;

5. Qrand Lebeq fəzalarının sürüşmə operatorunun doğurduğu alt fəzalarında klassik eksponent və triqonometrik sinuslar və kosinuslar sistemlərinin bazisliyi;

6. Sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan bir sinif kəsilən diferensial operatorların məxsusi funksiyalar sisteminin qrand Lebeq

fəzalarının sürüşmə operatorunun doğurduğu alt fəzalarında və onların çəkili hallarında bazisliyi;

7. Qrand Lebeq fəzalarının sürüşmə operatorunun doğurduğu alt fəzalarında Korovkin teoremlərinin və onların statistik variantlarının analoqlarının alınması;

8. Qrand Hardi siniflərinin təyini və bu siniflərdə Riss, Smirnov və Koşi inteqralı vasitəsi ilə funksiyanın ifadə olunması haqqında teoremlərinin analoqlarının alınması;

9. Qrand Hardi siniflərində sərhəd Riman məsələlərinin həllolunanlığı;

10. Qrand Lebeq fəzalarının sürüşmə operatorunun doğurduğu alt fəzalarında həyəcanlanmış eksponent sisteminin bazisliyi.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı elmi yeniliklər alınmışdır:

1. Hilbert və Banax fəzalarında Bessel, Hilbert sistemlərinin, Riss bazisləri və freymlər bixətti inikasların köməyi ilə təyin edilir və onların uyğun xarakterizasiyaları öyrənilir;

2. Separabel olmayan Banax fəzalarında qeyri hesabi şərtsiz basis, qeyri hesabi Bessel, Hilbert sistemləri anlayışları verilir və onlar üçün uyğun klassik nəticələrin analoqları isbat edilir;

3. Hilbert və Banax fəzalarında bazis və freymlərin dayanıqlıq və həyacanlanma haqqında bəzi məlum teoremlərin analoqları uyğun olaraq b-bazis və b-freymlər üçün alınmışdır;

4. Qarışıq normalı Lebeq fəzalarında və dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında Riss və Peli teoremlərinin analoqları alınmışdır və bu nəticələrin köməyi ilə bir sinif üçüncü tərtib diferensial tənlik üçün qarışıq məsələnin ümumiləşmiş həlli $B_{p,p,T}^{1+\frac{2}{q},\frac{2}{q}}$ (q,p qoşma ədədlərdir), $p \geq 2$, fəzasında tədqiq olunmuşdur;

5. Qrand Lebeq fəzalarının sürüşmə operatorunun doğurduğu $G_{p)}$ alt fəzalarında klassik eksponent və triqonometrik sinuslar və kosinuslar sistemlərinin bazisliyi isbat edilmişdir;

6. Sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan bir sinif kəsilən diferensial operatorların məxsusi funksiyalar sisteminin $G_{p)} \oplus C$ düz çəmində bazisliyi isbat edilmişdir;

7. Çəki funksiyası Makenhoupt şərtini ödədikdə çəkili $G_{p),\rho}$ fəzasında sinqulyar operatorun məhdudluğu isbat edilmişdir;

8. Sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan bir sinif kəsilən diferensial operatorların məxsusi funksiyalar sisteminin ümumi çəki halında çəkili qrand Lebeq fəzasında bazisliyi isbat edilmişdir;

9. Qrand Hardi $H_{p)}$ sinifləri təyin edilmişdir, bu siniflərdə Riss, Smirnov və Koşi inteqralı vasitəsi ilə funksiyanın ifadə olunması haqqında teoremlərinin analoqları alınmışdır və sərhəd Riman məsələlərinin həlloıunanlığı öyrənilmişdir;

10. Alınmış nəticələr həyəcanlanmış eksponent sisteminin qrand Lebeq fəzalarının $G_{p)}$ alt fəzalarında bazisliyini almaq üçün tətbiq edilmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya işininnəticələri nəzəri xarakter daşıyır. Onlar diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsində, xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsində, aproksimasiya nəzəriyyəsində, freymlərin və yaxın bazislərin nəzəriyyəsində, harmonik analizdə istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıda adları qeyd olunan Beynəlxalq və Respublika konfranslarında müzakirə olunmuş və materiallarında dərc olunmuşdur: AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun ümuminstitut seminarında (rəhbər AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., prof. M.C.Mərdanov), AMEA–nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsinin seminarında (rəhbər AMEA–nın müxbir üzvü, prof. B.T.Bilalov), AMEA–nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Diferensial tənliklər" şöbəsinin seminarında (rəhbər prof. Ə.B.Əliyev), Bakı Dövlət Universitetinin Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin ümumfakültə seminarında (rəhbər prof. N.Ş.İsgəndərov), Bakı Dövlət Universitetinin "Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz" kafedrasının seminarında (rəhbər prof. Ə.M.Əhmədov), Bakı Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz" kafedrasının seminarında (rəhbər prof. S.S.Mirzəyev), Bakı Dövlət Universitetinin "Difernsial və inteqral tənliklər" kafedrasının seminarında (rəhbər dos. Y.T.Mehrəliyev), prof. Y.C.Məmmədovun 85–illiyinə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı, 2015), akademik F.Q.Maksudovun 80–illiyinə həsr olunmuş 12-ci Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2010), akademik A.D.Hacıyevin 80–illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2017), akademik Z.İ.Xəlilovun 100-illiyinə həsr olunmuş "Fuksional analiz və onun tətbiqləri" adlı Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2011), akademik İ.İ.İbrəhimovun 100-illiyinə həsr olunmuş "Funksiyalar nəzəriyyəsi və harmonik analizin məsələləri" adlı Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2012), akademik P.L.Ulyanovun anadan olmasının 90-ildönümünə həsr olunmuş 19-cu Saratov qış məktəbində "Funksiyalar nəzəriyyəsinin müasir məsələləri və onların tətbiqləri" adlı Beynəlxalq konfransında (Saratov, 2018), prof. H.A.İsaxanlının 70–illiyinə həsr olunmuş "Operatorlar, funksiyalar və riyazi fizikada sistemlər" adlı Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2018), Workshop "Qeyri harmonik analiz və diferensial tənliklər" adlı Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2016), "Mathematical advances and applications" adlı 2-ci Beynəlxalq konfransında (İstanbul, 2019).

Müəllifin şəxsi töhfəsi tədqiqatın məqsədini göstərməkdən və istiqamətinin seçilməsindən ibarətdir. Bundan əlavə, alınan bütün nəticələr və tədqiqat üsulları şəxsən müəllifə məxsusdur.

Müəllifin nəşrləri. Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK–ın tövsiyə etdiyi nəşriyyatlarda 26 məqalə, 8 konfrans materialı və 2 tezis nəşr olunmuşdur. Onlardan 12 məqalə Web of Science bazasına və 1 məqalə Scopus bazasına daxil olan impakt faktorlu jurnallarda dərc olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetririldiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsində və Bakı Dövlət Universitetinin "Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işinin ümumi həcmi – 453739 işarədir (titul səhifəsi – 424 işarə, mündəricat – 3315 işarə, giriş – 86000 işarə, birinci fəsil – 82000 işarə, ikinci fəsil – 24000 işarə, üçüncü fəsil – 74000 işarə, dördüncü fəsil – 48000 işarə, beşinci fəsil – 78000, altıncı fəsil – 58000). İstifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısı 227 adda ədəbiyyatdan ibarətdir.

DİSSERTASİYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya girişdən, altı fəsildən və istifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə tədqiqat mövzusunun aktuallığı əsaslandırılmış və işlənmə dərəcəsi göstərilmişdir, tədqiqatın məqsəd və vəzifələri qeyd olunmuşdur, elmi yeniliyi verilmişdir, tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti göstərilmişdir və həmçinin işin aprobasiyası haqqında məlumat verilmişdir.

Birinci fəsil Hilbert fəzalarında bixətti inikasların köməyi ilə Bessel, Hilbert sistemlərinin və Riss bazislərinin ümumiləşmələrinin öyrənilməsinə həsr edilib. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [1-3, 6, 8, 11, 22-25, 29] işlərində nəşr olunmuşdur.

1.1 paraqrafında standart işarələr, bixətti inikasın köməyi ilə bazis nəzəriyyəsinin əsas anlayışları, eləcə də vektor ardıcıllıqlarının Banax fəzası ilə bağlı bəzi faktlar verilir.

Tutaq ki, X, Y və Z Banax fəzalarıdır. Aşağıdakı şərti ödəyən $b: X \times Y \to Z$ bixətti inikasa baxaq:

$$\exists M, m > 0 \;\; m\|x\|_X \|y\|_Y \le \|b(x,y)\|_Z \le M\|x\|_X \|y\|_Y, \; x \in X, \; y \in Y.$$

Tutaq ki, $\hat{X}$ koordinatlara görə $\hat{x} = \{x_n\}_{n\in N}$, $x_n \in X$, ardıcıllıqların müəyyən Banax fəzasıdır. Əgər $\hat{e}_n : X \to \hat{X}$, $\hat{e}_n(x) = \{\delta_{in} x\}_{i\in N}$, $e_n : \hat{X} \to \hat{X}$, $e_n(\hat{x}) = \{\delta_{in} x_n\}_{i\in N}$, $\hat{\delta}_n : \hat{X} \to X$, $\hat{\delta}_n(\hat{x}) = x_n$, $\hat{x} = \{x_n\}_{n\in N} \in \hat{X}$, $x \in X$, xətti operatorları məhdud olarsa, $\hat{X}$ fəsasına KB-fəsası deyəcəyik. $\hat{X}$ KB-fəzasında $E_k = \{\hat{x} \in \hat{X} : x_n = 0, n \ne k\}$ alt fəzaları bazis əmələ gətirərsə ona CB-fəsası deyəcəyik.

$\hat{X}^*$ fəzasına nəzərən aşağıdakı Lemma doğrudur.

Lemma 1. *Tutaq ki, $\hat{X}$ refleksiv CB-fəzasıdır. Onda $\hat{X}^*$ qoşma fəzası CB-fəzasıdır.*

1.2 paraqrafında bixətti inikasın köməyi ilə Hilbert fəzalarında Bessel və Hilbert ardıcıllıqlarının ümumiləşmələri verilir və onlar üçün uyğun xassələr isbat edilir.

Tutaq ki, X və H Hilbert fəzalarıdır, $\hat{X}$ CB-fəzasıdır və $\omega_b : H \times Y \to X$ bixətti inikası aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$(b(x,y),h)_H = (x,\omega_b(h,y))_X,\ x \in X,\ h \in H,\ y \in Y.$$

Xüsusi halda, $X = C$, $Y = H$ və $b(\lambda, y) = \lambda y$ olduqda $\omega_b(h,y) = (h,y)_H$ alarıq.

Tərif 1. *Əgər $\forall x \in X$ üçün*

$$\omega_b(b(x,y_k), y_n^*) = \delta_{nk} x,\ \forall n,k \in N,$$

şərti ödəndikdə $\{y_n\}_{n\in N} \subset Y$ və $\{y_n^*\}_{n\in N} \subset Y$ sistemlərinə H-da b-biortoqonal sistemlər deyəcəyik.

Tutaq ki, $\{y_n\}_{n\in N} \subset Y$ və $\{y_n^*\}_{n\in N} \subset Y$ H-da b-biortoqonal sistemləri verilib.

Tərif 2. *Əgər ixtiyari $h \in H$ üçün $\{\omega_b(h, y_n^*)\}_{n\in N} \in \hat{X}$ olarsa, $\{y_n\}_{n\in N}$ sisteminə H-da $\hat{X}$ fəzasına nəzərən b-Bessel ($b_{\hat{X}}$-Bessel) sistemi deyəcəyik.*

Aşağıdakı $b_{\hat{X}}$-Bessellik kriteriyası doğrudur.

Teorem 1. *$\{y_n\}_{n\in N}$ sistemin H-da $b_{\hat{X}}$-Bessel sistemi olması üçün zəruri və $\{y_n\}_{n\in N}$ b-tam olduqda həm də kafi şərt elə $T \in L(H, \hat{X})$ operatorun olmasıdır ki,*

$$T(b(x,y_n)) = \{\delta_{in} x\}_{i\in N},\ x \in X, n \in N.$$

Tərif 3. *Əgər*

$$\forall \hat{x} \in \hat{X}, \exists h \in H : \{\omega_b(h, y_n^*)\}_{n\in N} = \hat{x}$$

şərti ödənilərsə $\{y_n\}_{n\in N}$ *sisteminə* H*-da* $\hat{X}$ *fəzasına nəzərən* b*-Hilbert (*$b_{\hat{X}}$*-Hilbert) sistemi deyəcəyik.*

Aşağıdakı $b_{\hat{X}}$-Hilbertlik meyarı doğrudur.

Teorem 2. *$\{y_n\}_{n\in N}$ sistemin H-da $b_{\hat{X}}$-Hilbert sistemi olması üçün kafi və $\{y_n^*\}_{n\in N}$ b-tam olduqda həm də zəruri şərt elə $T\in L(\hat{X},H)$ operatorun olmasıdır ki,*

$$T(\{\delta_{in}x\}_{i\in N})=b(x,y_n)\,,\ x\in X\,, n\in N\,.$$

Aşağıdakı teoremdə b-biortoqonal sistemlərin $b_{\hat{X}}$-Besseliyi ilə $b_{\hat{X}}$-Hilbertliyi aralarındakı əlaqə öyrənilir.

Teorem 3. *Tutaq ki, $\{y_n\}_{n\in N}$ və $\{y_n^*\}_{n\in N}$ H-da b-biortoqonal və b-tam sistemlərdir. Onda $\{y_n\}_{n\in N}$ sistemin H-da $b_{\hat{X}}$-Hilbert olması üçün $\{y_n^*\}_{n\in N}$ sistemin H-da $b_{\hat{X}^*}$-Bessel olması zəruri və kafi şərtdir.*

1.3 paraqrafında Hilbert fəzalarında Riss bazisləri bixətti inikasların köməyi ilə ümumiləşdirilir və onların uyğun Bessel və Hilbert ümumiləmələri ilə əlaqələri göstərilir.

Tərif 4. *Tutaq ki, $\{y_n\}_{n\in N}$ sistemi H-da b-bazis əmələ gətirir. Əgər $\{y_n\}_{n\in N}$ b-basisin əmsallar ardıcıllıqları fəzası $\hat{X}$ fəzası olarsa, ona H-da $b_{\hat{X}}$-Riss bazisi deyəcəyik.*

Tutaq ki, $\{y_n\}_{n\in N}\subset Y$ və $\{y_n^*\}_{n\in N}\subset Y$ H-da b- biortoqonal sistemlər cütüdür.

Aşağıdakı $b_{\hat{X}}$-Riss bazisi kriteriyası doğrudur.

Teorem 4. *Tutaq ki, $\{y_n\}_{n\in N}$ və $\{y_n^*\}_{n\in N}$ H-da b-tam sistemlərdir. $\{y_n\}_{n\in N}$ sistemin H-da $b_{\hat{X}}$-Riss bazisi olması üçün zəruri və kafi şərt elə məhdud tərsi olan $T\in L(H,\hat{X})$ operatorun olmasıdır ki,*

$$T(b(x,y_n))=\{\delta_{in}x\}_{i\in N}\,,\ x\in X\,,\ n\in N\,.$$

1.4 paraqrafında bixətti inikasların köməyi ilə Banax fəzalarında Bessel və Hilbert sistemlərinin ümumiləşmələri verilir və klassik nəticələr onlar üçün isbat olunur.

Tutaq ki, $\{y_n\}_{n\in N} \subset Y$ və $\{y_n^*\}_{n\in N} \subset L(Z,X)$ Z-də b-biortoqonal sistemlər cütüdür.

Tərif 5. *Əgər $\forall z \in Z$ üçün $\{y_n^*(z)\}_{n\in N} \in \hat{X}$ olarsa, $\{y_n\}_{n\in N}$ sisteminə Z-də $\hat{X}$ fəzasına nəzərən b-Bessel ($b_{\hat{X}}$-Bessel) sistemi deyəcəyik.*

Banax fəzalarında aşağıdakı $b_{\hat{X}}$-Bessellik kriteriyası doğrudur.

Teorem 5. *$\{y_n\}_{n\in N}$ sistemin Z-də $b_{\hat{X}}$-Bessel sistemi olması üçün zəruri və $\{y_n\}_{n\in N}$ b-tam olduqda həm də kafi şərt elə $T \in L(Z,\hat{X})$ operatorun olmasıdır ki,*

$$T(b(x,y_n)) = \{\delta_{in}x\}_{i\in N},\ x \in X,\ n \in N .$$

Tərif 6. *Əgər*

$$\forall \hat{x} \in \hat{X}\ \ \exists z \in Z :\ \{y_n^*(z)\}_{n\in N} = \hat{x}$$

şərti ödənilərsə $\{y_n\}_{n\in N}$ sisteminə Z-də $\hat{X}$ fəzasına nəzərən b-Hilbert ($b_{\hat{X}}$-Hilbert) sistemi deyəcəyik.

Banax fəzalarında aşağıdakı $b_{\hat{X}}$-Hilbertlik kriteriyası doğrudur.

Teorem 6. *$\{y_n\}_{n\in N}$ sistemin Z-də $b_{\hat{X}}$-Hilbert sistemi olması üçün kafi və $\{y_n^*\}_{n\in N}$ tam olduqda həm də zəruri şərt elə $T \in L(\hat{X},Z)$ operatorun olmasıdır ki,*

$$T(\{\delta_{in}x\}_{i\in N}) = b(x,y_n),\ x \in X,\ n \in N .$$

$b^* : Z^* \times Y \to X^*$ inikasını

$$b^*(f,y)(x) = f(b(x,y)),\ f \in Z^*,\ y \in Y,\ x \in X,$$

kimi təyin edək. Xüsusi halda, $Y = L(Z,X)$ və $b(x,A) = A(x)$ olduqda alarıq $b^*(f,A) = A^*(f)$.

Aşağıdakı teoremdə b-biortoqonal sistemlərin b-Hilbertliyi ilə b^*-Besselliyi aralarındakı münasibət öyrənilir.

Teorem 7. *Tutaq ki, $\hat{X}$ refleksiv CB-fəzasıdır, Z refleksiv fəzasıdır, $\{y_n\}_{n\in N}$ sistemi Z-də b-tamdır və $\{y_n^*\}_{n\in N}$ sistemi Z^*-da tamdır. Onda $\{y_n\}_{n\in N}$ sistemin Z-də $b_{\hat{X}}$-Hilbert olması üçün $\{y_n^*\}_{n\in N}$ sistemin Z^*-da $b_{\hat{X}^*}^*$-Bessel olması zəruri və kafi şərtdir.*

1.5 paraqrafında Banax fəzalarında minimallıq şərtini qoymadan sistemin Besselliyinə və Hilbertliyinə baxılır.

Tutaq ki, X və Z Banax fəzalarıdır, $\hat{X}$ isə X fəzasının vektorları ardıcıllıqlarının KB-fəzasıdır. $\{g_k\}_{k\in N} \subset L(Z,X)$ operatorlar sisteminə baxaq.

$L_{X^*}\left(\{g_n\}_{n\in N}\right)$ ilə mümkün sonlu $\sum_k x_k^* g_k$, $x_k^* \in X^*$, şəklində xətti kombinasiyalar çoxluğu işarə edilir.

Tərif 7. *Əgər $\overline{L_{X^*}\left(\{g_n\}_{n\in N}\right)} = Z^*$ şərti ödənilərsə, $\{g_k\}_{k\in N}$ sisteminə Z^*-da g-tam sistemi deyilir. Əgər $\{g_k\}_{k\in N}$ və $\{\Lambda_j\}_{j\in N} \subset L(X,Z)$ sistemləri $g_k\Lambda_j = \delta_{kj} I_X$ şərtini ödəyərsə, onlara g-biortoqonal sistemlər deyilir. $\forall x^* \in X^* \setminus \{0\}$ və $\forall k \in N$ üçün $x^* g_k \notin \overline{L_{X^*}\left(\{g_n\}_{n\neq k}\right)}$ ödənilərsə $\{g_k\}_{k\in N}$ sisteminə Z^*-da g-minimal sistemi deyilir.*

Aşağıdakı anlayış Bessel və Hilbert sistemlərinin Banax fəzalarında ümumiləşmələridir.

Tərif 8. *Əgər $\forall z \in Z$ üçün $\{g_k(z)\}_{k\in N} \in \hat{X}$ olarsa, $\{g_k\}_{k\in N}$ sisteminə Z-də $\hat{X}$-Bessel sistemi deyəcəyik. Əgər*

$$\forall \{x_k\}_{k\in N} \in \hat{X}\ \exists z \in Z :\ g_k(z) = x_k$$

şərti ödənilərsə $\{g_k\}_{k\in N}$ sisteminə Z-də $\hat{X}$-Hilbert sistemi deyəcəyik.

Banax fəzalarında aşağıdakı $\hat{X}$-Bessellik kriteriyası doğrudur.

Teorem 8. *$\{g_k\}_{k\in N}$ sistemin Z-də $\hat{X}$-Bessel sistemi olması üçün zəruri və kafi şərt elə $U \in L(Z,\hat{X})$ operatorun olmasıdır ki,*

$$\hat{\delta}_n U = g_n, \quad n \in N.$$

Banax fəzalarında aşağıdakı $\hat{X}$-Hilbertlik kriteriyası doğrudur.

Teorem 9. *$\{g_k\}_{k\in N}$ sistemin Z-də $\hat{X}$-Hilbert sistemi olması üçün kafi və $\{g_k\}_{k\in N}$ tam olduqda həm də zəruri şərt elə $T \in L(\hat{X}, Z)$ operatorun olmasıdır ki,*

$$g_n T = \hat{\delta}_n, \; n \in N.$$

Aşağıdakı teoremdə sistemin $\hat{X}$-Besselliyi ilə $\hat{X}$-Hilbertliyi aralarındakı əlaqə öyrənilir.

Teorem 10. *Tutaq ki, $\hat{X}$ refleksiv CB-fəzasıdır, Z revleksiv fəzasıdır. Onda $\{g_k\}_{k\in N}$ sistemin Z-də $\hat{X}$-Hilbert olması üçün kafi və $\{g_k\}_{k\in N}$ g-tam olduqda həm də zəruri şərt aşağıdakı şərtlərin ödənməsidir:*

1) $\{g_k\}_{k\in N}$ sisteminin g-biortoqonal $\{\Lambda_k\}_{k\in N} \subset L(X, Z)$ sistemi var;

2) $\{\Lambda_k^*\}_{k\in N}$ sistemi Z^*-da $\hat{X}^*$-Bessel sistemidir.

Tərif 9. *Tutaq ki, $\{g_k\}_{k\in N}$ Z^*-da g-tam sistemdir. Əgər elə $A > 0$ və $B > 0$ ədədləri varsa ki, $\forall \hat{x}^* \in \hat{X}^*$ üçün*

$$A\left\|\hat{x}^*\right\|_{\hat{X}^*} \le \left\|\sum_{k=1}^{\infty} x_k^* g_k\right\|_{Z^*} \le B\left\|\hat{x}^*\right\|_{\hat{X}^*}$$

ödənilərsə, $\{g_k\}_{k\in N}$ sisteminə Z^*-da $\hat{X}^*$-Riss g-bazisi deyilir.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 11. *Tutaq ki, $\hat{X}$ refleksiv CB-fəzasıdır, Z refleksiv fəzasıdır və $\{g_k\}_{k\in N}$ Z^*-da g-tam sistemdir. Onda $\{g_k\}_{k\in N}$ sistemin Z^*-da $\hat{X}^*$-Riss g-bazis əmələ gətirməsi üçün onun eyni zamanda $\hat{X}$-Bessel və $\hat{X}$-Hilbert sistemi olması zəruri və kafi şərtdir.*

1.6 paraqrafında separabel olmayan Banax fəzalarında qeyri şərtsiz bazislər, qeyri hesabi Bessel və Hilbert sistemləri anlayışları verilir və uyğun kriteriyalar isbat edilir.

Tutaq ki, X separabel olmayan Banax fəzasıdır, $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I} \subset X$ və $\{x_\alpha^*\}_{\alpha\in I} \subset X^*$ biortiqonal sistemlər cütüdür, I qeyri hesabi indekslər çoxluğudur və K separabel olmayan skalyarlar sistemlərinin Banax fəzasıdır.

Aşağıdakı anlayışlar Bessel və Hilbert ardıcıllıqlarının qeyri hesabi ümumiləşmələridir.

Tərif 10. *Əgər $\forall x \in X$ üçün $\{x_\alpha^*(x)\}_{\alpha\in I} \in K$ olarsa, $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ sisteminə X-da qeyri hesabi K-Bessel sistemi deyəcəyik. Əgər $\forall \lambda = \{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I} \in K$ üçün elə $x \in X$ varsa ki, $\lambda = \{x_\alpha^*(x)\}_{\alpha\in I}$ şərti ödənilərsə $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ sisteminə X-da qeyri hesabi K-Hilbert sistemi deyəcəyik.*

Tutaq ki, $\{\delta_\alpha\}_{\alpha\in I}$ K fəzasında qeyri hesabi şərtsiz bazisdir və $\forall \lambda = \{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I} \in K$ üçün $\{\alpha : \lambda_\alpha \neq 0\}$ çoxluğu ən çoxu hesabidir.

Separabel olmayan Banax fəzalarında sistemin qeyri hesabi K-Bessellik və K-Hilbertlik kriteriyasını verək.

Teorem 12. *$\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ sistemin X-da qeyri hesabi K-Bessel sistemi olması üçün zəruri və $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ tam olduqda həm də kafi şərt elə $T \in L(X,K)$ operatorun olmasıdır ki, $Tx_\alpha = \delta_\alpha$, $\forall \alpha \in I$.*

Teorem 13. *$\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ sistemin X-da qeyri hesabi K-Hilbert sistemi olması üçün kafi və $\{x_\alpha^*\}_{\alpha\in I}$ X^*-da tam olduqda həm də zəruri şərt elə $T \in L(K,X)$ operatorun olmasıdır ki, $T\delta_\alpha = x_\alpha$, $\forall \alpha \in I$.*

İkinci fəsil Banax fəzalarında izomorf və yaxın bazislər ilə əlaqədar nəticələrin b-bazislər kontekstində ümumiləşmələrinin öyrənilməsinə həsr edilib. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [4, 7, 13] işlərində nəşr olunmuşdur.

2.1 paraqrafında b-bazislərin izomorfluq və dayanıqlıq xassələri öyrənilir.

Tutaq ki, X, Y və Z Banax fəzalarıdır.

Aşağıdakı teoremdə b-bazisin Nöter həyacanlanmasında sistemin ona b-izomorf olması üçün şərtlər gətirilir.

Teorem 14. *Tutaq ki, $\{\varphi_n\}_{n\in N} \subset Y$ sistemi Z-də b-bazis əmələ gətirir, $F \in L(Z)$ Fredholm operatordur və $\{\psi_n\}_{n\in N} \subset Y$ elə sistemdir ki, $F(b(x,\varphi_n)) = b(x,\psi_n)$, $\forall x \in X$, $n \in N$. Onda aşağıdakı şərtlər ekvivalentdir:*

a) $\{\psi_n\}_{n\in N}$ sistemi Z-də b-tamdır;

b) $\{\psi_n\}_{n\in N}$ sistemi Z-də b-minimaldır;

c) $\{\psi_n\}_{n\in N}$ sistemi Z-də ω-b-xətti asılı deyil;

d) $\{\psi_n\}_{n\in N}$ sistemi Z-də $\{\varphi_n\}_{n\in N}$-ə b-izomorf b-bazisdir.

Tərif 11. *Tutaq ki, $\{y_n\}_{n\in N}$ və $\{y_n^*\}_{n\in N}$ b-biortoqonal sistemlər cütüdür. Əgər elə müsbət M_1 ədədi varsa ki, $\forall z \in Z$ üçün*

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty}\left\|y_n^*(z)\right\|_X^p\right)^{\frac{1}{p}} \le M_1\|z\|_Z$$

ödənilərsə, $\{y_n\}_{n\in N}$ sisteminə Z-də p-b-Bessel sistemi deyəcəyik. Bu halda Z-də p-b-Bessel $\{y_n\}_{n\in N}$ sistemi b-bazis əmələ gətirərsə ona Z-də p-b-bazis deyəcəyik.

Teorem 15. *Tutaq ki, $\{\varphi_n\}_{n\in N} \subset Y$ sistemi Z-də p-b-bazis əmələ gətirir, $\{\varphi_n^*\}_{n\in N} \subset Q(Z,X)$ onun b-biortoqonal sistemidir və $\{\psi_n\}_{n\in N} \subset Y$ sistemi $\{\varphi_n\}_{n\in N}$-ə q-yaxın sistemdir $p>1$, $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$. Onda teorem 14-in a)-d) şərtləri ekvivalentdir.*

2.2 paraqrafında Banax fəzalarında b-bazisin dayanıqlığı öyrənilir.

Tutaq ki, X, Y və Z Banax fəzalarıdır.

Aşağıdakı teorem Hilbert fəzalarında Riss bazislərinə kvadratik yaxın sistemlərin Riss bazis olması haqqında teoremin ümumiləşməsidir.

Teorem 16. *Tutaq ki,* $\{\varphi_n\}_{n\in N} \subset Y$ H*-da* $b_{l_2(X)}$*-Riss bazisi əmələ gətirir və* $\omega_b(\cdot,\varphi_n^*) \in Q(Z,X)$ *ödənilir. Əgər* $\{\psi_n\}_{n\in N} \subset Y$ *sistemi* ω*-*b*-xətti asılı olmayan və* $\{\varphi_n\}_{n\in N}$ *sisteminə kvadratik yaxın olarsa, onda* $\{\psi_n\}_{n\in N}$ *sistemi* H*-da* $\{\varphi_n\}_{n\in N}$*-ə* b*-izomorf* b*-bazis olur, yəni* H*-da* $b_{l_2(X)}$*-Riss bazisidir.*

Aşağıdakı teorem Banax fəzalarında Peli-Viner teoreminin ümumiləşməsidir.

Teorem 17. *Tutaq ki,* $\{\varphi_n\}_{n\in N} \subset Y$ *sistemi* Z*-də* b*-bazis əmələ gətirir və* $\{\psi_n\}_{n\in N} \subset Y$ *elə sistemdir ki,* $\exists\theta \in [0,1)$ *vardır ki, ixtiyari sonlu* $\{x_n\}_{n\in N} \subset X$ *ardıcıllıq üçün*

$$\left\|\sum_n b(x_n,\varphi_n-\psi_n)\right\|_Z \le \theta \left\|\sum_n b(x_n,\varphi_n)\right\|_Z$$

münasibəti ödənilir. Onda $\{\psi_n\}_{n\in N}$ *sistemi* Z*-də* $\{\varphi_n\}_{n\in N}$*-ə* b*-izomorf* b*-bazis əmələ gətirir.*

2.3 paraqrafında Banax fəzalarında vektor ardıcıllıqların Banax fəzasına nəzərən Bessel bazisləri və onların dayanıqlığı öyrənilir. Burada p-b-bazis üçün alınmış nəticələrin vektor ardıcıllıqların Banax fəzaları halında analoqları isbat edilmişdir.

Üçüncü fəsil Banax fəzalarında freymlərin, atomar ayrılışların və onların həyacanlanmasının bixətti inikasların köməyi ilə öyrənilməsinə həsr olunub. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [9, 12, 14, 16-21, 26-28] işlərində nəşr olunmuşdur.

3.1 paraqrafında Hilbert fəzalarında b-freym, b-freym operatoru anlayışları verilir və onların bəzi xassələri öyrənilir.

Tutaq ki, X və H Hilbert fəzalarıdır və $\{y_n\}_{n\in N} \subset Y$.

Aşağıdakı anlayış Hilbert fəzalarında freymlərin ümumiləşməsidir.

Tərif 12. *Əgər elə* $A, B > 0$ *sabitləri olarsa ki,* $\forall h \in H$ *üçün*

$$A\|h\|_H^2 \le \sum_{k=1}^{\infty} \|\omega_b(h, y_k)\|_X^2 \le B\|h\|_H^2 \qquad (1)$$

münasibəti ödənsin, o zaman $\{y_n\}_{n\in N}$ *ardıcıllığına* H*-da* b*-freym deyəcəyik.* A *və* B *sabitləri* $\{y_n\}_{n\in N}$ b*-freymin sərhədləri adlanır. (1) münasibətinin sağ tərəfi ödəndikdə* $\{y_n\}_{n\in N}$ *sisteminə sərhəddi* B *olan* b*-Bessel sistemi deyəcəyik.*

Xüsusi halda $X = C$, $Y = H$ və $b(\lambda, y) = \lambda y$ olduqda $\omega_b(h, y) = (h, y)_H$ olduğundan (1) bərabərsizliyi

$$A\|h\|_H^2 \le \sum_{k=1}^{\infty} |(h, y_k)|^2 \le B\|h\|_H^2, \ \forall h \in H,$$

şəklində olur, yəni $\{y_n\}_{n\in N}$ H-da sərhədləri A və B olan freym olur.

Aşağıdakı b-freymlik kriteriyası doğrudur.

Teorem 18. $\{y_n\}_{n\in N}$ *ardıcıllığının* H*-da* b*-freym olması üçün* $T : l_2(X) \to Z$ *:*

$$T(\{x_k\}_{k\in N}) = \sum_{k=1}^{\infty} b(x_k, y_k)$$

operatorunun təyini və məhdud suryektiv olması zəruri və kafi şərtdir.

Tutaq ki, Y_1 Banax fəzasıdır, H_1 Hilbert fəzasıdır və $b_1 : X \times Y_1 \to H_1$ məhdud bixətti inikasdır.

b-freymlərin Nöter həyacanlanması haqqında aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 19. *Tutaq ki,* $\{y_n\}_{n\in N}$ *sistemi* H*-da* b*-freymdir və* A *və* B *onun sərhədləridir,* $F \in L(H, H_1)$ *Nöter operatorudur və* $\{\psi_n\}_{n\in N} \subset Y_1$ *elə sistemdir ki, ixtiyari* $x \in X$, $n \in N$ *üçün* $F(b(x, y_n)) = b_1(x, \psi_n)$*. Onda* $\{\psi_n\}_{n\in N}$ *sistemi* $\overline{L_b(\{\psi_n\}_{n\in N})}$*-də* b*-freym əmələ gətirir.*

3.2 paraqrafında Banax fəzalarında freymlərin bixətti inikasların köməyi ilə b-bazis mənada ümumiləşmələri öyrənilir.

Tərif 13. *Əgər elə $A,B>0$ sabitləri olsa ki, ixtiyari $g\in Z^*$ üçün*

$$A\|g\|\le\left\|\left\{b^*(g,\varphi_n)\right\}_{n\in N}\right\|_{\hat{X}^*}\le B\|g\|$$

doğru olsun, o zaman $\{\varphi_n\}_{n\in N}\subset Y$ ardıcıllığına Z^*- da $b_{\hat{X}^*}$-freym deyəcəyik.

Aşağıdakı $b_{\hat{X}^*}$-freymlik kriteriyası doğrudur.

Teorem 20. *$\{\varphi_n\}_{n\in N}\subset Y$ ardıcıllığın Z^*-da $b_{\hat{X}^*}$-freym olması üçün $T:\hat{X}\to Z$:*

$$T\hat{x}=\sum_{n=1}^{\infty}b(x_n,\varphi_n),\ \forall\hat{x}=\{x_n\}_{n\in N}\in\hat{X},$$

operatorunun təyini və məhdud suryektiv olması zəruri və kafi şərtdir.

Aşağıdakı teoremdə $b_{\hat{X}^*}$-freymlərin proyeksiyalanma xassəsi verilir.

Teorem 21. *Tutaq ki, $\{\varphi_n\}_{n\in N}\subset Y$ sistemi Z^*-da $b_{\hat{X}^*}$-freym əmələ gətirir. Onda aşağıdakı şərtlər ekvivalentdir:*

1) Z fəzasını özünün alt fəzası kimi əhatə edən elə Z_1 Banax fəzası və orada elə $\{\psi_n^*\}_{n\in N}\subset L(X,Z_1)$ $t_{\hat{X}}$-bazisi var ki, $\forall x\in X$, $n\in N$ üçün $P\psi_n^*(x)=b(x,\varphi_n)$, burada $t(x,\psi^*)=\psi^*(x)$ və $P\in L(Z_1,Z)$ - proyektordur;

2) $\hat{N}=\left\{\hat{x}=\{x_n\}_{n\in N}\in\hat{X}:\sum_{n=1}^{\infty}b(x_n,\varphi_n)=0\right\}$ alt fəzası $\hat{X}$-da tamamlanandır;

3) Elə $\hat{X}$-Bessel $\{\varphi_n^*\}_{n\in N}\subset L(Z,X)$ sistemi var ki, $\forall z\in Z$ üçün $z=\sum_{n=1}^{\infty}b(\varphi_n^*(z),\varphi_n)$ doğrudur.

3.3 paraqrafında Banax fəzalarında freymlərin bəzi xassələri onların vektor ardıcıllıqlarının fəzasına nəzərən ümumiləşmələri üçün öyrənilir.

Tərif 14. *Əgər elə* $A, B > 0$ *varsa ki,* $\forall z \in Z$ *üçün*

$$A\|z\|_Z \leq \left\|\{g_k(z)\}_{k\in N}\right\|_{\hat{X}} \leq B\|z\|_Z$$

münasibəti ödənilərsə, o zaman $\{g_n\}_{n\in N} \subset L(Z, X)$ *ardıcıllığına* Z*-də* $\hat{X}$*-freym deyəcəyik.*

Aşağıdakı $\hat{X}$-freymlik meyarı doğrudur.

Teorem 22. *Tutaq ki,* $\hat{X}$ *refleksiv* CB*-fəzasıdır,* Z *refleksiv fəzasıdır və* $\{g_n\}_{n\in N} \subset L(Z, X)$. *Onda* $\{g_n\}_{n\in N}$ *ardıcıllığının* Z*-də* $\hat{X}$*-freym olması üçün* $T : \hat{X}^* \to Z^*$*:*

$$T(\hat{x}^*) = \sum_{k=1}^{\infty} x_k^* g_k, \ \forall \hat{x}^* = \{x_k^*\}_{k\in N} \in \hat{X}^*$$

operatorunun təyini və məhdud suryektiv olması zəruri və kafi şərtdir.

Aşağıdakı anlayış Banax freymlərinin vektor ardıcıllıqların fəzasına nəzərən ümumiləşmələridir.

Tərif 15. *Tutaq ki,* $\{g_n\}_{n\in N} \subset L(Z, X)$ *və* $S : \hat{X} \to Z$ *xətti operatordur.* $\left(\{g_n\}_{n\in N}, S\right)$ *cütünə aşağıdakı şərtlər ödənildikdə* Z*-də Banax* $\hat{X}$*-freymi deyəcəyik:*

1) $\{g(z)\}_{n\in N} \in \hat{X}$*;*

2) *elə* $A, B > 0$ *var ki,* $A\|z\|_Z \leq \left\|\{g_n(z)\}_{n\in N}\right\|_{\hat{X}} \leq B\|z\|_Z$*;*

3) S $\hat{X}$*-da məhduddur və* $S(\{g_n(z)\}_{n\in N}) = z$, $\forall z \in Z$.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 23. *Tutaq ki,* $\{g_n\}_{n\in N} \subset L(Z, X)$ Z*-də* $\hat{X}$*-freymdir və* $U \in L(Z, \hat{X})$ *operatoru* $U(z) = \{g_n(z)\}_{n\in N}$, $\forall z \in Z$ *düsturu ilə verilib. Aşağıdakı şərtlər ekvivalentdir:*

1) $\mathrm{Im}U$ $\hat{X}$*-da tamamlanandır;*

2) $U^{-1}:\mathrm{Im}U\to Z$ *operatoru bütün* $\hat{X}$*-da məhdud operatora qədər davam oluna bilər;*

3) elə xətti məhdud $S\in L(\hat{X},Z)$ *operatoru var ki,* $\left(\{g_n\}_{n\in N},S\right)$ *cütü* Z*-də Banax* $\hat{X}$*-freymi əmələ gətirir;*

4) $\exists\{\Lambda_n\}_{n\in N}\subset L(X,Z)$ Z^**-da* $\hat{X}^*$*-Bessel sistemi var ki,*

$$z=\sum_{k=1}^{\infty}\Lambda_k g_k(z),\ \forall z\in Z.$$

3.4 paraqrafında $\hat{X}$-freymlər və $\hat{X}$-Riss bazisləri aralarındakı əlaqələr öyrənilir.

Aşağıda $\hat{X}^*$-Riss bazisin kriteriyası doğrudur.

Teorem 24. *Tutaq ki,* $\hat{X}$ *refleksiv* CB*-fəzasıdır,* Z *refleksiv fəzasıdır və* $\{g_n\}_{n\in N}\subset L(Z,X)$. *Onda aşağıdakı şərtlər ekvivalentdir:*

1) $\{g_n\}_{n\in N}$ Z^**-da sərhədləri* A *və* B *olan* $\hat{X}^*$*-Riss* g*-bazisdir;*

2) $\{g_n\}_{n\in N}$ *sərhədləri* A *və* B *olan* Z*-də* $\hat{X}$*-freymdir və* Z^**-da* g*-minimaldır;*

3) $\{g_n\}_{n\in N}$ Z*-də* g*-tamdır və eyni zamanda* $\hat{X}$*-Bessel və* $\hat{X}$*-Hilbert sistemidir.*

3.5 paraqrafında Banax fəzalarında b-atomar ayrılışlar və onların Nöter həyacanlanması öyrənilir.

Tərif 16. *Aşağıdakı şərtlər ödəndikdə* $\left(\{y_n^*\}_{n\in N},\{y_n\}_{n\in N}\right)$ *çütünə* Z*-də* $\hat{X}$*-a nəzərən* $b_{\hat{X}}$*-atomar ayrılış deyəcəyik:*

1) $\{y_n^*(z)\}_{n\in N}\in\hat{X}$, $\forall z\in Z$;

2) elə $A,B>0$ *var ki,* $A\|z\|_Z\le\left\|\{y_n^*(z)\}_{n\in N}\right\|_{\hat{X}}\le B\|z\|_Z$;

3) $z=\sum_{n=1}^{\infty}b(y_n^*(z),y_n)$, $\forall z\in Z$.

Əgər $\{y_n\}_{n\in N}$ Z^*-da $b_{\hat{X}^*}$-freym olarsa, ona $\{y_n^*\}_{n\in N}$ üçün alternativ dual $b_{\hat{X}^*}$-freym deyəcəyik.

Aşağıdakı teoremdə $b_{\hat{X}}$-atomar ayrılışın Nöter həyacanlanması öyrənilir.

Teorem 25. *Tutaq ki,* $\left(\{y_n^*\}_{n\in N},\{y_n\}_{n\in N}\right)$ Z*-də sərhədləri* A *və* B *olan* $b_{\hat{X}}$*-atomar ayrılışdır,* $F\in L(Z,Z_1)$ *Nöter operatorudur və* $F_b(y_n)=\psi_n$. *Onda elə* $\{\psi_n^*\}_{n\in N}\subset L(Z_1,X)$ *sistemi var ki,* $\left(\{\psi_n^*\}_{n\in N},\{\psi_n\}_{n\in N}\right)$ $\overline{L_b\left(\{\psi_n\}_{n\in N}\right)}$*-də* $b_{\hat{X}}$*-atomar ayrılış olur. Əgər* $\{y_n\}_{n\in N}$ Z^**-də* $\{y_n^*\}_{n\in N}$ *üçün alternativ dual* $b_{\hat{X}}^*$*-freym olarsa, onda* $\{\psi_n\}_{n\in N}$ $Z_1^*-\ker F^*$*-da* $\{\psi_n^*\}_{n\in N}$ *üçün alternativ dual* $b_{\hat{X}}^*$*-freym olar.*

3.6 paraqrafında Banax fəzalarda $b_{\hat{X}}$-atomar ayrılışın və $\hat{X}$-freymin dayanıqlığı öyrənilir.

Tutaq ki, $\{\varphi_n\}_{n\in N}\subset Y$ və $\{\varphi_n^*\}_{n\in N}\subset L(Z,X)$.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 26. *Tutaq ki,* $\left(\{\varphi_n^*\}_{n\in N},\{\varphi_n\}_{n\in N}\right)$ Z*-də sərhədləri* A *və* B *olan* $b_{\hat{X}}$*-atomar ayrılışdır və* $\{\psi_n\}_{n\in N}\subset Y$. *Fərz edək ki, elə* $\lambda,\beta,\mu\ge 0$ *ədədlər vardır ki,*

i) $\max\{\beta;\lambda+\mu B\}<1$;

ii) $$\left\|\sum_i b(x_i,\varphi_i-\psi_i)\right\|_Z\le$$
$$\le\lambda\left\|\sum_i b(x_i,\varphi_i)\right\|_Z+\beta\left\|\sum_i b(x_i,\psi_i)\right\|_Z+\mu\left\|\{x_i\}\right\|_{\hat{X}}.$$

Onda elə $\{\psi_n^*\}_{n\in N}\subset L(Z,X)$ *sistemi var ki,* $\left(\{\psi_n^*\}_{n\in N},\{\psi_n\}_{n\in N}\right)$ *cütü* Z*-də sərhədləri*
$$\frac{(1-\beta)A}{1+(\lambda+\mu B)}\ \text{və}\ \frac{(1+\beta)B}{1-(\lambda+\mu B)}$$

olan $b_{\hat{X}}$ -atomar ayrılışdır.

3.7 paraqrafında analoji faktlar Banax fəzalarında Banax $\hat{X}$ -freymlərin və $\hat{X}$ -Riss g -bazislərin dayanıqlığı üçün öyrənilir.

Dördüncü fəsil qarışıq normalı Lebeq fəzalarında və dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında Riss və Peli teoremlərinin[3] analoqlarının öyrənilməsinə və bir sinif üçüncü tərtib diferensial tənliklər üçün qarışıq məsələnin ümümiləşmiş həllinin tətqiqinə həsr edilmişdir.

Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [5, 10, 26] işlərində nəşr olunmuşdur.

4.1 paraqrafında qarışıq normalı Lebeq fəzalarında Riss və Peli teoremlərinin[3] analoqları isbat edilir.

$l_p(a,b)$, $p>1$, ilə norması

$$\|a\|_{l_p(a,b)} = \left(\sum_{i=1}^{\infty} \int_a^b |a_i(t)|^p \, dt \right)^{\frac{1}{p}}$$

olan (a,b) aralığında ölçülən funksiyalar $a(t)=\{a_i(t)\}_{i\in N}$ ardıcıllıqların Banax fəzasını işarə edək. Tutaq ki, $\{\varphi_n(t)\}_{n\in N}$ $[a,b]$ parçasında ortoqonal və sanki hər yerdə $|\varphi_n(t)| \le M$ $(n\in N)$ şərtini ödəyən funksiyalar ardıcıllığıdır, burada M sabiti n-dən asılı deyil.

$l_p(a,b)$ -də Riss teoreminin analoqu doğrudur.

Teorem 27. *Aşağıdakı təkliflər doğrudur:*

1) Əgər $f \in L_{(q,p)}((a,b)\times(c,d))$, $1<p\le 2$, $\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}=1$, $a_i(t)=\int_c^d f(t,s)\varphi_i(s)ds$ *olarsa, onda* $a(t)=\{a_i(t)\}_{i\in N} \in l_q(a,b)$, *və*

$$\|a\|_{l_q(a,b)} \le M^{\frac{2-p}{p}} \|f\|_{L_{(q,p)}};$$

---

[3]Зигмунд, А. Тригонометрические ряды: [в 2 томах] / – Москва: Наука, – 1965, т.2, – 526 с.

2) Əgər $a(t)=\{a_i(t)\}_{i\in N}\in l_p(a,b)$, $1<p\le 2$, *olarsa, onda elə* $f\in L_{(p,q)}((a,b)\times(c,d))$ *funksiyası vardır ki,* $a_i(t)=\int_c^d f(t,s)\varphi_i(s)ds$ *və* $\|f\|_{L_{(p,q)}}\le M^{\frac{2-p}{p}}\|a\|_{l_p(a,b)}$, $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$.

4.2 paraqrafında qarışıq normalı dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında Riss və Peli teoremlərinin analoqları isbat edilir.

Tutaq ki, Ω və T R^n-də ölçülən çoxluqlardır, $p(x)\ge 1$, $q(x)\ge 1$ Ω-da ölçülən funksiyalardır. Tutaq ki,

$$p_+(E)=ess\sup_{x\in E}p(x) \text{ və } p_-(E)=ess\inf_{x\in E}p(x).$$

Xüsusi halda $p_+=p_+(\Omega)$, $p_-=p_-(\Omega)$ kimi işarə edək. Tutaq ki, $\Omega_\infty=\{x\in\Omega: p(x)=\infty\}$.

Tərif 17. *Ölçülən* $f:\Omega\to R$ *funksiyasının* $p(\cdot)$ *funksiyaya nəzərən modulyarı*

$$\rho_{p(\cdot),\Omega}(f)=\int_{\Omega\setminus\Omega_\infty}|f(x)|^{p(x)}dx+\|f\|_{L_\infty(\Omega_\infty)}$$

ədədinə deyilir.

$L_{p(x)}(\Omega)$ ilə norması

$$\|f\|_{L_{p(x)}(\Omega)}=\inf\{\lambda>0:\rho_{p(\cdot),\Omega}(f/\lambda)\le 1\}$$

sonlu ədəd olan ölçülən $f:\Omega\to R$ funksiyalar Banax fəzasını işarə edək.

$L_{q(\cdot)}(\Omega,L_{p(\cdot)}(T))$ ilə $\Omega\times T$-də ölçülən elə $f(x,t):\Omega\times T\to R$ funksiyalar fəzası işarə edilir ki, sanki bütün $x\in\Omega$ üçün $f(x,\cdot)\in L_{p(x)}(T)$ və $\|f(x,\cdot)\|_{L_{p(x)}(T)}\in L_{q(x)}(\Omega)$. $l_{p(x)}(\Omega)$ və $l_{p(x),p(x)-2}(\Omega)$ ilə normaları uyğun olaraq

$$\left\|\{c_k\}\right\|_{l_{p(x)}(\Omega)} = \inf\left\{\lambda > 0 : \sum_{k=1}^{\infty}\int_{\Omega}\left(\frac{|c_k(x)|}{\lambda}\right)^{p(x)} \le 1\right\},$$

$$\left\|\{c_k\}\right\|_{l_{p(x),p(x)-2}(\Omega)} = \inf\left\{\lambda > 0 : \sum_{k=1}^{\infty}\int_{\Omega} k^{p(x)-2}\left(\frac{|c_k(x)|}{\lambda}\right)^{p(x)} \le 1\right\}$$

olan Ω-da ölçülən funksiyalar $\{c_k(x)\}_{k\in N}$ ardıcıllıqların fəzalarını işarə edək.

Aşağıdakı teoremdə $L_{q(x)}(\Omega, L_{p(x)}(T))$ fəzasında Piss teoreminin analoqu gətirilir.

Teorem 28. *Aşağıdakı təkliflər doğrudur:*

1) Əgər $f \in L_{q(x)}((a,b), L_{p(x)}(c,d))$, $1 < p_- \le p(x) \le 2$, *və* $c_k(x) = \int_c^d f(x,t)\varphi_k(t)dt$, $k \in N$, *olarsa, onda* $\{c_k\}_{k\in N} \in l_{q(x)}(a,b)$, $q(x) = \dfrac{p(x)}{p(x)-1}$, *və* $\left\|\{c_k\}_{k\in N}\right\|_{l_{q(x)}(a;b)} \le M_1(p)\|f\|_{L_{q(x)}((a,b),L_{p(x)}(c,d))}$.

2) İxtiyari $\{c_k\}_{k\in N} \in l_{p(x)}(a,b)$, $1 < p(x) \le 2$, *üçün elə* $f \in L_{p(x)}((a,b), L_{q(x)}(c,d))$, $q(x) = \dfrac{p(x)}{p(x)-1}$, *funksiyası vardır ki,* $c_k(x) = \int_c^d f(x,t)\varphi_k(t)dt$, $k \in N$, *və*

$$\|f\|_{L_{p(x)}((a,b),L_{q(x)}(c,d))} \le M_1(p)\left\|\{c_k\}_{k\in N}\right\|_{l_{p(x)}(a,b)}.$$

Teorem 29. *Aşağıdakı təkliflər doğrudur:*

1) Əgər $f \in L_{p(x)}((a,b), L_{p(x)}(c,d))$, $1 < p_- \le p(x) \le 2$, *və* $c_k(x) = \int_c^d f(x,t)\varphi_k(t)dt$ *olarsa, onda* $\{c_k\}_{k\in N} \in l_{p(x),p(x)-2}(a,b)$ *və*

$$\left\|\{c_k\}_{k\in N}\right\|_{l_{p(x),p(x)-2}(a;b)} \le \frac{AM_1(p)}{p_- - 1}\|f\|_{L_{q(x)}((a,b),L_{p(x)}(c,d))};$$

2) İxtiyari $\{c_k\}_{k\in N} \in l_{q(x),q(x)-2}$, $2 \le q(x) \le q_+ < \infty$, *üçün elə* $f \in L_{q(x)}((a,b), L_{q(x)}(c,d))$ *funksiyası var ki,* $c_k(x) = \int_c^d f(x,t)\varphi_k(t)dt$, $k \in N$ *və*

$$\|f\|_{L_{q(x)}((a,b),L_{q(x)}(c,d))} \le Aq_+ M_2(q) \left\| \{c_k\}_{k\in N} \right\|_{l_{q(x),q(x)-2}(a,b)}.$$

4.3 paraqrafında bir sinif üçüncü tərtib diferensial tənliklər üçün qarışıq məsələnin ümümiləşmiş həllinin varlığı və yeganəliyi isbat edilmişdir.

Tutaq ki, T hər hansı müsbət ədəddir. $L_p([0,T], L_{p,p-2}(0,\pi))$, $p \ge 2$, ilə norması

$$\|f\|_{L_p([0,T],L_{p,p-2}(0,\pi))} = \left(\sum_{n=1}^{\infty} n^{p-2} \int_0^T |f_n(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}$$

olan $f(t,x) \in L_p(D)$, $D = (0,T)\times(0,\pi)$, funksiyalar Banax fəzasını işarə edək, burada $f_n(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(t,x)\sin nx dx$.

Tutaq ki, $B^{\alpha_0,\alpha_1,..,\alpha_k}_{\beta_0,\beta_1,..,\beta_k,T}$ D düzbucaqlıda baxılan $u(t,x) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t)\sin nx$ şəklində $u_n(t) \in C^{(k)}([0,T])$ şərtini ödəyən və norması

$$\|u\|_{B^{\alpha_0,\alpha_1,...,\alpha_k}_{\beta_0,\beta_1,...,\beta_k T}} = \sum_{i=0}^{k} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \left(n^{\alpha_i} \max_{0\le t\le T} \left| u_n^{(i)}(t) \right| \right)^{\beta_i} \right)^{\frac{1}{\beta_i}}$$

olan $u(t,x)$ funksiyalar Banax fəzasıdır, burada $\alpha_i \ge 0$, $\beta_i \ge 1$, $i = \overline{0,k}$, $k \ge 0$ tam ədəddir.

Aşağıdakı

$$u_{tt}(t,x) - \alpha u_{txx}(t,x) = F(u)(t,x) \tag{2}$$

tənliyi üçün başlanğıc və sərhəd şərtləri

$$u(0,x)=\varphi(x),\ u_t(0,x)=\psi(x),\ 0\le x\le\pi\ , \tag{3}$$
$$u(t,\pi)=u(t,0)=0\ ,0\le t\le T\ , \tag{4}$$
olan qarışıq məsələyə baxaq, burada $0<\alpha$ qeyd eilmiş ədəddir, F verilmiş, ümumiyyətlə, qeyri xətti operatordur, φ və ψ verilmiş funksiyalardır.

Tərif 18. *(3) şərtini ödəyən* $u(t,x)\in B_{p,p,T}^{1+\frac{2}{q},\frac{2}{q}}$ *(q,p qoşma ədədlərdir), funksiyasına o zaman (2)-(4) məsələsinin ümumiləşmiş həlli deyilir ki, ixtiyari* $v(t,x)\in W_1^1([0,T],L_q(0,\pi))$ *,* $[0,\pi]$*-də sanki hər yerdə* $v(T,x)=0$*, və* $v(t,0)=v(t,\pi)=0$*,* $t\in[0,\pi]$*, şərtlərini ödəyən funksiya uçün*

$$\int_0^T\int_0^\pi\{u_t(t,x)v_t(t,x)-\alpha u_{xx}(t,x)v_t(t,x)+F(u(t,x))v(t,x)\}dxdt-$$
$$-\alpha\int_0^\pi\varphi^{//}(x)v(0,x)dx+\int_0^\pi\psi(x)v(0,x)dx=0$$

eyniliyi ödənilsin.

Aşağıdakı teoremdə (2)-(4) məsələsinin ümumiləşmiş həllinin varlığı və yeganəliyi isbat edilir.

Teorem 30. *Tutaq ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:*

1) $\varphi(x)\in C^{(1)}([0,\pi])\cap W_p^2(0,\pi)$, $\{n^2\varphi_n\}_{n\in N}\in l_{p,p-2}$, $\varphi(0)=\varphi(\pi)=0$, $\psi(x)\in C([0,\pi])\cap W_p^1(0,\pi)$, $\{n\psi_n\}_{n\in N}\in l_{p,p-2}$, $\psi(0)=\psi(\pi)=0$*;*

2) $F(u)\in L_p([0,T],L_{p,p-2}(0,\pi))$, $u\in B_{p,p,T}^{1+\frac{2}{q},\frac{2}{q}}$, $p\ge 2$*, və elə* $a(t),b(t)\in L_p(0,T)$ *funksiyaları vardır ki,*

$$\|F(u)(t,\cdot)\|_{L_{p,p-2}(0,\pi)}\le a(t)+b(t)\|u\|_{B_{p,p,t}^{1+\frac{2}{q},\frac{2}{q}}},\ t\in[0,T];$$

3) elə $c(t)\in L_p(0,T)$ *funksiyası vardır ki,* $\forall u,v\in S(0,R)$ *üçün*

$$\|F(u)(t,\cdot)-F(v)(t,\cdot)\|_{L_{p,p-2}(0,\pi)}\le c(t)\|u-v\|_{B_{p,p,t}^{1+\frac{2}{q},\frac{2}{q}}},\ t\in[0,T],$$

burada R müəyyən ədəddir. Onda (2)-(4) məsələsinin yeganə ümumiləşmiş həlli var.

Beşinci fəsil qrand Lebeq fəzalarında və onların çəkili hallarında klassik eksponent sisteminin və bir sinif kəsilən diferensial operatorların məxsusi funksiyalar sisteminin bazisliyinə həsr eilib. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [31, 33-36] işlərində nəşr olunmuşdur.

5.1 paraqrafında kəsilməz funksiyalar çoxluğunun qrand Lebeq fəzasının sürüşmə operatorunun doğurduğu alt fəzasında sıxlığı isbat edilir.

Tutaq ki, $\Omega \subset R^n$ $|\Omega|$ Lebeq ölçüsü sonlu olan ölçülən çoxluqdur və $p > 1$. $L_{p)}(\Omega)$ ilə Ω-da ölçülən

$$\|f\|_{p)} = \sup_{0<\varepsilon<p-1} \left(\frac{\varepsilon}{|\Omega|} \int_{\Omega} |f(t)|^{p-\varepsilon} dt \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}} < +\infty$$

şərtini ödəyən f funksiyalar qrand Lebeq Banax fəzası işarə edilir.

$L_{p)}(a,b)$ fəzasında

$$T_\delta f(x) = \begin{cases} f(x+\delta), x+\delta \in [a,b], \\ 0, x+\delta \in R \setminus [a,b], \end{cases}, \ \delta > 0,$$

sürüşmə operatoruna baxaq. $G_{p)}(a,b)$ ilə $\|T_\delta f - f\|_{p)} \to 0$, $\delta \to 0$, şətini ödəyən $f \in L_{p)}(a,b)$ funksiyalardan ibarət xətti çoxobrazlının $L_{p)}(a,b)$ fəzasında qapanmasını işarə edək.

Teorem 31. *$C_0^\infty[a,b]$ çoxluğu $G_{p)}(a,b)$ fəzasında sıxdır.*

5.2 paraqrafında qrand Lebeq fəzasında eksponent sisteminin və triqonometrik sinuslar və kosinuslar sistemlərin bazisliyi öyrənilir.

Eksponent sisteminin və triqonometrik sinuslar və kosinuslar sistemlərin $G_{p)}(-\pi,\pi)$ fəzasında bazisliyi isbat edilir.

Teorem 32. *Eksponent $\{e^{int}\}_{n\in Z}$ sistemi $G_{p)}(-\pi,\pi)$, $p > 1$, fəzasında bazis əmələ gətirir.*

Teorem 33. *Sinuslar* $\{\sin nt\}_{n\in N}$ *və kosinuslar* $\{\cos nt\}_{n\in N_0}$ *sistemləri* $G_{p)}(0,\pi)$, $1<p<+\infty$, *fəzasında bazis əmələ gətirir.*

5.3 paraqrafında ümumi çəki halında çəkili qrand Lebeq fəzalarında eksponent sisteminin və triqonometrik sinuslar və kosinuslar sistemlərin bazisliyi öyrənilir.

Tutaq ki, $\rho:[a,b]\to R_+$ hər hansı çəki funksiyasıdır. $A_p(a,b)$, $1<p<+\infty$, ilə Makenhoupt sinfi işarə edilir, yəni

$$\sup_{I\subset[a,b]}\frac{1}{|I|}\int_I \rho(t)dt\left(\frac{1}{|I|}\int_I \rho(t)^{-\frac{1}{p-1}}dt\right)^{p-1}<+\infty$$

şərtini ödəyən $\rho(t)$ çəki funksiyalar sinfi. $G_{p),\rho}(a,b)$ ilə $L_{p),\rho}(a,b)$ çəkili qrand Lebeq fəzasına aid elə f funksiyalar alt fəzasını işarə edək ki, $\rho f\in G_{p)}(a,b)$.

$G_{p),\rho}(-1,1)$ fəzasında eksponent sisteminin və triqonometrik sinuslar və kosinuslar sistemlərin bazisliyi isbat edilir.

Teorem 34. *Tutaq ki,* ρ *çəki funksiyası Makenhoupt* $A_p(-1,1)$ *sinfinə aiddir. Onda eksponent* $\{e^{in\pi x}\}_{n\in Z}$ *sistemi* $G_{p),\rho}(-1,1)$ *fəzasında bazis əmələ gətirir.*

Teorem 35. *Tutaq ki,* ρ *çəki funksiyası Makenhoupt* $A_p(0,1)$ *sinfinə aiddir. Onda sinuslar* $\{\sin nt\}_{n\in N}$ *və kosinuslar* $\{\cos nt\}_{n\in N_0}$ *sistemləri* $G_{p),\rho}(0,1)$, $1<p<+\infty$, *fəzasında bazis əmələ gətirir.*

5.4 paraqrafında qrand Lebeq fəzasında sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan bir sinif ikinci tərtib diferensial tənliklər üçün kəsilən spektral məsələyə baxılır.

Aşağıdakı kəsilən spektral məsələyə baxaq:

$$y''(x)+\lambda y(x)=0\,,\ x\in(-1,0)\cup(0,1)\,, \tag{5}$$

$$\left.\begin{array}{l} y(-1)=y(1)=0, \\ y(-0)=y(+0), \\ y'(-0)-y'(+0)=\lambda m y(0), m\neq 0. \end{array}\right\} \tag{6}$$

$G_{p)}(-1,1)\oplus C$ fəzasında $D(L)$ təyin oblastı

$$\hat{u}=\left(u;mu(0)\right)\in GW^2_{p)}((-1,0)\cup(0,1))\oplus C$$

və

$$u(-1)=u(1)=0\,,\ u(-0)=u(+0)$$

şərtlərini ödəyən vektorlardan ibarət $L(\hat{u})=(-u'',u'(-0)-u'(+0))$ ifadəsi ilə L operatorunu təyin edək. T.B.Qasımov və S.C.Məmmədovanın[4] işində göstərilmişdir ki, (5), (6) məsələsinin $\lambda_{1,n}=(\pi n)^2$, $n=1,2,...$, $\lambda_{2,n}=\rho^2_{2,n}$, $n=0,1,2,...$, məxsusi qiymətləri var, burada $\rho_{2,n}=\pi n+\dfrac{2}{\pi m n}+O(\dfrac{1}{n^2})$, uyğun məxsusi funksiyalar isə

$$u_{2n-1}(x)=\sin\pi n x\,,\ n=1,2,...,$$

$$u_{2n}(x)=\begin{cases}\sin\rho_{2,n}(1+x), x\in[-1,0]\\ \sin\rho_{2,n}(1-x), x\in[0,1]\end{cases},\ n=0,1,2,...$$

şəkildə ifadə olunur. Tutaq ki,

$$\hat{u}_{2n-1}(x)=(u_{2n-1}(x);0)\,,\ n=1,2,...,$$

$$\hat{u}_{2n}(x)=(u_{2n}(x);m\sin\rho_{2,n})\,,\ n=0,1,2,....$$

Teorem 36. *L operatorunun $\{\hat{u}_n\}_{n\in Z_+}$ məxsusi funksiyalar sistemi $G_{p)}(-1,1)\oplus C$ fəzasında bazis əmələ gətirir.*

5.5 paraqrafında ümumi çəki halında çəkili qrand Lebeq fəzalarında sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan bir sinif

---

[4]Gasymov, T.B., Mammadova, S. J. On convergence of spectral expansions for one discontinuous problem with spectral parameter in the boundary condition // – Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, – 2006. 26(4), – p.103–116.

ikəsilən diferensial operatorun məxsusi funksiyalar sisteminin bazisliyi öyrənilir.

Aşağıdakı kəsilən spektral məsələyə baxaq:

$$y^{//}(x)+\lambda y(x)=0\,,\ x\in(0,\frac{1}{3})\cup(\frac{1}{3},1)\,, \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} & y(0)=y(1)=0, \\ & y(\frac{1}{3}-0)=y(\frac{1}{3}+0), \\ & y^{/}(\frac{1}{3}-0)-y^{/}(\frac{1}{3}+0)=\lambda m y(\frac{1}{3}), \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

burada λ spektral parametrdir, m sıfırdan fərqli kompleks ədəddir. T.B.Qasımov, A.M.Aktyamov və N.R.Əhmədzadənin[5] işində göstərilmişdir ki, (7), (8) məsələsinin $\lambda_{1,n}=(\rho_{1,n})^2$, $n\in N$, və $\lambda_{2,n}=(\rho_{2,n})^2$, $n\in N\cup\{0\}$, məxsusi qiymətləri var, burada

$$\rho_{1,n}=3\pi n\,,\ \rho_{2,n}=\frac{3\pi n}{2}+\frac{2+(-1)^n}{\pi m n}+O(\frac{1}{n^2})\,,$$

uyğun məxsusi funksiyalar isə

$$y_{1,n}(x)=\sin 3\pi n x\,,\ x\in[0,1]\,,\ n\in N\ ,$$

$$y_{2,n}(x)=\begin{cases}\sin\rho_{2,n}(x-\frac{1}{3})+\sin\rho_{2,n}(x+\frac{1}{3}), x\in[0,\frac{1}{3}] \\ \sin\rho_{2,n}(1-x), x\in[\frac{1}{3},1]\end{cases}\,,\ n\in N\cup\{0\}$$

şəkildə ifadə olunur.

$G_{p)}(0,1)\oplus C$ fəzasında $D(L)$ təyin oblastı

---

[5]Gasymov, T.B., Akhtyamov, A.M., Ahmedzade, N.R., On the basicity of eigenfunctions of a second-order differential operator with a discontinuity point in weighted Lebesgue spaces // – Baku: Proceeding of IMM of NAS of Azerbaijan, – 2020. v.46, №1, – p. 32–44.

$$\hat{y} = \left(y; my(\frac{1}{3}) \right) \in GW^2_{p)}((0,\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3},1)) \oplus C$$

və

$$y(0) = y(1) = 0, \; y(\frac{1}{3} - 0) = y(\frac{1}{3} + 0)$$

şərtlərini ödəyən vektorlardan ibarət

$$L(\hat{y}) = (-y^{//}; y^{/}(\frac{1}{3} - 0) - y^{/}(\frac{1}{3} + 0))$$

ifadəsi ilə L operatorunu təyin edək.

Teorem 37. *Tutaq ki, ρ çəki funksiyası Makenhoupt $A_p(0,1)$ sinfinə aiddir. Onda L operatorunun $\{\hat{y}_n\}_{n \in Z_+}$ məxsusi funksiyalar sistemi $G_{p),\rho}(0,1) \oplus C$ fəzasında bazis əmələ gətirir.*

Aşağıdakı teoremdə $G_{p),\rho}(0,1)$, $1 < p < +\infty$, fəzasında (7), (8) məsələsinin $\{y_0\} \cup \{y_{i,n}\}_{i=1,2; n \in N}$ məxsusi vektorlar sisteminin bazislik xassələri öyrənilir.

Teorem 38. *Tutaq ki, ρ çəki funksiyası Makenhoupt $A_p(0,1)$ sinfinə aiddir. Aşağıdakı təkliflər doğrudur:*

1) əgər $\{y_0\} \cup \{y_{i,n}\}_{i=1,2; n \in N}$ sistemindən ixtiyari sadə məxsusi qiymətinə uyğun $y_{2,n_0}(x)$ funksiyanı atsaq, onda alınmış sistem $G_{p),\rho}(0,1)$ fəzasında bazis olar;

2) əgər $\{y_0\} \cup \{y_{i,n}\}_{i=1,2; n \in N}$ sistemindən ixtiyari $y_{1,n_0}(x)$ funksiyanı atsaq, onda alınmış sistem $G_{p),\rho}(0,1)$ fəzasında nə tam nə də minimal olar.

5.6 paraqrafında qrand Lebeq fəzalarında Korovkin teormlərinin və onların statistik hallarının analoqları öyrənilir.

Teorem 39. *Tutaq ki, $\{L_n\}_{n \in N}$ $G_{p)}(0,1)$, $p > 1$, fəzasında müsbət xətti məhdud operatorlar ardıcıllığı*

$$\lim_{n \to \infty} \|L_n g - g\|_\infty = 0, \; \forall g \in \{1, t, t^2\},$$

şərtini ödəyir. Onda

$$\lim_{n\to\infty}\|L_n f - f\|_{p)} = 0,\ \forall f \in G_{p)}(0,1),$$

münasibətin ödənilməsi üçün $\sup_n \|L_n\| = c < +\infty$ *olması zəruri və kafi şərtdir.*

Nəticə 1. *Tutaq ki,* $\{L_n\}_{n\in N}$ $G_{p)}(0,1)$, $p>1$ *, fəzasında müsbət xətti məhdud operatorlar ardıcıllığı üçün* $\sup_n \|L_n\| = c < +\infty$ *ödənilir. Əgər* $C([0,1])$ *fəzasında* $\exists st - \lim_{n\to\infty} L_n g = g$, $\forall g \in \{1, t, t^2\}$, *olarsa, onda* $\exists st - \lim_{n\to\infty} L_n f = f$, $\forall f \in G_{p)}(0,1)$.

Altıncı fəsil qrand Hardi siniflərinin təyininə, bu siniflərdə sərhəd Riman məsələlərinin həllolunanlığına və qrand Lebeq fəzalarında həyacanlanmış eksponent sisteminin bazisliyinin öyrənilməsinə həsr edilib. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [30, 32] işlərində nəşr olunmuşdur.

6.1 paraqrafında qrand Hardi sinifləri təyin olunur və bu siniflərdə Riss, Smirnov teoremlərinin, həmçinin funksiyanın Koşi inteqralı şəklində ifadə olunması haqqında teoremin analoqları isbat edilir.

Tutaq ki, $\omega = \operatorname{int}\gamma$. $H^+_{p)}$, $p>1$, ilə ω-da analitik və

$$\|f\|_{H^+_{p)}} = \sup_{0<r<1}\|f_r(\cdot)\|_{p)} < +\infty,\ f_r(t) = f(re^{it}),$$

şərtini ödəyən f funksiyalar qrand Hardi sinfini təyin edək.

$H^+_{p)}$ sinfində Riss teoreminin birinci hissəsi doğrudur.

Teorem 40. *Hər bir* $f \in H^+_{p)}$, $p>1$, *funksiyasının* γ*-da sanki hər yerdə toxunan olmayan əyrilərlə* $f^+(\cdot)$ *sərhəd qiymətləri var, bu halda* $f^+ \in L_{p)}(0,2\pi)$ *və* $\|f^+(\cdot)\|_{p)} = \lim_{r\to 1}\|f_r(\cdot)\|_{p)}$ *doğrudur.*

$H^+_{p)}$ sinfində Riss teoreminin ikinci hissəsi əlavə şərt daxilində doğrudur.

Teorem 41. *Tutaq ki,* $f \in H^{+}_{p)}$, $p > 1$. *Onda* $\lim\limits_{r \to 1} \left\| f_r(\cdot) - f^{+}(\cdot) \right\|_{p)} = 0$ *münasibətinin ödənilməsi üçün* $\lim\limits_{\varepsilon \to +0} \varepsilon \int\limits_{0}^{2\pi} \left| f^{+}(t) \right|^{p-\varepsilon} dt = 0$ *olması zəruri və kafi şərtdir.*

Aşağıdakı teoremdə qrand Hardi siniflərindən olan funksiyalar üçün Koşi düsturunun doğru olduğu isbat olunur.

Teorem 42. *1) Əgər* $f \in H^{+}_{p)}$, $1 < p < +\infty$ *olarsa, onda Koşi düsturu doğrudur*

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{\gamma} \frac{f^{+}(\xi)}{\xi - z} d\xi, \; z \in \omega. \tag{9}$$

2) Əgər $f^{+} \in L_{p)}(0, 2\pi)$, $1 < p < +\infty$ *olarsa, onda (9) düsturu ilə verilmiş* f *funksiyası* $H^{+}_{p)}$ *sinfinə aid olur.*

6.2 paraqrafında qrand Hardi siniflərində bircins Riman məsələsinin ümumi həlli tapılır.

Tutaq ki, $f(z)$ funksiyası ω-nın xaricində analitikdir və onun sonsuz uzaqlaşmış nöqtənin ətrafında Loran ayrılışı

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{m} a_k z^k, \; z \to \infty,$$

şəklindədir. Əgər ayrılışın $f_0(z) = \sum\limits_{k=-\infty}^{-1} a_k z^k$ düzgün hissəsi üçün $\overline{f_0\left(\frac{1}{\overline{z}}\right)} \in H^{+}_{p)}$, $p > 1$, olarsa, onda deyəcəyik ki, f funksiyası ${}_m H^{-}_{p)}$ sinfinə aiddir.

$H^{+}_{p)} \times {}_m H^{-}_{p)}$ siniflərində bircins Riman məsələsinə baxaq:

$$F^{+}(\tau) - G(\tau) F^{-}(\tau) = 0, \; \tau \in \gamma, \tag{10}$$

burada $G(\tau)$ γ-da verilmiş öçülən funksiyadır.

Tutaq ki, $\theta(t) = \arg G(e^{it})$, $t \in [-\pi; \pi]$, və $Z_{\theta}(z)$ (10) bircins məsələnin kanonik həllidir.

Teorem 43. *Tutaq ki, (10) Riman məsələsinin* G *əmsalı aşağıdakı şərtləri ödəyir:*

i) $G^{\pm 1}(e^{it}) \in L_\infty(-\pi, \pi)$*;*

ii) $\theta(t)$ $[-\pi, \pi]$*-də hissə-hissə hölderdir,* $\theta(t) = \theta_0(t) + \theta_1(t)$*, burada* $\theta_0(t)$ $\theta(t)$*-nin kəsilməz hissəsi,* $\theta_1(t)$ $\theta(t)$*-nin* $-\pi < s_1 < s_2 < ...... < s_r < \pi$ *nöqtələrində sıçrayışlar funksiyasıdır, yəni*

$$\theta_1(-\pi) = 0, \; \theta_1(t) = \sum_{k: t < s_k} h_k \,, \; t \in (-\pi, \pi],$$

burada $h_k = \theta(s_k + 0) - \theta(s_k - 0)$*,* $k = \overline{1, r}$.

iii) $-\dfrac{1}{q} < \dfrac{h_k}{2\pi} \leq \dfrac{1}{p}$*,* $k = \overline{0, r}$ *,* $h_0 = \theta(-\pi) - \theta(\pi)$.

Onda (10) məsələsinin $H^+_{p)} \times_m H^-_{p)}$*,* $p > 1$*, siniflərində həllolunanlığı ilə bağlı aşağıdakılar doğrudur:*

$\alpha)$ $m \geq 0$ *olduqda (10) məsələsinin ümumi həlli*

$$F(z) = Z_\theta(z) P_k(z),$$

şəklində olur, burada $P_k(z)$ *dərəcəsi* $k \leq m$ *olan ixtiyari çoxhədlidir;*

$\beta)$ $m < 0$ *olduqda (10) məsələsinin trivial həlli olur.*

6.3 paraqrafında qrand Hardi siniflərində qeyri bircins Riman məsələsinin ümumi həlli tapılır.

$H^+_{p)} \times_m H^-_{p)}$ siniflərində aşağıdakı qeyri bircins Riman məsələsinə baxaq:

$$F^+(\tau) - G(\tau) F^-(\tau) = f(\tau), \; \tau \in \gamma, \tag{11}$$

burada $f \in L_{p)}(\gamma)$, $p > 1$, $G^{\pm 1}(\tau) \in L_\infty(\gamma)$ verilmiş funksiyalardır.

Aşağıdakı teorem paraqrafın əsas nəticəsidir.

Teorem 44. *Tutaq ki, teorem 43-in şərtləri ödənilir və* $\frac{h_k}{2\pi} \neq \frac{1}{p}$, $k = \overline{0,r}$. *Onda (11) məsələsinin* $H^+_{p)} \times_m H^-_{p)}$, $p > 1$, *siniflərində həllolunanlığı ilə bağlı aşağıdakılar doğrudur:*

α) $m \geq -1$ *olduqda (11) məsələsinin ümumi həlli* $F(z) = \mathrm{Z}_\theta(z) P_k(z) + F_1(z)$ *şəklində olur, burada* $P_k(z)$ *dərəcəsi* $k \leq m$ *(*$m = -1$, $P_k(z) = 0$*) olan ixtiyari çoxhədlidir və*

$$F_1(z) = \frac{\mathrm{Z}_\theta(z)}{2\pi i} \int_\gamma \frac{f(\xi)[\mathrm{Z}^+_\theta(\xi)]^{-1}}{\xi - z} d\xi \ ;$$

β) $m < -1$ *olduqda (11) məsələsinin həllolunanlığı üçün*

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(e^{it})}{\mathrm{Z}^+(e^{it})} e^{ikt} dt = 0, \ k = \overline{1, -m-1},$$

ortoqonallıq şərtinin ödənilməsi zəruri və kafi şərtdir, bu halda (11) məsələsinin yeganə $F(z) = F_1(z)$ *həlli olur.*

6.4 paraqrafında çəkili $G_{p),\rho}(-\pi,\pi)$ fəzasında sinqulyar operatorun məhdudluğu və $G_{p)}(-\pi,\pi)$ fəzasında həyacanlanmış eksponent sisteminin bazisliyi isbat olunur.

Tutaq ki, $\rho : [-\pi,\pi] \to R_+$ hər hansı çəki funksiyasıdır. $Tf(t) := f(e^{it})$, $t \in [-\pi,\pi]$, $T : L_{p)}(\gamma) \to L_{p)}(-\pi,\pi)$ operatoruna baxaq. $G_{p)}(-\pi,\pi)$ və $G_{p),\rho}(-\pi,\pi)$ fəzalarının T^{-1} inikası üzrə obrazlarını uyğun olaraq $G_{p)}(\gamma)$ və $G_{p),\rho}(\gamma)$ ilə işarə edək.

Aşağıdakı Lemmada $G_{p),\rho}(-\pi,\pi)$ alt fəzasının Koşi nüvəli sinqulyar S_γ operatora nəzərən invariant olması isbat edilir.

Lemma 2. *Tutaq ki,* ρ *şəkisi* $A_p(-\pi,\pi)$ *sinfinə aiddir. Onda* S_γ *operatoru* $G_{p),\rho}(\gamma)$, $p > 1$, *fəzasında məhdud təsir edir.*

Aşağıdakı teorem paraqrafın əsas nəticəsidir.

Teorem 45. *Tutaq ki,* $2\operatorname{Re}\beta+\frac{1}{p}\notin Z$, $1<p<+\infty$. *Onda* $E_\beta=\left\{e^{i(n-\beta sign n)t}\right\}_{n\in Z}$ *sistemin* $G_{p)}(-\pi,\pi)$*-də basis olması üçün* $\left[2\operatorname{Re}\beta+\frac{1}{p}\right]=0$ *ödənilməsi zəruri və kafi şərtdir.* E_β *sistemin defekti* $d(E_\beta)=\left[2\operatorname{Re}\beta+\frac{1}{p}\right]$ *olur, beləki,* $d(E_\beta)<0$ *olduqda* E_β *sistemi* $G_{p)}(-\pi,\pi)$*-də tam olmur, lakin minimal olur;* $d(E_\beta)>0$ *olduqda* E_β *sistemi* $G_{p)}(-\pi,\pi)$*-də tam olur, lakin minimal olmur.*

Müəllif məsələlərin qoyuluşuna və işə daimi diqqətinə görə məsləhətçisi AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., professor Bilal Bilalova səmimi minnətdarlığını bildirir.

Nəticə

Dissertasiya işi Hilbert və Banax fəzalarında Bessel, Hilbert sistemlərinin, Riss bazislərinin və freymlərin müxtəlif ümumiləşmələrinin öyrənilməsinə, qarışıq normalı Lebeq fəzalarında və dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında Riss və Peli teoremlərinin analoqlarının alınmasına, sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan bir sinif kəsilən diferensial operatorların məxsusi funksiyalar sisteminin $G_{p)}$ fəzalarında və onların çəkili hallarında bazisliyinə, qrand Hardi siniflərinin təyininə və bu siniflərdə sərhəd Riman məsələlərinin həllolunanlığına, $G_{p)}$ alt fəzalarında həyəcanlanmış eksponent sisteminin bazisliyinə həsr olunub.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakılardan ibarətdir:

1. Hilbert və Banax fəzalarında Bessel, Hilbert sistemləri, Riss bazisləri və freymlər bixətti inikasların köməyi ilə təyin edilir və onların uyğun xarakterizasiyaları öyrənilir;

2. Separabel olmayan Banax fəzalarında qeyri hesabi şərtsiz basis, qeyri hesabi Bessel, Hilbert sistemləri anlayışları verilir və onlar üçün uyğun klassik nəticələrin analoqları isbat edilir;
3. Hilbert və Banax fəzalarında bazis və freymlərin məlum dayanıqlıq və həyacanlanması haqqında bəzi teoremlərin analoqları uyğun olaraq b -bazis və b -freymlər üçün alınır;
4. Qarışıq normalı Lebeq fəzalarında və dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında Riss və Peli teoremlərinin analoqları alınmışdır və bu nəticələrin köməyi ilə bir sinif üçüncü tərtib diferensial tənlik üçün qarışıq məsələnin ümumiləşmiş həlli $B_{p,p,T}^{1+\frac{2}{q},\frac{2}{q}}$ (q,p qoşma ədədlərdir), $p \geq 2$, fəzasında tədqiq olunmuşdur;
5. Qrand Lebeq fəzalarının sürüşmə operatorunun doğurduğu $G_{p)}$ alt fəzalarında klassik eksponent və triqonometrik sinuslar və kosinuslar sistemlərinin bazisliyi isbat edilmişdir;
6. Sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan bir sinif kəsilən diferensial operatorların məxsusi funksiyalar sisteminin $G_{p)} \oplus C$ düz çəmində bazisliyi isbat edilmişdir;
7. Çəki funksiyası Makenhoupt şərtini ödədikdə çəkili $G_{p),\rho}$ fəzasında sinqulyar operatorun məhdudluğu isbat edilmişdir;
8. Sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan bir sinif kəsilən diferensial operatorların məxsusi funksiyalar sisteminin ümumi çəki halında çəkili qrand Lebeq fəzasında bazisliyi isbat edilmişdir;
9. Qrand Hardi $H_{p)}$ sinifləri təyin edilmişdir və bu siniflərdə Riss, Smirnov və Koşi inteqralı vasitəsi ilə funksiyanın ifadə olunması haqqında teoremlərinin analoqları alınmışdır;
10. Alınmış nəticələr həyəcanlanmış eksponent sisteminin qrand Lebeq fəzalarının $G_{p)}$ alt fəzalarında bazisliyini almaq üçün tətbiq edilmişdir.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:

1. Исмайлов, М.И., Исмаилов, А.Н. О b-бесселевых системах // Тезисы межд. конф. посв. 80-летию акад. Ф.Г.Максудова, – Баку: – 2010, – с. 181–182.
2. Ismailov, M.I. b-Hilbert systems // – Baku: Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, – 2010. v.30, №2, – p. 119–122.
3. Ismailov, M.I. On b-Bessel systems // – Baku: Proceedings of NAS of Azerbaijan, – 2010. v.38, –p. 89–94.
4. Ismailov, M.I. On close b-bases // – Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, – 2011. v.31, №4, – p. 95–102.
5. Ismailov, M.I. On the solution for a class of third order pseudohyperbolic equations // – Baku: Journal of Contemporary Applied Mathematics, – 2011. v.1, №1, – p. 43–53.
6. Исмайлов, М.И. О связи между b-бесселевостью и b-гильбертовостью системы // Мат. Меж. Конф., посвященной 100-ю акад. З.И.Халилова, – Баку: – 2011, – с. 175–176.
7. Исмайлов, М.И. Об эквивалентных свойствах систем, близких к b-базису в банаховых пространствах // – Баку: Вестник БГУ. Серия физико-математических наук, – 2011, № 3, – с. 57–65.
8. Ismailov, M.I. On continuability of $b_{\hat{X}}$-Bessel systems with respect to CB-space $\hat{X}$ // – Baku: Journal of Contemporary Applied Mathematics, v.1, – 2011. № 2, – p. 1–7.
9. Ismailov, M.I. On b-frames in Banach spaces // – Madhya Pradesh: International Journal of Mathematical Archive, –2011. -2(12), – p. 2578–2584.
10. Ismailov, M.I., Garayev, T.Z. Some Generalizations of Riesz Fisher Theorem // – Bulgaria: International Journal of Mathematical Analysis, – 2011. v.5, №37, – p. 1803–1812.
11. Исмайлов, М.И. Гильбертовы обобщения b-бесселевых систем // – Саратов: Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. – 2011. т. 11. Сер. Математика. Механика. Инфор., 3(2), – с. 3–10.

12. Исмайлов, М.И. Об устойчивости b-атомарного разложения // Мат. Меж. Конф., посвященной 100-ю акад. И.И.Ибрагимова, – 2012, – с. 113–115.
13. Ismailov, M.I. On perturbation of X_d-Bessel bazis in Banach spaces with respect to X_d // – Baku: Proceedings of the Institute of applied Mathematics, – 2013. v.2, №1, – p. 84–89.
14. Исмайлов, М.И. О возмущении банахового $g_{\tilde{X}}$-фрейма //– Baku: Вестник БГУ., Серия физико-математических наук, – 2013, № 4, , –с. 70–77.
15. Исмайлов, М.И. О некоторых результатах устойчивости $b_{\tilde{X}}$-атомарного разложения // – Baku: Trans. of IMM of NAS of Azerbaijan, – 2014. v.34, № 1, – p. 67–72.
16. Ismailov, M.I., Garaev T.Z. b-frames, b-atomic decompositions, Banach g-frames and their perturbations under Noetherian maps // – Baku: Proceedings of NAS of Azerbaijan, – 2014. 40, 1, – p. 78–87.
17. Ismailov, M.I., Jabrailova A. On $\tilde{X}$-frames and conjugate systems in Banach spaces // – Tehran: Communications in mathematical analysis, – 2014. 1(2), – p. 19–26.
18. Ismailov, M.I., Nasibov Y.I. On One Generalization of Banach frame // – Baku: Azerbaijan Journal of Mathematics, – 2016. 6(2), – p. 143–159.
19. Ismailov, M.I. On stability of $\tilde{X}$-Riesz basis // – Baku: International Workshop on Non-Harmonic Analysis and Differential Operators,–25-27 may, – 2016, – p. 54–55.
20. Ismailov, M.I., Guliyeva, F. and Nasibov, Y. On a generalization of the Hilbert frame generated by the bilinear mapping // – London: Journal of Function Spaces, – 2016, – p. 1-8.
21. Исмайлов, М.И. Об устойчивости непрерывных фреймов // – Баку: Вестник БГУ. Серия физико-математических наук, – 2017, № 4, – с. 72–81.
22. Bilalov, B.T., Ismailov, M.I., Nasibov, Y.I. Bessel families and uncountable frames in non-separable Hilbert spaces // – Baku:

Doklady Nats. Akad. Nauk Azerbaijana, – 2018, 74(2), – p. 26-30.
23. Ismailov, M.I., Nasibov Y.I. K-Bessel and K-Hilbert systems in nonseparable Banach spaces // Proceeding of the International conference devoted to the 80-th anniversary of academician Akif Gadjiev, –6–8 december, – Baku: – 2017, – p. 100–101.
24. Исмайлов, М.И. Системы Рисса-Фишера в несепарабельных банаховых пространствах // Современные проблемы теории функций и их приложения, Материалы 19-й международной Саратовской зимней школы, посвященной 90-летию со дня рождения академика П.Л.Ульянова, – Саратов: – 2018, – с. 139–140.
25. Ismailov, M.I., Nasibov Y.I. On K-Bessel and K-Hilbert systems and relations between them // Operators, functions, and systems of mathematical physics, An International Conference Dedicated to the 70-th anniversary of the birth of Hamlet Isayev/ Isaxanli, 21-24 may, Khazar University, – Baku: – 2018, – p. 166.
26. Исмайлов, М.И., Насибов, Ю. И. О разрешимости одного класса дифференциальных уравнений третьего порядка // Современные методы теории краевых задач, материалы международной конференции, посвященной 90-летию В.А. Ильина, –2–6 мая, – Москва: – 2018, – с. 111.
27. Bilalov, B.T., Ismailov, M.I., Mamedova, Z.V. Uncountable Frames in Non-Separable Hilbert Spaces and their Characterization // – Баку: Azerbaijan Journal of Mathematics, – 2018. v.8., №1, –p.151–178.
28. Ismailov, M.I. On Bessel and Riesz-Fisher systems with respect to Banach space of vector-valued sequences // – Transilvania: Bulletin of the Transilvania University of Braşov, – 2019. v.12(61), №2, Series III: Mathematics, Informatics, Physics, –p. 303–318.
29. Ismailov, M.I. On uncountable K-Bessel and K-Hilbert systems in nonseparable Banach space // – Baku: Proceedings of NAS of Azerbaijan, – 2019. v.45, №2, p. 192–204.

30. Ismailov, M.I., Alili, V.Q. On basicity of the system of exponents in grand-Lebesgue spaces // Proceeding of the 60th anniversary of IMM of NAS of Azerbaijan, 23-25 oktyabr, – Baku: – 2019. – p. 272–274.
31. Ismailov, M.I. On Hausdorff-Young inequalities in generalized Lebesgue spaces // –Istanbul: Turkish Journal of Mathematics, – 2020. 44, №5, – p. 1757–1768.
32. Ismailov, M.I. On the Solvability of Riemann Problems in Grand Hardy Classes // – Moscow: Mathematical Notes, – 2020. v. 108, №2, – p. 55–69.
33. Zeren, Y., Ismailov, M.I., Karacam, C. On basicity of the system of exponents and trigonometric systems in the weighted grand-Lebesgue spaces // 3nd International Conference on Mathematical Advances and Applications, –24–27 june, – Istanbul: – 2020, – p. 204.
34. Zeren, Y., Ismailov, M.I., Karacam, C. Korovkin-type theorems and their statistical versions in grand Lebesgue spaces // – Istanbul: Turkish Journal of Mathematics, –2020, v.44, – p. 1027 – 1041.
35. Zeren, Y., Ismailov, M., Sirin, F. On basicity of eigenfunctions of one discontinuous spectral problem in weighted grand-Lebesgue spaces // 3nd International Conference on Mathematical Advances and Applications, –24–27 june, – Istanbul: – 2020, – p. 205.
36. Zeren, Y., Ismailov, M.I., Sirin, F. On basicity of the system of eigenfunctions of one discontinuous spectral problem for second order differential equation for grand-Lebesgue space // –Istanbul: Turkish Journal of Mathematics, – 2020, v.44, №5, – p. 1595–1612.

Dissertasiyanın müdafiəsi 29 oktyabr 2021-ci il tarixində saat 14^{00}-da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 29 sentyabr 2021-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 27.09.2021
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 80000
Tiraj: 30