AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

KƏSİLƏN ƏMSALLI PARABOLİK TƏNLİKLƏR ÜÇÜN QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN HƏLLƏRİNİN TƏDQİQİ

İxtisas: 1211.01 - Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Aybəniz Haqverdi qızı Yaqnaliyeva**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2024

Dissertasiya işi Sumqayıt Dövlət Universitetinin Diferensial tənliklər və optimal idarəetmə kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Tahir Sədi oğlu Hacıyev

Rəsmi opponentlər: riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
Azad Məmməd oğlu Bayramov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Elçin Musa oğlu Məmmədov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Müşfiq Cəlal oğlu Əliyev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2. 17 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri: akademik, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev

Dissertasiya şurasının elmi katibi: fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent **Zakir Fərman oğlu Xankişiyev**

Elmi seminarın sədri: riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Yaqub Əmiyar oğlu Şərifov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi.

Qeyri-hamar oblastlarda qeyri-xətti parabolik tənliklər nəzəriyyəsinin tədqiqı mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Belə tənliklər kimya, biokimya, fizika, mexanika, biofizika, ekologiya və bir çox başqa elm sahələrinin problemləri və tədbiqi məsələləri ilə sıx bağlıdır.

Hamar oblastlarda xətti və qeyri-xətti elliptik və parabolik tənliklərin öyrənilməsi böyük tarixə malikdir. Sərhəd nöqtələrinə yaxın həllərin davranışları, onların hamarlıq xüsusiyyətləri, başlanğıc sərhəd məsələlərinin həlləri öyrənilmişdir. Ladıjenskaya, Uralçeva, Morri de Corci, Neş, Şauder, Mozer və digər müəlliflərin tədqiqatları hamar oblastlar halında Hilbert problemlərinin həllinə gətirib çıxardı. Onlar həmçinin riyaziyyatın müxtəlif sahələrində önəmli rol oynayan müxtəlif məsələlərin həlli üçün yeni üsullar yaratdılar. Bu tədqiqatların əsas nəticələri İ.Skrıpnikin monoqrafiyalarında qeyd olunmuşdur.

E.Custi, M.Miranda, F.Brauder, J.Lions, İ.Nerac, İ.Skrıpnik, O.Oleynik, V.Kondratyev, V.Mazya, E.Landis və digərləri bu istiqamətdə mühüm nəticələr əldə etmişlər.

Hal hazırda hamar sərhədli oblastlarda elliptik, parabolik və hiperbolik tənliklər üçün sərhəd və başlanğıc sərhəd məsələlərinin tamamlanmış nəzəriyyələri qurulmuşdur. Bu nəzəriyyənin əsas nəticəsi ondan ibarətdir ki, əgər tənliyin əmsalı və sərhəd şərtləri, onların sağ tərəfləri, eləcə də oblastın sərhədi kifayət qədər hamardırsa, məsələnin həlli müvafiq olaraq hamar funksiyadır . Əgər yuxarıda göstərilən şərtlər pozularsa, bu həllər zamanı məxsusiyyətlərin əmələ gəlməsinə səbəb olur. Pozulmalar aşağıdakı kimi ola bilər: tənliyin əmsalları kəsiləndir, oblastın sərhədi hamar deyil və ya oblast qeyri-məhduddur, cırlaşmalar var və s.

Dissertasiya işi silindrik oblastlarda qeyri-xətti cırlaşan divergent ikinci tərtib parabolik tənliklərin həllərinin tətqiqinə və zəif həllər üçün kompaktın aradan qaldırılması məsələlərinə həsr olunmuşdur. Zəif həllər üçün kompaktın aradan qaldırılması üçün dəqiq şərtlər müəyyən edilir.

Buna görə də hesab edirik ki, dissertasiya işinin mövzusu aktualdır.

Dissertasiya işində Harnak bərabərsizliyi müxtəlif formalarda alınır, həllərin Hölderliyi, qeyri-xətti parabolik tənliklər üçün həllərin özünü aparması tədqiq olunur. Puankare bərabərsizliyinin dəstəyi ilə ikilik şərtini təmin edən Makkenhaupt çəkiləri götürülmüşdür. Qeyd edək ki, qeyri-xətti parabolik tənliklərin öyrənilməsi elliptik tənliklərin öyrənilməsindən keyfiyyətcə çox fərqlənir. Təfərrüatları daha sonra göstərəcəyik. Aşağıdakı formada olan qeyri-xətti parabolik tənlikləri nəzərdən keçiririk

$$u_t - div(\omega(x)|Du|^{p-2} Du) = 0 \tag{1}$$

$$u|_{\Gamma(Q_T)} = h \tag{2}$$

$Q_T = \Omega \times (0,T)$, burada silindrik oblastdır. $\Omega \subset R^n, n \geq 2$ məhdud oblast, $T > 0, \Gamma(Q_T) = (\overline{\Omega} \times \{0\}) \bigcup (\partial\Omega \times [0,T])$ - parabolik sərhədidir. $h : Q_T \to R$ kəsilməz funksiya, $\omega(x)$ - Makkenhaupt funksiyasıdır.

$p \neq 2$ halına baxırıq. Qeyd edək ki, metrik fəzalarda analiz zamanı ikilik şərti və Puankare bərabərsizliyi standart fərziyyələrdir. Məlumdur ki, Mozer metodu Sobolev və Kaccioppoli tipli bərabərsizliklərin birləşməsinə əsaslanır. Metrik fəzalarda nəticələrin saxlanıldığını göstəririk. Qeyd edək ki, ikilik şərti və Puankare bərabərsizliyindən Sobolev tipli bərabərsizliklər alınır.

Tədqiqatın obyekti və predmeti.

Təqdim olunan dissertasiya işinin tədqiqat obyekti silindrik oblastlarda qeyri-xətti cırlaşan divergent ikinci tərtib parabolik tənliklərin həllərinin tətqiqi və zəif həllər üçün kompaktın aradan qaldırılması məsələsidir.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin məqsədi aşağıdakı əsas problemləri həll etməkdir.

Parabolik Harnak bərabərsizliyinin tədqiq etmək, super və subhəllərin qiymətləndirilmələrini aparmaq, subhəll üçün tərs Hölder bərabərsizliyini göstərmək, subhəllərin məhdudluğunu göstərmək, superhəllər üçün loqarifmik qiymətləndirmələrin alınması, Harnak bərabərsizliyini isbat etmək, ikiqat qeyri-xətti parabolik tənlikləri tədqiq etmək, tənliklərin həllərinin requlyarlığını göstərmək, zəif həllər üçün apriori qiymətləndirmələri almaq, zəif həllər üçün aradan qaldırıla bilmə teoremlərini isbat etmək.

Tədqiqat metodları. İşdə xüsusi törəməli qeyri-xətti diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin üsullarından və funksional analiz üsullarından istifadə edilmişdir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar:

- Parabolik Harnak bərabərsizliyinin tədqiq etmək
- super və subhəllərin qiymətləndirilmələrini aparmaq
- subhəll üçün tərs Hölder bərabərsizliyini göstərmək
- subhəllərin məhdudluğunu göstərmək
- superhəllər üçün loqarifmik qiymətləndirmələrin alınması
- Harnak bərabərsizliyini isbat etmək
- ikiqat qeyri-xətti parabolik tənliklərin tədqiqi
- tənliklərin həllərinin requlyarlığını göstərmək
- zəif həllər üçün apriori qiymətləndirmələrin alınması
- zəif həllər üçün aradan qaldırıla bilmə teoremlərini isbat etmək
- maneəli qeyri-xətti parabolik tənliklərin həllərinin requlyarlığını öyrənmək

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı yeni nəticələr əldə edilmişdir.

- parabolik Harnak bərabərsizliyi göstərilmişdir.
- super və subhələrlin qiymətləndirilməsi aparılmışdır.
- subhəllər üçün Hölderin tərs bərabərsizliyi alınmışdır.
- subhəllərin məhdudluğu göstərilmişdir.
- superhəll üçün loqarifmik qiymətləndirmələr alınmışdır.
- həll üçün Harnak bərabərsiliyi alınmışdır.
- ikiqat qeyri-xətti parabolik tənliklərə baxılmışdır.
- bu tənliklərin həllərinin requlyarlığı öyrənilmişdir.
- daha sonra zəif həllər üçün aradan qaldırılma teoremi isbat olunmuşdur.
- həllin varlığı göstərilmişdir.
- zəif həllərin aprior qiymətləndirmələr alınmışdır.
- aradan qaldırıla bilmə teoremləri isbat olunmuşdur.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.

Qeyri-xətti cırlaşan parabolik tənliklərin həllinin keyfiyyət nəzəriyyəsi üzrə yeni nəticələr alınmışdır. Onlar təbiət elmlərinin bir çox sahələrində istifadə olunur.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyada alınmış nəticələr müxtəlif beynəlxalq və respublika konfrans və seminarlarında məruzə olunmuş və müzakirə edilmişdir: AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Diferensial tənliklər" (rəh. – prof. Ə.Əliyev) və "Funksional analiz" (rəh. – prof. H.İ.Aslanov) şöbələrinin seminarında, Sumqayıt Dövlət Universitetinin "Diferensial tənliklər və optimallaşdırma" kafedrasının (rəh. – prof. F.Feyziyev) elmi seminarında, eləcə də, "Qeyri-müəyyənlik şəraitində qərarların qəbulu problemləri" XXIX Beynəlxalq konfransda (Ukrayna - 2017), "Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri" Beynəlxalq Elmi konfransda (Sumqayıt - 2017), "Morrey tipli fəzalarda və tətbiqlərdə operatorlar" adlı Beynəlxalq konfransda (Türkiyə - 2017), "Qeyri-müəyyənlik şəraitində qərarların qəbulu problemləri" adlı XXXI Beynəlxalq konfransda (Lənkəran-Bakı-2018), Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetində keçirilən Doktorantların və gənc tədqiqatçıların XXII Respublika elmi konfransında (Bakı-2018), İnformasiya sistemləri və texnologiyaları: nailiyyətlər və perspektivlər" Beynəlxalq elmi konfransda (Sumqayıt -2018), Akademik Azad Mirzəcanzadənin 90 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı-2018), "Riyaziyyatın fundamental problemləri və təhsildə intellektual texnologiyalardan istifadə" Respublika elmi konfransında (Sumqayıt-2020) məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Alınmış bütün nəticə və təkliflər müəllifə aiddir.

Nəşrlər. Dissertasiyanın nəticələrinə dair müəllifin 15 elmi işi, onlardan 6 beynəlxalq xülasələndirmə və indeksləmə sistemlərinə daxil olan dövri elmi nəşrlərdə, eləcədə respublika və beynəlxalq miqyaslı elmi tədbirlərin nəticələri üzrə 9 tezisi dərc edilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Sumqayıt Dövlət Universitetinin "Diferensial tənliklər və optimallaşdırma" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işinin ümumi həcmi - 199538 işarədir (titul səhifəsi – 376 işarə, mündəricat – 1931 işarə, giriş – 68363 işarə, I fəsil – 66000 işarə, II fəsil – 62000 işarə, nəticə - 868. İstifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısı 58 addan ibarətdir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, iki fəsil, nəticə və istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə dissertasiya işinin mövzusu ilə əlaqəli olan işlərin icmalı verilmiş, həmçinin dissertasiyada alınan nəticələrin qısa məzmunu şərh olunmuşdur.

Dissertasiyanın birinci fəsli ikinci tərtib cırlaşan divergent qeyri-xətti parabolik tənliklərin həllərinin Hölder xassələrinə həsr olunub.

1.1 paraqrafında cırlaşan qeyri-xətti ikinci tərtib parabolik tənliklərin həllərin Hölder xassəsi öyrənilir.

Fərz edək ki, $\omega(x)$ Makenhaupt çəki funksiyasıdır. Ω isə $R^n, n \geq 2$-də məhdud oblastdır. $W^1_{p,\omega(x)}(\Omega)$ çəkili Sobolev fəzasını $C^\infty(\Omega)$-dən olan funksiyaların aşağıdakı normaya nisbətən qapanması kimi müəyyənləşdirək

$$\|u\|_{W^1_{p,\omega}(\Omega)} = \left(\int_\Omega |u|^p \omega(x)dx\right)^{1/p} + \left(\int_\Omega \omega(x)|Du|^p dx\right)^{1/p} \tag{3}$$

Funksiyalar $W^1_{p,\omega(x),loc}(\Omega)$ lokal fəzaya daxildirlər, əgər onlar $\Omega' \subset \Omega$ üçün, $W^1_{p,\omega(x)}(\Omega')$ daxildirlərsə, sıfır sərhəd qiymətləri ilə çəkili Sobolev fəzası $\overset{0}{W}{}^1_{p,\omega(x)}(\Omega)$, $C_0^\infty(\Omega)$ olan funksiyaların (3) normasına nəzərən qapanmasıdır.

$L_{p,loc}(t_1,t_2; W^1_{p,\omega(x),loc}(\Omega))$, $t_1 < t_2$ ilə funksiya fəzasını işarə edək ki, hər bir t, $t_1 < t < t_2$ üçün, $x \to u(x,t)$ funksiyası $W^1_{p,\omega(x)}(\Omega)$

-ya daxil olur və $\int_{t_1}^{t_2}\int_{\Omega}(\omega(x)|u(x,t)|^p+\omega(x)|Du(x,t)|^p)dxdt<\infty$. Əgər bütün $\eta\in C_0^\infty(\Omega\times(t_1,t_2))$ üçün

$$\int_{t_1}^{t_2}\int_{\Omega}(|Du|^{p-2}Du\omega(x)D\eta-\frac{u\partial\eta}{\partial t})dxdt=0 \qquad (4)$$

ödənilərsə, $L_{p,loc}(t_1,t_2;W^1_{p,\omega(x),loc}(\Omega))$-ya mənsub olan mənfi olmayan u funksiyası $\Omega\times(t_1,t_2)$-də (1) tənliyinin zəif həlli adlanır.

$0<\sigma\le 1,\ \tau\in R$ və $B(z,R)$ R^n-də R radiuslu kürə olsun. İşarə edək

$$U=B(z,R)\times(\tau-r^p,\tau+r^p),$$

$$\sigma U^+=B(z,\sigma r)\times(\tau+(1/2)r^p-\frac{1}{2}(\sigma r)^p,\tau+\frac{1}{2}r^p+\frac{1}{2}(\sigma r)^p)$$

və

$$\sigma U^-=B(z,\sigma r)\times(\tau-\frac{1}{2}r^p-\frac{1}{2}(\sigma r)^p,\tau-\frac{1}{2}r^p+\frac{1}{2}(\sigma r)^p).$$

1.2 paraqrafında Harnakın parabolik bərabərsizliyini veririk.

Teorem 0.1. Fərz edək ki, $1<p<\infty$ və tutaq ki, çəki ikilik şərtini ödəyir və zəif $(1,p)$-Puankare bərabərsizliyini dəstəkləyir.

Fərz edək ki, $u\ge\rho>0$ (1) tənliyinin U-da zəif həllidir və $0<\sigma<1$. Onda

$$\operatorname*{ess\,sup}_{\sigma U^-}(u\omega)\le C\operatorname*{ess\,inf}_{\sigma U^+}(u\omega), \qquad (5)$$

burada C elə sabitdir ki, o yalnız p,C_0,p_0 və -dan σ asılıdır.

Qeyd edək ki, (5)-də C sabiti ρ-dən asılı deyil. İsbatın modifikasiyası göstərir ki, $u\ge\rho$ texniki fərziyyəsi aradan qaldırıla bilər və nəticə bütün mənfi olmayan həllər üçün doğrudur.

Sıfır sərhəd qiymətli funksiya üçün Sobolev bərabərsizliyinin aşağıdakı variantını alırıq. Tutaq ki, $\upsilon \in \overset{0}{W}{}^{1}_{p,\omega(x)}(B(z,R))$. Onda

$$\left(\int_{B(z,R)} |\upsilon|^k \omega(x)dx\right)^{1/k} \le CR\left(\int_{B(z,R)} |D\upsilon|^p \omega(x)dx\right)^{1/p}. \qquad (6)$$

Növbəti çəkili Puankare bərabərsizliyi ikilik xassəsindən və (1, p) Puankare bərabərsizliyindən alınır.

Teorem 0.2. Tutaq ki, $u \in W^1_{p,\omega}(B(z,R))$. $\theta > 0$ olduqda $\varphi(x) = \left(1 - \frac{|x-z|}{R}\right)_+^{\theta}$ olsun. Onda hər bir $0 < r < 1$ üçün elə $C = C(p, C_0, P_0, \theta)$ sabiti vardır ki,

$$\int_{B(z,r)} |u - u_\varphi|^p \varphi\omega(x)dx \le Cr^p \int_{B(z,r)} |Du|^p \varphi\omega(x)dx$$

burada $u_\varphi = \dfrac{\int_{B(z,r)} u\varphi\omega dx}{\int_{B(z,r)} \varphi\omega dx}$.

Bəzi köməkçi lemmaları göstərək.

Lemma 0.1. Tutaq ki, U_σ $0 < \delta \le \sigma' < \sigma \le 1$. $0 < \delta < 1$ və $0 < q \le \infty$ üçün $U_{\sigma'} \subset U_\sigma$ ilə məhdud ölçüləbilən çoxluqdur. Bundan başqa, əgər $q < \infty$, $q' < \infty$ olarsa, ikilik xüsusiyyəti $\omega(U_1) \le C\upsilon(U_\delta)$ şəklində ifadə olunduğunu fərz edək. Tutaq ki, f, U_1-də Hölderin əks bərabərsizliyini ödəyən müsbət ölçüləbilən funksiya olsun. $0 < s < q$ olduqda

$$\left(\int_{U_{\sigma'}} f^q \omega(x)dx\right)^{1/q} \le \left(\frac{c}{(\sigma - \sigma')^{\theta}} \fint_{U_\sigma} f^s \omega(x)dx\right)^{1/s},$$

Fərz edək ki, f hər bir $\lambda > 0$ üçün

$$\omega(\{x \in U_1 / \log f > \lambda\}) \le \frac{c \cdot \omega(U_\delta)}{\lambda^\gamma}$$

şərtini ödəyir. Onda

$$\Big(\int_{U_\delta} f^q \omega dx\Big)^{1/q} \le c,$$

burada c θ, δ, γ və q-dən asılıdır.

I Fəslin 3-cü paraqrafında superhəll və subhəllərin qiymətləndirilməsi aparılır.

Aşağıdakı (4)-də test funksiyasının müvafiq seçimi ilə alınır.

Lemma 0.2. Fərz edək ki, $\Omega \times (t_1, t_2)$-də $u \ge p > 0$ superhəldir. Onda $\upsilon = u^{-1}$ subhəldir.

Lemma 0.3. Fərz edək ki, $\varepsilon \ne p-1$ ilə $\varepsilon > 0$ və $\Omega \times (t_1, t_2)$-da $u \ge \rho > 0$ superhəldir. Onda, elə bir $C(p, \varepsilon)$ sabiti vardır ki, hər bir $\varphi \ge 0$ ilə $\varphi \in C_0^\infty(\Omega \times (t_1, t_2))$ üçün

$$\int_{t_1}^{t_2}\int_\Omega |Du|^p u^{-\varepsilon-1} \varphi^p \omega(x) dx dt + ess\sup_{t_1<t<t_2} \int_\Omega u^{p-1-\varepsilon} \varphi^p \omega(x) dx \le$$

$$\le C\int_{t_1}^{t_2}\int_\Omega u^{p-1-\varepsilon} |D\varphi|^p \omega(x) dx dt + C\int_{t_1}^{t_2}\int_\Omega u^{p-1-\varepsilon} \varphi^{p-1} \left|\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right| \omega(x) dx dt.$$

Daha sonra subhəll üçün müvafiq nəticə isbat olunur. Qeyd edək ki, növbəti lemmada apriori sonlu olmayan kəmiyyətlər ola bilər. Ancaq test funksiyasından istifadə edərək lazımi hesablamaları apara bilərik. Daha sonra aşağıdakı lemmanı alırıq.

Lemma 0.4. Fərz edək ki, $\Omega \times (t_1, t_2)$ $\varepsilon > 0$-də $u \ge p > 0$ subhəldir. O zaman, elə bir $C(\varepsilon, p)$ sabiti vardır ki, hər bir $\varphi \ge 0$ ilə $\varphi \in C_0^\infty(\Omega \times (t_1, t_2))$ üçün

$$\int_{t_1}^{t_2}\int_\Omega |Du|^p u^{\varepsilon-1} \varphi^p \omega dx dt + ess\sup_{t_1<t<t_2} \int_\Omega u^{p-1+\varepsilon} \varphi^p \omega(x) dx \le$$

$$\le C\int_{t_1}^{t_2}\int_\Omega u^{p-1+\varepsilon} |D\varphi|^p \omega(x) dx dt + C\int_{t_1}^{t_2}\int_\Omega u^{p-1-\varepsilon} \varphi^{p-1} \left|\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right| \omega dx dt$$

Nəhayət superhəllin loqarifmi üçün Kacciopoli bərabərsizliyini göstəririk.

Lemma 0.5. Fərz edək ki, $\Omega\times(t_1,t_2)$-də $u\geq p>0$ superhəldir. Onda, elə bir $C(p)$ sabiti vardır ki, hər bir $\varphi\geq 0$ ilə $\varphi\in C_0^\infty(\Omega\times(t_1,t_2))$ üçün

$$\int_{t_1}^{t_2}\int_\Omega |D(\log u)|^p \varphi^p \omega dxdt + ess\sup_{t_1<t<t_2}\left|\int_\Omega \log u\varphi^p \omega dx\right| \leq$$
$$\leq C\int_{t_1}^{t_2}\int_\Omega |D\varphi|^p \omega dxdt + C\int_{t_1}^{t_2}\int_\Omega |\log u|\varphi^{p-1}\left|\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right|\omega dxdt,$$

$B(z,r)$ r radiuslu kürə və $0<\sigma\leq 1,\ \tau\in R,\ T>0$ olsun. İşarə edək

$$Q=B(z,r)\times(\tau-Tr^p,\tau+Tr^p)$$
$$\sigma Q=B(z,\sigma r)\times(\tau-T(\sigma r)^p,\tau+T(\sigma r)^p).$$

T parametri elə seçiləcəkdir ki, müxtəlif lemmalardakı zaman intervalları uyğun gəlsin. Növbəti lemmada s parametrindən asılı olmayan sabit alırıq. Mozer metodunun tətbiqi zamanı sadəcə sonlu sayda iterasiya lazımdır. Bu halda sabitlərin asimptotikasına nəzarət etmək lazım deyil. Bizim halda iterasiyaların sayı məhdud deyil və sabitin müntəzəm qiymətləndirilməsini əldə etmək üçün silindrin bölməsini elə göstərək ki, onlar həndəsi yığılan hissələr olsun.

Lemma 0.6. Fərz edək ki, Q və $0<\delta<1$-də $u\geq\rho>0$ subhəldir. Onda, elə $C(p,q,C_0,P_0,T)$ və $\theta(p,C_0)$ müsbət sabitləri vardır ki, hər bir $0<\delta\leq\sigma'<\sigma\leq 1$ və $0<s<q<q_0$ üçün

$$\left(\int_{\sigma' Q} u^q \omega dxdt\right)^{1/q} \leq \left(\frac{c}{(\sigma-\sigma')^\theta}\right)^{1/s}\left(\int_{\sigma Q} u^s \omega dxdt\right)^{1/s},$$

Burada $q_0=(p-1)(2-p/k)$ və $k>p$.

1.4 paraqrafında super və subhəll üçün Hölderin tərs bərabərsizliyi isbat olunur.

1.5 paraqrafında subhəllin məhdudluğunun isbatı növbəti lemmaya əsaslanır.

Lemma 0.7. Fərz edək ki, Q və $0<\delta<1$-də $u\geq\rho>0$ subhəldir. Onda, elə $C(p,C_0,P_0,T,\delta)$ və $\theta(p,C_0)$ müsbət sabitləri vardır ki, hər bir $0<\delta\leq\sigma'<\sigma\leq 1$ və $s>0$ üçün

$$ess\sup_{\sigma' Q} u \le \left(\frac{C}{(\sigma-\sigma')^{\theta}}\right)^{1/s}\left(\int_{\sigma Q} u^{s}\omega dxdt\right)^{1/s}$$

1.6 paraqrafında lemma 0.1-də fərziyyələrdəki loqarifma üçün şərtin doğru olduğunu göstəririk.

Lemma 0.8. Fərz edək ki, Q-də $u \ge \rho > 0$ superhəldir və tutaq ki,

$$\varphi(x,t)=\varphi(x)=\left(1-2\frac{|x-z|}{(1+\sigma)r}\right)_{+},$$

burada $0<\sigma<1$ və $(x,t)\in B(z,r)\times(\tau-(\sigma r)^{p},\tau+(\sigma r)^{p})$. Tutaq ki,

$$\beta=\int_{B(z,r)}\log u(x,\tau)\varphi^{p}(x)\omega dx.$$

Onda elə $C(p,C_0,P_0,\sigma,T)$ və $C'(p,C_0,\sigma,T)$ sabitləri vardır ki, hər bir $\lambda>0$ üçün

$$\nu(\{(x,t)\in\sigma Q^{-}\,|\log u(x,t)>\lambda+\beta+c'\})\le\frac{c}{\lambda^{p-1}}\nu(\sigma Q^{-})$$

və

$$\nu(\{(x,t)\in\sigma Q^{+}\,|\log u(x,t)<-\lambda+\beta-c'\})\le\frac{c}{\lambda^{p-1}}\nu(\sigma Q^{+})$$

1.7 paraqrafında əvvəlcə Harnakın zəif bərabərsizliyini veririk.

Teorem 0.3. Fərz edək ki, U-da $u\ge\rho>0$ superhəll, onda

$$k=\begin{cases}\dfrac{d_\mu p}{d_\mu - p}, & 1<p<d_\mu\\[2mm] 2\quad, & p\ge d_\mu\end{cases}\qquad \text{olsun.}$$

$C(p,C_0,P_0,q,\delta)$ və $q_0=(p-1)(2-p/k), k>p$ sabitləri mövcuddur ki, $0<\delta<1$ və $0<q<q_0$ üçün

$$\left(\int_{\delta U^{-}} u^{q}\omega(x)dxdt\right)^{1/q}\le C\,ess\inf_{\delta U^{+}} u.$$

1.8 paraqrafında ikiqat qeyri xətti parabolik tənliklərə baxırıq.

$$\frac{\partial(u^{p-1})}{\partial t}=div(\omega(x)|Du|^{p-2}Du),\ \ 1<p<\infty\ . \qquad (7)$$

Bu tənlik üçün Harnak bərabərsizliyi alınmışdır. (7)-nin həllinə, (u^{p-1}) qeyri-xətti həddə görə sabit əlavə edə bilmərik. (7) tənliyi üçün Harnak bərabərsizliyinin alınması Mozer metoduna və Con-Nirenberg lemmasının parabolik versiyasının tətbiqinə əsaslanır. Yuxarıda göstərilənlər bu tənlik üçün də doğrudur. Bundan başqa, nəticələr aşağıda göstərilən daha ümumi tənliklər üçün də doğrudur

$$\frac{\partial(u^{p-1})}{\partial t} = divA(x,t,u,Du) \tag{8}$$

burada A - Karateodori funksiyasıdır və aşağıdakı şərtləri ödəyir

$$\begin{gathered} A(x,t,u,Du)Du \geq C_0\omega(x)|Du|^p \\ |A(x,t,u,Du)| \leq C_1\omega(x)|Du|^{p-1}, \end{gathered} \tag{9}$$

burada C_0 və C_1 müsbət sabitlər, $\omega(x)$ - Makenhaupt tipli funksiyadır və ikilik şərtini ödəyir.

Tutaq ki, $t_1 < t_2$ və $1 < p < \infty$. $L_{p,loc}(t_1,t_2;W^1_{p,\omega(x),loc}(\Omega))$ fəzasına daxil olan mənfi olmayan u funksiyası $\Omega\times(t_1,t_2)$-də əgər hər bir $\eta \in C_0^\infty(\Omega\times(t_1,t_2))$ üçün

$$\int_{t_1}^{t_2}\int_{\Omega}(|Du|^{p-2}DuD\eta - u^{p-1}\frac{\partial\eta}{\partial t})\omega(x)dxdt = 0 \tag{10}$$

inteqral eynilik ödənirsə, (7) tənliyinin ümumiləşdirilmiş həllidir.

Harnakın invariant parabolik bərabərsizliyini veririk.

Teorem 0.4. Fərz edək ki, $1 < p < \infty$ çəki ikilidir və zəif $(1,p)$ - Puankare bərabərsizliyini dəstəkləyir. Tutaq ki, U və $0<\sigma<1$-da $u \geq \rho > 0$ – (7)-in zəif həllidir.

Onda

$$\operatorname*{ess\,sup}_{\sigma U^-} \omega u \leq C \operatorname*{ess\,inf}_{\sigma U^+} \omega u \tag{11}$$

burada C sabiti yalnız p, C_0, P_0 və σ -dan asılıdır.

Yaxşı məlumdur ki, p=2 olduqda zəif həllin Hölder kəsilməzliyi Harnak bərabərsizliyindən alınır. Lakin, $p \neq 2$ olduqda $(u^{p-1})_+$ qeyri-xətti hədd sayəsində ikiqat qeyri-xətti tənliklər üçün eyni isbat mümkün deyil.

Teorem 0.5. Fərz edək ki, U -da $u \geq \rho > 0$ superhəldir. Onda, hər bir $0 < \delta < 1$ və $0 < q < q_0$ üçün onda elə sabit C və $q_0 = (p-1)(2 - p/k)$ var ki,

$$\Big(\int_{\delta U^-} u^q \omega(x) dxdt\Big)^{1/q} \leq C \operatorname*{ess\,inf}_{\delta U^+} (u\,\omega)$$

Burada *0<δ<1 və 0<q<q₀.*

II fəsildə qeyri-xətti parabolik tənliklərin həllərinin requlyarlığı və aradan qaldırıla bilən çoxluqlar öyrənilir.

Bu fəsildə qeyri-xətti parabolik tənliklər üçün Drixle məsələsi həllinin requlyarlığını və bu məsələnin həlli üçün kompaktın aradan qaldırıla bilməsini öyrənirik.

Tutaq ki, $Q = \Omega \times (0,T) \subset R^n \times R$ silindrik oblastdır. Burada $\Omega \subset R^n$ hamar, məhdud oblastdır, $T > 0, n \geq 2$. Q parabolik sərhəddini ∂Q ilə aşağıdakı kimi işarə edək. $\partial Q = (\overline{\Omega} \times \{0\}) \bigcup (\partial\Omega \times [0,T])$. Tutaq ki, $h : \overline{Q} \to R$ kəsilməz funksiya verilmişdir. Aşağıdakı məsələyə baxaq.

$$u_t - div(\omega(x)|Du|^{p-2} Du) = 0 \qquad Q\text{-də} \tag{12}$$

$$u = h \quad \partial Q\text{-də} \tag{13}$$

$a : R^n \to R^n$ funksiyası üçün müəyyən şərtlər altında daha ümumi tənlikləri nəzərdən keçirək

$$u_t - div(\omega(x) a(Du)) = 0, \tag{14}$$

Çəki $\omega(x)$ - I fəsildə olduğu kimi Makenhaupt sinfindəndir.

Bu tip problemlər üçün həllin requlyarlığı məsələlərinə DiBenedettonun işlərində baxılmışdır. İzotropiyanın aşkar olmadığı və nəticə etibarilə $p = 2$ xətti halı ilə müqayisədə məsələnin özü daha da çətinləşir. Buna görə də birbaşa genişləməyə və sıxılan silindirlərin azalma qiymətlərinə əsaslanan requlyarlığın klassik analizi bu halda tətbiq olunmur.

Bunun aradan qaldırılması, ölçüsü həllin özündən asılı olan kəsilmiş silindrlərə parçalanmağı təhlil edərək lokal requlyarlıq xüsusiyyətlərinin öyrənilməsinə gətirib çıxarır. Bu, DiBenedettonun daxili həndəsəsinin əsas fikridir.

Aşağıda istifadə olunan funksiyalar fəzasını daxil edək. Fərz edək ki, $A \subset R^{n+1}$ $f : A \to R^m, m \geq 1$ funksiyası

$$\underset{A}{oscf} = \sup_{(x_0,t_0),(x,t)\in A} \left| f(x_0,t_0) - f(x,t) \right|$$

f -in A-dakı ossilyasiyasını ifadə edir. $(x_0,t_0) \in R^{n+1}$ və $r, \lambda > 0$ verilənləri üçün silindrləri daxil edək

$$Q_r^{\lambda}(x_0,t_0) = \{(x,t) \in R^{n+1} : \left|x - x_0\right| < r, \left|t - t_0\right| < \lambda^{2-p} r^p\}.$$

f funksiyası üçün aşağıdakıları daxil edək. Tutaq ki, $W : R_+ \to R_+$ davamlılığın qabarıq modulu olsun, yəni elə qabarıq azalmayan funksiyadır ki, $W(1) = 1$ və $W(0) = \lim_{r\to 0^-} W(r) = 0$. Onda $W(1) = 1$ funksiyası üçün $Q = \Omega \times (0,T) \subset R^n \times R$-də

$$\left| f \right|_{\overline{C}_{\omega(x)}^{w(\cdot)}(Q)} = \inf\{\lambda > 0 / \sup_{Q_r^{\lambda w(r)} \subset R^n \times R} \left(\frac{1}{\lambda w(r)} \underset{Q_r^{\lambda w(r)} \cap Q}{osc} \omega f \right) \leq 1\}.$$

Zamandan aslı olmayan funksiyalar üçün $W(\cdot)$-ə nisbətən alınmış normanı təyin edirik

$$\left| f \right|_{C_{\omega(x)}^{w(\cdot)}(\Omega)} = \inf\{\lambda > 0 / \sup_{B(x,r) \subset R^n} \left(\frac{1}{\lambda w(r)} \underset{B(x,r) \cap \Omega}{osc} \omega f \right) \leq 1\}.$$

Aydındır ki, yuxarıda qeyd olunan fəzaların lokallaşdırılmış versiyaları adi qaydada müəyyənləşdirilir və yalnız $Q' \subseteq Q$ olduqda, əgər $f \in \overline{C}_{\omega(x)}^{w(\cdot)}(Q')$ olarsa o zaman məsələn $f \in \overline{C}_{loc}^{w(\cdot)}(Q)$ kimi yazırıq. Bundan başqa, $C^0(Q), C^0(\Omega)$ müvafiq olaraq Q və Ω-də kəsilməz olan funksiyalar çoxluğunu bildirir. Qeyd edək ki, xüsusi halda $W(r) = r^{\alpha}, \alpha \in (0,1]$ yuxarıda qeyd olunan fəzalar Hölder kəsilməzliyini ifadə edir:

$$W(r) = r^{\alpha}, \alpha \in (0,1], \left| f \right|_{\overline{C}_{\omega(x)}^{w(\cdot)}(Q)} <$$

$$< \infty \Leftrightarrow \sup_{z_1,z_2} \frac{\left| \omega(z_1) f(z_1) - \omega(z_2) f(z_2) \right|}{\left\| z_1 - z_2 \right\|_{\alpha}^{\alpha}},$$

burada parabolik metrika

$$\left\| (x_1,t_1) - (x_2,t_2) \right\|_{\alpha} = \max\{\left|x_1 - x_2\right|, \left|t_1 - t_2\right|^{1/[p-\alpha(p-2)]}\}.$$

Metrika requlyarlığın baxılan dərəcəsindən asılıdır. Qeyd edək ki, $p=2$ olduqda, standart parabolik metrikaya nisbətən α tərtibdən Hölder kəsilməzliyi olan bu fəzalar funksiyaların fəzaları ilə uyğun gəlir. Daxili optimal requlyarlıq haqqında nəticəni göstəririk.

Teorem 0.6. Fərz edək ki, u (12), (13) məsələlərinin həllidir və $Q' \subset Q$ elə fəza-zaman məhdudiyyətli silindirdi ki, $\overline{Q'} \cap \partial Q = \varnothing$. Onda $u \in \overline{C}_{\omega(x)}^{w(\cdot)}(Q')$ və

$$|u|_{\overline{C}_{\omega(x)}^{w(\cdot)}(Q')} \le c(n,p,w(\cdot),\omega(x),Q,Q',\underset{Q}{osc}\,h).$$

Teorem 0.7. Fərz edək ki, u $h \in L_\infty(Q)$ ilə (12), (13)-in həllidir. Onda $Du \in L_{\infty,loc}(Q)$.

0.6 teoremini tətbiq etməklə zəif həllər üçün çoxluqların aradan qaldırılması üçün dəqiq şərt alırıq. Məsələyə əvvəlki paraqrafda verilmiş silindrlərdə baxacağıq. $w(\cdot)$ kəsilməzlik modulu ilə Hausdorf ölçüsünü müəyyənləşdirək. Tutaq ki, δ qeyd olunmuş, $0<\delta<r_0$ və $E \subset R^{n+1}$.

$i=1,2,\ldots$ üçün $E \subseteq \bigcup Q_{r_i}^{w(r_i)}(x_i,t_i)$ və $0<r_i<\delta$ olan

$L(\delta,w(\cdot);E)=\{Q_{r_i}^{w(r_i)}(x_i,t_i)\}$ silindrlər ailəsi olsun.

Bu ifadələri tətbiq edərək Hausdorf ölçüsünü daxil edirik

$$H^{w(\cdot)}(E)=\lim_{\delta\to 0}\inf_{L(\delta,w(\cdot);E)}\{\sum r_i^n w(r_i): E \subseteq \bigcup Q_{r_i}^{w(r_i)}(x_i,t_i)\},$$

Burada infinimum E çoxluğunda $L(\delta,w(\cdot),E)$ bütün mümkün səthlərə nəzərən götürülür.

Teorem 0.8 (aradan qaldırıla bilən çoxluqlar). Tutaq ki, $Q \subset R^{n+1}$ silindrik oblastdır və $E \subset Q$ qapalı çoxluqdur. Fərz edək ki, u aşağıdakı tənliyin zəif həllidir

$$u_t - div(\omega(x)|Du|^{p-2}Du)=0 \quad Q\setminus E\text{-də}$$

burada $u \in \overline{C}_{\omega(x),loc}^{w(\cdot)}(Q)$. Fərz edək ki, $H^{w(\cdot)}(E)=0$. Onda E çoxluğu aradan qaldırıla biləndir, yəni u Q-də zəif həllə qədər davam edə bilər.

Qeyd edək ki, müxtəlif $w(\cdot)$-yə müxtəlif Hausdorf ölçüləri uyğundur. Bizim vəziyyətin xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, hər dəfə $H^{w(\cdot)}$ müəyyənləşdirdiyimiz zaman bir biri ilə bağlı olan metrikanı və ya örtük üçün istifadə olunan silindri və ölçülə bilən funksiyaları nəzərə alırıq.

Bu vəziyyətdə $Q_{r_i}^{r_i^{\alpha}}(x_i, t_i)$ silindrinin Lebeq ölçüsü $r_i^{n+\alpha(2-p)+p}$-ə bərabərdir və 0.8 teoreminin fərziyyəsinə görə $H_{\alpha}^{n+\alpha}(E)=0$. $\alpha=1$ olduqda standart parabolik Hausdorf ölçüsünə baxılır.

$$H^{\sigma}(E)=\lim_{\delta\to 0}\inf_{L(\delta,r;E)}\{\sum r_i^{\sigma} : E\subseteq \bigcup B(x_i,r_i)\times(t_i-r_i^2, t_i+r_i^2)\}.$$

Bu halda aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 0.9. Tutaq ki, Q və E 0.8 teoremində olduğu kimidir. Fərz edək ki, u

$$u_t - div(\omega(x)|Du|^{p-2}Du)=0 \quad Q\setminus E\text{-də}$$

tənliyinin zəif həllidir və $u\in \overline{C}_{\omega(x),loc}^{w(\cdot)}(Q)$ c $w(r)=r, r\geq 0$. Tutaq ki, $N=n+2$ və $H^{N-1}(E)=0$. Onda E çoxluğu aradan qaldırıla biləndir, yəni $u-$ Q-də zəif həllə qədər davam etdirilə bilər.

Qeyd edək ki, $N=n+2$ standart parabolik ölçüdür. Həmçinin. teorem 0.9 elliptik halda məlum nəticələrin optimal parabolik analoqudur. $E\subset R^n$ çoxluğu üçün $H^{n-1}(E)=0$ kafi şərt əldə edən Karlesonun nəticələrini təkrarlayır.

Tutaq ki, $(x_0,t_0)\in R^n\times R,\ R>0$ və fərz edək ki, w yuxarıda verilmiş $Q_{R,\pm}^{\lambda w(R)}(x_0,t_0)$ silindrlərində (12), (13)-in həllidir. $r\leq R,\ \lambda>0$ baxaq və təyin edək

$$\widetilde{w}(x,t)=\frac{w(x_0+rx, t_0+(\lambda w(r))^{2-p}r^p t))}{\lambda w(r)} \tag{15}$$

Onda $\widetilde{w}$

$\gamma>0.$ üçün, $\widetilde{w}(\gamma)=\dfrac{w(\gamma r)}{w(r)}$ olduqda, $Q_{R/r,\pm}^{\widetilde{w}(R/r)}$-də

$$\widetilde{w}_t - div(\omega(x)|D\widetilde{w}|^{p-2}D\widetilde{w})=0 \tag{16}$$

tənliyinin həllidir.

Xüsusilə, $r = R$ olduda, $\tilde{w}$ $Q^1_{1,\pm}$-də həlldir.

Holderin tərs bərabərsizliyi əsasında həllin qradientinin lokal supremiumunu qiymətləndiririk. Cırlaşmayan halda nəticə əldə edilmişdir. Bizim halda cırlaşma vardır və aşağıdakı şəkildədir.

$u_t - div(\omega(x)a(Du)) = 0$.

Parabolik tənliklər üçün qradiyentin requlyarlığı haqqında aşağıdakı nəticəni göstəririk.

Teorem 0.10. Fərz edək ki, Q fəza-zaman silindrində w – (12), (13)-ün zəif həllidir. Onda Q-də Dw Hölder mənada kəsilməzdir. Bundan başqa, tutaq ki, $Q^{\lambda r}_{r,-} \subset Q$ bəzi $r, \lambda > 0$ üçün $A \geq 1$ sabiti ilə aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur

$$\sup_{Q^{\lambda r}_{r,-}} |Dw| \leq A\lambda$$

Onda elə $\tilde{\alpha}(n, p, L, A) \in (0,1]$ sabiti vardır ki,

$$\underset{Q^{\lambda\rho}_{\rho,-}}{osc}\, Dw \leq 4A\lambda \left(\frac{\rho}{r}\right)^{\tilde{\alpha}}, \qquad (17)$$

bütün $\rho \in (0, r)$ üçün doğrudur. Burada $Q^{\lambda\rho}_{\rho,-} \subset Q^{\lambda r}_{r,-}$, $0 < \rho \leq r$ üçün öz mərkəzini $Q^{\lambda r}_{r,-}$ ilə bölən daxili silindrdir.

Tutaq ki, $Q_2 \subseteq Q_1 \subseteq Q$ iki ixtiyari fiksə olunmuş fəza-zaman silindrləridir. Q_1-də göstərmək lazımdır ki, zəif olan həllər lokal xüsusiyyətlərə malikdir. $u \in \overline{C}^{\,w(\cdot)}_{\omega(x),loc}(Q)$ fərziyyəsinə görə elə bir $M > 0$ vardır ki,

$$\underset{Q_1}{osc}(\omega(x)u) \leq M \quad \text{və} \quad \underset{Q^{Mw(r)}_r \cap Q_1}{osc}(\omega(x)u) \leq Mw(r). \qquad (18)$$

Varlıq haqqında nəticələrdən istifadə edərək, (12),(13) məsələsi üçün kəsilməz υ həllinin olduğunu alırıq ki,

$$\upsilon_t - div(\omega(x)|D\upsilon|^{p-2} D(u-\upsilon)) = 0 \qquad Q_1\text{-də}$$

$$\upsilon = u \qquad \partial Q_1\text{-də}$$

(12) tənliyini Lu ilə ifadə edək. O zaman $h:Q\to R$ kəsilməz funksiyası və $\psi:Q\to R$ kəsilməz maneəsi üçün, ∂Q-də elə bir $h\geq\psi$ vardır ki,

$$\max\{Lu,\psi-u\}=0 \qquad Q \text{ -də} \tag{19}$$
$$u=h \qquad \partial Q.\text{-də}$$

Bizi, h və ψ-nin requlyarlıq şərtində u həllinin optimal requlyarlığı maraqlandırır. Məqsədimiz, (19) həllinin h,ψ verilənləri ilə eyni səviyyədə requlyarlığa malik olduğunu isbat etməkdir. Burada vacib olan odur ki, biz, ψ maneəsinin zamana görə differensiallana bilməsini fərz etmirik.

Daxili həndəsə, silindrlər, bu silindrlərin əlamətləri, fəzada həllərin tərifi, fəzaların tərifi haqqındakı digər mülahizələr qüvvədə qalır.

Maneənin $\tilde{C}^{w(\cdot)}_{\omega(x)}$ fəzasından olduğunu fərz edərək (19) məsələsinin optimal daxili requlyarlığı haqqında nəticəni veririk.

Teorem 0.11. Tutaq ki, L, (19) və $\psi\in\tilde{C}^{w(\cdot)}_{\omega(x)}(Q)$-dən olan operatordur, u isə (19)-un həllidir. Fərz edək ki, $Q'\subseteq Q$ elə bir məhdud fəza-zaman silindridir ki, $\overline{Q'}\cap\partial Q=\varnothing$. O zaman $u\in\tilde{C}^{w(\cdot)}_{\omega(x)}(Q')$ və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur.

$$|u|_{\tilde{C}^{w(\cdot)}_{\omega(x)}(Q')}\leq c(n,p,L,w(\cdot),Q,Q',\underset{Q}{osc}h,\ |\psi|_{\tilde{C}^{w(\cdot)}_{\omega(x)}(Q)}).$$

ƏSAS NƏTİCƏLƏR

Dissertasiya işi silindrik oblastlarda qeyri-xətti cırlaşan divergent ikinci tərtib parabolik tənliklərin həllərinin requlyarlığının öyrənilməsinə və zəif hellər üçün aradan qaldırıla bilən məsələlərə həsr edilmişdir.

Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır.

- parabolik Harnak bərabərsizliyi göstərilmişdir.
- super və subhələrlin qiymətləndirilməsi aparılmışdır.
- subhəllər üçün Hölderin tərs bərabərsizliyi alınmışdır.
- subhəllərin məhdudluğu göstərilmişdir.
- superhəll üçün loqarifmik qiymətləndirmələr alınır.
- həll üçün Harnak bərabərsiliyi alınır.
- ikiqat qeyri-xətti parabolik tənliklərə baxılır.
- bu tənliklərin həllərinin requlyarlığı öyrənilir.
- daha sonra zəif həllər üçün aradan qaldırılma teoremi isbat olunur.
- həllin varlığı göstərilmişdir
- zəif həllərin aprior qiymətləri alınmışdır
- aradan qaldırılma teoremi isbat olunmuşdur.

Dissertasiya işinin əsas nəticələri aşağıdakı dərc olunmuş məqalələrdə öz əksini tapmışdır:

1. Gadjiev, T.S., *Yagnaliyeva, A.H.*, Zulfalieva, G. Regularity of solutions of degenerate parabolic non-linear equations and removability of solutions. // -USA: Journal of Applied Computational Mathematics, -2017. v.6, issue 3, -p.1-3.

2. Gadjiev, T.S., *Yagnaliyeva, A.H.*, Kerimova, M. The some property of solutions degenerate nonlinear parabolic equations. // International conference on “Operators in Morrey-type spaces and applications” dedicated to 60-th birthday of professor Guliyev V.S., -Turkey, Ahi Evran University, -10-13 July, -2017, -p. 176-177

3. Gadjiev, T., *Yagnaliyeva, A.H.*, Aliyev, Kh. Regularity of solution degenerates parabolic non-linear equation and removability theorem for solutions. // XXIX International conference “Problems

of Decision Making Under Uncertainties". -Mukachevo, Ukraine: -10-13 May, -2017, -p.44-45

4. Gadjiev, T.S., *Yagnaliyeva, A.H.* Regularity of solution degenerates parabolic non-linear equations. // Sumqayıt Dövlət Universitetinin 55 illiyinə həsr olunan "Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri" beynəlxalq elmi konfrans, -Sumqayıt: -25-26 may -2017, -p. 116-117.

5. Gadjiev, T.S. Regularity of solution of degenerate parabolic nonlinear equations and removability of solutions./ T.S.Gadjiev, S.Y.Aliev, *A.H.Yagnaliyeva* [et all] // -Baku: The Reports of National Academy of Sciences of Azerbaijan, -2018. v. LXXIV, №1, -p. 6-11

6. Gadjiev, T.S., *Yagnaliyeva, A.H.*, Aliev, Kh. Holder estimates of solution degenerates parabolic nonlinear equations. // XXXI International conference "Problems of Decision Making Under Uncertainties".-Baku, Lankaran: -3-8 July, -2018, -p.63

7. Gadjiev, T.S., *Yagnaliyeva, A.H.* The removability of solution degenerates parabolic non-linear equations. // "Modern problems of innovative technologies in oil and gas production and applied mathematics" Proceeding of the International conference dedicated to the 90th anniversary of academician Azad Mirzajanzade. –Baku: -13-14 December, -2018, -p.160-161.

8. Gadjiev, T.S., *Yagnaliyeva*, *A.H.* The removability of solution degenerates parabolic non-linear equations. // Doktorantların və gənc tədqiqatçıların XXII Respublika elmi konfransı. II cilddə, I cild, -Baku: -22-23 noyabr, -2018, -p. 43-44.

9. *Yagnaliyeva*, *A.H*. The removability of solution degenerates parabolic non-linear equations. // "Information systems and technologies: achievements and perspectives" International scientific conference, -Sumgayit: -15-16 november, -2018, -p. 234-235

10. Gadjiev, T.S., Aliyev, Kh., *Yagnaliyeva*, *A.H*. The behavior of solutions to degenerate nonlinear parabolic equations. // XXXV International conference "Problems of Decision Making Under Uncertainties", -Baku, Sheki: -11-15 may, -2020, -p.43-44

11. Gadjiev, T.S., Rustamov, Y.I., *Yagnaliyeva, A.H.* Harnacks inequality for degenerate double nonlinear parabolic equations. // "Fundamental problems of mathematics and application of intellectual technologies in education" Republican scientific conference. –Sumgayit: -03-04 July, -2020, №3, -p.88-89

12. Gadjiev, T.S., Rustamov, Y., *Yagnaliyeva, A.H.* The behaviour of solutions to degenerate double nonlinear parabolic equations. // Proceedings of the fourteenth International conference on “Management Science and Engineering Management”, -Chisinau-Moldova, -3 July -2 august, -2020. v. 1, -p. 1-14.

13. *Yagnaliyeva, A.H.* Regularity of solutions of degenerate parabolic nonlinear obstacle problems. // -Baku: Transactions of National Academy of Sciences of Azerbaijan. Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences. -2021. v.41, №7, -p.48-52

14. *Yagnaliyeva, A.H.* A boundary Harnack inequality for degenerate singular nonlinear parabolic equations. // -Baku: Transactions of National Academy of Sciences of Azerbaijan. Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences. Mechanics, -2022. 42(7), -p.50-54

15. Gadjiev, T.S., Aliyev, S.Y., *Yagnaliyeva, A.H.* Hölder estimates of solutions degenerate ¨ nonlinear parabolic equations. // (CMDE) Computational Methods for Differential Equations, -2022. -p. 1-14.

Elmi rəhbərim professor Tahir Hacıyevə dissertasiya işində həll edilmiş məsələlərin qoyuluşuna, daimi diqqət və qayğısına görə dərin təşəkkürümü bildirirəm.

Dissertasiyanın müdafiəsi **28 yanvar 2025**-ci il tarixində saat **12^{00}** –da Bakı Dövlət Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, Z. Xəlilov küçəsi, 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümükündür.

Dissertasiya işi və avtoreferatın elektron versiyasiyaları Bakı Dövlət Universiteti rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 25 dekabr **2024**-cü il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 04.12.2024
Kağızın formatı: A5
Həcm: 36430
Tiraj: 100