**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI**

*Əlyazması hüququnda*

# QEYRİ-SƏLİS MODULLARIN HOMOLOGİYALARI

| | |
|---|---|
| İxtisas: | 1201.01 – Cəbr |
| Elm sahəsi: | Riyaziyyat |
| İddiaçı: | **Kəmalə Mütalib qızı Vəliyeva** |

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

**AVTOREFERATI**

**Bakı - 2021**

Dissertasiya işi **Bakı Dövlət Universitetinin «Cəbr və həndəsə»** kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

**Elmi rəhbərlər:** riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
**Sədi Andəm oğlu Bayramov**
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
**Vaqif Əli-Muxtar oğlu Qasımov**

**Rəsmi opponentlər:** fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
**Heybətqulu Səfər oğlu Mustafayev**
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
**Vaqif Mustafa oğlu Cabbarzadə**
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
**İlqar Şikar oğlu Cabbarov**

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən BFD 2.17/1 Birdəfəlik Dissertasiya şurası

Birdəfəlik Dissertasiya şurasının sədri:
AMEA-nın həqiqi üzvü, f.-r.e.d., professor
______________**Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Birdəfəlik Dissertasiya şurasının elmi katibi:
mexanika elmləri doktoru, dosent
______________**Laura Faiq qızı Fətullayeva**

Birdəfəlik Elmi seminarın sədri:
AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., professor
______________**Vaqif Rza oğlu İbrahimov**

İmzanı təsdiq edirəm:
BAKI DÖVLƏT UNİVERSİTETİNİN
ELMİ KATİBİ
prof. V.M.SALMANOV
(imza)
«05» 01 2022 il

# İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

**Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi.** İctimai elmlərdə, iqtisadiyyatda, mühəndislikdə, tibbi diaqnostikada və elmin digər sahələrində meydana gələn bəzi məsələlərin tədqiq edilməsində riyaziyyatın klassik üsulları kifayət qədər effektiv olmur. Belə məsələlərin həlli ilə əlaqədar olaraq son illərdə riyaziyyatda müxtəlif qeyri-ənənəvi nəzəriyyələr qurulmuşdur. Bu nəzəriyyələrin böyük tətbiqi əhəmiyyəti vardır.

Klassik olmayan nəzəriyyələrin təməlini Lütfi Zadə qoymuşdur. 1965-ci ildə Lütfi Zadə qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsini qurdu, bununla o bir tərəfdən çoxqiymətli məntiq nəzəriyyəsi vermiş oldu, o biri tərəfdən bu nəzəriyyənin bir çox tətbiqi məsələlərin həllində böyük rolu olmuşdur. Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi demək olar ki, riyaziyyatın bütün sahələrində tətbiq edilir. Topologiya, cəbr, həndəsə, funksional analiz və s.

1968-ci ildə Chang qeyri-səlis çoxluqları topologiyada tətbiq etmişdir. Bundan sonra bu sahədə bir çox araşdırmalar aparılmışdır. Bu araşdırmalar əsasən ümumi topologiyaya aiddir. Bu nəticələrin bir çoxu Ying-Mingin kitabında verilmişdir. Qeyri-səlis topoloji fəzalarda topologiyanın özündə qeyri-səlislik olmaması səbəbi ilə Şostak ilk dəfə qeyri-səlis topoloji fəzanın yeni tərifini vermişdir. Bu topologiyanın özü bəzi şərtləri ödəyən qeyri-səlis çoxluqdur.

Cəbrdə qeyri-səlis çoxluğu 1971-ci ildə Rozenfeld tətbiq etmişdir, o qeyri-səlis qrupları vermişdir və bəzi tətbiqlər aparmışdır. Daha sonra qeyri-səlis strukturlar halqada, modulda, cəbrdə və s. daxil edilmiş və bu istiqamətdə bir çox araşdırmalar aparılmışdır.

Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin ümumiləşməsi olan intuitiv qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi Atanassov tərəfindən daxil edilmişdir. Daha sonra intuitiv qeyri-səlis çoxluqların ümumiləşməsi olan neytrosofik çoxluqlar nəzəriyyəsi Smarandache tərəfindən verilmişdir və bu sahədə bəzi araşdırmalar aparılmışdır. İntuitiv qeyri-səlis və neytrosofik çoxluqlar cəbrdə, topologiyada tətbiqlərini tapmışlardır. Cəbrdə son illərdə intuitiv qeyri-səlis $G$-modullar üzərində araşdırmalar aparılmışdır.

Qeyri-səlis, intuitiv qeyri-səlis, neytrosofik çoxluqların xüsusiyyətlərini özündə saxlayan soft çoxluqlar nəzəriyyəsi 1999-cu ildə Molotsov tərəfindən qurulmuşdur. Bu çoxluqların tətqiqində Maji və Royun böyük xidmətləri olmuşdur. Daha sonra qeyri-səlis və soft strukturları birləşdirərək qeyri-səlis soft çoxluqlar qurulmuşdur. Soft qrupları verərək 2007-ci ildə soft çoxluqların cəbrdə tətbiqi başlanmışdır. Daha sonra soft halqalar, soft modullar verilmiş və onların bəzi xassələri araşdırılmışdır. Bunun davamı olaraq qeyri-səlis və intuitiv qeyri-səlis çoxluqların strukturu ilə soft çoxluqların strukturunu birləşdirərək cəbrdə qeyri-səlis soft qruplar, halqalar, modullar və s. strukturlar verilmiş və onlarla bağlı bəzi araşdırmalar aparılmışdır.

Son illərdə modullarda bir qrupun təsiri olan intuitiv qeyri-səlis strukturlar daxil edilmiş və bu sahədə bəzi araşdırmalar aparılmışdır. Cəbrdə neytrosofik çoxluqlar və neytrosofik soft çoxluqların da tətqiqi verilməyə başlanmışdır.

Cəbrdən fərqli olaraq topologiyada soft çoxluqların tətbiqi ancaq 2011-ci ildə başlanmışdır. Bundan sonra bu sahədə intensiv araşdırmalar aparılmışdır. Qeyd edək ki, qeyri-səlis çoxluqlarda əsasən ümumi topologiyaya aid nəticələr əldə edilmişdir. Ancaq cəbri topologiyanın üsulları kimi güclü aparata bu tətqiqatlarda geniş yer verilməmişdir.

Riyaziyyatın bir çox sahələrində qurulmuş yeni kateqoriyalarda cəbri əməllərə görə qapalılıq problemi ən vacib problemlərdən biridir. Düz və tərs limitlər bütün cəbri əməlləri özlərində saxladığına görə, bu kateqoriyalarda qapanma problemini, düz və tərs limitlərin varlığını göstərməklə həll etmək olar.

Göründüyü kimi qeyri-səlis çoxluqların araşdırılmasında cəbr və topologiya geniş istifadə olunur. Ona görə də bu sahədə aparılan işlər aktual və gələcəkdə tətbiqi əhəmiyyəti olan araşdırmalardır.

**Tədqiqatın obyekti və predmeti.** Qrup altında təsiri olan qeyri-səlis modullar və cəbri strukturlar üzərində qeyri-səlis topologiya.

**Tədqiqatın məqsədi və vəzifələri.** Bəzi cəbri məsələlərin qeyri-səlis strukturlarda tədqiqatı.

**Tədqiqat metodları.** İşdə müasir cəbrin, homoloji cəbrin və cəbri topologiyanın üsulları tətbiq olunub.

**Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.**

1. Qeyri-səlis soft $G$-modullar, intuitiv qeyri-səlis soft $G$-modullar kateqoriyaları qurulmuş və bu kateqoriyaların cəbri kateqoriyaların cəbri əməllərə görə qapalılıq problemi araşdırılmışdır.
2. İntuitiv qeyri-səlis soft $G$-modullar kateqoriyasında dəqiq ardıcıllıq anlayışı verilərək, bəzi dəqiq ardıcıllıqlar qurulmuşdur.
3. İntuitiv qeyri-səlis $G$-modullar kateqoriyasında homoloji modullar qurularaq homoloji nəzəriyyənin aksiomlarının ödəndiyi isbatlanmışdır.
4. İntuitiv qeyri-səlis $G$-modulların genişlənməsi olan neytrosofik $G$-modullar kateqoriyası qurulmuşdur.
5. Neytrosofik modulların genişlənməsi olan neytrosofik soft modullar anlayışı daxil edilmiş və bu modullar kateqoriyasında qapalılıq problemi araşdırılmışdır. Neytrosofik soft modullar kateqoriyasında tərs limitin varlığı isbatlanmışdır.
6. Soft çoxluqlarda qeyri-səlis, intuitiv qeyri-səlis (Şostak) topologiya daxil edilmiş və yeni alınan topoloji fəzada baza, kəsilməzliklə bağlı araşdırmalar aparılmışdır.

**Tədqiqatın elmi yeniliyi.** Qeyri-səlis modullarda bir qrupun təsirini verərək yeni bir kateqoriya qurulur və bu kateqoriyanın xassələri öyrənilir. Burda alınan nəticələr qeyri-səlis qrupların təsvirlər nəzəriyyəsinin qurulmasına imkan verir. Hər bir yeni alınan kateqoriyada ən vacib problemlərdən biri cəbri əməllərə görə qapalılıq problemidir. Neytrosofik modullar kateqoriyasında qapalılıq problemi tam həll olunur. Qeyri-səlis çoxluqları soft çoxluqlara tətbiq edərək cəbr və topologiya arasında bir körpü qurulur. Bununla adi topoloji fəza və soft topoloji fəzaları özündə saxlayan bir kateqoriya qurulmuşdur.

**Tədqiqatın nəzəri və praktik əhəmiyyəti.** Dissertasiya işi əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Dissertasiyada yeni qeyri-səlis soft

G-modullar, intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar, neytrosofik G-modullar, neytrosofik soft modullar kateqoriyaları qurulmuşdur. Burda alınan nəticələr qeyri-səlis qrupların təsvirlər nəzəriyyəsinin qurulmasına imkan verir. Təsvirlər nəzəriyyəsinin isə riyaziyyatda nə qədər böyük əhəmiyyətinin olduğu aşkardır. Qeyri-səlis strukturlar praktikanın tələbindən yaranmış və aparılan bu tədqiqatların praktik məsələlərin həllində geniş şəkildə istifadə olunacağına ümid bəslənilir.

**Aprobasiya və tətbiqi.** Dissertasiyanın nəticələri ölkə daxilində AMEA-nın müxbir üzvü, tanınmış alim və görkəmli riyaziyyatçı Qoşqar Teymur oğlu Əhmədovun anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş «Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri» adlı Respublika Elmi Konfransında (Bakı, 2017), Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetində keçirilən Azərbaycan Xalq Cümhuriyyətinin 100 illik yubileyinə həsr olunmuş Doktorantların və gənc tədqiqatçıların XXII Respublika Elmi Konfransında (Bakı, 2018), Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 95-ci il dönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika Elmi Konfransında (Bakı, 2018), «8th İnternational Eurasian conference on mathematical sciences and applications» adlı elmi konfransda (Bakı, 2019) o cümlədəm ölkə xaricində Gürcüstanda keçirilmiş "IX İnternational conference of the Georgian mathematical union» adlı elmi konfransında (Batumi, 2018) məruzə edilmişdir.

**Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.** Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin "Mexanika-riyaziyyat" fakültəsinin "Cəbr və həndəsə" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

**İddiaçının şəxsi töhfəsi.** Dissertasiya işində alınan bütün elmi yeniliklər və eləcə də nəticələr iddiaçıya məxsusdur.

**Çap olunmuş elmi əsərlər.** Dissertasiya işinin əsas nəticələri 2-i WOS, 2-i SCOPUS bazalarına daxil olan jurnallarda olmaqla 10 elmi məqalədə öz əksini tapmışdır. Nəşr olunmuş məqalələrdən 2-i həmmüəllifsizdir. Bundan əlavə dissertasiya işində alınan nəticələr beynəlxalq səviyyəli 2 və respublika səviyyəli 3 elmi konfransda (onlardan 1-i xaricdə) məruzə edilmişdir.

**Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrı-ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.** Dissertasiya işinin ümumi həcmi 223356 işarədir (onlardan titul vərəqi- 328, mündəricat – 1422, giriş – 38725, I fəsil – 76000, II fəsil – 56000, III fəsil – 50000, nəticə - 881 işarə). İstifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısı 129 addan ibarətdir.

## DİSSERTASİYA İŞİNİN QISA MƏZMUNU

**Girişdə** mövzunun aktuallığı əsaslandırılmış, mövzunun tədqiq olunması ilə bağlı görülən işlər haqqında xülasə verilmiş, əsas nəticələr qısa şəkildə göstərilmiş, işin aprobasiyası haqqında məlumat verilmişdir.

Dissertasiya işinin birinci fəslinin birinci yarımfəslində qeyri-səlis soft $G$-modullar üzərində bəzi əməllər verilir və kateqoriya qurulur.

**Tərif 1.** $K$ bir halqa, $M$ isə $K$ üzərində sol (və ya sağ) modul və $G$ bir qrup olsun. $G$ qrupunun $M$ modulu üzərində təsiri verilsin, yəni aşağıdakı şərtləri ödəyən $\mu : G \times M \to M$ funksiyası verilsin.

1) $\mu(1_G, m) = m, \quad \forall m \in M$ ($1_G$ $G$ qrupunun vahid elementi)
2) $\mu(g_1 g_2, m) = \mu(g_1, \mu(g_2, m))$
3) $\mu(g, k_1 m_1 + k_2 m_2) = k_1 \mu(g, m_1) + k_2 \mu(g, m_2)$

Bu halda $M$ moduluna $G$-modul adı verilir.

**Tərif 2**. $(F, A)$, $M$ üzərində bir qeyri-səlis soft çoxluq olsun. Əgər $\forall a \in A$ üçün $F(a) : M \to [0,1]$ qeyri-səlis çoxluq aşağıdakı şərtləri ödəyirsə:

a) $F(a)(ax + by) \geq F(a)(x) \wedge F(a)(y) \quad \forall a, b \in K,\ x, y \in M$

b) $F(a)(g \cdot m) \geq F(a)(m)$

o zaman $(F, A)$ cütünə $M$ üzərində qeyri-səlis soft $G$-modul deyilir.

**Teorem 1**. Əgər $(F,A)$, $(H,B)$ $M$ üzərində iki qeyri-səlis soft $G$-modul isə, onların kəsişməsi $(F,A)\cap(H,B)$ də $M$ üzərində qeyri-səlis soft $G$-moduldur.

**Teorem 2.** $(F,A)$, $(H,B)$ $M$ üzərində iki qeyri-səlis soft $G$-modul olsun. Əgər $A\cap B=\varnothing$ isə onların birləşməsi $(F,A)\cup(H,B)$ $M$ üzərində qeyri-səlis soft $G$-moduldur.

**Teorem 3**. $(F,A)$, $(H,B)$ $M$ üzərində iki qeyri-səlis soft $G$-modul olsun. O zaman $(F,A)\wedge(H,B)$ də $M$ üzərində qeyri-səlis soft $G$-moduldur.

**Teorem 4**. $(F,A)$ $M$ üzərində, $(H,B)$ $N$ üzərində iki qeyri-səlis soft $G$–modul olsun, onda $(F,A)\times(H,B)$ $M\times N$ üzərində qeyri-səlis soft $G$–moduldur.

**Tərif 3.** $(F,A)$, $(H,B)$ $M$ üzərində iki qeyri-səlis soft $G$-modul olsun, onların cəmi $(F,A)+(H,B)=(G,C)$, $C=A\cap B$, $\forall c\in C$ üçün $G_c(x)=\underset{x=a+b}{\vee}(F_c(a)\wedge H_c(b))$ kimi təyin olunur.

**Teorem 5**. $(F,A)$, $(H,B)$ $M$ üzərində iki qeyri-səlis soft $G$-modul olsun, onda onların cəmi $(F,A)+(H,B)$ də $M$ üzərində qeyri-səlis soft $G$-moduldur.

**Tərif 4**. $(F,A)$, $(H,B)$ $M$ üzərində iki qeyri-səlis soft $G$-modul olsun, onların hasili $(F,A)\cdot(H,B)=(G,C)$, $C=A\cap B$, $\forall c\in C$ üçün $G_c(x)=\underset{x=\sum(a_i+b_i)}{\vee}\left\{\underset{i}{\wedge}(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i))\right\}$ kimi təyin olunur.

**Teorem 6**. $(F,A)\cdot(H,B)$, $M$ üzərində iki qeyri-səlis soft $G$-modulların hasili də $M$ üzərində qeyri-səlis soft $G$-moduldur.

**Tərif 5.** $M$ bir $G$-modul və $N$, $M$-nin alt modulu olsun. Əgər $N$ alt modulu $G$ qrupunun təsiri altında invariantsa, yəni $\forall g\in G$ və $n\in N$ üçün $g\cdot n\in N$ isə $N$ alt moduluna $G$-alt modul deyilir.

Tutaq ki, $(F,A)$, $M$ üzərində qeyri-səlis soft $G$-moduldur. $F_{a/N}$ qeyri-səlis soft çoxluğu $\forall a \in A$ üçün $F_a/N : N \to [0,1]$ kimi təyin edilsin.

**Teorem 7.** $(F,A)$, $M$ üzərində qeyri-səlis soft $G$-modul olsun, o zaman $F_{a/N}$ $N$ üzərində qeyri-səlis soft $G$-moduldur.

**Teorem 8**. $(F,A)$ $M$ üzərində qeyri-səlis soft $G$-modul, $N$ $M$-nin $G$-alt modulu olsun, onda $(\tilde{F},A)$, $M/N$ faktor modulu üzərində qeyri-səlis soft $G$-moduldur.

Birinci fəslin ikinci yarımfəslində qeyri-səlis soft $G$-modulların genişləndirilməsi olan intuitiv qeyri-səlis soft $G$-modullarına baxılır və burada analoji teoremlər isbatlanır. Birinci fəslin üçüncü yarımfəslində intuitiv qeyri-səlis soft $G$-modullar ardıcıllığına baxılır.

Tutaq ki, $(F,A)$, $M$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft $G$-moduldur. $(G,B)$, $N$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft $G$-moduldur. $f : M \to N$, $G$-modulların homomorfizmasıdır, $\varphi : A \to B$ çoxluqların inikasıdır.

**Tərif 6.** Əgər hər bir $a \in A$ üçün $f : \left(M, F_a, F^a\right) \to \left(N, G_{\varphi(a)}, G^{\varphi(a)}\right)$, intuitiv qeyri-səlis $G$-modulların homomorfizmasıdırsa, onda $(f,\varphi) : (F,A) \to (G,B)$ cütü intuitiv qeyri-səlis soft $G$-modulların homomorfizması adlanır.

Tutaq ki, $(f,\varphi) : (F,A) \to (G,B)$, intuitiv qeyri-səlis soft $G$-modulların homomorfizması, $\ker f < M$ , $f$-in nüvəsi olsun. $\ker f$ $G$ altmodulu üzərində intuitiv qeyri-səlis soft $G$-modulların strukturunu aşağıdakı kimi təyin edək, $\forall a \in A$ üçün,

$$\overline{F}(a) = \left(\overline{F}_a, \overline{F}^a\right),\ \overline{F}_a = F_a\big/_{Ker f}, \overline{F}^a = F^a\big/_{Ker f}.$$

$\operatorname{Im} f < N$, $f$-in obrazı olsun, eyni yolla $\operatorname{Im} f$ $G$ altmodulu üzərində intuitiv qeyri-səlis soft $G$-modulların strukturunu göstərək. $\forall b \in B$ üçün,

$$\overline{G}(b)=\left(\overline{G}_b,\overline{G}^b\right),\ \ \overline{G}_b=G_b/_{\operatorname{Im} f}\ ,\ \overline{G}^b=G^b/_{\operatorname{Im} f}\ .$$

**Teorem 9.** Tutaq ki, $M$ və $N$, $G$-modullar və $f$, $G$-modulların homomorfizması olsun. Əgər $(G,B)$, $N$ üzərində intuitiv qeyri-səlis $G$-moduldursa, onda $\left(f^{-1}(G),B\right)$, $M$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft $G$-moduldur.

**Teorem 10.** Əgər $\{(F_i,A_i)\}_{i\in I}$, $\{M_i\}_{i\in I}$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft $G$-modullar ailəsidirsə, onda $\oplus_{i\in I}(F_i,A_i)$, $\{M_i\}_{i\in I}$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft $G$-modullardır.

**Tərif 7.** $X$ çoxluğu üzərində ixtiyari intuitiv qeyri-səlis soft $(F,A)$ çoxluğu üçün intuitiv qeyri-səlis soft çoxluğunun daşıyıcısı $\left(F^*,A\right)$ kimi işarə edilir və $F^*(a)=\left\{x\in X, F_a(x)>0, F^a(x)<1\right\}$ kimi təyin edilir. Aydındır ki, $\left(F^*,A\right)$, $X$ üzərində soft çoxluqdur.

**Teorem 11.** a) Tutaq ki, $(F,A)$ intuitiv qeyri-səlis soft $G$-moduldur. Onda $\left(F^*,A\right)$, $M$-in soft $G$-altmoduludur.

b) $M$-in $(F,A),(G,B)$ soft $G$-modulu üçün alınır ki, $((F,A)+(G,B))^*=\left(F^*,A\right)+\left(G^*,B\right)$.

c) $((F,A)\cap(G,B))^*=\left(F^*,A\right)\cap\left(G^*,B\right)$.

**Tərif 8.** $\forall a\in A$ və $\forall x\in M$ üçün $M$ üzərində iki $\left(\tilde{\Phi},A\right)$ və $\left(\tilde{M},A\right)$ intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlarını aşağıdakı kimi təyin edək

$$\tilde{\Phi}(a)(x)=\begin{cases}(1,0), x=0\\(0,1), x\neq 0\end{cases};\tilde{M}(a)(x)=(1,0)$$

Onda, $\left(\tilde{\Phi},A\right),\left(\tilde{M},A\right)$ intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlar, intuitiv qeyri-səlis soft modullara uyğun $0$ və $1$ qeyri-səlis soft modulları adlanır.

**Tərif 9.** Tutaq ki, $(F,A),(G,B)$ intuitiv qeyri-səlis soft $G$-modullardır. Əgər $(F,A)\cap(G,B)=\left(\tilde{\Phi},A\cap B\right)$ şərti ödənirsə, onda

$(F,A)+(G,B)$ cəmi, $(F,A)$ və $(G,B)$ -nin düz cəmi adlanır və bu $(F,A)\oplus(G,B)$ kimi işarə edilir.

**Teorem 12.** Tutaq ki, $(F,A),(G,B),(H,C)$ $M$ -in soft $G$ modulları olsun belə ki, $(F,A)=(G,B)\oplus(H,C)$, onda $(F^*,A)=(G^*,B)\oplus(H^*,C)$.

Tutaq ki,

$$\ldots\xrightarrow{f_{i-1}}M_{i-1}\xrightarrow{f_i}M_i\xrightarrow{f_{i+1}}M_{i+1}\xrightarrow{f_{i+2}}\ldots \qquad (1)$$

$G$ -modulların və $G$ -modul homomorfizmaların ardıcıllığı olsun.

**Tərif 10.** $M_i, i\in Z$ $G$ -modullar, $(F_i,A)$, $M_i$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft $G$ -modullar olsun. Əgər $\forall a\in A$ üçün $\ldots\to(M_{i-1},F_{i-1}(a))\to(M_i,F_i(a))\to(M_{i+1},F_{i+1}(a))\to\ldots$ intuitiv qeyri-səlis $G$ -modulların ardıcıllığı dəqiqdirsə, onda intuitiv qeyri-səlis soft $G$ -modulların

$$\ldots\xrightarrow{(f_{i-1},1_A)}(F_{i-1},A)\xrightarrow{(f_i,1_A)}(F_i,A)\xrightarrow{(f_{i+1},1_A)}\to(F_{i+1},A)\xrightarrow{(f_{i+2},1_A)}\ldots \qquad (2)$$

ardıcıllığına intuitiv qeyri-səlis soft $G$ -modulların dəqiq ardıcıllığı deyilir.

**Teorem 13.** Tutaq ki, $(F,A),(G,B)$ intuitiv qeyri-səlis soft $G$ -modullarının $(F,A)\oplus(G,B)$ düz cəmi üçün, $(F^*,A)+(G^*,B)$ soft $G$ -modulların düz cəmi olsun. Onda,

$$0\longrightarrow(F,A)\xrightarrow{(i,1_A)}(F,A)\oplus(G,A)\xrightarrow{(\pi,1_A)}(G,A)\longrightarrow 0$$

ardıcıllığı dəqiqdir.

**Teorem 14.** Fərz edək ki, $M\xrightarrow{f}N\xrightarrow{g}P$, $N$ -modulunda $G$ -modulların dəqiq ardıcıllığıdır, və $(F,A)$, $(G,A)$, $(H,A)$, uyğun olaraq $M,N$ və $P$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft $G$ -modullardır. Onda intuitiv qeyri-səlis soft $G$ -modulların $(F,A)\xrightarrow{(f,1_A)}(G,A)\xrightarrow{(g,1_A)}(H,A)$ ardıcıllığı $(G,A)$-da dəqiqdir, ancaq onda ki, əgər bütün $a\in A$ üçün $G$ -modulların

$F^*(a) \xrightarrow{f'} G^*(a) \xrightarrow{g'} H^*(a)$ ardıcıllığı $G^*(a)$ -da dəqiq olsun, burada, $f'$ və $g'$, $f$ və $g$-nin uyğun olaraq $F^*(a)$ və $G^*(a)$ -a daralmasıdır.

Birinci fəslin dördüncü yarımfəslində intuitiv qeyri-səlis $G$-modulların homoloji modulları qurulur.

$G$ bir qrup, $M$, $G$-modul olsun. $(M, \mu, \nu)$ ilə intuitiv qeyri-səlis $G$-modulu işarə edək.

**Tərif 11.** Əgər intuitiv qeyri-səlis $G$-modulların

$$\{(M_n, \mu_n, \nu_n), \partial_n : (M_n, \mu_n, \nu_n) \to (M_{n-1}, \mu_{n-1}, \nu_{n-1})\}_{n \in Z} \quad (3)$$

ardıcıllığı üçün $\partial_{n-1} \circ \partial_n = 0$ ödənirsə, bu ardıcıllığa intuitiv qeyri-səlis $G$-modulların zəncir kompleksi deyilir.

Tutaq ki, (3) və

$$\{(M'_n, \mu'_n, \nu'_n), \partial'_n : (M'_n, \mu'_n, \nu'_n) \to (M'_{n-1}, \mu'_{n-1}, \nu'_{n-1})\}_{n \in Z} \quad (4)$$

uyğun olaraq $\{M_n\}$, $\{M'_n\}$ üzərində, iki intuitiv qeyri-səlis $G$-modulların zəncir kompleksidir.

**Tərif 12.** Tutaq ki, $\{\varphi_n, \psi_n : (M_n, \mu_n, \nu_n) \to (M'_n, \mu'_n, \nu'_n)\}$ intuitiv qeyri-səlis $G$-modulların zəncir komplekslərinin morfizmalarıdır və $D = \{D_n : (M_n, \mu_n, \nu_n) \to (M'_{n+1}, \mu'_{n+1}, \nu'_{n+1})\}$ intuitiv qeyri-səlis $G$-modulların homomorfizma ailəsidir. Əgər, $\varphi_n - \psi_n = D_{n-1} \circ \partial_n + \partial'_{n+1} \circ D_n$ bərabərlik ödənirsə, onda $D = \{D_n : M_n \to M'_{n+1}\}_{n \in Z}$ modulların homomorfizmalarının ailəsi zəncir homotopiya, $\{\varphi_n\}$, $\{\psi_n\}$ zəncir homotop inikaslar adlanır və $\{\varphi_n\} \sim \{\psi_n\}$ kimi işarə olunur.

**Teorem 15.** Zəncir homotopiya münasibəti ekvivalent münasibətdir və superpozisiyaya görə invariantdır.

**Tərif 13.** $H_n(C) = (Ker\partial_n / \mathrm{Im}\partial_{n+1}, \tilde{\mu}_n, \tilde{\nu}_n)$ intuitiv qeyri-səlis $G$-moduluna, intuitiv qeyri-səlis $G$ zəncir kompleksinin $n$-ölçülü homoloji modulu deyilir.

$\{\varphi_n : (M_n, \mu_n, \nu_n) \to (M_n^{'}, \mu_n^{'}, \nu_n^{'})\}$ intuitiv qeyri-səlis $G$-modulların zəncir komplekslərinin morfizmaları isə $\forall[x] \in H_n(C)$ üçün $\varphi_{n*} : H_n(C) \to H_n(C^{'})$ homomorfizmasını $\varphi_{n*}[x] = [\varphi_n(x)]$ kimi təyin edək

**Teorem 16.** $C \to H_n(C)$ qarşı gəlməsi intuitiv qeyri-səlis $G$-modulların zəncir kompleksləri kateqoriyasından intuitiv qeyri-səlis $G$-modullar kateqoriyasına gedən bir funktordur.

**Teorem 17.** İntuitiv qeyri-səlis $G$-modulların zəncir komplekslərinin homoloji funktoru zəncir homotopiyaya görə invariantdır. Belə ki, əgər

$\{\varphi_n\} \sim \{\psi_n\} : \{(M_n, \mu_n, \nu_n), \partial_n\} \to \{(M_n^{'}, \mu_n^{'}, \nu_n^{'}), \partial_n^{'}\}$ onda,

$\varphi_{n*} = \psi_{n*} = H(C) \to H_n(C^{'})$.

**Teorem 18.** Əgər

$$0 \to C^{'} \xrightarrow{\varphi} C \xrightarrow{\psi} C^{''} \to 0 \tag{5}$$

intuitiv qeyri-səlis $G$-modulların zəncir komplekslərinin parçalanan qısa dəqiq ardıcıllığı isə, onda

$$\begin{aligned} \ldots \longleftarrow H_{n-1}(C^{'}) \xleftarrow{\partial_{n*}} H_n(C^{''}) \longleftarrow H_n(C) \longleftarrow \\ \longleftarrow H_n(C^{'}) \longleftarrow \ldots \end{aligned} \tag{6}$$

intuitiv qeyri-səlis $G$-modulların homoloji modullar ardıcıllığı dəqiqdir.

Birinci fəslin beşinci yarımfəslində neytrosofik $G$-modullar daxil edilir. Birinci və ikinci yarımfəsillərin nəticələri neytrosofik $G$-modullarına daşınır.

İkinci fəslin birinci yarımfəslində neytrosofik soft modullar verilir və kateqoriya qurulur.

**Tərif 14.** Tutaq ki, $(\widetilde{F}, A)$ $M$ üzərində neytrosofik soft çoxluqdur. Əgər $\forall a \in A$ üçün $\widetilde{F}(a) = (T_a, I_a, F_a)$ $M$-in neytrosofik alt moduludursa, onda $(\widetilde{F}, A)$ cütü $M$ üzərində neytrosofik soft modul adlanır və $\widetilde{F}_a$ kimi işarə olunur.

**Tərif 15.** Tutaq ki, $\left(\tilde{F}^1, A\right)$ və $\left(\tilde{F}^2, B\right)$ uyğun olaraq $M$ və $N$ modulları üzərində iki neytrosofik soft modullardır və $f: M \to N$ modulların homomorfizmasıdır, $g: A \to B$ isə çoxluqların inikasıdır. Əgər aşağıdakı şərtlər ödənərsə,

$$f\left(T^1_{(a)}\right) = \tilde{F}^2(g(a)) = T^2_{g(a)},$$

$$f\left(I^1_{(a)}\right) = \tilde{F}^2(g(a)) = I^2_{g(a)},$$

$$f\left(F^1_{(a)}\right) = \tilde{F}^2(g(a)) = F^2_{g(a)},$$

$(f, g): \left(\tilde{F}^1, A\right) \to \left(\tilde{F}^2, B\right)$ cütü neytrosofik soft modulların neytrosofik soft homomorfizması adlanır.

Aydındır ki, $\forall a \in A$ üçün $f: \left(M, \tilde{F}^1_{(a)}\right) \to \left(N, \tilde{F}^2_{g(a)}\right)$ neytrosofik modulların neytrosofik homomorfizmalarıdır.

Neytrosofik soft modullar və onların morfizmləri bir kateqoriya əmələ gətirir.

**Teorem 19.** Tutaq ki, $\left(\tilde{F}^1, B\right)$ və $\left(\tilde{F}^2, B\right)$, $M$ üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Onda onların kəsişməsi $\left(\tilde{F}^1, A\right) \cap \left(\tilde{F}^2, B\right)$ $M$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

**Teorem 20.** Tutaq ki, $\left(\tilde{F}^1, A\right)$ və $\left(\tilde{F}^2, B\right)$ $M$ üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Onda $\left(\tilde{F}^1, A\right) \wedge \left(\tilde{F}^2, B\right)$, $M$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

**Teorem 21.** Tutaq ki, $\left(\tilde{F}^1, A\right)$ və $\left(\tilde{F}^2, B\right)$ $M$ üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Əgər $A \cap B = \varnothing$, onda $\left(\tilde{F}^1, A\right) \cup \left(\tilde{F}^2, B\right)$ $M$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

**Teorem 22.** Əgər $\left\{\left(\tilde{F}_i, A_i\right)\right\}_{i \in I}$, $\{M_i\}_{i \in I}$ üzərində neytrosofik soft modullar ailəsidirsə, onda $\prod\limits_{i \in I}\left(\tilde{F}_i, A_i\right)$, $\prod\limits_{i \in I} M_i$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

**Teorem 23.** Əgər $\left\{\left(\tilde{F}_i, A_i\right)\right\}_{i\in I}$, $\{M_i\}_{i\in I}$ modullar ailəsi üzərində neytrosofik soft modullar ailəsidirsə, onda $\underset{i\in I}{\oplus}\left(\tilde{F}_i, A_i\right)$, $\underset{i\in I}{\oplus} M_i$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

İkinci fəslin ikinci yarımfəslində neytrosofik modullar kateqoriyasında qapalılıq problemi həll olunur.

**Teorem 24.** Neytrosofik modullar kateqoriyasının sıfır obyektləri, cəmləri, hasilləri, nüvələri və konüvələri var.

Neytrosofik modullar kateqoriyasını $NM$ -lə işarə edək.

**Tərif 16.** $D:\Lambda^{op}\to NM$ funktoru, harada ki, $\Lambda$ istiqamətlənmiş çoxluqdur (kateqoriya kimi hesab olunur), neytrosofik modulların tərs sistemi adlanır, $D$ -nin limiti isə tərs sistemin limiti adlanır.

Fərz edək ki,

$$\left(\underline{M},\underline{T},\underline{I},\underline{F}\right)= \\ =\begin{pmatrix} \{(M_\alpha, T_\alpha, I_\alpha, F_\alpha)\}_{\alpha\in\wedge}, \\ \left\{ p_\alpha^{\alpha'} : \left(M_{\alpha'}, T_{\alpha'}, I_{\alpha'}, F_{\alpha'}\right)\to\left(M_\alpha, T_\alpha, I_\alpha, F_\alpha\right)\right\}_{\alpha\prec\alpha'} \end{pmatrix} \tag{7}$$

neytrosofik modulların tərs sistemidir.

$A=\left\{\pi_\alpha : \prod_{\alpha\in\wedge} M_\alpha \to M_\alpha\right\}_{\alpha\in\wedge}$ proyeksiyalar ailəsi və

$\left(\prod_{\alpha\in\wedge} M_\alpha, T_A, I_A, F_A\right)$ neytrosofik modulların düz hasili olsun. Onda

$\left(\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha, T_A\Big|_{\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha}, I_A\Big|_{\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha}, F_A\Big|_{\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha}\right)$ ailəsi neytrosofik modul olur.

**Teorem 25.** (7) şəklində olan bütün tərs sistemlərin $NM$ kateqoriyasında limiti var və bu limit $\left(\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha, T_A\Big|_{\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha}, I_A\Big|_{\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha}, F_A\Big|_{\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha}\right)$ neytrosofik moduluna bərabərdir.

(7) tərs sisteminə baxaq və $d:\prod_{\alpha} M_{\alpha} \to \prod_{\alpha} M_{\alpha}$ modulların homomorfizmini $d(\{x_{\alpha}\}) = \left\{x_{\alpha} - p_{\alpha}^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right\}_{\alpha \prec \alpha'}$ düsturu ilə verək.

**Tərif 17.** $\lim\limits_{\leftarrow}^{(1)} M_{\alpha}, (T_A)^{\pi}, (I_A)^{\pi}, (F_A)^{\pi}$, (7)-də verilmiş neytrosofik modulların tərs sisteminin "birinci törəmə funktoru" adlanır və $\lim\limits_{\leftarrow}^{(1)}$ kimi işarə olunur.

**Təklif 1.** $\lim\limits_{\leftarrow}^{(1)}$ funktordur.

**Lemma 1.** $\lim\limits_{\leftarrow}(M_{\alpha}, T_{\alpha}, I_{\alpha}, F_{\alpha}) = \ker \overline{d}$ və

$\lim\limits_{\leftarrow}^{(1)}(M_{\alpha}, T_{\alpha}, I_{\alpha}, F_{\alpha}) = co\ker \overline{d}$.

**Teorem 26.** Tutaq ki,

$$(M_1, T_1, I_1, F_1) \xleftarrow{p_1^2} (M_2, T_2, I_2, F_2) \xleftarrow{p_2^3} \ldots$$

neytrosofik modulların tərs ardıcıllığıdır. Bu ardıcıllığın hər bir sonsuz altardıcıllıqları üçün $\lim\limits_{\leftarrow}^{(1)}$ dəyişilməz.

**Teorem 27.** Əgər $\forall \left\{x_n^{''}\right\} \in \ker \overline{d}$ üçün, $\lim\limits_{n\to\infty} T_n^{''}\left(x_n^{''}\right) = 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} I_n^{''}\left(x_n^{''}\right) = 0$, və $\lim\limits_{n\to\infty} F_n\left(x_n^{''}\right) = 1$ şərti ödənirsə, onda, neytrosofik modulların tərs sisteminin aşağıdakı qısa dəqiq ardıcıllığı,

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
0 & \to & \left(M_2^{'}, T_2^{'}, I_2^{'}, F_2^{'}\right) & \to & (M_2, T_2, I_2, F_2) & \to & \left(M_2^{''}, T_2^{''}, I_2^{''}, F_2^{''}\right) & \to & 0 \\
 & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
0 & \to & \left(M_1^{'}, T_1^{'}, I_1^{'}, F_1^{'}\right) & \to & (M_1, T_1, I_1, F_1) & \to & \left(M_1^{''}, T_1^{''}, I_1^{''}, F_1^{''}\right) & \to & 0
\end{array}$$

üçün

$$0 \to \varprojlim\left(M_n^{'}, T_n^{'}, I_n^{'}, F_n^{'}\right) \to \varprojlim\left(M_n, T_n, I_n, F_n\right) \to$$
$$\to \varprojlim\left(M_n^{''}, T_n^{''}, I_n^{''}, F_n^{''}\right) \to \varprojlim^{(1)}\left(M_n^{'}, T_n^{'}, I_n^{'}, F_n^{'}\right) \to$$
$$\to \varprojlim^{(1)}\left(M_n, T_n, I_n, F_n\right) \to \varprojlim^{(1)}\left(M_n^{''}, T_n^{''}, I_n^{''}, F_n^{''}\right) \to 0$$
ardıcıllığı dəqiqdir.
İkinci fəslin üçüncü yarımfəslində neytrosofik soft modullar kateqoriyasında qapalılıq problemi araşdırılır.

Üçüncü fəslin birinci yarımfəslində soft çoxluqlarda qeyri-səlis topologiyaya baxılır.
$E$ parametrlər çoxluğu, $X$ universal çoxluq olsun. $SS(X,E)$ ilə $X$ üzərində bütün soft çoxluqlar ailəsini göstərək.
**Tərif 18.** Əgər $\tau : SS(X,E) \to [0,1]$ inikası üçün aşağıdakı şərtlər ödənirsə,

a) $\tau\left(\tilde{\Phi}\right) = \tau\left(\tilde{X}\right) = 1,$

b) $\forall (F,E),(G,E) \in SS(X,E)$ üçün
$\tau\left((F,E) \tilde{\cap} (G,E)\right) \geq \tau(F,E) \wedge \tau(G,E),$

c) $\forall \{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ ailəsi üçün $\tau\left(\bigcup_{i\in\Delta} (F_i,E)\right) \geq \bigwedge_{i\in\Delta} \tau(F_i,E)$

$\tau$ inikasına $X$ üzərində soft çoxluqların açıqlıq dərəcəsi deyilir. $(X,E,\tau)$ üçlüyünə isə soft çoxluqların qeyri-səlis topoloji fəzası deyilir.
$(X,E,\tau)$ qeyri-səlis topoloji fəzası, $FTS$ ilə işarə edilir.
**Tərif 19.** Əgər $v : SS(X,E) \to [0,1]$ inikası üçün

a) $v\left(\tilde{\Phi}\right) = v\left(\tilde{X}\right) = 1,$

b) $\forall (F,E),(G,E) \in SS(X,E)$ üçün
$v\left((F,E) \tilde{\cup} (G,E)\right) \geq v(F,E) \wedge v(G,E),$

c) $\forall \{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ ailəsi üçün $v\left(\bigcap_{i\in\Delta} (F_i,E)\right) \geq \bigwedge_{i\in\Delta} v(F_i,E),$

şərtləri ödənirsə, $\nu$ inikasına $X$ üzərində qapalılıq dərəcəsi, $(X,E,\nu)$ üçlüyünə isə soft çoxluqların qeyri-səlis cotopoloji fəzası deyilir, qısa olaraq $FCTS$ ilə işarə edək.

**Teorem 28.** $(X,E,\tau)$ qeyri-səlis topoloji fəza olsun. Onda $\forall r\in(0,1]$ üçün $\tau_r=\{(F,E)\in SS(X,E)|\tau(F,E)\geq r\}$, $X$ üzərində soft çoxluqların soft topologiyalarının azalan ailəsidir.

**Teorem 29.** $\{\sigma_r\}_{r\in(0,1]}$ ailəsi $X$ üzərində soft topologiyaların azalan ailəsi olsun, o zaman $\tau(F,E)=\vee\{r|(F,E)\in\sigma_r\}$, açıqlıq dərəcəsidir və $\tau_r=\sigma_r$ ödənir.

**Tərif 20.** $(X,E,\tau)$ qeyri-səlis topoloji fəza olsun.

a) Əgər $\beta$ aşağıdakı şərtləri ödəyərsə,

$\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau(F,E)=\bigvee_{\cup_{i\in\Delta}(G_i,E)=(F,E)}\bigwedge_{i\in\Delta}\beta(G_i,E)$,

onda $\beta:SS(X,E)\to[0,1]$, $\tau-$nun bazası adlanır.

**Teorem 30.** Əgər $\beta:SS(X,E)\to[0,1]$ inikası üçün

a) $\beta(\tilde{\Phi})=\beta(\tilde{X})=1$;

b) $\forall(F,E),(G,E)\in SS(X,E)$ üçün

$\beta((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\geq\beta(F,E)\wedge\beta(G,E)$,

şərtləri ödənirsə onda $\tau_\beta(F,E)=\bigvee_{\cup_{j\in J}(G_i,E)=(F,E)}\bigwedge_{j\in J}\beta(G_j,E)$, açıqlıq dərəcəsidir və $\beta$, $\tau_\beta$-nın bazasıdır.

**Teorem 31.** $(X,E,\tau)$ qeyri-səlis topoloji fəza, $Y\subset X$ olsun.

$\tau_Y:SS(Y,E)\to[0,1]$ inikasını

$\tau_Y(F,E)=\vee\{\tau(G,E):(F,E)=(G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y},(G,E)\in SS(X,E)\}$.

düsturu ilə təyin edək. Bu halda $\tau_Y$, $Y$ üzərində açıqlıq dərəcəsidir və $\tau_Y((G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y})\geq\tau(G,E)$-dir.

**Tərif 21.** Əgər $(f,\varphi)(x_e)=(f(x))_{\varphi(e)}\in(G,E')\in SS(Y,E')$ ixtiyari soft çoxluğu üçün $x_e\in(F,E)\in SS(X,E), \tau(F,E)\geq\sigma(G,E')$ və $(f,\varphi)(F,E)\subset(G,E')$ şərtlərini ödəyən $(F,E)\in SS(X,E)$ çoxluğu varsa, onda $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ qeyri-səlis topologiyalar fəzalarının inikasları $x_e\in SS(X,E)$ soft nöqtəsində kəsilməzdir deyilir. Hər soft nöqtədə kəsilməz olan $(f,\varphi)$ inikasına kəsilməzdir deyilir.

**Teorem 32.** $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ kəsilməz inikasdır, onda və yalnız onda ki, $\forall(G,E')\in SS(Y,E')$ üçün $\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\geq\sigma(G,E')$ ödənir.

**Teorem 33.** $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ kəsilməz inikasdır, onda və yalnız onda ki, $\forall r\in(0,1]$ üçün $(f_r,\varphi_r):(X,E,\tau_r)\to(Y,E',\sigma_r)$ soft bitopoloji fəzalarda kəsilməz inikasdır.

**Teorem 34.** $(X,E,\tau)$, $(Y,E',\sigma)$ iki qeyri-səlis soft topoloji fəza və $\beta$, $Y$ üzərində $\sigma$-nın bazasıdır. Onda $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ kəsilməz inikasdır, onda və yalnız onda ki, $\forall(G,E')\in SS(Y,E')$ üçün $\beta(G,E')\leq\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)$ödənir.

Beləliklə, qeyri-səlis soft topoloji fəzaların faktor fəzası anlayışını verə bilərik.

$\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ qeyri-səlis soft topoloji fəzaların bir ailəsi olsun və $\forall\lambda\neq\lambda'$ üçün $X_\lambda\cap X_{\lambda'}=\varnothing$, $E_\lambda\cap E_{\lambda'}=\varnothing$ şərtləri ödənsin. $\tilde{X}$ ilə bu fəzalara aid olan bütün soft nöqtələrin birləşməsini göstərək və $E=\bigcup\limits_{\lambda\in\Lambda}E_\lambda$ olsun. Onda $(\tilde{X},E)$ ailəsi $X=\bigcup\limits_{\lambda\in\Lambda}X_\lambda$ çoxluğu üzərində $E$ parametrli soft çoxluqlar ailəsi olur və $x_e\in(\tilde{X},E)$ soft nöqtəsi üçün $x\in X_\lambda$ isə $e\in E_\lambda$ və tərsinə $e\in E_\lambda$ isə $x\in X_\lambda$. İxtiyari

$(F,E)\in(\widetilde{X},E)$ soft çoxluğu üçün $(F,E)_\lambda$ ilə $\{F(e)\cap X_\lambda\}_{e\in E}$ soft çoxluğunu göstərək.

**Teorem 35.** $\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ kəsişməsi boş olan qeyri-səlis topoloji fəzaların bir ailəsi olsun. Onda $\tau(F,E)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda((F,E)_\lambda)$, $\forall(F,E)\in(\widetilde{X},E)$ kimi təyin olunan $\tau$, $X$ üzərində açıqlıq dərəcəsi adlanır.

**Tərif 22.** $(X,E,\tau)$ qeyri-səlis topoloji fəzasına $\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ ailəsinin düz cəmi deyilir və $(X,E,\tau)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\oplus}(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)$ ilə işarə olunur.

Aydındır ki, $i_\lambda:X_\lambda\to X=\underset{\lambda\in\Lambda}{\cup}X_\lambda$ və $j_\lambda:E_\lambda\to E=\underset{\lambda\in\Lambda}{\cup}E_\lambda$ daxiletmə inikasları olduğundan bütün $\lambda\in\Lambda$ üçün $(i_\lambda,j_\lambda):(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\to(X,E,\tau)$ inikası kəsilməz inikasdır.

**Teorem 36.** Tutaq ki, $\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ qeyri-səlis topoloji fəzalar ailəsi, $X=\prod\limits_{\lambda\in\Lambda}X_\lambda$ çoxluq, $E=\prod\limits_{\lambda\in\Lambda}E_\lambda$ parametrlər çoxluğudur. Hər bir $\lambda\in\Lambda$ üçün $p_\lambda:X\to X_\lambda$ və $q_\lambda:E\to E_\lambda$ proyeksiyalar inikası olsun. $\beta:SS(Y,E)\to[0,1]$-nı aşağıdakı kimi təyin edək:

$$\beta(G,E)=\vee\left\{\underset{j=1}{\overset{n}{\wedge}}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\middle|(F,E)=\underset{j=1}{\overset{n}{\wedge}}\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right\}.$$

Onda $\beta$ qeyri-səlis topoloji fəzanın bazasıdır və hər bir $\lambda\in\Lambda$ üçün $(p_\lambda,q_\lambda):(X,E,\tau_\beta)\to(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)$ kəsilməz inikasdır.

Üçüncü fəslin ikinci yarımfəslində intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzalar üçün qeyri-səlis topoloji fəzalarda alınan nəticələr ümumiləşdirilərək analoji teoremlər isbatlanır.

**Tərif 23.** Əgər $(\tau,\tau^*):SS(X,E)\to[0,1]$ inikaslar cütü üçün aşağıdakı şərtlər ödənirsə,

a) $\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau(F,E)+\tau^*(F,E)\le 1$;

b) $\tau\left(\widetilde{\Phi}\right)=\tau\left(\widetilde{X}\right)=1, \tau^{*}\left(\widetilde{\Phi}\right)=\tau^{*}\left(\widetilde{X}\right)=0$

c) $\forall(F, E),(G, E) \in SS(X, E)$ üçün

$\tau\left((F, E) \tilde{\cap} (G, E)\right) \geq \tau(F, E) \wedge \tau(G, E)$,

$\tau^{*}\left((F, E) \tilde{\cap} (G, E)\right) \leq \tau^{*}(F, E) \vee \tau^{*}(G, E)$

ç) $\forall\left\{\left(F_i, E\right)\right\}_{i \in \Delta}$ ailəsi üçün

$\tau\left(\bigcup_{i \in \Delta}\left(F_i, E\right)\right) \geq \bigwedge_{i \in \Delta} \tau\left(F_i, E\right), \tau^{*}\left(\bigcup_{i \in \Delta}\left(F_i, E\right)\right) \leq \bigvee_{i \in \Delta} \tau^{*}\left(F_i, E\right)$

$\left(\tau, \tau^{*}\right)$ cütünə $X$ üzərində intuitiv qeyri-səlis topologiya $\left(X, E, \tau, \tau^{*}\right)$ dördlüyünə isə soft çoxluqların intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzaları deyilir.

$\left(X, E, \tau, \tau^{*}\right)$ intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzası, $IFTS$ ilə işarə edilir.

# NƏTİCƏ

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakılardan ibarətdir:

- Qeyri-səlis soft $G$-modullar, intuitiv qeyri-səlis soft $G$-modullar kateqoriyaları qurulmuş və bu kateqoriyaların cəbri kateqoriyaların cəbri əməllərə görə qapalılıq problemi araşdırılmışdır.
- İntuitiv qeyri-səlis soft $G$-modullar kateqoriyasında dəqiq ardıcıllıq anlayışı verilərək, bəzi dəqiq ardıcıllıqlar qurulmuşdur.
- İntuitiv qeyri-səlis $G$-modullar kateqoriyasında homoloji modullar qurularaq homoloji nəzəriyyənin aksiomlarının ödəndiyi isbatlanmışdır.
- İntuitiv qeyri-səlis $G$-modulların genişlənməsi olan neytrosofik $G$-modullar kateqoriyası qurulmuşdur.
- Neytrosofik modulların genişlənməsi olan neytrosofik soft modullar anlayışı daxil edilmiş və bu modullar kateqoriyasında qapalılıq problemi araşdırılmışdır. Neytrosofik soft modullar kateqoriyasında tərs limitin varlığı isbatlanmışdır.
- Soft çoxluqlarda qeyri-səlis, intuitiv qeyri-səlis (Şostak) topologiya daxil edilmiş və yeni alınan topoloji fəzada baza, kəsilməzliklə bağlı araşdırmalar aparılmışdır.

**Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:**

1. Vəliyeva, K.M., Bayramov, S.A. Qeyri-səlis soft $G$-modullar // AMEA-nın müxbir üzvü, professor Qoşqar Teymur oğlu Əhmədovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika Elmi Konfransının materialları, Bakı ş., - 2017, - s. 107-108.
2. Vəliyeva, K.M., Bayramov, S.A. Qeyri-səlis soft $G$-modullar // - Bakı: Bakı Universitetinin Xəbərləri, Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, - 2018. №1, - s. 45-53.
3. Vəliyeva, K.M., Babayeva, X.İ. İntuitiv qeyri-səlis soft $G$-modullar // Azərbaycanın Ümumilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 95-ci il dönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika Elmi Konfransının materialları, Bakı ş. - 2018. - s. 104-105.
4. Veliyeva, K.M, Bayramov, S.A. Neutrosophic Soft Modules // IX İnternational conference of the Georgian mathematical union, Batumi-Tbilisi, - 2018. - pp. 226.
5. Veliyeva, K., Bayramov, S. Neutrosophic Soft Modules // Journal of Advances in Mathematics, - 2018. Volume 14 Issue: 02, - pp. 7670-7681.
6. Vəliyeva, K.M., Bayramov, S.A. İntuitiv qeyri-səlis soft $G$-modullar // - Bakı: Bakı Universitetinin Xəbərləri, Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, - 2018. №3, - s. 74-85.
7. Veliyeva, K. Inverse system of neutrosophic modules // Azərbaycan Xalq Cümhuriyyətinin 100 illik yubileyinə həsr olunmuş Doktorantların və gənc tədqiqatçıların XXII Respublika Elmi Konfransının materialları, Bakı ş.- 2018. - pp. 8.
8. Veliyeva, K., Huseynova, A. Sequences of Intuitionistic Fuzzy Soft $G$-Modules // International Mathematical Forum, - 2018. vol.13, №12, - pp. 537-546.
9. Veliyeva, K., Bayramov, S. Inverse system of neutrosophic modules // Science news of Lenkeran State University, Sciences of nature, - 2018. №1, - pp. 18-32.

10. Veliyeva, K., Abdullayev, S., Bayramov, S. Derivative Functor of Inverse Limit Functor in the Category of Neutrosophic Soft Modules // Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, - 2018. vol. 44, № 2, - pp. 267-284.
11. Veliyeva, K.M., Bayramov, S.A. Introduction to Fuzzy Topology on Soft Sets // 8th İnternational Eurasian conference on mathematical sciences and applications, Bakı. , - 2019. - pp. 22-23.
12. Vəliyeva, K.M. İntuitiv qeyri-səlis G-modulların homoloji modulları // - Bakı: Odlar Yurdu Universitetinin Elmi və Pedaqoji xəbərləri, - 2019. №52, - s. 6-11.
13. Veliyeva, K.M. Neutrosophic G-modules // - Bakı: Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys. - Tech. Math. Sci. Mathematics, - 2020. 40(1), - p. 187-195.
14. Gunduz, C.A., Bayramov, S.A., Veliyeva, K.M. Introduction to Fuzzy Topology on Soft Sets // - Bakı: Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys. - Tech. Math. Sci. Mathematics, - 2021. 41(1), - p. 85-97.
15. Bayramov, S.A., Gunduz, C.A., Veliyeva, K.M. İntuitionistic Fuzzy Topology on soft sets // - Bakı: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, - 2021. Volume 47, Number 1, - pp. 124-137.

.

Dissertasiyanın müdafiəsi **08 Fevral 2022-**ci il tarixində saat **$13^{00}$**-da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən BFD 2.17/1 Birdəfəlik Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan : AZ1148, Bakı şəhəri, Z.Xəlilov küçəsi 23, Azərbaycan.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **07 yanvar 2022-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 14.12.2021

Kağızın formatı: 60x84 1/16

Həcm: 37901

Tiraj: 100