AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

QEYRİ-DƏQİQ VERİLMİŞ BAŞLANĞIC ŞƏRTLİ EVOLYUSİYA SİSTEMLƏRİNİN SƏRHƏD VƏ İDARƏETMƏ MƏSƏLƏLƏRİNİN ƏDƏDİ HƏLL ÜSULLARININ İŞLƏNMƏSİ VƏ TƏTBİQİ

İxtisas:	1203.01 – Kompüter elmləri
Elm sahəsi:	Riyaziyyat
İddiaçı:	**Yeganə Ramiz qızı Əşrəfova**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı - 2021

Dissertasiya işi Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası İdarəetmə Sistemləri İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi: AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d. professor **Kamil Rəcəb oğlu Ayda-zadə**

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Elimxan Nadir oğlu Mahmudov**

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Andrey Leonid oğlu Karçevski**

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Hamlet Fərman oğlu Quliyev**

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru **Yusif Soltan oğlu Qasımov**

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.19 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri: f.-r.e.d., professor

__________ **Qalina Yuriyevna Mehdiyeva**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.-r.e.n., dosent

__________ **Elxan Nəriman oğlu Səbziyev**

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., professor

__________ **Vaqif Rza oğlu İbrahimov**

İŞIN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Biologiya, ekologiya, kimya, neftkimyası, qaz və mayenin boru-kəmərləri ilə nəqlinin riyazi modelləri zaman və məkanda paylanmış parametrli sistemlərlə, yəni xüsusi törəməli diferensial tənliklərlə təsvir olunur. Bu proseslərin dinamikasının hesablanması üzrə klassik məsələ qoyuluşları diferensial tənliyin tipinə nəzərən başlanğıc və sərhəd şərtlərinin verilməsini tələb edir. Birölçülü qeyri-stasionar obyektlər üçün sərhəd şərtlərinin növünün verilməsi və onlar üzərində nəzarət obyektin sərhəd nöqtələrində ölçmələrin aparılmasının və bu nöqtələrdə vəziyyətinin dəyişməsinin təyin edilməsinin mümkünlüyü ilə bağlıdır. Bu məsələlərin həllində ölçmə və hesablama texnikasının müasir vasitələri kifayət qədər təkmilləşib. Lakin obyektin fəzada paylanmış bütün nöqtələrində ölçmə, eyni zamanda bilavasitə idarəetmə ilə bağlı vəziyyət daha mürəkkəbdir. Buna görə də riyazi fizikanın klassik məsələ qoyuluşlarının tələb etdiyi kimi obyektin başlanğıc vəziyyətinin verilməsi reallıqda praktiki olaraq qeyri-mümkündür və deməli, onda baş verən proseslərin vəziyyətini və dəyişmə dinamikasını başlanğıc şərtləri bilmədən yalnız sərhəd şərtləri haqqında informasiyadan istifadə edərək öyrənmək lazım gəlir. Belə məsələləri sərhəd rejiminin yayılması məsələləri adlandırırlar. Onların öyrənilməsinə ilk dəfə A.N. Tixonovun işlərində başlanılıb, daha sonra isə E.İ. Moiseevin, Q.O. Vafodorovanın, M. Bokalonun, M. Drijanın, V.D. Belyayevin, V.M. Kiriliçin, S.P. Lavrenyukun, C.S. Olraytın, T. Luptonun, A. Lorenzinin, R.V. Hüseynovun işlərində davam etdirilib. Lakin bu məsələlərin ədədi həll üsullarının tədqiqinə və işlənməsinə hələ ki az diqqət yetirilib.

Bu məsələlərin tədqiqinə praktik maraq onunla bağlıdır ki, hər hansısa bir evolyusiya prosesinin kifayət qədər uzun müddət fəaliyyəti zamanı istənilən real fiziki sistemə məxsus olan xarici qüvvələr, xüsusən də müqavimət qüvvəsi (dissipasiya) hesabına başlanğıc şərtlərin prosesin gedişinə təsiri vaxt keçdikcə zəifləyir və digər idarəedici təsirlər mövcud olmadıqda prosesin daha effektiv idarə edilməsi sərhəd idarəetmələri ilə təyin olunur.

Dissertasiya işinin əsas tədqiqat obyektləri optimallaşdırma, optimal idarəetmə məsələləridir, eyni zamanda mürəkkəb obyektlərin fəza və/və ya zaman dəyişənlərinə nəzərən dekompozisiya üsulunun istifadəsi ilə riyazi modelləşdirilməsi zamanı meydana çıxan qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli və qeyri-lokal (ayrılmamış) sərhəd şərtli, böyük ölçülü diferensial və diskret tənliklərlə təsvir olunan uzun müddət fəaliyyət göstərən proseslərə nəzərən hesablama və tərs məsələlərdir. Xüsusən də, oxşar məsələlərə neft və qazın mürəkkəb strukturlu boru-kəmərləri şəbəkəsində nəqli ilə bağlı problemlərdə rast gəlinir. Baxılan məsələlərin aproksimasiyası ümumi halda adi diferensial tənliklər və ya böyük ölçülü blok strukturlu diskret tənliklər sisteminə nəzərən ikinöqtəli məsələlərə gətirilir. Lakin bu məsələlərdə A.A. Abramovun, V.M. Abdullayevin, A.A. Samarskinin, E.S. Nikolaevin, S.K. Qodunovun, V.S. Ryabenkinin işlərində təklif edilən qovma üsullarının bilavasitə istifadəsi effektiv deyil, çünki məsələlərin şərtlərinin spesifikasının nəzərə alınması bir qayda olaraq onların həllini nəzərəçarpacaq dərəcədə sürətləndirməyə imkan verir. Qeyd edək ki, praktikada rast gələn bir çox mürəkkəb proseslərin riyazi modelləri onların əvvəlcədən məlum və ya sadəliklə qurula bilən riyazi modelə malik daha sadə altobyektlərə dekompozisiyası vasitəsilə alınıb. Mürəkkəb obyektin dekompozisiyası fəza və/və ya zaman dəyişənlərinə nəzərən elə həyata keçirilir ki, fərqli altobyektlərin aralıq (daxili) vəziyyətləri bir-birinə təsir etməsin və digər altobyektlərin istənilən, lakin az saydası ilə bağlı olsun.

Baxılan dissertasiya işində belə obyektlərin vəziyyətinin hesablanması üçün təklif edilən yanaşma sərhəd şərtlərinin köçürülməsi ideyasına əsaslanır və bu zaman hər hansı bir blokun dəyişənlərinin başlanğıc və son qiymətlərinin köçürülməsi üçün alınan düsturlarda yalnız baxılan blokun altsisteminin matrisi iştirak edir. S.K. Qodunovun, V.S. Ryabenkinin, V.M. Abdullayevin, A.F. Voevodinin işlərində təklif edilən yanaşmalardan fərqli olaraq baxılan sistemlərin spesifikasını nəzərə alaraq, birincisi, təklif edilən düsturlarda matrisin tərsinin tapılması istifadə edilmir, ikincisi bloklar arası ayrılmamış şərtlərin blok-blok köçürülməsini həyata keçirmək imkanı var, üçüncüsü isə əvvəlki xüsusiyyətinə görə köçürmə prosesi ümumilikdə bir mərhələlidir. N.N. Yanenkonun, E.N. Akimovun, A.N. Bıkovun işlərində bu cür obyektlərin vəziyyətinin hesablanması üçün əsasən blokların ayrı-ayrı altbloklara bölünməsinə əsaslanan xüsusi paralelləşdirmə alqoritmləri işlənmişdir ki, altblokların sayı hesablama sistemində istifadə edilən prosessorların (nüvələrin) sayı ilə təyin olunur. Təklif edilən yanaşmanı bu işlərin davamı hesab etmək olar.

Mürəkkəb halqavari strukturlu magistral boru-kəmərlərinə mürəkkəb sistem kimi baxmaq olar. Boru-kəmərləri şəbəkəsində mayenin hərəkət rejimi qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc və ayrılmamış sərhəd şərtli hiperbolik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunur. Ədədi həll üçün işdə düz xətlər, şəbəkə və A.A. Abramov, A.F. Voevodin, A.A. Samarski, E.S. Nikolayev, S.K. Qodunov, V.S. Ryabenki, V.M. Abdullayevin işlərində təklif edilənlərdən fərqli xüsusi qovma üsulları istifadə edilib. Qeyd edək ki, qovma üsulları üçün işlənmiş sxemləri S.M. Şuqrin, A.F. Voevodin, N.N. Yanenko, A.N. Bıkov, N.S. Buzalo, E.N. Akimov və digərlərinin işlərində təklif edilən sxemlərə analoji qaydada paralelləşdirmək olar.

Ümumilikdə, qeyri-lokal şərtli diferensial tənliklər üçün qoyulan məsələlərin tədqiqində Y.D. Tamarkinin, M. Pikonenin, Ch.J. Valle-Poussinin, S.S.Kabdrakovanın, L.K. Zapsarbayevanın, V.A. Steklovun, A.V. Bisadzenin, A.A. Samarskinin, L.İ.Kamıninin, A.M. Naxuşevin, A.T. Asanovanın, F.A. Əliyevin, D.S. Cumabayevin, V.A. İlinin, E.İ. Moiseyevin, N.İ. İonkinin, E.A. Valikovun və digərlərinin işləri böyük rol oynadı.

Borularda mayenin qeyri-stasionar hərəkətini ilk dəfə İ.S. Qromeki, N.E. Jukovski, M.S. Leybenzon, İ.A.Çarnı tədqiq etmişlər. M.A. Hüseynzadə, Y.B. Qədimov, V.Q. Musayev, V.A. Yufin, L.B. Kublanovski, A.M. Paşayev, K.R. Ayda-zadə, Həmzəyev X.M., M.E. Smirnov, A.N. Veriqin, Y.A. Nezamaev, A. Adamovski, M. Töppel, R. Wichowski, A. Nouri-Borujerdi, M. Herty, M. Seaid, Seok W.H., Kim Ch. və digər müəlliflərin işlərində xətti və mürəkkəb (budaqlanmış və budaqlanmamış) boru-kəmərlərində keçid proseslərini hesablamaq üçün müqavimət və inersiya qüvvələrini nəzərə almaqla müxtəlif üsullar tətbiq edilib.

XX əsrin 60-70-ci illərindən başlayaraq hiperbolik tip paylanmış parametrli sistemlərlə təsvir olunan proseslərin optimal idarəetmə məsələlərinin tədqiqi ilə A.Q. Butkovski, A.İ. Yeqorov, A.V. Razqulin, J.L. Lions, M.M. Potapov, M. Sirin, T.K. Sirazetdinov, V. Krabs, D.L. Rassel, F.P. Vasilyev, M.A. Kurjanski, F.L. Çernousko kimi alimlər məşğul olmuşlar. Ümumiyyətlə, hal-hazırda optimal idarəetmə sahəsində çoxlu işlər mövcuddur. Onlardan: R. Qabasov, F.M. Kirillova, L.T. Aşepkov, V.V. Veliçenko, N.N. Moiseyev, B.T. Polyak, Y.Q. Yevtuşenko, R.P. Fedorenko, A.Q. Butkovski, O.O. Vasilyeva, K. Mizukami, K.R. Ayda-zadə, A.D. İsgəndərov, H.F. Quliyev, E.N. Mahmudov, F.A. Əliyev, S.S. Haxıyev, K.Q. Həsənov, M.H. Yaqubov, M.C. Mərdanov, T.K. Məlikov, K.B. Mənsimov, R.K. Tağıyev, Y.Ə. Şərifov, M.M. Mütəllimov, F.T. İbiyev və s. kimi alimlərin işlərini xüsusi qeyd etmək olar.

M.M. Lavrentyev, V.Q. Romanov, S.İ. Kabanixin, A.İ.Kojanov, A.L. Karçevski, K.B. Sabitov, M. Otelbayev, V.L. Kamınin, L.C. Pulkina, P.N. Vabişeviç, A.M. Denisov, J.R. Cannon, D. Lesnic, İ.M. İvançov, F.L. Yang və s., ölkəmizdə isə A.B. Rəhimov, A.D. İsgəndərov, Ə.Y. Axundov, Ə. Həsənov, Q.K. Namazov, Q.Y. Yaqubov, Y.S. Qasımov, Y.T. Mehralıyev, K.R. Ayda-zadə, M.İ. İsmayılov, N.Ş. İsgəndərov, R.K. Tağıyev, Ş.M. Baxışov və s. kimi bir çox alimlərin işləri xüsusi törəməli tənliklərlə təsvir olunan proseslərə nəzərən tərs məsələlərin müxtəlif aspektlərinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur.

Əgər karbohidrogen xammalının magistral boru-kəmərləri ilə nəqli sistemlərində hesablama, informasiya və ölçmə texnologiyalarının müasir istifadə və inkişaf səviyyəsini nəzərə alsaq, onda dissertasiya işində işlənmiş karbohidrogen xammalının nəql rejimlərinin idarə edilməsi məsələlərinin ədədi həll üsulları, alqoritmləri, proqram təminatı böyük praktik əhəmiyyət kəsb edir. Boru-kəmərlərinin avtomatik idarəetmə sistemlərinin effektivliyinin qiymətləndirilməsində açar meyar sızmaların operativ tapılması imkanıdır. Bu vasitələrin spektri çox genişdir: məişətdə istifadə edilən üsullardan tutmuş aerokosmik monitorinqə qədər. Bu sahədə Geiger G., De Silva D., Mashford J., Burn S., Kutukov S.E., Kobaço R., Liu J. H. Su H. G., Lin H. Y., Çis T., Hyun K. Lee G., Junseok, Oyedeko K.F., Balogun H.A., Dhammika De S., Donavan M., Stüart B., Ming Liu, Zhou Zhi-Jie və s. kimi müəlliflərin kifayət qədər işləri mövcuddur. Kolombo A.F., Lee P. və Karney B.V. öz işlərində mayenin qeyri-stasionar hərəkət rejimi üçün sızma yerlərinin tapılması üsullarına həsr edilmiş tədqiqatlara dair geniş xülasə vermişlər.

Lakin alimlərin çoxsaylı elmi nailiyyətlərinə baxmayaraq praktikanın müasir tələblərini ödəyə bilən adekvat riyazi modellər, hesablamanın və optimal idarəetmənin ədədi üsullarının alınması sahəsində aparılan tədqiqatlar aktualdır və aktiv şəkildə davam etdirilir.

Tədqiqatın obyekti və predmeti.

Baxılan dissertasiya işinin tədqiqat obyekti böyük ölçülü, blok strukturlu və qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli evolyusiya sistemlərinin sərhəd, uyğun tərs və optimal idarəetmə məsələləridir. Tədqiqatın predmeti isə blok strukturlu böyük ölçülü sistemlərin hesablanması üçün sərhəd şərtlərinin köçürülməsinə əsaslanan yanaşmalar və belə obyektlərin optimal idarə edilməsi üçün həll üsullarıdır.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiyanın əsas məqsədi blok strukturlu böyük sistemlərlə təsvir olunan qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli evolyusiya sistemlərinin sərhəd və idarəetmə məsələlərinin effektiv ədədi həll üsullarının işlənməsi və tətbiqindən ibarətdir. Tədqiqatın məqsədinə uyğun dissertasiyada aşağıdakı vəzifələr qarşıya qoyulmuşdur.

1. Yalnız sərhəd qiymətləri ilə bir-birilə bağlı olan blok strukturlu adi diferensial və diskret tənliklərin böyük ölçülü xətti sistemlərinin ədədi həll sxemlərinin işlənməsi.

2. Yalnız sərhəd şərtləri ilə bir-birilə bağlı olan bloklardan təşkil olunmuş blok strukturlu böyük ölçülü adi diferensial tənliklər sistemi ilə optimal idarəetmə məsələsinin tədqiqi və onların ədədi həll üsullarının işlənməsi.
3. Parabolik və hiperbolik tip tənliklərlə təsvir olunan proseslərə başlanğıc şərtlərin təsir müddətinin məsələnin qoyuluşunda iştirak edən parametrlərin qiymətlərindən asılı olaraq tədqiqi.
4. Başlanğıc şərtlərin dəqiq qiyməti verilmədikdə evolyusiya prosesləri üçün optimal idarəetmə məsələlərinin qoyuluşunun və həll üsullarının tədqiqi.
5. Mürəkkəb strukturlu obyektlərdə baş verən dalğa proseslərinin vəziyyətinin hesablanması üçün ədədi həll sxemlərinin işlənməsi.
6. Mürəkkəb strukturlu paylanmış parametrli obyektlərdə toplanmış mənbələrin yerlərinin və güclərinin təyini üzrə tərs məsələlərin qoyuluşunun tədqiqi və ədədi həll üsullarının işlənməsi.
7. Müasir kompüter texnologiyalarının tətbiqi ilə baxılan məsələlərin həlli üçün proqram təminatının hazırlanması.
8. Toplanmış mənbələrin yerlərinin və güclərinin təyini üzrə hesablama, optimallaşdırma və tərs məsələlərin həlli üçün alınmış nəticələrin mayenin mürəkkəb strukturlu boru-kəmərləri şəbəkələrində qeyri-stasionar hərəkət rejimləri timsalında tətbiq edilməsi.

Tədqiqat üsulları. Dissertasiya işinin əsas tədqiqat üsulları adi və xüsusi törəməli qeyri-lokal başlanğıc-sərhəd şərtli diferensial tənliklərin, uyğun optimal idarəetmə məsələlərinin, tərs məsələlərin, sonluölçülü optimallaşdırmanın nəzəri və ədədi həll üsulları, müasir informasiya texnologiyaları və proqramlaşdırma vasitələridir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

1. böyük ölçülü blok strukturlu qeyri-lokal şərtli xətti adi diferensial və diskret tənliklər sisteminin həlli;

2. bir-birilə əlaqəli sərhəd şərtli blok strukturlu adi diferensial tənliklərin böyük ölçülü sistemləri ilə optimal idarəetmə məsələlərinin həlli;
3. evolyusiya proseslərinə başlanğıc şərtlərin təsirinin davametmə vaxtının prosesin parametrlərindən asılılığının analizi;
4. başlanğıc şərtləri qeyri-dəqiq verilmiş evolyusiya prosesləri ilə optimal idarəemtə məsələlərinin həlli;
5. dalğa prosesləri üçün vəziyyətin hesablanması, optimal idarəetmə məsələlərinin həlli və mənbələrin yerlərinin və güclərinin identifikasiyası;
6. müasir kompüter texnologiyalarının tətbiqi ilə baxılan məsələlərin həlli üçün proqram təminatının hazırlanması;
7. hesablama, optimallaşdırma və tərs məsələlərin həlli üçün alınan nəticələrin mürəkkəb strukturlu hidravlik şəbəkələr timsalında tətbiqi;

Elmi yeniliklər. İşin əsas elmi yenilikləri aşağıdakılardır.

1. Altsistemləri öz aralarında yalnız ayrılmamış sərhəd şərtləri ilə bağlı olan böyük ölçülü blok strukturlu xətti diferensial və diskret tənliklər sisteminin ədədi həll üsulları işlənmişdir.
2. Yalnız sərhəd şərtləri ilə bir-birilə bağlı olan bloklardan təşkil olunmuş blok strukturlu böyük ölçülü adi diferensial tənliklər sistemi ilə optimal idarəetmə məsələsinin ədədi həlli alqoritmi təklif edilmişdir.
3. Evolyusiya prosesləri üçün başlanğıc şərtlərin prosesin vəziyyətinə təsirinin davametmə vaxtının məsələnin qoyuluşunda iştirak edən müxtəlif parametrlərdən asılılığı öyrənilib.
4. Qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli evolyusiya prosesləri ilə optimal idarəetmə məsələlərinin qoyuluşu verilmiş və ədədi həll üsulu təklif edilmişdir.
5. Ayrılmamış sərhəd şərtli böyük ölçülü hiperbolik tip diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan proseslərin vəziyyətinin hesablanması üçün ədədi həll sxemləri işlənmişdir.
6. Qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli və ayrılmamış sərhəd şərtli hiperbolik tip böyük ölçülü diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir

olunan proseslərlə optimal idarəetmə məsələsinin qoyuluşu tədqiq olunmuş və ədədi həll alqoritmi təklif edilmişdir.

7. Dalğa prosesləri üçün mənbələrin yerlərinin və güclərinin təyini üzrə tərs məsələlərin qoyuluşu, həlli üçün düsturlar və alqoritmlər təklif edilmişdir.

İşin nəzəri və praktik dəyəri. İşdə alınmış nəticələr həm nəzəri, həm də tətbiqi əhəmiyyətə malikdir.

İşin nəzəri əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, başlanğıc şərti qeyri-dəqiq verilmiş parabolik və hiperbolik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklərlə təsvir olunan evolyusiya proseslərini optimal idarəetmə məsələləri sinfi tədqiq olunmuşdur. İşdə baxılan diferensial tənliklər sistemləri blok strukturuna, böyük ölçüyə malikdir, diferensial tənliklərin bir-birindən asılı olmayan altsistemləri isə öz aralarında yalnız qeyri-lokal (ayrılmamış) sərhəd şərtləri ilə bağlıdır. Qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli dinamik sistemlərin optimal idarəetmə məsələlərində məsələnin həlli üçün hesablama düsturları alınmış və əsaslandırılmışdır.

Dissertasiya işinin praktiki əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, dissertasiya işində aparılan tədqiqatların nəticələri uzun müddət fəaliyyət göstərən proseslərin, xüsusən də, neft-qaz yataqlarının istismarı, maye və qazın boru-kəmərləri ilə nəqli, regionların ekoloji vəziyyətinin proqnozu və digər proseslərin idarə edilməsində vacib rol oynayır.

İşlənib hazırlanmış riyazi üsullar, alqoritmlər məsələn, neft və qazın boru-kəmərləri sistemlərində nəqli rejimlərinin dispetçer operativ idarəetmə sistemlərinə daxil edilə bilər. Bu üsullar nəqliyyat sisteminin dispetçer heyətinə karbohidrogen xammalının mürəkkəb sturkturlu boru-kəməri sistemlərində nəqlinin effektiv operativ idarə edilməsinə, vəziyyətinə nəzarətin və proqnozun həyata keçirilməsinə imkan yaradacaq.

İşin aprobasiyası. İşin əsas nəticələri aşağıdakı beynəlxalq konfranslarda məruzə edilmişdir:

Intern. Conf. "Control and Optimization with Industrial Applications" - COIA- 2013, 2015, 2018 (Baku, Borovets

(Bulgaria)); Intern. Conf. “Problems of Cybernetics and Informatics” PCI-2010, 2012 (Baku); 24th Mini Euro Conf. “Continuous Optimization and Information-Based Technologies in the Financial Sector, (MEC EurOPT), 2010 (Турция, Измир), Межд. Российско-Болгарский симпозиум «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики», Россия, (Нальчик-Хабез 2010), (Российско-Казахский симпозиум-Нальчик 2011), (Российско-Абхазский симпозиум-Эльбрус, 2012); IV Межд.конф. «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики» (Нальчик-Терскол, 2013, 2018); (Российско-Казахский симпозиум - Нальчик, 2014); Межд. Конф. «Актуальные проблемы математики, информатики, механики и теории управления» (Казахстан, Алматы, 2009); Межд. Конф. «Актуальные проблемы современной математики, информатики и механики-II» (Казахстан, Алматы, 2011); The 4th Congress of the Turkic World Mathematical Society (TWMS) (Baku, 2011); Intern. Conf. "Optimation Methods and Applications", OPTIMA-2012 (Costa Da Caparica, Portugal, 2012), OPTIMA-2013,-2014,-2015,-2017,-2018,-2019 (Petrovac, Montenegro); Пятая межд. Конф. «Математика, ее приложения и математическое образование» (МПМО-2014) Россия, Иркутск, 2014), VI Межд. конф. (МПМО-2017) Улан-Удэ, 2017; Межд. научно-практ. Конф. «Инновационные технологии в нефтегазовой отрасли» Россия Ставрополь, 2015,2018), Межд. Конф. “Прикладная математика и фундаментальная информатика” Омск, 2016, 2017, 2018, 2019; Межд. научная конф. «Информатика и прикладная математика» посв. 25-летию Независимости Респуб. Казахстан и 25-летию Института информационных и вычислительных технологий, Казахстан, г. Алматы, 2016; V Всероссийская научно-практ. Конф. «Математическое моделирование процессов и систем», Башкирия, 2016; Межд. Конф. «Актуальные проблемы математики и механики», посвященной 80-летию заслуженного деятеля науки, Я. Дж. Мамедова 2010, 85-летию 2015, Баку; «Нефть-газ, нефтепереработка и нефтехимия», посвящ. 90-летию АГНА, 2010; Межд. Конф. «Актуальные проблемы математики и информатики», посвященная 90-летию со дня рождения Гейдара Алиева (Баку, 2013); Межд. Конф. «Неньютоновские системы в нефтегазовой отрасли», посв. 85-летнему юбилею акад. А.Х.Мирзаджанзаде (Баку, 2013). I Межд. науч. конф. «Роль мультидисциплинарного подхода в решении актуальных проблем фундаментальных и прикладных наук» Баку, 2014, International Workshop on "Non-Harmonic Analysis and Differential Operators" 2016, Baku, Azerbaijan; XI Межд. Четаевская науч. конф. «Аналитическая механика, устойчивость и управление», Казань, 2017; Межд. конф. «Актуальные проблемы прикладной математики и физики» Кабардино-Балкарская Республика, Приэльбрусье, 2017; IFAC Conferences & Symposia: TECIS-2018, Baku-2018.

- **elmi seminarlarda:**

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitunda, AMEA Riyaziyyat və mexanika İnstitutunda, Bakı Dövlət Universiteti nəzdindəki Tətbiqi Riyaziyyat Elmi-tədqiqat İnstitutunda, Azərbaycan Dövlət Neft Akademiyasının (indiki Neft və Sənaye Univeristeti) "Tətbiqi riyaziyyat" kafedrasında, Bakı Dövlət Universitetinin "Riyazi fizika tənlikləri" kafedrasında, Türkiyənin İzmir şəhərində Ege və Dokuz Eylül Universitetlərinin "Kompüter elmləri" fakültələrində **məruzə edilmişdir**.

İşin tətbiqi. Dissertasiyanın əsas nəticələri Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Elmin İnkişafı Fondunun maliyyələşdirdiyi iki layihənin mövzusu çərçivəsində aparılan işlərdə istifadə edilmişdir:

- "Mürəkkəb sistemlərin riyazi modelləşdirilməsi və optimallaşdırılması məsələlərinin ədədi həll üsullarının, proqram təminatının işlənməsi və tətbiqi" (Qrant № EIF-2010-1(1)-40/11 – layihənin məsul icraçısı), (2011-2012);
- «Verilmiş və verilməmiş başlanğıc şərtli qeyri-lokal sərhəd şərtli diferensial tənliklərə nəzərən sərhəd, əmsal-tərs və

optimallaşdırma məsələlərinin ədədi həlli» (Qrant - № EİF/GAM-2-2013-2(8)-25/06/1 layihənin rəhbəri), (2014-2015).

2014, 2015, 2018, 2019-cu illərdə başlanğıc şərtləri qeyri-dəqiq verilmiş evolyusiya proseslərinin və böyük ölçülü blok strukturlu dinamik obyektlərin hesablanma və optimal idarə edilməsi ilə bağlı nəticələr Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Mühüm Nəticələrinə daxil edilmişdir.

Çap olunmuş elmi əsərlər. Dissertaiya işi üzrə 51 elmi iş, onlardan 26 məqalə, o cümlədən 20-si xarici ölkələrdə, 25 iş isə beynəlxalq konfransların materiallarında və tezislərində nəşr olunmuşdur. 13 məqalə Scopus bazasına, 8-i isə Clarivate Analytics agentliyinin Web of Science™ Core Collection beynəlxalq bazasına daxildir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası İdarəetmə Sistemləri İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın həcmi və strukturu. Dissertasiya işi girişdən, 5 fəsildən, işin əsas nəticələrindən, 224 adda istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından və Əlavədən ibarətdir. İşin ümumi həcmi 336 səhifə, əsas həcmi isə 27 cədvəl, 27 şəkil daxil olmaqla 275 (550000 işarə) səhifə təşkil edir. Xüsusilə, 1-ci fəsil 170000, 2-ci fəsil-92000, 3-cü fəsil-80000, 4-cü fəsil-28000, 5-ci fəsil-84000 işarədən ibarətdir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Birinci fəsil 8 paraqrafdan ibarət olmaqla blok strukturlu adi diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan sərhəd məsələlərinin və böyük ölçülü xətti blok strukturlu diskret sistemlərin ədədi həll üsullarının işlənməsinə həsr olunmuşdur.

1.1 paraqrafında qeyri-lokal şərtli böyük dinamik sistemlərin həlli ilə bağlı tədqiqatların nəticələrinin müqayisəli analizi verilmişdir.

1.2 paraqrafında böyük ölçülü və blok strukturlu L sayda bir-birindən asılı olmayan altsistemdən təşkil olunmuş xətti qeyri-avtonom diferensial tənliklər sisteminin həlli tədqiq olunur:

$$\dot{u}^k(x) = A^k(x)u^k(x) + B^k(x), \quad x \in [0, l^k], \tag{1}$$
$$u^k(\cdot) \in R^{n_k}, \; k = 1,...,L.$$

Burada $A^k(x), B^k(x) -$ məlum kəsilməz n_k-ölçülü uyğun olaraq kvadrat matris və vektor-funksiyalardır və $A^k(x) \neq const, x \in (0, l^k)$; naməlum n_k-ölçülü $u^k(x)$ vektor-funksiyaları $x \in [0, l^k]$ olduqda kəsilməz differensiallanandırlar; $l^k > 0 -$ verilib; $k = 1,...,L.$

(1)-in altsistemləri öz aralarında yalnız sərhəd şərtləri ilə bağlıdır:

$$\sum_{j=1}^{L} G^{sj^*} u^j(0) + \sum_{j=1}^{L} Q^{sj^*} u^j(l^j) = r^s, \; s = 1,...,n, \tag{2}$$
$$G^{sj} = (g_1^{sj},...,g_{n_j}^{sj})^*, \; Q^{sj} = (q_1^{sj},...,q_{n_j}^{sj})^*,$$

(2)-ni matris formasında da yazmaq olar:

$$Gu(0) + Qu(l) = r, \tag{3}$$

burada $G, Q -$verilmiş $n \times n$, $n = \sum_{k=1}^{L} n_k$ ölçülü kvadart matrislərdir, eyni zamanda (G, Q) genişlənmiş matrisinin ranqı: $rang(G, Q) = n$; $r = (r^1,...,r^n)^* -$ verimiş n- ölçülü vektor, $^* -$ transponera işarəsidir.

(1), (2) məsələsi aşağıdakı spesifik xüsusiyyətlərlə xaraketerizə edilir: 1) (1) diferensial tənliklər sisteminin altsistemləri bir-birindən asılı deyil; 2) altsistemlərin $u^k(x), k = 1,...,L$ həllərini bir-birilə zəif, lakin ixtiyari qaydada doldurulmuş G, Q əlaqə matrisləri ilə xarakterizə olunan ayrılmamış sərhəd şərtləri bağlayır; 3) altsistemlərin sayı (L) çoxdur və deməli, (1) sisteminin ümumilikdə tərtibi, yəni n çox böyükdür; 4) real məsələlərdə $n >> n_k, k = 1,...,L$ münasibəti doğrudur. Baxılan məsələnin ədədi həlli üçün sərhəd şərtlərinin köçürülməsini bütün sistem üçün eyni zamanda deyil, blok-blok həyata keçirməyə imkan verən qovma üsulunun sxemi işlənmiş və əsaslandırılmışdır. Bu məlum qovma üsullarının istifadəsi ilə müqayisədə effektivliyi nəzərəçarpacaq dərəcədə artırır.

Tutaq ki, (2)-nin s-ci şərtində bütün altsistemlərin həllərinin soldakı qiymətləri, yəni $x=0$ qarşısındakı sıfırdan fərqli ilk əmsal G^{sk} –dır, yəni $G^{sk} \neq 0_{n_k}$.

Tərif 1.1. *Əgər*

$$\alpha^{sk}(0) = G^{sk}, \beta^{sk}(0) = r^s \tag{4}$$

şərtini ödəyən n_k -ölçülü $\alpha^{sk}(x)$ vektor funksiyası və $\beta^{sk}(x)$ funksiyası (1) sisteminin k-cı altsisteminin istənilən $u^k(x)$ həlli və istənilən $x \in [0, l^k]$ üçün

$$\alpha^{sk^*}(x)u^k(x) + \left[\sum_{j=k+1}^{L} G^{sj^*} u^j(0) + \sum_{j=1}^{L} Q^{sj^*} u^j(l^j)\right] = \beta^{sk}(x) \tag{5}$$

münasibətini ödəyərsə, onda deyəcəyik ki, bu funksiyalar (1) sisteminin k-cı altsisteminin sol sərhəddəki qiymətini (2)-nin s-ci şərtində sağa köçürür.

Aydındır ki, (5) şərti (4)-ü nəzərə alsaq, $x=0$ olduqda (2)-nin s-ci şərti ilə üst-üstə düşür. $\alpha^{sk}(x)$, $\beta^{sk}(x)$ funksiyalarını qovma funksiyaları adlandıracağıq. $\alpha^{sk}(x)$, $\beta^{sk}(x)$ funksiyalarının qiymətlərini $x = l^k$ olduqda (5)-də yerinə yazsaq, (2) –nin s-ci şərtinə ekvivalent aşağıdakı bərabərliyi alarıq:

$$\sum_{j=k+1}^{L} G^{sj^*} u^j(0) + \sum_{j=1}^{L} \tilde{Q}^{sj^*} u^j(l^j) = \tilde{r}^s,$$

burada $\tilde{Q}^{sk} = Q^{sk} + \alpha^{sk}(l^k)$, $\tilde{r}^s = \beta^{sk}(l^k)$, $\tilde{Q}^{sj} = Q^{sj}$, $j = 1,...,L$, $j \neq k$ işarə edilib. (3) şərtlərində iştirak edən altsistemlərin sərhəd qiymətlərinin bir ucdan digərinə köçürülməsi üçün istifadə edilən $\alpha^{sk}(x)$, $\beta^{sk}(x)$ qovma funksiyaları yeganə deyil. Xüsusi halda, onların konstruktiv şəkildə qurulması aşağıdakı teoremdə təklif edilib.

Teorem 1.1. Əgər $G^{sk} \neq 0_{n_k}$ və n_k- ölçülü $\alpha^{sk}(x)$ vektor-funksiyası və $\beta^{sk}(x)$ funksiyası $x \in (0, l^k]$ üçün

$$\dot{\alpha}^{sk}(x) = -A^{k^*}(x)\alpha^{sk}(x),\ \alpha^{sk}(0) = G^{sk}, \tag{6}$$
$$\dot{\beta}^{sk}(x) = B^{k^*}(x)\alpha^{sk}(x),\ \beta^{sk}(0) = r^s,$$

Koşi məsələlərinin həlləri olarsa, onda bu funksiyalar s-ci şərtdə (1)-in k-cı altsisteminin istənilən həllinin sol sərhəd qiyməti üçün qovma əmsallarıdır və deməli, $x \in [0, l^k]$ olduqda (5) şərtini ödəyirlər.

Qeyd etmək lazımdır ki, 1.1 tərifindən və 1.1 teoremindən alınır ki, s-ci şərtdəki k-cı altsistemin həllinin sol qiyməti o zaman qovulur ki, uyğun əmsal bu şərtdə sıfırdan fərqli olsun.

Sağa qovma proseduruna analoji olaraq sol qovmanın həyata keçirilməsi üçün teorem verilmişdir.

Tutaq ki, (2)-nin s-ci şərtində bütün altsistemlərin həllərinin soldakı qiymətləri qarşısındakı sıfırdan fərqli ilk əmsal Q^{sk} –dır, yəni $Q^{sk} \neq 0_{n_k}$.

Tərif 1.2. Əgər

$$\alpha^{sk}(l^k) = Q^{sk},\quad \beta^{sk}(l^k) = r^s, \tag{7}$$

şərtini ödəyən n_k- ölçülü $\alpha^{sk}(x)$ vektor funksiyası və $\beta^{sk}(x)$ funksiyası, (1) sisteminin k-cı altsisteminin istənilən $u^k(x)$ həlli və istənilən $x \in [0, l^k]$ üçün

$$\alpha^{sk^*}(x)u^k(x) + \left[\sum_{j=1}^{L} G^{sj^*}u^j(0) + \sum_{j=k+1}^{L} Q^{sj^*}u^j(l^j)\right] = \beta^{sk}(x) \tag{8}$$

münasibəti doğru olarsa, onda deyəcəyik ki, bu funksiyalar (1) sisteminin k-cı altsisteminin sağ sərhəddəki qiymətini (2)-nin s-ci şərtində sola köçürür.

Aydındır ki, (8) şərti $x = l^k$ olduqda (7)-ni nəzərə alsaq, (2)-nin s-ci şərti ilə üst-üstə düşür. Əgər bu cür qovma funksiyaları məlum olarsa, onda (8) bərabərliyi $x = 0$ olduqda aşağdakı şəklə düşəcək:

$$\sum_{j=1}^{L} \tilde{G}^{sj^*} u^j(0) + \sum_{j=k+1}^{L} Q^{sj^*} u^j(l^j) = \tilde{r}^s, \tag{9}$$

burada $\tilde{G}^{sk} = G^{sk} + \alpha^{sk}(0),\ \tilde{G}^{sj} = G^{sj},\ \tilde{r}^s = \beta^{sj}(0),\ j = 1,\ldots,L,\ \ j \neq k$. (2)-nin s-ci şərtinə ekvivalent olan (9) şərtində qovmadan əvvəlki ilə müqayisədə sağda verilən bir n_k - ölçülü dəyişən azdır.

Teorem 1.1-ə analoji olaraq aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1.2. Əgər $Q^{sk} \neq 0_{n_k}$ və n_k-ölçülü $\alpha^{sk}(x)$ vektor-funksiyası və $\beta^{sk}(x)$ funksiyası $x \in [0, l^k]$ üçün

$$\dot{\alpha}^{sk}(x) = -A^{k^*}(x)\alpha^{sk}(x), \quad \alpha^{sk}(l^k) = Q^{sk},$$

$$\dot{\beta}^{sk}(x) = B^{k^*}(x)\alpha^{sk}(x), \quad \beta^{sk}(l^k) = r^s, \tag{10}$$

Koşi məsələlərinin həlli olarsa, onda bu funksiyalar (2)-nin s-ci şərtində (1)-in k-cı altsisteminin istənilən həllinin sağ sərhəd qiyməti üçün qovma əmsallarıdır və deməli, (8) qovma şərtini ödəyirlər.

Qeyd edək ki, $n \times n$ ölçülü matris Koşi məsələsinin həllini tələb edən fundamental matrisin istifadəsinə əsaslanan məlum yanaşma ilə müqayisədə köməkçi vektor Koşi məsələlərinin həllini tələb edən qovma üsulunun üstünlüyü ondan ibarətdir ki, real məsələlərdə mövcud olan n şərtdən, bir qayda olaraq yalnız bir neçəsi qeyri-lokal ola bilər, qalan şərtlər uclardan birində verilmiş olur.

Təklif edilən yanaşmanın qovma üsullarının ümumi şəkildə bilavasitə istifadəsi ilə müqayisədə üstünlüyü aydındır, belə ki, burada qovma ancaq o dəyişənlərə nəzərən həyata keçirilir ki, onların əmsalları sərhəd şərtlərində sıfırdan fərqlidir və bu zaman qovma yalnız diferensial tənliklərin o altsisteminin tətbiqi ilə həyata keçirilir ki, o altsistemdə köçürülən dəyişən iştirak etsin.

(1), (2) riyazi qoyuluşuna məsələn, mürəkkəb struktura və böyük ölçüyə malik süni dinamik neyron şəbəkələrin, mürəkkəb strukturlu boru-kəmərləri şəbəkələrində maye və qazın qeyri-stasionar proseslərinin hesablanması məsələləri və s. gətirilir.

1.3 paraqrafında yalnız ayrılmamış sərhəd şərtləri ilə bir-birilə bağlı olan ikinci tərtib adi diferensial tənliklər sisteminin ədədi həlli üçün yanaşma təklif olunur. Bu cür məsələləri xüsusi halda, çoxəlaqəli strukturlarda ikinci tərtib hiperbolik və parabolik tip tənliklərlə təsvir olunan uyğun olaraq dalğa və istilikkeçirmə proseslərinin hesablanması zamanı düz xətlər üsulunun tətbiqi nəticəsində almaq olar. Baxılan sistemin spesifik xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, tənliklərin özləri bir-birindən asılı deyil, yəni onlarda iştirak edən funksiyalar yalnız sərhəd şərtləri ilə bir-birilə bağlıdır. Baxılan məsələ riyazi qoyuluşda ümumi halda böyük ölçülü adi diferensial tənliklər sisteminə nəzərən ikinöqtəli məsələdir. Məsələnin ədədi həlli üçün ümumiyyətlə, müxtəlif məlum qovma üsullarından istifadə etmək olar. Məsələnin effektiv ədədi həlli üçün sərhəd şərtlərinin qovulmasına əsaslanan, lakin məsələnin spesifik xüsusiyyətlərini əhəmiyyətli dərəcədə nəzərə alan yanaşma təklif edilir. Bu hər sistemin hər tənliyi üçün sərhəd şərtinin qovulmasını sistemin digər tənliklərindən asılı olmadan ayrılıqda həyata keçirməyə imkan verir. Son nəticədə ilkin diferensial tənliklər sisteminin tərtibinə bərabər tərtibdə cəbri tənliklər sistemini həll etmək tələb olunur. Ən mühüm üstünlük odur ki, təklif edilən yanaşma asanlıqla paralelləşdirilir. Alınmış düsturlar və həll sxemi verilir. Dissertasiyada baxılan illüstrativ test məsələ mürəkkəb strukturlu boru-kəmərləri ilə nəql şəbəkəsinin fraqmenti timsalında mayenin hərəkət rejimlərinin hesablanması üçün düz xətlər üsulunun tətbiqi nəticəsində alınmışdır.

1.4 paraqrafında bloklar arası ayrılmamış sərhəd şərtlərinə malik blok-diaqonallı xətti diskret sistemlərin həllinə dekompozisiya yanaşma təklif edilir. Bir çox mürəkkəb strukturlu böyük obyektlərin riyazi modelləri aşağıdakı xüsusiyyətlərlə xarakterizə edilir:

1) $L-$altobyektlərin sayının çoxluğu ilə;
2) $n_k, k=1,...,L-$altobyektlərin vəziyyət vektorunun ölçüsünün və ya fəaliyyət dövrünün böyüklüyü ilə;
3) altobyektlər arası zəif, lakin istənilən cür qarşılıqlı əlaqə ilə, yəni G, Q matrislərinin zəif və istənilən qaydada dolu olması ilə.

Real obyektlər üçün 1), 2) xüsusiyyətləri ona gətirib çıxarır ki, cəbri sistemin tərtibi bir neçə mini və hətta on mini aşa bilər. 3) xüsusiyyəti isə ayrılmamış sərhəd şərtlərinə gətirir ki, bu da sərhəd şərtlərinin köçürülməsi üsullarının istifadəsini tələb edir.

Blok strukturlu üçdioqanallı tənliklər sisteminə baxaq:

$$A_i^k y_{i+1}^k - C_i^k y_i^k + B_i^k y_{i-1}^k = -F_i^k,\ i = 1,\dots,n_k - 1,\ k = 1,\dots,L, \quad (11)$$

Burada $y^k = \left(y_0^k,\dots,y_{n_k}^k\right)^* - (n_k + 1)$-ölçülü vektoru k-cı prosesin (altsistemin) vəziyyətini təyin edir; $A_i^k,\ B_i^k,\ C_i^k$ və $F_i^k -$verilmiş ədədlər; n_k k-cı prosesin fəaliyyət müddətidir, $k = 1,\dots,L$.

Aşağıdakı işarələmələri daxil edək:

$$n = \sum_{k=1}^{L} n_k - L,\quad m = 2L,\quad M = n + m,$$

$$(y_0, y_1) = ((y_0^1,\dots,y_0^L)^*, (y_1^1,\dots,y_1^L)^*) \in R^m, \qquad r = \left(r^1,\dots,r^m\right)^*,$$

$$(y_{n-1}, y_n) = ((y_{n_1-1}^1,\dots,y_{n_L-1}^L)^*, (y_{n_1}^1,\dots,y_{n_L}^L)^*) \in R^m$$

Burada L altsistemdən (blokdan) və ümumilikdə isə n sayda tənlikdən ibarət (11) sistemində olan naməlumların sayı M-dir; y_0, y_1 və $y_n, y_{n-1} -$bütün altproseslərin uyğun olaraq başlanğıc və son (hər altproses üçün individual olan) zaman anlarında vəziyyətidir.

Baxılan altproseslər öz aralarında m sayda başlanğıc və son vəziyyətləri vasitəsilə bir-birilə aşağıdakı şəkildə verilmiş bloklararası ayrılmamış sərhəd şərtləri ilə bağlıdır:

$$\sum_{j=1}^{L}\left[g_l^{sj} y_{n_j}^j + q_l^{sj} y_{n_j-1}^j\right] + \sum_{j=1}^{L}\left[g_0^{sj} y_1^j + q_0^{sj} y_0^j\right] = r^s,\ s = \overline{1,m}. \quad (12)$$

Sistemin strukturunun spesifikasını nəzərə alaraq sərhəd şərtlərində başlanğıc və son dəyişənlərin qiymətlərinin köçürülməsi üçün düsturlar alınıb. Köçürülmə bir-birindən asılı olmadan blok-blok həyata keçirilir. Nəticədə ölçüsü altsistemlərin sayı ilə təyin olunan cəbri sistem alınır və bu sistemdə naməlum dəyişənlər bütün altsistemlərin ya başlanğıc, ya da son qiymətləri olur.

Tərif 1.5. Əgər (11)-nın k-cı altsisteminin istənilən həlli üçün

$$\alpha_i^{sk} y_i^k + \beta_i^{sk} y_{i+1}^k + \sum_{j=k+1}^{L} g_0^{sj} y_1^j + \sum_{j=k+1}^{L} q_0^{sj} y_0^j + \sum_{j=1}^{L} g_l^{sj} y_{n_j}^j + \sum_{j=1}^{L} q_l^{sj} y_{n_j-1}^j = \gamma_i^{sk} \quad (13)$$

$$\alpha_0^{sk} = q_0^{sk}, \ \beta_0^{sk} = g_0^{sk}, \ \gamma_0^{sk} = r^s. \quad (14)$$

bərabərlikləri ödənərsə, onda deyəcəyik ki, α_i^{sk}, $\beta_i^{sk}, \gamma_i^{sk}$, $i = 1,...,n_k$ parametrləri (11)-in k-cı altsisteminin həllinin s-ci şərtdəki sol qiymətini sağa köçürür,

Teorem 1.6. Əgər g_0^{sk} və q_0^{sk} eyni zamanda sıfra bərabər deyilsə, onda

$$\alpha_i^{sk} = \beta_{i-1}^{sk} + \alpha_{i-1}^{sk} \frac{C_i^k}{B_i^k}, \qquad \alpha_0^{sk} = q_0^{sk},$$

$$\beta_i^{sk} = (\beta_{i-1}^{sk} - \alpha_i^{sk}) \frac{A_i^{\nu}}{C_i^{\nu}}, \qquad \beta_0^{sk} = g_0^{sk},$$

$$\gamma_i^{sk} = \gamma_{i-1}^{sk} + (\alpha_i^{sk} - \beta_{i-1}^{sk}) \frac{F_i^k}{C_i^k}, \qquad \gamma_0^{s1} = r^s, \qquad i = 1,...,n_k, \quad (15)$$

$$\gamma_0^{sk+1} = \gamma_{n_k}^{sk},$$

rekurent münasibətləri ilə təyin olunan α_i^{sk}, $\beta_i^{sk}, \gamma_i^{sk}$, $i = 1,...,n_k$ dəyişənləri (11) sisteminin k-cı altsisteminin tənliklərinin həllərinin soldakı qiymətlərinə nəzərən (12)-nin s-ci şərti üçün qovma əmsallarıdır.

Analoji qaydada sola qovma üçün düsturlar alınıb və teorem isbat olunub.

1.5 paraqrafında bloklar arası yalnız sərhəd şərtləri ilə bir-birilə bağlı olan ikiaddımlı altsistemlərə malik blok-diaqonal strukturlu böyük ölçülü xətti diskret tənliklər sisteminin həlli tədqiq olunur. Sistemin strukturunun spesifikasını nəzərə alan sərhəd şərtlərindəki başlanğıc və son dəyişənlərin qiymətlərinin blok-blok bir-birindən asılı olmadan köçürülməsi üçün düsturlar alınıb. Nəticədə ölçüsü blokların sayı ilə təyin olunan cəbri sistem alınır ki, bu sistemdə naməlum dəyişənlər bütün blokların yalnız ya başlanğıc, ya da son qiymətləridir.

1.6 paraqrafında bir-birilə yalnız ayrılmamış sərhəd şərtləri ilə bağlı olan bir-birindən asılı olmayan hiperbolik tənliklər sisteminin ədədi həlli tədqiq olunur. Diferensial tənliklər sistemini, başlanğıc və sərhəd şərtlərini aproksimasiya edərək üçdiaqonallı cəbri tənliklər sistemi alınır ki, onun həlli üçün 1.4 paraqrafında təklif edilən qovma üsulu istifadə edilir.

1.7 paraqrafında yalnız sərhəd şərtləri ilə bir-birilə bağlı olan bloklardan təşkil olunmuş blok strukturlu böyük ölçülü adi diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan mürəkkəb obyektlərin optimal idarə edilməsi məsələsinin ədədi həlli tədqiq olunur. Optimallıq üçün zəruri şərtlər alınmışdır ki, burada qoşma məsələ düz məsələ kimi spesifik xarakterə malikdir. Optimal idarəetmə məsələsinin həllinə optimallıq üçün zəruri şərtlərdəki funksionalın qradiyentinin ifadəsindən istifadə edən optimallaşdırmanın birinci tərtib ədədi üsullarının tətbiqi təklif olunur. Blok strukturlu və zəif dolu Yakobi matrisinə malik ayrılmamış sərhəd şərtli düz və qoşma başlanğıc-sərhəd məsələlərinin həlli üçün diferensial tənliklər sisteminin və sərhəd şərtlərinin spesifikasını nəzərə alan yuxarıda təklif edilən xüsusi qovma üsulları istifadə edilmişdir. Sonuncular isə hər blok üçün sərhəd şərtlərinin ayrılıqda qovulmasını həyata keçirməyə imkan verir.

1.8 paraqrafında birinci fəsildə baxılan uyğun məsələlərə nəzərən çoxsaylı test məsələlər üzərində aparılmış ədədi eksperimentlərin nəticələri verilir.

İkinci fəsil, 5 paraqrafdan ibarət olmaqla konkret evolyusiya proseslərinin sərhəd məsələlərinə ədədi üsulların tətbiqi ilə başlanğıc şərtlərin evolyusiya prosesinin vəziyyətinə təsirinin davam etdiyi müddətin və qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli uyğun optimal idarəetmə məsələlərinin tədqiqinə həsr edilib.

2.1 paraqrafında qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli parabolik tip tənliklərlə təsvir olunan evolyusiya proseslərinə nəzərən sərhəd məsələlərinin həlli tədqiq olunur. Uzunluğu məhdud olan çubuqda qızdırma prosesinə nəzərən başlanğıc-sərhəd məsələsinə baxılır:

$$u_t = au_{xx} + f(x,t),\ t_0 < t \le T,\ 0 < x < l, \tag{16}$$

$$u(0,t) = \mu_1(t),\ \ u(l,t) = \mu_2(t),\ \ 0 \le t \le T. \tag{17}$$

Hesab olunur ki, prosesin başlanğıc vəziyyəti dəqiq verilməyib, lakin proses üçün başlanğıc ola biləcək hissə-hissə kəsilməz

$$u(x,t_0) = u_0(x) = u_0(x;\gamma),\quad x \in [0,l], \tag{18}$$

funksiyaları qiymətləri verilmiş müəyyən mümkün

$$D = \{\gamma \in R^r : \underline{\gamma_i} \le \gamma_i \le \bar{\gamma}_i, i = 1,...,r\}. \tag{19}$$

çoxluğundan olan $r-$ölçülü $\gamma \in R^r$ parametrlər vektorundan asılıdır. Bu zaman başlanğc vəziyyətlərin γ parametrlərinin D çoxluğunda paylanma funksiyasının $\rho_D(\gamma)$ sıxlıq funksiyası verilmiş hesab edilir. Burada $\underline{\gamma_i}, \bar{\gamma}_i -$ verilmiş ədədlər; $a > 0 -$istilikkeçirmə əmsalı; $u(x,t) -$çubuğun $x \in [0,l]$ nöqtəsində $t \in [t_0, T]$ zaman anındakı temperaturu; $f(x,t),\ \mu_1(t),\ \mu_2(t)$ - verilmiş kəsilməz funksiyalardır.

(18)-(19) məsələsinin klassik həlli qapalı oblastın hər yerində kəsilməz olan, xüsusi halda başlanğıc və sərhəd şərtlərin uzlaşmasını tələb edən həll hesab edilir. Başlanğıc şərtlərin kəsilməzlik şərti praktiki tətbiqlər üçün məhdudiyyətlər yaradır. (18)-də baxılan D çoxluğundan olan parametrlərə malik başlanğıc şərtlər üçün uzlaşma şərtlərinin (başlanğıc şərtlərin sərhəd şərtləri ilə) ödənməsi tələb olunmur.

Doğrudan da, əgər müntəzəm qızdırılmış çubuğun ($u_0(x) \ne 0$) sıfır sərhəd şərtləri ilə soyudulması kimi sadə məsələyə baxsaq, onda məsələnin qapalı oblastda kəsilməz olan həlli $(0,t_0)$ və (l,t_0) nöqtələrində kəsilən olmalıdır. Bu misal onu göstərir ki, başlanğıc şərtin kəsilməzlik şərti və onun sərhəd şərtləri ilə uzlaşma şərtləri praktiki olaraq bir sıra vacib məsələləri diqqətdən kənarda qoyur. $u_0(x,\gamma)$ başlanğıc funksiyası hissə-hissə kəsilməz funksiyalar sinfindən olduqda belə məsələnin həllini istilikkeçirmə tənliyinin

Tixonov A.N.[1] tərəfindən qurulmuş fundamental həlli olan funksiyadan istifadə etməklə birqiymətli təyin etmək olar.

Aydındır ki, D çoxluğundan olan parametrlərə malik bütün başlanğıc funksiyalar üçün uyğun başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllinin varlıq və yeganəlik şərtləri ödənir. Fundamental həllin şəklindən və xassələrindən alınır ki, əgər bizi maraqlandıran vaxt başlanğıcdan kifayət qədər uzaqdırsa, onda vaxt keçdikcə başlanğıc şərtlərin çubuqda istiliyin yayılmasına təsiri zəifləyir və çubuğun istiliyi praktiki olaraq yalnız sərhəd qiymətləri ilə təyin olunur.

2.2 paraqrafında prosesin kifayət qədər böyük zamanda gedişatı zamanı başlanğıc şərtlərin prosesin cari vəziyyətinə təsirinin zəiflədiyi haqqında məlum fakt ədədi eksperimentlərlə təsdiq edilib. Başlanğıc şərtlərin təsirinin davam etmə müddətinin tədqiq olunan prosesin riyazi modelində iştirak edən funksiya və parametrlərdən, eyni zamanda başlanğıc və sərhəd şərtlərinin mümkün qiymətlərinin dəyişmə diapazonundan asılı olaraq keyfiyyət analizi aparılmışdır.

Ədədi eksperimentlərlə təsdiq edilmişdir ki, prosesin cari vəziyyəti müəyyən T zamanından sonra əsasən sərhəd şərtlərindən, daxili və ya xarici mənbələrin təsir gücündən asılıdır, D çoxluğundan olan parametrlərə malik başlanğıc vəziyyətlərin mümkün çoxluğundan az asılıdır.

2.3 paraqrafında boru-kəmərinin xətti hissəsində mayenin qeyri-stasionar hərəkətinin İ.A. Çarnı[2] tərəfindən təsvir edilən başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllinin analitik təsviri alınmışdır:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial P(x,t)}{\partial x} = \dfrac{\rho}{S}\dfrac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + 2a\dfrac{\rho}{S}Q(x,t), \\ -\dfrac{\partial P(x,t)}{\partial t} = c^2\dfrac{\rho}{S}\dfrac{\partial Q(x,t)}{\partial x}, \ (x,t)\in\Omega=(0,l)\times(0,T]. \end{cases} \tag{20}$$

Burada $P(x,t), Q(x,t)$ –boru-kəmərinin $x\in(0,l)$ nöqtəsində $t>0$

[1] Тихонов, А.Н., Самарский, А.А. Уравнения математической физики. М. «Наука», –1977, стр. 736.

[2] Чарный, И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Недра, 1981, с. 232.

zaman anında mayenin uyğun olaraq təzyiqi və sərfiyyatıdır; l – boru-kəmərinin baxılan xətti hissəsinin uzunluğu; $a = 16\nu/d^2$, d – borunun daxili diametri, S – boru-kəməri hissəsinin en kəsiyinin sahəsidir, ρ – mayenin sıxlığı, ν – kinematik özlülük əmsalı, laminar rejimdə hesab etmək olar ki, bu əmsal təzyiqdən asılı deyil, və deməli $a = const$; c – tədqiq olunan mayedə səs sürətidir; T – prosesin fəaliyyət rejimlərinin tədqiqinin verilmiş müddətidir.

Həllin alınmış analitik təsviri çox mürəkkəb şəklə malik olduğundan heç bir xətti sahə üçün onun vəziyyətinin hansısa bir keyfiyyət analizini həyata keçirmək, başlanğıc şərtlərin təsirinin davam etmə müddətinin qoyuluşda iştirak edən faktor və parametrlərdən asılılığını tədqiq etmək mümkün deyil, nəinki mürəkkəb halqavari strukturlu boru-kəmərləri şəbəkəsi üçün mümkün olsun.

2.4 paraqrafında verilmiş sərhəd şərtləri (rejimləri) daxilində boru-kəmərinin xətti hissəsində başlanğıc şərtlərin mayenin qeyri-stasionar hərəkət rejiminə təsirinin davam etmə müddəti və bu müddətin başlanğıc şərtlərin öz qiymətlərindən, boru-kəmərinin həndəsi ölçülərindən, nəql edilən mayenin xassələrindən, eyni zamanda sərhəd rejimlərindən asılılığı ədədi olaraq analiz edilmişdir. Başlanğıc şərtlərin prosesə təsirinin davametmə müddəti praktiki olaraq başlanğıc rejimlərin (şərtlərin) öz qiymətlərindən zəif asılıdır. Müqavimət əmsalı artdıqca başlanğıc şərtlərin prosesə təsirinin davametmə müddəti artır və bu müddətin artma sürəti a-nın artma sürəti ilə eynidir.

Aşkar edilən qanunauyğunluqlar karbohidrogen xammalının magistral boru-kəmərləri ilə nəqli zamanı müxtəlif texniki və texnoloji səbəblərdən baş verən keçid rejimlərinin hesablanması, proqnozlaşdırılması və optimallaşdırılması zamanı mühüm əhəmiyyətə malikdir.

2.5 paraqrafında uzun müddət fəaliyyət göstərən və nəticədə başlanğıc vəziyyətləri (başlanğıc şərtlər) haqqında dəqiq informasiyanın olmadığı evolyusiya proseslərinin sərhəd şərtləri ilə optimal idarəetmə məsələlərinin qoyuluşları tədqiq olunub. Bununla bağlı yalnız idarəedici sərhəd şərtləri vacib rol oynayır.

2.5.1 paraqrafında parabolik tip diferensial tənliklərlə təsvir olunan prosesin vəziyyətinin başlanğıc qiymətləri haqqında dəqiq informasiya olmadığı halda optimal idarəetmə məsələsi tədqiq olunur. Misal olaraq (16) istilikkeçirmə prosesinə baxılır.

Sərhəd şərtlərini təyin edən $\mu_1(t), \mu_2(t), t \in (0,T]$ temperaturları ilə idarə edərək verilmiş $T > 0$ zamanına qədər çubuqda istiliyin paylanmasını verilmiş $U(x), 0 \le x \le l$ paylanmasına kifayət qədər yaxınlaşdırmaq tələb olunan məsələ ədədi həll edilmişdir. Tələb olunur ki, məsələn, verilmiş

$$J(\mu) = \int_D I(\mu,\gamma)\rho_D(\gamma)d\gamma \to \min, \tag{21}$$

$$I(\mu,\gamma) = \int_0^l (u(x,T;\mu,\gamma) - U(x))^2 dx + \alpha \|\mu(t)\|^2_{L_2[0,T]}$$

funksionalı minimal qiymət alsın. Burada $u(x,T;\mu,\gamma)$ (16) – (19) məsələsinin $u(x,0) = \varphi(x;\gamma)$ başlanğıc şərtində verilmiş $\gamma \in D$ parametri və $\mu(t) \in L_2[0,T]$ mümkün idarəetməsi üçün həllidir. Ədədi eksperimentlər əsasında alınmış optimal sərhəd şərtlərinin mümkün başlanğıc şərtlər çoxluğunun dəyişməsindən asılılığının analizi həyata keçirilmişdir.

2.5.2 paraqrafında prosesin vəziyyətinin başlanğıc qiyməti haqqında dəqiq informasiya olmadığı halda hiperbolik tip diferensial tənliklərlə təsvir olunan proseslərlə optimal idarəetmə məsələsi tədqiq olunur. Misal olaraq dalğa prosesinə baxılır.

2.5.1 və 2.5.2 paraqraflarında baxılan uyğun optimal idarəetmə məsələləri üçün uyğun məqsəd funksionallarının qradiyentləri üçün analitik düsturlar alınıb. Bu düsturlar məsələlərin həlli üçün birinci tərtib optimallaşdırmanın effektiv ədədi üsullarından istifadə etməyə imkan verir.

Alınan nəticələr xüsusi törəməli diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan paylanmış parametrli uzun müddət fəaliyyətdə olan proseslərin idarə edilməsi ilə bağlı tədqiqatlarda öz tətbiqini tapa bilər.

2.5.3 paraqrafında model məsələnin həlli timsalında aparılmış ədədi eksperimentlərin nəticələri verilmişdir.

Üçüncü fəsil, 5 paraqrafdan ibarət olmaqla mürəkkəb strukturlu boru-kəmərləri şəbəkələrində mayenin nəqli zamanı baş verən keçid proseslərinin modelləşdirilməsi və rejimlərinin hesablanmasına həsr edilib.

3.1 paraqrafında boru-kəmərlərində mayenin qərarlaşmamış hərəkət rejimlərinin ədədi modelləşdirilməsi üzrə tədqiqatların nəticələrinin müqayisəli analizi verilir.

3.2 paraqrafında mürəkkəb halqavari strukturlu neft kəmərləri şəbəkəsində keçid proseslərinin rejimlərinin hesablanması məsələsinin qoyuluşu verilir. Hər xətti hissədə mayenin hərəkəti İ.A. Çarnıya əsasən birinci tərtib xüsusi törəməli hiperbolik tip diferensial tənliklər sistemi ilə kifayət qədər adekvat təsvir oluna bilər. Hissələrin birləşmə nöqtələrində Kirxhofun birinci qanununun analoqu ilə təyin olunan ayrılmamış sərhəd şərtləri ödənir.

M sahədən və N təpədən ibarət kifayət qədər ümumi hala malik mürəkkəb halqavari strukturlu hidravlik şəbəkədə mayenin qeyri-stasionar hərəkət rejiminə baxılır. Aşağıdakı işarələmələri daxil edək: I – təpələr çoxluğu; $J = \{(k,s) : k,s \in I\}$ – sahələr çoxluğu; I_k^+ k-cı təpəyə daxil olan sahələrin təpələrinin nömrələri çoxluğu; I_k^- k-cı sahədən çıxan sahələrin təpələrinin nömrələri çoxluğu; $I_k = I_k^+ \cup I_k^-$ k-cı təpə ilə bağlı olan bütün təpələr çoxluğu.

Neft-kəmərləri şəbəkəsinin l^{ks} uzunluqlu d^{ks} diametrli (k,s)-ci xətti sahəsində laminar rejimdə ρ sabit sıxlığına malik damcılı mayenin qeyri-stasionar izotermik hərəkətini İ.A. Çarnı tərəfindən xəttiləşdirilmiş aşağıdakı hiperbolik tip diferensial tənliklər sistemi ilə kifayət qədər adekvat təsvir etmək olar:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial P^{ks}(x,t)}{\partial x} = \dfrac{\rho}{S^{ks}}\dfrac{\partial Q^{ks}(x,t)}{\partial t} + 2a^{ks}\dfrac{\rho}{S^{ks}}Q^{ks}(x,t), \\ -\dfrac{\partial P^{ks}(x,t)}{\partial t} = c^2\dfrac{\rho}{S^{ks}}\dfrac{\partial Q^{ks}(x,t)}{\partial x}, \quad x\in(0,l^{ks}),\ t\in(0,T], \end{cases} \quad s\in I_k^+,\ k\in I. \tag{22}$$

Burada: $t\in(t_0,T]$; $P^{ks}(x,t)$, $Q^{ks}(x,t)-$ boru-kəmərləri şəbəkəsinin (k,s)-ci sahəsinin $x\in(0,l^{ks})$ nöqtəsində t zaman anında mayenin təzyiqi və sərfiyyatıdır; c–mühitdə səsin yayılma sürəti; $S^{ks}-$ boru-kəmərinin (k,s)-ci hissəsinin daxili en kəsiyinin sahəsidir; $a^{ks}-$ (k,s)–ci sahədə müqavimət əmsalıdır (laminar rejim halında hesab etmək olar ki, kinematik özlülük əmsalı ν təzyiqdən asılı deyil və onda $2a^{ks}=32\nu/(d^{ks})^2=const$).

(22) sistemi üçün $2M$ sayda sərhəd şərtləri verilməlidir. Şəbəkənin daxili təpələri çoxluğu I^{int} üçün material balans şərtini

$$\sum_{s\in I_k^+} Q^{ks}(l^{ks},t) - \sum_{s\in I_k^-} Q^{ks}(0,t) = \tilde{q}^k(t),\ \ k\in I^{\text{int}},\ t\in[t_0,T], \tag{23}$$

və axının kəsilməzlik şərtini istifadə edək:

$$P^{\hat{k}k}(l^{\hat{k}k},t) = P^{k\breve{k}}(0,t),\ \ \hat{k}\in I_k^+,\ \breve{k}\in I_k^-,\ k\in I^{\text{int}},\ t\in[t_0,T], \tag{24}$$

burada $\tilde{q}^k(t)-$ k-cı daxili təpə üçün verilmiş xarici mənbədən daxil olan axın $(\tilde{q}^k(t)>0)$ və ya çıxan axını $(\tilde{q}^k(t)<0)$ göstərir.

Şəbəkənin daxili təpəsi olmayan $I^f = I \setminus I^{\text{int}}$ -dən olan hər təpədə təzyiqin qiymətini (bu cür təpələr çoxluğunu $I_p^f \subset I^f$ ilə işarə edək) və ya sərfiyyatın qiymətini ($I_q^f \subset I^f$ çoxluğu) verək. Onda (23), (24) şərtlərinə aşağıdakı şərtlər əlavə olunacaq:

$$\begin{cases} P^{ns}(0,t) = \tilde{P}^n(t), \quad s\in I_n^+,\ I_n^- = \varnothing \ olarsa, \\ P^{sn}(l^{sn},t) = \tilde{P}^n(t), s\in I_n^-,\ I_n^+ = \varnothing \ olarsa, \end{cases} \quad n\in I_p^f,\ t\in[t_0,T], \tag{25}$$

$$\begin{cases} Q^{ms}(0,t) = \widetilde{Q}^m(t), \ \ s \in I_m^+, \ \ I_m^- = \varnothing \ \ olarsa, \\ Q^{sm}(l^{sm},t) = \widetilde{Q}^m(t), s \in I_m^-, \ \ I_m^+ = \varnothing \ \ olarsa, \end{cases} \quad m \in I_q^f, \ \ t \in [t_0, T], \quad (26)$$

və burada $I^f = I_q^f \bigcup I_p^f$, $I_q^f \bigcap I_p^f = \varnothing$, $I_p^f \neq \varnothing$ şərtlərinin ödənməsi vacibdir.

3.3 paraqrafında boru-kəmərləri şəbəkəsində mayenin qərarlaşmamış hərəkət rejimlərinin hesablanması üçün ədədi sxemlər tədqiq olunmuşdur.

3.3.1 paraqrafında boru-kəmərlərində mayenin hərəkət rejiminin hesablanması üçün ədədi həll sxemi təklif edilir. Bu sxem düz xətlər üsuluna və məsələnin ayrılmamış sərhəd şərtli adi diferensial tənliklərə nəzərən sərhəd məsələsinə gətirilməsinə əsaslanır ki, sonuncunun həlli üçün birinci fəsildə sərhəd şərtlərinin köçürülmsi üsulu təklif edilir.

3.3.2 paraqrafında mayenin boru-kəmərlərində hərəkət rejimlərinin ədədi hesablanması üçün şəbəkə üsulunun tətbiqinə əsaslanan sxem təklif edilmişdir. Mayenin hərəkət tənliyinin iki variantı üçün şəbəkə üsulunun tətbiq sxemləri tədqiq olunmuşdur. Birinci variantda hər sahədə iki diferensial tənliklər sistemi bir ikinci tərtib tənliyə gətirilmiş və birinci fəsildə təklif edilən qovma üsullarının sxeminə əsaslanan düsturlar, alqoritmlər işlənmişdir. Sərhəd məsələsini başlanğıc və sərhəd şərtləri ilə birgə aproksimasiya edərək ayrılmamış sərhəd şərtli blok strukturlu üçdiaqonallı cəbri tənliklər sistemi alınmışdır ki, sonuncunun həlli üçün birinci fəsildə sərhəd şərtlərinin köçürülməsi üsulu istifadə edilir.

İkinci variantda bilavasitə (22) sistemi sonlu-fərqlər sxemi ilə aproksimasiya istifadə edilmişdir. Boru-kəmərində mayenin hərəkət rejimlərinin hesablanması üçün qeyri-aşkar şəbəkə üsullarına əsaslanan ədədi həll sxemi təklif edilmişdir. Cari nöqtələrdə axtarılan funksiyanın qiymətlərinin sahələrin uyğun olaraq sol və ya sağ uclarındakı qiymətlərindən funksional asılılıqlarını təyin edən alınmış düsturlara əsaslanan alqoritmlər işlənmişdir.

$[0,l^{ks}]\times[0,T],\quad (k,s)\in J$ çoxluğunda müntəzəm şəbəkə oblastları daxil edək:

$$\omega^{ks}=\{(x_i,t_j):x_i=ih,t_j=j\tau,i=\overline{0,n_{ks}},\ j=\overline{0,n_t}\},$$
$$n_{ks}=[l^{ks}/h],n_t=[T/\tau], \tag{27}$$

burada h,τ – şəbəkə addımlarını təyin edən verilmiş müsbət ədədlər, [a] – a ədədinin tam hissəsidir. Aşağıdakı işarələmələrdən istifadə edərək:

$$\lambda^{ks}=(\frac{h}{\tau}+2a^{ks}h),\quad \mu=\frac{h}{\tau},\quad \eta=\frac{h}{\tau c^2},\quad P_{ij}^{ks}=P^{ks}(x_i,t_j),$$

$$Q_{ij}^{ks}=\frac{\rho}{S^{ks}}Q^{ks}(x_i,t_j),\qquad \tilde q_j^k=\tilde q^k(t_j),$$

və (22) sisteminin $(i,j-1),(i,j),\ (i-1,j)$ və ya $(i,j-1),\ (i,j),\ (i+1,j)$ şablonunda aproksimasiyası üçün dayanıqlı qeyri-aşkar şəbəkə üsulunu tətbiq edərək, müəyyən çevirmələr nəticəsində alırıq:

$$\begin{cases}P_{i-1j}^{ks}=P_{ij}^{ks}+\lambda^{ks}Q_{ij}^{ks}-\mu Q_{ij-1}^{ks},\\ Q_{i-1j}^{ks}=Q_{ij}^{ks}+\eta P_{ij}^{ks}-\eta P_{ij-1}^{ks},\quad i=\overline{n_{ks},1},\ s\in I_k^+,k\in I.\end{cases} \tag{28}$$

və ya

$$\begin{cases}P_{i+1j}^{ks}=P_{ij}^{ks}-\lambda^{ks}Q_{ij}^{ks}+\mu Q_{ij-1}^{ks},\\ Q_{i+1j}^{ks}=Q_{ij}^{ks}-\eta P_{ij}^{ks}+\eta P_{ij-1}^{ks},\qquad i=\overline{0,n_{ks}-1},\quad s\in I_k^+,\quad k\in I.\end{cases} \tag{29}$$

(23)-(27) şərtlərini sol ucdan sağ uca qovmaq üçün hər j-cu zaman layında (k,s)-ci sahə üçün sağ qovma düsturları adlandırılan

$$P_{0j}^{ks}=R(P_{n_{ks}j}^{ks},Q_{n_{ks}j}^{ks}),\quad Q_{0j}^{ks}=G(P_{n_{ks}j}^{ks},Q_{n_{ks}j}^{ks}),\ (k,s)\in J \tag{30}$$

funksional asılılıqlar, şərtləri sağ ucdan sola qovmaq üçün isə sol qovma düsturları adlandırılan

$$P_{n_{ks}j}^{ks}=R(P_{0j}^{ks},Q_{0j}^{ks}),\quad Q_{n_{ks}j}^{ks}=G(P_{0j}^{ks},Q_{0j}^{ks}),\quad (k,s)\in J\,. \tag{31}$$

kimi funksional asılılıqlar quraq. Bu məqsədlə sağ qovma üçün asılılıqları aşağıdakı şəkildə quraq:

$$
\begin{aligned}
P_{0j} &= \alpha_i^p P_{ij} + \beta_i^p Q_{ij} + \theta_i^p, \\
Q_{0j} &= \alpha_i^q Q_{ij} + \beta_i^q P_{ij} + \theta_i^q,
\end{aligned} \qquad i = \overline{1,n} \tag{32}
$$

burada $\alpha_i^p,\ \beta_i^p,\ \theta_i^p,\ \ \alpha_i^q,\ \beta_i^q,\ \theta_i^q -$ aşağıdakı rekurent münasibətləri ödəyən qovma əmsallarıdır:

$$
\begin{cases}
\alpha_p^{ks(r+1)} = \alpha_p^{ks(r)} + \eta\beta_p^{ks(r)}, & \alpha_p^{ks(1)} = 1, \\
\beta_p^{ks(r+1)} = \alpha_p^{ks(r)}\lambda^{ks} + \beta_p^{ks(r)}, & \beta_p^{ks(1)} = \lambda^{ks}, \\
\theta_p^{ks(r+1)} = \theta_p^{ks(r)} - \alpha_p^{ks(r)}\mu Q_{r+1\,j-1}^{ks} - \beta_p^{ks(r)}\eta P_{r+1\,j-1}^{ks}, & \theta_p^{ks(1)} = -\mu Q_{1j-1}^{ks},
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\alpha_q^{ks(r+1)} = \alpha_q^{ks(r)} + \lambda^{ks}\beta_q^{ks(r)}, & \alpha_q^{ks(1)} = 1, \\
\beta_q^{ks(r+1)} = \beta_q^{ks(r)} + \eta\alpha_q^{ks(r)}, & \beta_q^{ks(1)} = \eta, \\
\theta_q^{ks(r+1)} = \theta_q^{ks(r)} - \alpha_q^{ks(r)}\eta P_{r+1\,j-1}^{ks} - \beta_q^{ks(r)}\mu Q_{r+1\,j-1}^{ks}, & \theta_q^{ks(1)} = -\eta P_{1j-1}^{ks},
\end{cases} \tag{33}
$$

$r = \overline{1, n_{ks} - 1},\ s \in I_k^+, k \in I.$

Nəticədə (32) düsturlarına əsasən sağ qovma üçün $r = n_{ks}$ olduqda aşağıdakı ifadələr alınır:

$$
\begin{aligned}
P_{0j}^{ks} &= \alpha_p^{ks(n_{ks})} P_{n_{ks}j}^{ks} + \beta_p^{ks(n_{ks})} Q_{n_{ks}j}^{ks} + \theta_p^{ks(n_{ks})}, \\
Q_{0j}^{ks} &= \alpha_q^{ks(n_{ks})} Q_{n_{ks}j}^{ks} + \beta_q^{ks(n_{ks})} P_{n_{ks}j}^{ks} + \theta_q^{ks(n_{ks})},
\end{aligned} \tag{34}
$$

(32), (33), (34) düsturlarına analoji olaraq sol qovma halı üçün də düsturlar qurulur. (34) düsturlarında axtarılan funksiyaların (k,s)-ci sahənin sol ucundakı qiymətləri onların sağ ucdakı qiymətləri ilə ifadə olunub. Bütün $(k,s) \in J$ sahələri üçün bir tərəfə sağa (və ya sola) qovma əməliyyatını həyata keçirərək, (34)-də alınmış ifadələri (23)-(26)-də yerinə yazsaq, bütün sahələr üçün $2M$ sayda şərti yalnız $(0, l^{ks}), (k,s) \in J$ intervallarının bir ucunda sol ucunda (və ya sağ ucunda) alarıq:

$$
\begin{aligned}
&\alpha_q^{ks(0)} Q_{0j}^{ks} + \beta_q^{ks(0)} P_{0j}^{ks} + \theta_q^{ks(0)} = \tilde{Q}_s(t_j), \quad s \in I_k^+, \quad k \in I_q^f, \\
&\alpha_p^{ks(0)} P_{0j}^{ks} + \beta_p^{ks(0)} Q_{0j}^{ks} + \theta_p^{ks(0)} = \tilde{P}_s(t_j), \quad s \in I_k^+, \quad k \in I_p^f,
\end{aligned}
$$

$$\alpha_p^{\widehat{k}k(0)} P_{0j}^{\widehat{k}k} + \beta_p^{\widehat{k}k(0)} Q_{0j}^{\widehat{k}k} + \theta_p^{\widehat{k}k(0)} = P_{0j}^{k\breve{k}}, \quad \forall \widehat{k} \in I_k^+, \ \breve{k} \in I_k^-, \quad k \in I,$$

$$\sum_{s\in I_k^+} \alpha_q^{ks(0)} Q_{0j}^{sk} + \beta_q^{ks(0)} P_{0j}^{ks} + \theta_q^{ks(0)} - \sum_{s\in I_k^-} Q_{0j}^{ks} = \tilde{q}_k(t_j), \qquad k \in I.$$

Bu şərtləri kompakt formada aşağıdakı $2M$ tərtibli xətti cəbri tənliklər sistemi şəklində yazmaq olar:

$$AX = B, \tag{35}$$

burada $X = (x_1,...,x_{2M})^*$ (sol qovma üçün: $x_s = P_{n_{r_s}}^{r_s}, s = 1,..,M$, $x_s = Q_{n_{r_s}}^{r_s}$, $s = M+1,..,2M$ və ya sağ qovma üçün: $x_s = P_{0r_s}^{r_s}$, $s = 1,..,M$, $x_s = Q_{0r_s}^{r_s}$, $s = M+1,..,2M$), $A-$ $2M \times 2M$ ölçülü matris, $B-$ $2M$ ölçülü vektordur. (35) sistemini hər hansı bir ədədi üsulla həll edərək uyğun $(0,l^{ks}),\ (ks)\in J$ intervallarının (sahələrinin) sağ (və ya sol) uclarında təzyiq və sərfiyyatın qiymətləri tapılır. Beləliklə, ayrılmamış sərhəd şərtli (22)-(26) məsələsi bütün şərtləri bir ucda verilmiş məsələyə gətirilir, sonuncunun həlli üçün isə (32) düsturlarından istifadə etməklə $(0,l^{ks}),\ (ks)\in J$ intervallarının bütün nöqtələrində təzyiq və sərfiyyatın qiymətlərini təyin etmək olar.

3.5 paraqrafında konkret boru-kəməri şəbəkəsi üçün mayenin hərəkət rejiminin ədədi hesablanma sxeminin təsviri verilmişdir.

3.5 paraqrafında təklif edilən yanaşmaların tətbiqi ilə model məsələlərin həlli üzərində ədədi eksperimentlər aparılmış, alınan nəticələrin analizi verilmişdir.

Dördüncü fəsil, 3 paraqrafdan ibarət olmaqla mürəkkəb hidravlik şəbəkələrdə keçid proseslərinin optimal idarə edilməsi məsələlərinin ədədi həllinə həsr olunmuşdur.

4.1 paraqrafında mürəkkəb strukturlu şəbəkələrdə keçid proseslərinin optimal idarəedilməsi məsələsinin qoyuluşu tədqiq edilir. Məsələ sərhəd şərtləri (sahələrin başlanğıc və ya sonunda quraşdırılmış nasos stansiyaları) ilə idarə edərək və verilmiş meyarı optimallaşdıraraq şəbəkənin sahələrində hərəkət rejimlərini başlanğıc stasionar vəziyyətdən tələb olunan son stasionar vəziyyətə keçirməkdən ibarətdir.

Boru-kəmərləri şəbəkəsində keçid proseslərinin idarə edilməsi üçün meyar olaraq müxtəlif göstəricilər çıxış edə bilər. İşdə iki göstəricinin cəmi meyar kimi qəbul edilmişdir: keçid prosesinin davam etmə müddəti (teztəsir) və vəziyyət funksiyalarının qiymətləri ilə əvvəlcədən verilmiş rejimlər arasında fərqin inteqral qiyməti:

$$J(\upsilon,T) = T + r_1 \sum_{k\in I} \sum_{s\in I_k^+} \int_0^{l^{ks}} (Q^{ks}(x,T;\upsilon) - Q_T^{*ks})^2 dx +$$

$$+ r_2 \sum_{k\in I} \sum_{s\in I_k^+} \int_0^{l^{ks}} (P^{ks}(x,T;\upsilon) - P_T^{*ks}(x))^2 dx.$$

burada r_1, r_2 –verilmiş çəki (cərimə) əmsallarıdır, qiymətləri qərarlaşma şərtlərinin alınmasının tələb olunan dəqiqliyi ilə təyin olunur.

4.2 paraqrafında **s**ərhəd şərtləri ilə idarə etməklə və idarəetmələr üzərinə qoyulmuş məhdudiyyət şərtləri daxilində keçid proseslərinin idarə edilməsinin optimal teztəsir məsələsinə baxılır. Baxılan məsələnin həlli üçün iki yanaşma tətbiq olunur. Birinci yanaşmaya əsasən iki səviyyəli optimallaşdırma istifadə edilir: yuxarı səviyyədə keçid prosesinin həyata keçirilməsi üçün T^{opt} optimal vaxtının təyini üçün birölçülü minimallaşdırma üsullarından hər hansı biri tətbiq olunur, aşağı səviyyədə isə T-nin verilmiş cari qiymətlərində

$$J_T^{opt} = J(\upsilon_T^{opt}, T) = \min_{\upsilon} J(\upsilon, T)$$

təyini üçün fiksə olunmuş zamanda paylanmış parametrli sistem üçün optimal idarəetmə məsələsi həll olunur. İkinci yanaşmaya əsasən T zamanına idarəetmə parametri kimi baxılır və ona nəzərən funksionalın törəməsi tapılır, sonra T və $\upsilon(t)$-nin birgə optimallaşdırılması üçün qradiyent proseduru tətbiq olunur.

Bu məsələlərin ədədi həlli üçün hesablama düsturları, alqoritmləri və onların tətbiqi ilə bağlı təlimatlar verilir.

4.3 paraqrafında 4.2 paraqrafında alınmış düsturların tətbiqi ilə model məsələlərin həlli timsalında aparılmış ədədi eksperimentlərin nəticələri və alınmış ədədi nəticələrin analizi verilmişdir.

Beşinci fəsil, 7 paraqrafdan ibarət olmaqla, boru-kəmərləri şəbəkəsində mayenin sızma yerlərinin lokallaşdırılması ilə bağlı tərs məsələlərin qoyuluşu və ədədi həllinə həsr edilmişdir.

5.1 paraqrafında boru-kəmərlərində sızmaların tapılması üçün mövcud tədqiqatların, tətbiq olunan üsulların, vasitələrin və metodların analizi aparılmışdır.

5.2 paraqrafında mayenin qeyri-stasionar hərəkət rejimi zamanı boru-kəmərinin xətti hissəsində xammalın sızma yerinin və həcminin təyini məsələsinin qoyuluşu tədqiq olunur. İdentifikasiya məsələsinə optimal idaəetmə məsələləri sinfi çərçivəsində baxılır.

5.3 paraqrafında 5.2 paraqrafında tədqiq olunan uyğun məsələnin funksionalının qradiyenti üçün analitik düsturlar alınıb. Bu düsturlar məsələnin həlli üçün optimallaşdırmanın birinci tərtib ədədi üsullarından istifadə etməyə imkan verir.

5.4 paraqrafında model məsələlərin həlli timsalında 5.2. paraqrafında alınmış düsturların tətbiqi ilə ədədi eksperimentlər aparılmış və alınmış nəticələrin analizi verilmişdir.

5.5 paraqrafında mürəkkəb halqavari strukturlu hidravlik şəbəkədə bir tərs məsələnin qoyuluşu tədqiq olunur. Məsələ mayenin qeyri-stasonar hərəkət rejimləri üzərində boru-kəmərinin hansısa nöqtələrində əlavə müşahidələrin nəticələrinə əsasən xammalın sızma yerinin və həcminin təyinindən ibarətdir. Baxılan məsələnin xüsusiyyətləri ondan ibarətdir ki, baxılan məsələdə klassik başlanğıc şərtlər yoxdur və sərhəd şərtləri boru-kəmərlərinin bir-birilə birləşən hissələrinin uclarında prosesin vəziyyətləri arasında ayrılmamış şəkildə verilir.

Tutaq ki, şəbəkənin (k_{i_s}, k_{j_s})-ci sahəsinin $\xi^{k_{i_s},k_{j_s}} \in (0; l^{k_{i_s},k_{j_s}})$ nöqtəsində xammalın sızması baş verib və sızmanın həcmi $q^{k_{i_s},k_{j_s}}(t)$

funksaiyası ilə təyin olunur. Şəbəkədə Z sayda olan bu cür sahələrin çoxluğunu $J^{loss} = \{(k_{i_1}, k_{j_1}),..., (k_{i_Z}, k_{j_Z})\} \subset J$ ilə işarə edək.

Neft kəmərinin (k,s)-ci xətti hissəsində sabit ρ sıxlığına malik mayenin laminar rejimdə qeyri-stasionar izotermik hərəkət prosesi aşağıdakı iki xətti hiperbolik tip diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir oluna bilər:

$$-\frac{\partial P^{ks}(x,t)}{\partial x} = \frac{\rho}{S^{ks}} \frac{\partial Q^{ks}(x,t)}{\partial t} + 2a^{ks} \frac{\rho}{S^{ks}} Q^{ks}(x,t),$$

$$-\frac{\partial P^{ks}(x,t)}{\partial t} = \begin{cases} c^2 \dfrac{\rho}{S^{ks}} \left(\dfrac{\partial Q^{ks}(x,t)}{\partial x} + q^{ks}(t)\delta(x-\xi^{ks})\right), & x \in (0,l^{ks}), \ (k,s) \in J^{loss}, \\ c^2 \dfrac{\rho}{S^{ks}} \dfrac{\partial Q^{ks}(x,t)}{\partial x}, & x \in (0,l^{ks}), \quad (k,s) \notin J^{loss}. \end{cases} \quad (36)$$

2-ci fəsildə qeyd edildiyi kimi əgər (36) prosesi uzun müddət fəaliyyət göstərərsə onda (36) altsistemlərinin birinci tənliyindəki ikinci toplananla təyin olunan müqavimətə əsasən başlanğıc şərtlərin qiymətlərinin boru-kəmərində xammalın hərəkət rejiminə təsiri zaman keçdikcə zəifləyir. Buna görə də prosesi uzun müddət ərzində izlədikdə elə τ, $\tau > t_0$ var ki, $t > \tau$ olduqda hərəkət rejiminə $[\tau, T]$ zaman intervalında yalnız sərhəd şərtlərinin qiymətləri əhəmiyyətli dərəcədə təsir edir və buradakı τ kəmiyyəti mayenin parametrləri və boru-kəmərləri şəbəkəsinin həndəsi ölçüləri ilə təyin olunur.

Buna görə də hesab edəcəyik ki, başlanğıc t_0 zaman anında (36) prosesi üçün başlanğıc şərtlər dəqiq məlum deyil, lakin başlanğıc rejimlərin mümkün qiymətlərinin müəyyən çoxluqları verilib və bu çoxluqlar baxılan halda sahələr üzrə qəraralaşmış hərəkət rejimləri zamanı sərfiyyatın mümkün qiymətləri ilə təyin olunan $D \subset R^{M+n}$ parametrik çoxluqları ilə təyin olunur:

$$\begin{aligned} \hat{Q}^{ks}_{\gamma}(x) &= Q^{ks}(x,t_0;\gamma) = \gamma^{ks}_q = const, \\ \hat{P}^{ks}_{\gamma}(x) &= P^{ks}(x,t_0;\gamma) = \gamma^{ks}_p - 2ax\gamma^{ks}_q, \end{aligned} \quad x \in (0,l^{ks}), \ \ (k,s) \in J, \ (37)$$

$$\gamma = (\gamma_p, \gamma_q) = (\gamma_p^{ks}, \gamma_q^{ks})_{\substack{ks \in J \\ k \in I}} \in D \subset R^{M+n}.$$

Burada $\gamma_q^{ks} -$ (k,s)-ci sahədə sərfiyyatın mümkün qiymətləridir $(k,s) \in J$, $\gamma_p^{ks} -$ $k \in I$ təpələrində təzyiqin mümkün qiymətləridir. Qərarlaşmış hərəkət rejimləri üçün vektor şəklində $\mu_{\mathrm{D}}(\gamma)$ uyğun sıxlıq funksiyaları verilib.

Mümkün başlanğıc vəziyyətlər çoxluğu həm onların qiymətlər çoxluğu, həm də parametrik şəkildə verilmiş funksiyalar çoxluğu ilə təyin oluna bilər:

$$\begin{matrix} \{\hat{Q}_{\gamma_1}^{ks}(x), \hat{Q}_{\gamma_2}^{ks}(x), ..., \hat{Q}_{\gamma_N}^{ks}(x)\}, \\ \{\hat{P}_{\gamma_1}^{ks}(x), \hat{P}_{\gamma_2}^{ks}(x), ..., \hat{P}_{\gamma_N}^{ks}(x)\}, \end{matrix} \quad x \in (0, l^{ks}), \ (k,s) \in J,$$

Məsələdən asılı olaraq identifikasiya olunan funksiya və parametrlər üzərində aşağıdakı məhdudiyyətlər mövcuddur:

$$0 \le \xi^{ks} \le l^{ks}, \ \underline{q} \le q^{ks}(t) \le \overline{q}, \quad t \in [t_0, T], \ (k,s) \in J^{loss}, \tag{38}$$

$(\xi^{ks}, q^{ks}(t)), \ (k,s) \in J^{loss}$ naməlum sızma yerlərinin və həcminin təyin edilməsi üçün hesab edəcəyik ki, şəbəkənin müəyyən müxtəlif nöqtələrində təzyiq və/ və ya sərfiyyat üzərində müşahidə nəticələri mövcuddur. Bu nöqtələrin sayı identifikasiya edilən parametrlərin sayı $2Z$ –dən çox olmalıdır. Tutaq ki, əlavə ölçmə nöqtələri yenə də boru-kəmərləri şəbəkəsinin giriş və çıxış təpələridir, yəni I^f çoxluğundandır və əgər (25), (26) şərtlərində I_p^f çoxluğundan olan təpələr üçün təzyiqə görə ölçmələr, I_q^f-dən olan təpələr üçün isə sərfiyyata görə ölçmələr istifadə edilibsə, onda əlavə informasiya I_q^f çoxluğunun müəyyən I_{qp}^f altçoxluğundan olan təpələrdə təzyiqin ölçmələrinin nəticələri olacaq, yəni $I_{qp}^f \subset I_q^f$. Eyni qayda ilə I_p^f

çoxluğunun müəyyən I_{pq}^{f} altçoxluğundan olan təpələrdə sərfiyyatın ölçülərinin nəticələri olacaq, yəni $I_{pq}^{f} \subset I_{p}^{f}$:

$$\begin{cases} P^{ns}(0,t) = P_{mes}^{n}(t), \quad s \in I_n^+,\ I_n^- = \varnothing \ olduqda, \\ P^{sn}(l^{sn},t) = P_{mes}^{n}(t),\ s \in I_n^-,\ I_n^+ = \varnothing \ olduqda, \end{cases} \quad n \in I_{qp}^{f} \subset I_{q}^{f}, \quad (39)$$

$$\begin{cases} Q^{ms}(0,t) = Q_{mes}^{m}(t), \quad s \in I_m^+,\ I_m^- = \varnothing \ \ olduqda, \\ Q^{sm}(l^{sm},t) = Q_{mes}^{m}(t),\ s \in I_m^-,\ I_m^+ = \varnothing \ \ olduqda, \end{cases} \quad m \in I_{pq}^{f} \subset I_{p}^{f}. \quad (40)$$

5.6 paraqrafında 5.5 paraqrafında mürəkkəb halqavari strukturlu hidravlik şəbəkədə qoyulmuş tərs məsələ qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli və ayrılmamış sərhəd şərtli parametrik optimal idarəetmə məsələsinə gətirilir.

Məsələnin məqsəd funksionalının qurulması üçün ümumiliyi pozmadan hesab edəcəyik ki, (39) şərtlərində I_{qp}^{f} və I_{q}^{f} çoxluqları üst-üstə düşür:

$$\Im(\xi,q) = \int_D \left[\Phi(\xi,q;\gamma) + \Re(\xi,q)\right]\mu_D(\gamma)d\gamma \to \min, \quad (41)$$

$$\Phi(\xi,q;\gamma) = \sum_{m \in \tilde{I}_q^f} \int_\tau^T [Q^m(t;\xi,q(t),\gamma) - Q_{mes}^m(t)]^2 dt,$$

$$\Re(\xi,q) = \varepsilon_1 \left\| q(t) - \hat{q} \right\|^2_{L_2^Z[t_0,T]} + \varepsilon_2 \left\| \xi - \hat{\xi} \right\|^2_{R^Z},$$

Burada $Q^m(t;\xi,q(t),\gamma),\ m \in \tilde{I}_q^f$ verilmiş mümkün $(\xi,q(t))$ sızma yerləri və həcmi üçün hər hansı mümkün $\hat{Q}_\gamma = \{\hat{Q}_\gamma^{ks}(x)\}_{(k,s)\in J}$, $\hat{P}_\gamma = \{\hat{P}_\gamma^{ks}(x) \in \mathrm{P}^{ks}\}_{(k,s)\in J}$ başlanğıc şərtləri daxilində sərhəd məsələsinin həlli nəticəsində müşahidə nöqtələrində sərfiyyatın hesablanmış qiymətləridir; $[\tau,T]$– prosesin izlənməsi üçün zaman intervalıdır və bu intervalda prosesin rejimləri artıq başlanğıc şərtlərdən asılı deyil; $\hat{\xi},\hat{q} \in R^m$; $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ – requlyarlaşdırma parametrləridir.

t_0 zaman anında təyin olunmuş başlanğıc şərtlər artıq $[\tau,T]$ intervalında prosesə təsir etmədiyindən başlanğıc t_0 zaman anının qiymətinin və $Q^{ks}(x,t_0;\gamma)$, $P^{ks}(x,t_0;\gamma)$, $(k,s)\in J, \gamma\in D$ başlanğıc şərtlərin qiymətlərinin bilinməsi (41) funksionalının qiymətinə prinsipial olaraq təsir etmir.

Aşağıdakı teorem isbat edilib.

Teorem 5.1. (36)-(41) məsələsində (41) funksionalının qradiyentinin $(\xi^{\bar{k}\bar{s}}, q^{\bar{k}\bar{s}}(t))$, $(\bar{k},\bar{s})\in J^{loss}$ mümkün sızma yerləri və həcminə nəzərən komponentləri aşağıdakı düsturlarla təyin olunur:

$$grad_{\xi^{\bar{k}\bar{s}}} \Im(\xi,q) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} c^2 \frac{\rho}{S^{\bar{k}\bar{s}}} \int_{t_0}^{T} q^{\bar{k}\bar{s}}(t)(\psi^{\bar{k}\bar{s}}(x,t;\gamma))'_x \,|_{x=\xi^{\bar{k}\bar{s}}} \, dt + 2\varepsilon_2(\xi^{\bar{k}\bar{s}} - \hat{\xi}^{\bar{k}\bar{s}}),$$

$$grad_{q^{\bar{k}\bar{s}}} \Im(\xi,q) = \int_{D} \left\{ c^2 \frac{\rho}{S^{\bar{k}\bar{s}}} \psi^{\bar{k}\bar{s}}(\xi^{\bar{k}\bar{s}},t;\gamma) + 2\varepsilon(q^{\bar{k}\bar{s}}(t) - \tilde{q}^{\bar{k}\bar{s}}(t)) \right\} \mu_D(\gamma) d\gamma \, .$$

burada $\psi^{ks}(x,t) = \psi^{ks}(x,t;\gamma)$, $(k,s)\in J$, funksiyaları (36), (37) düz məsələyə uyğun ayrılmamış sərhəd şərtli qoşma başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllidir.

5.7 paraqrafında model məsələlərin həlli timsalında 5.6 paraqrafında alınmış düsturların tətbiqi ilə aparılmış ədədi eksperimentlərin nəticələri və alınmış nəticələrin analizi verilmişdir.

Əlavədə sərhəd şərtləri ilə bağlı olan bir-birindən asılı olmayan altsistemlərə malik blok strukturlu diferensial tənliklər sisteminə nəzərən sərhəd məsələlərinin, optimal idarəetmə məsələlərinin ədədi həlli üçün müəllif tərəfindən yazılmış proqram təminatının əsas modullarının təsviri, strukturu və listinqi verilmişdir.

Sonda elmi məsləhətçim AMEA-nın müxbir üzvü, r.e.d., professor K.R. Ayda-zadəyə işə yetirdiyi daimi diqqətə görə öz dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

İŞİN ƏSAS NƏTİCƏLƏRİ

Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınıb.

1. Altsistemləri öz aralarında ixtiyari qaydada yalnız ayrılmamış sərhəd şərtləri ilə bağlı olan böyük ölçülü blok strukturlu xətti diferensial tənliklər sisteminin ədədi həll üsulu işlənmişdir.
2. Blokları öz aralarında yalnız başlanğıc və son dəyişənləri ilə ixtiyari qaydada bağlı olan böyük ölçülü blok strukturlu xətti diskret tənliklər sisteminin ədədi həll üsulu işlənmişdir.
3. Böyük ölçülü blok strukturlu adi diferensial tənliklər sistemi ilə optimal idarəetmə məsələsinin ədədi həlli alqoritmi təklif edilmişdir.
4. Xüsusi törəməli həm parabolik, həm də hiperbolik tip diferensial tənliklərlə təsvir olunan proseslər üçün başlanğıc şərtlərin onların vəziyyətinə təsirinin davametmə vaxtının məsələnin qoyuluşunda iştirak edən parametrlərin qiymətlərindən asılılığı öyrənilib.
5. Qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli evolyusiya prosesləri ilə optimal idarəetmə məsələlərininin qoyuluşu və ədədi həlli üçün düsturlar təklif edilmişdir.
6. Ayrılmamış sərhəd şərtli hiperbolik tip böyük ölçülü diferensial tənliklər sisteminin həlli üçün şəbəkə, düz xətlər üsulları və sərhəd şərtlərinin köçürülməsi üçün təklif edilən sxemlər əsasında ədədi üsullar işlənmişdir.
7. Qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli və ayrılmamış sərhəd şərtli hiperbolik tip böyük ölçülü diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan proseslərlə optimal idarəetmə məsələsinin qoyuluşu tədqiq olunmuş və ədədi həlli üçün düsturlar təklif edilmişdir.
8. Qeyri-dəqiq verilmiş başlanğıc şərtli və ayrılmamış sərhəd şərtli hiperbolik tip böyük ölçülü xüsusi törəməli diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan proseslər üçün mənbələrin yerlərinin və güclərinin təyini üzrə tərs məsələnin qoyuluşu, həlli üçün düsturlar və ədədi həll alqoritmi təklif edilimişdir.

9. Mürəkkəb hidravlik şəbəkələrdə keçid prosesləri ilə optimal idarəetmə məsələsinin qoyuluşu tədqiq olunmuş, onların ədədi həlli üçün düsturlar və alqoritmlər təklif edilimişdir.
10. Mürəkkəb halqavari strukturlu şəbəkədə mayenin qeyri-stasionar hərəkəti zamanı xammalın sızması olan sahələrin, bu sahələrdə onların yerlərinin və həcminin təyini üzrə tərs məsələlərin qoyuluşları verilib və ədədi həll alqoritmləri təklif edilmişdir.
11. İşdə baxılan məsələlərin həlli üçün müasir proqram texnologiyalarının istifadəsilə proqram təminatı yaradılmışdır.

İşin əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə nəşr olunub:

1. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Control of Systems with Concentrated Parameters in a Class of Special Control Functions // Automatic Control and Computer Sciences, Springer, 2009, v. 43, no 3, pp. 148-155.
2. Ашрафова Е.Р. О задаче оптимизации границы области и длительности процесса нагрева //Известия НАНА, сер. «Информатика и проблемы управления», Баку, 2010, т. XXX, № 3. с. 13-18.
3. Ashrafova Y.R., Rahimov A.B. Optimal Control For Systems On Some Classes Of Control Functions //Selected Papers of Proceedings of 24th Mini Euro Conference “Continuous Optimization and Information- Based Technologies in the Financial Sector, (MEC EurOPT), Izmir, Turkey, 2010, pp. 141-147.
4. Ашрафова Е.Р., Рагимов А.Б. Оптимизация мест размещения сосредоточенных источников и управление ими в распределенных системах / Матер. Межд. Российско-Болгарского симпозиума «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики», Нальчик-Хабез, 2010, с.42-44.
5. Ashrafova Y.R. Optimal impulsive control in distributed systems / Abstracts of The Third International Conference

“Problems of Cybernetics and Informatics”, v. III, Baku, Azerbaijan, 2010,p.112-115.
6. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Optimal control problems of sources in Distributed systems on the classes of Impulsive, Piecewise constant and Heaviside Functions // J. of Automation and Information Sciences, New York: Begel House, 2011,v.43, No 5, pp. 64-82.
7. Айда-заде К.Р., Ашрафова Е.Р. Определение мест и объема утечек углеводородного сырья в трубопроводе при нестационарном режиме / Материалы Второй межд. Российско-Казахский симпозиум «Уравнения смешанного типа, родственные проблемы анализа и информатики», Нальчик, 2011, с.16-18.
8. Ashrafova Y.R. Optimal control by boundary of a domain varying in time and by completion time of control processes / Abstracts of the IV Congress of Turkic World Mathematical Society (TWMS), Baku, Azerbaijan, 2011, p.366.
9. Айда-заде К.Р., Ашрафова Е.Р. Определение места разрыва и объема утечки в магистральном нефтепроводе при нестационарном режиме //Труды РГУ нефти и газа имени И.М.Губкина, 2012, № 2/ 267, с. 78-84.
10. Ашрафова Е.Р. Задача локализации места утечки в магистральном трубопроводе //Известия НАНА, сер. «Информатика и проблемы управления», 2012, т. 32, № 3, с.118-125.
11. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Localization of points of leakage in main oil pipelines under nonsteady state // Journal of Engineering Physics and Thermo-physics, New York: Springer, 2012, v.85, no 2, pp. 1148-1156.
12. Ashrafova Y.R. Optimal control of lumped sources in distributed-parameter systems on classes of impulse and Heaviside functions //Cybernetics and Systems analysis, New York: Springer, 2012, v.48 no 5, pp. 798-806.
13. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Problem of determination of leakages in oil pipeline networks //Selected Papers of IV

International Conference "Problems of Cybernetics and Informatics", v.4, IEEE Xplore, Baku, Azerbaijan, 2012, p.32-34.
14. Ashrafova Y.R. A problem of optimal control of the processes with unknown initial conditions //Selected papers of IV International Conference "Problems of Cybernetics and Informatics", v.4, IEEE Xplore, Baku, Azerbaijan, 2012, p.35-37.
15. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Optimal control problems without initial conditions / Proceedengs of III Internatioanl Conference «Optimization and applications», Koshta-da-Kaparika, Protuqie, 2012, p.21-24.
16. Ашрафова Е.Р., Мамедов В.М. Численное исследование состояния эволюционных процессов при незаданных начальных условиях //Известия НАНА, сер. «Информатика и проблемы управления», 2013, т. XXXIII, № 6, с. 30-38.
17. Ашрафова Е.Р. Метод расчета неустановившихся режимов транспортировки жидкости в трубопроводных сетях сложной структуры / Материалы IV межд. конф. «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики», Нальчик-Терскол, 2013, С. 59-62.
18. Ашрафова Е.Р. Исследование схем метода прямых высокого порядка точности / Тезисы Межд. конф., посв. 90-летию со дня рождения Гейдара Алиева, Азербайджан, 2013, с.255-256.
19. Ashrafova Y.R. Calculation and optimization of regimes of fluid flow in oil pipeline networks of complicated structure/ Abstracts of IV International Conference on Optimization Methods and Applications "Optimization and applications", Montenegro, 2013, pp. 29-30.
20. Ashrafova Y.R. Numerical investigation of problems of control by evolutional processes without initial conditions / Extended Abstracts of 4th Conference on Control and Optimization with

Industrial Application, Borovets, Bulgaria, COIA-2013, p.96-97.
21. Ashrafova Y.R. Optimal control by the systems of evolutional equations with unseparated boundary conditions without initial conditions / Extended Abstracts of 4th Conference on Control and Optimization with Industrial Application. Borovets, Bulgaria, COIA 2013, p.95.
22. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Optimal control of sources on some classes of functions // Optimization: A Journal of Mathematical Programming and Operations Research, England: Taylor & Francis, 2014, v.63, no 7, pp. 1135-1152.
23. Айда-заде К.Р., Ашрафова Е.Р. Численное исследование свойств решения краевых задач без начальных условий //Прикладная математика и фундаментальная информатика, Омск, 2014, №1, с. 20-23.
24. Ашрафова Е.Р. Численная схема расчета режимов течения жидкости в трубопроводных сетях сложной структуры //Известия НАНА, сер. «Информатика и проблемы управления», Баку, 2014, т. 34, №3, с. 153-163.
25. Ашрафова Е.Р. Численное решение системы независимых уравнений второго порядка при неразделенных граничных условиях //Известия НАНА, сер. «Информатика и проблемы управления», 2014, т.34, №6, с. 11-19.
26. Ашрафова Е.Р. Оптимальное управление переходными процессами в нефтепроводах сложной структуры с незаданными начальными условиями / Матер. Пятой Межд. конф. «Математика, ее приложения и математическое образование» (МПМО)2014.с.34-36.
27. Ашрафова Е.Р. Локализация мест утечек в трубопроводах сложной структуры / Третий Межд. Российско-Казахский симпозиум «Уравнения смешанного типа, родственные проблемы анализа и информатики», Россия, Нальчик, 2014, с.36-38.
28. Айда-заде К.Р., Ашрафова Е.Р. Расчет переходных режимов движения жидкости в трубопроводных сетях //Сибирский

журнал индустриальной математики, 2015, т. XVIII, № 2, с. 12-23.
29. Ашрафова Е.Р. Анализ длительности зависимости режима движения жидкости в трубопроводе от начальных режимов //Доклады Адыгской (Черкесской) Международной Академии Наук, 2015, № 2, с. 9-16.
30. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Solving Systems of Differential Equations of Block Structure with Nonseparated Boundary Conditions //Journal of Applied and Industrial Mathematics, Springer, 2015, v. 9. No 1, pp. 1-10.
31. Ashrafova E.R. Numerical investigation of the duration of the effect exerted by initial regimes on the process of liquid motion in a pipeline //Journal of Engineering Physics and Thermophysics, Springer, 2015, v.88, no 5, pp. 1-9.
32. Ashrafova Y.R. Numerical calculation of processes, described by block-diagonal system with nonseparated initial-boundary conditions between blocks / Book of Abstracts of the 5th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, Baku, Azerbaijan, COIA-2015, pp. 252-253.
33. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Localization of Leakage Points in Pipelines of Complex Structure / Abstracts of VI International Conference on Optimization Methods and Applications Optimization and applications (OPTIMA-2015), Petrovac, Montenegro, 2015, pp.24-25.
34. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Calculation of the state of a system of discrete linear processes connected by nonseparated boundary conditions // Journal of Applied and Industrial Mathematics, 2016, v. 10 no 4, pp. 1-13.
35. Ашрафова Е.Р. Нахождение мест утечек сырья в гидравлических сетьях //“Прикладная математика и фундаментальная информатика”, Омск, 2016, № 1, с. 77-81.
36. Ашрафова Е.Р. Оптимальное управление эволюционными процессами при отсутствии точной информации об их

начальных условиях //Известия НАНА, сер. «Информатика и проблемы управления», Баку, 2016, Т.36, №3, с. 24-34.

37. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Optimal control of wave process without accurate information about initial conditions / Материалы V Всероссийской науч. практ. конф. Математическое моделирование процессов и систем, г. Стерлитамак, Башкортостан, 2016, с.5-10.
38. Aida-zade K.R., Ashrafova E.R. Numerical Leak Detection in a Pipeline Network of Complex Structure with Unsteady Flow //Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2017, Vol. 57, No. 12, pp. 1919–1934.
39. Айда-заде К.Р., Ашрафова Е.Р. Исследование задач оптимального управления пучками эволюционных процессов //Информационный бюллетень Омского научно-образовательного центра ОмГТУ и ИМ СО РАН в области математики и информатики, Изд-во ОмГТУ, 2017. – Т. 1, № 1. с. 12-16.
40. Ашрафова Е.Р. Определение участков трубопровода сложной структуры, содержащих утечки сырья //Информационный бюллетень Омского научно-образовательного центра ОмГТУ и ИМ СО РАН в области математики и информатики, Изд-во ОмГТУ, 2017. – Т. 1, № 1. с. 98-101
41. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Investigation of optimal control problem without initial conditions // CEUR Workshop Proceedings (VIII Intern. Conf. on Optimization Methods and Applications (OPTIMA-2017), Petrovac, Montenegro, 2017, Vol. 1987, p. с.24-30.
42. Ашрафова Е.Р. Численный метод определения мест утечек сырья в сложных трубопроводных системах транспорта / Материалы XI Межд. Четаевской науч. конф. «Аналитическая механика, устойчивость и управление», Казань 14-18 июня 2017 г., с.25-28.
43. Ашрафова Е.Р. Поблочный перенос условий для системы дискретных процессов, связанных лишь краевыми

условиями //Прикладная математика и фундаментальная информатика, Изд-во ОмГТУ, 2018 – Т.5, № 2. с.34-42.

44. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Numerical solution of inverse problem on determination of leakage for unsteady flow in a pipeline network //IFAC PapersOnLine 51-30 (2018) pp. 21–26**.**
45. Aida-zade K.R. Ashrafova Y.R. Numerical solution to optimal control problem with the set of initial conditions / Abstracts of the 6th Intern. Conf. on Control and Optimization with Industrial Applications, Baku, (COIA-2018), July 11-13, 2018, pp.110-112.
46. Ашрафова Е.Р. Задача расчета состояния сложных дискретных процессов со связанными краевыми условиями / Материалы V межд. Науч.конф. «Нелокадьные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики» к 80-летию А.М. Нахушева, 4-7 декабря 2018 г. Нальчик, Кабардино-Балкарская Республика, с.41.
47. Ашрафова Е.Р. Решение задач оптимального управления для систем ОДУ блочной структуры с неразделенными граничными условиями между блоками /Материалы IV-ой Межд. конф. «Актуальные проблемы прикладной математики» Россия, г. Нальчик-Эльбрус, 22 – 26 мая 2018 г., с. 50.
48. Aida-zade K.R. Ashrafova Y.R. Optimal control by the system of differential equations with blocks, related by boundary conditions /Abstracts of IX Intern. Conf. on Optimization Methods and Applications (OPTIMA-2018), Petrovac, Montenegro, 2018, pp.26
49. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Numerical method for solving the problem of optimal by system ODE of a block structure /Abstracts of X Intern. Conf. on Optimization Methods and Applications (OPTIMA-2019), Petrovac, Montenegro, 2019, pp.20.
50. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Numerical solution to an inverse problem on a determination of places and capacities of

Sources in the hyperbolic systems //Journal of industrial and management optimization, 2020, V.16, No.6 pp.3011-3033.
51. Aida-zade K.R., Ashrafova Y.R. Investigation of the problem of optimal control by a system ODE of block structure with blocks connected only by boundary conditions //Optimization and Applications, Part of the Communications in Computer and Information Science book series (CCIS, volume 1145), 2020, Springer, Vol. 1145, p.367-378.

Müştərək müəlliflərlə yerinə yetirilən işlərdə müəllifin şəxsi rolu:

- [16,23,27,28,30,34] işlərində müəllif məsələnin qoyuluşunun formalaşmasının müzakirəsində iştirak etmiş, ədədi həll üsulu təklif etmiş, proqram təminatı hazırlamış və ədədi eksperimentlər aparmışdır.
- [1,3,4,6,7,9,11,12,15,22,33,37-39,41,44,45,48-51] işlərində müəllif məsələnin qoyuluşunun formalaşmasının müzakirəsində iştirak etmiş, optimallıq üçün zəruri şərtlər almış, məsələnin ədədi həll üsulunu təklif etmiş, proqram təminatı hazırlamış və ədədi eksperimentlər aparmışdır.

Dissertasiyanın müdafiəsi 26 may 2021 -ci il tarixində saat 14^{00} -da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.19 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: Az1141, Bakı şəhəri, B. Vahabzadə küç. 68.

Dissertasiya ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 23 aprel 2021-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 15.04.2021

Kağızın formatı: 60x84 1/16

Həcm: 78000

Tiraj: 30