

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

DİFERENSİAL VƏ İNTEQRAL TƏNLİKLƏRLƏ TƏSVİR OLUNAN ÇOXMƏRHƏLƏLİ OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏLƏRİNDƏ OPTİMALLIQ ŞƏRTLƏRİ

İxtisas: 1211.01 –Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Aydın Abdulla oğlu Ələkbərov**

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim
edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı - 2025

Dissertasiya işi Lənkəran Dövlət Universitetinin “Riyaziyyat və informatika” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Kamil Bayraməli oğlu Mənsimov

Rəsmi opponentlər:

Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Yaşar Topuş oğlu Mehrəliyev

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Rəşad Oqtay oğlu Məstəliyev

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Xəyalə İdris qızı Seyfullayeva



Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən
ED 2.17 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

Akademik, fizika-riyaziyyat elmləri
doktoru, professor

Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev

Dissertasiya şurasının
elmi katibi:

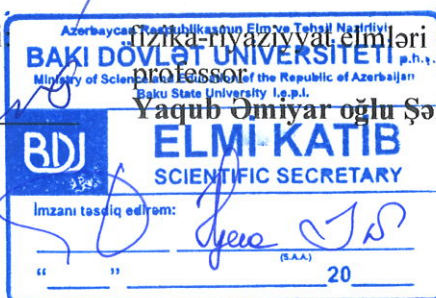
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi,
dosent

Zakir Fərman oğlu Xankişiyev

Elmi seminarın sədri

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor

Yaşar Əmiyar oğlu Şərifov



İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. İyirminci əsrin qırxıncı illərinin ortalarından başlayaraq kosmik naviqasiyanın raketodinamikanın, kimyəvi texnologiyanın, robot texnikasının inkişafı ilə əlaqədar olaraq variasiya hesabının yeni məsələləri – optimal idarəmə məsələləri adlanan məsələlər meydana gəldi. Optimal idarəetmənin riyazi nəzəriyyəsinin inkişafında görkəmli rol L.S.Pontryagin tərəfindən irəli sürülmüş optimallıq şərti-maksimum prinsipi oynadı. Məlum olduğu kimi optimal idarəetmə məsələlərinin keyfiyyət nəzəriyyəsi adi diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələləri üçün V.Q.Boltyanskiyin, R.V.Qamkrelidzenin, L.S.Pontryaginın işlərindən başlayaraq kifayət qədər tam olaraq L.T.Aşepkovun, V.Q.Boltyanskiyin, V.F.Demyanovun, A.İ.Kalininin, A.A.Milyutin və A.Y.Dubovitskinin, T.Q.Məlikovun, M.C.Mərdanovun, R.Qabasov və F.M.Kirillovanın, R.V.Qamkrelidzenin, V.V.Qoroxovikin, S.Y.Qoroxovikin, L.S.Pontryaginın, L.İ.Rozonoerin, V.A.Sroçkonun və başqalarının işlərində tədqiq edilmişdir. L.S.Pontryaginın maksimum prinsipinin onlar tərəfindən müxtəlif isbatları təklif edilmişdir.

Bu təklif olunan isbatlar içərisində L.İ.Rozonoer tərəfindən təklif edilən və artım üsulu adlanan üsul sonralar çox geniş yayıldı. L.İ.Rozonoerin işlərindən sonra artım üsulunun inkişafına və təkmilləşdirilməsinə F.P.Vasilyevin, Q.T.Əhmədov və S.S.Haxıyevin, T.Q.Məlikovun, M.C.Mərdanovun, R.Q.Qabasovun, A.İ.Yeqorovun və başqalarının işləri həsr olundu.

Sonralar optimallıq üçün zəruri şərtlər nəzəriyyəsi müxtəlif tip xüsusi törəməli tənliklərlə, integral və integro-diferensial tənliklərlə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələləri üçün bir çox alimlər tərəfindən inkişaf etdirilmişdir.

Bu sahədə Rusiya və Azərbaycan alimlərindən A.Ə.Abdullayevin, V.M.Abdullayevin, K.R.Ayda-zadənin, A.İ.Eqorovun, S.S.Haxıyevin, K.Q.Həsənovun, E.N.Mahmudovun, T.Q.Məlikovun, K.B.Mənsimovun, M.C.Mərdanovun, R.O.Məstəliyevin, H.F.Quliyevin, F.P.Vasilyevin, O.V.Vasilyevin, A.B.Rəhimovun, M.A.Sadıqovun, V.A.Sroçkonun, R.Q.Tağıyevin,

Ş.Ş.Yusubovun, M.H.Yaqubovun, Y.Ə.Şərifovun və başqalarının işləri vardır.

Praktikada bir çox mürəkkəb proseslər çoxmərhləli olurlar. Belə çoxmərhləli proseslərə pilləvari, tərkibli, bəzən də dəyişən strukturlu proseslər deyirlər. Çoxmərhləli proseslər müxtəlif zaman parçalarında və yaxud müxtəlif oblastlarda müxtəlif tənliklərlə təsvir olunurlar və bir-birlərindən asılı olmayan idarəedicilər vasitəsi ilə idarə olunurlar. Bir çox işlərdə adi diferensial tənliklərlə və yaxud fərq tənliklər sistemi ilə təsvir olunan çoxmərhləli proseslərdə müxtəlif optimallıq şərtləri alınmışdır. Onlara misal olaraq N.M.Avalişvilinin, A.A.Lempertin, K.B.Mənsimovun, Ş.F.Məhərrəmovun, M.S.Nikolskinin, V.N.Rozovanın, T.A.Tadumadzenin, Q.L.Xaratişvilinin, Q.K.Zaxarovun və başqalarının işlərini göstərmək olar.

Lakin indiyə qədər integral və diferensial tənliklər sisteminin küllüsü ilə təsvir olunan çoxmərhləli proseslər üçün qoyulmuş optimal idarəetmə məsələləri tədqiq edilməmişdir. Buna görə müxtəlif zaman parçalarında Volterra tip integral və adi diferensial tənliklər sistemləri ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələlərində optimallıq şərtlərinin alınmasına həsr olunmuş dissertasiya işinin mövzusunun aktual hesab etmək olar.

Tədqiqatın obyektı və predmeti.

Dissertasiya işinin obyektı adi diferensial və integral tənliklər sisteminin küllüsü ilə təsvir olunan çoxmərhləli (pilləvari, dəyişən strukturlu) optimal idarəetmə məsələləridir.

Dissertasiya işinin predmeti isə baxılan optimal idarəetmə məsələlərində optimallıq şərtlərinin alınmasından ibarətdir.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. İşin məqsədi artım üsulunun bir təkmilləşdirilmiş variantının köməyi ilə yeni artım düsturlarını qurmaq, onları tədqiq edərək diferensial və Volterra tipli integral tənliklər sisteminin küllüsü ilə təsvir olunan dəyişən strukturlu (iki mərhləli, pilləvari) optimal idarəetmə məsələlərində xətti halda Pontryaginın maksimum prinsipi formasında optimallıq üçün zəruri və kafi şərtlər almaq, keyfiyyət meyarı qeyri-xətti olduqda optimallıq üçün maksimum prinsipi, xətiləşdirilmiş maksimum prinsipi və

Eyler tənliyinin analoqu formasında birinci tərtib zəruri şərtlər almaq və onların cırlaşdığı halları tədqiq etməkdir.

Analoji məsələlərin qeyri-xətti halda tədqiqi nəzərdə tutulmuşdur.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində toplanmış parametrlı optimal idarəetmənin keyfiyyət nəzəriyyəsinin və klassik variasiya hesabının üsulları, adi diferensial və Volterra tipli inteqral tənliklərin keyfiyyət nəzəriyyəsinin üsulları istifadə edilir.

Dissertasiyanın müdafiəyə çıxarılan əsas müddəaları.

- Diferensial və Volterra tipli inteqral tənliklər sisteminin küllüsü ilə təsvir olunan bəzi optimal idarəetmə məsələlərində optimallıq üçün müxtəlif zəruri şərtlərin alınması;
- Bəzi məhdudiyyətlər daxilində optimallıq üçün birinci tərtib zəruri şərtlərin cırlaşdığı halların tədqiqi;
- Optimallıq üçün konstruktiv yoxlanıla bilən ikinci tərtib zəruri şərtlərin alınması;
- Baxılan optimal idarəetmə məsələlərində Pontryaginın maksimum prinsipi, xəttiləşdirilmiş maksimum prinsipi və Eyler tənliyi şəklində optimallıq üçün zəruri şərtlər isbat olunmuşdur;
- Xəttiləşdirilmiş maksimum şərtinin cırlaşdığı halda (kvaziməxsusi hal) kvaziməxsusi idarələrin optimallığı üçün nöqtəvi və inteqral tipli zəruri şərtlər isbat edilmişdir.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Baxılan optimal idarəetmə məsələlərinin qoyuluşları və alınmış optimallıq şərtlərinin hamısı yenidir.

İşin nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınmış nəticələr yenidirlər və nəzəri əhəmiyyət daşıyırlar. Alınmış optimallıq şərtləri baxılan məsələlərdə onların həlli üçün ədədi alqoritmlərin işlənməsində istifadə edilə bilər. Bu zaman ardıcıl yaxınlaşmalar üsulu, onların təkmilləşdirilmiş variantları, qradientlər üsulu tətbiq edilə bilər.

İşin aprobasiyası və onun tətbiqi. Dissertasiya işinin əsas nəticələri Lənkəran Dövlət Universitetinin “Riyaziyyat və informatika” kafedrasının seminarlarında, Bakı Dövlət Universitetinin “Riyazi kibernetika” kafedrasının seminarlarında, bir çox beynəlxalq konfranslarda(междун. симпозиум, посвященного

100 летию математического образования в Восточной Сибири. Иркутск, ИГУ, 2019, Dinamik sistemlər: dayanıqlıq, idarəetmə, optimallaşdırma adlı Beynəlxalq konfrans, Minsk, BDU, 2018, Dinamik sistemlər və kompüter elmləri: nəzəriyyə və təcrübə adlı Beynəlxalq konfrans, İrkutsk, 2021) məruzə və müzakirə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhfəsi və onun nəşrləri. Alınmış bütün nəticələr və onların tədqiqat üsulları müəllifə məxsusdur.

Nəşrlər.

İddiacının Azərbaycan Respublikası Prezidenti yanında AAK-ın tövsiyyə etdiyi jurnallarda 7(yeddi) məqaləsi və 3(üç) beynəlxalq konfrans materialı çap olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Lənkəran Dövlət Universitetinin “Riyaziyyat və informatika” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya titul səhifəsindən, mündəricatdan, girişdən, üç fəsildən, nəticədən və istifadə olunmuş 60 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla ümumi həcmi 238668 işarədir (titul səhifəsi 394 işarə, mündəricat 4929 işarə, giriş 37345 işarə, birinci fəsil 42000 işarə, ikinci fəsil 96000 işarə, üçüncü fəsil 58000 işarə).

DİSSERTASIYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, üç fəsil, nəticə və istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

İşin giriş hissəsində mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi haqqında məlumat verilir, dissertasiya işinin mövzusuna yaxın işlərin qısa icmalı verilir və onun əsas nəticələri şərh olunur.

Dissertasiyanın birinci fəsli üç paragrafdan ibarətdir.

1.1 paragrafında xətti inteqral və diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan bir iki mərhələli (dəyişən strukturlu) optimal idarəetmə məsələsinə baxılır.

Tutaq ki, idarə olunan kəsilməz proses $T = [t_0, t_1] \cup [t_1, t_2]$ ($T_1 = [t_0, t_1]$, $T_2 = [t_1, t_2]$) qeyd olunmuş zaman parçasında uyğun olaraq

$$\dot{x} = A(t)x(t) + f(t, u_1), \quad t \in T_1, \quad (1)$$

$$x(t_0) = x_0, \quad (2)$$

$$y(t) = \int_{t_1}^t (B(t, \tau)y(\tau) + g(t, \tau, u_2(\tau)))d\tau + Gx(t_1), \quad t \in T_2 \quad (3)$$

adi diferensial və Volterra tip integral tənliklər sistemləri ilə təsvir olunur. Burada x_0 -verilmiş n -ölçülü sabit vektor, G -verilmiş $(n \times m)$ -ölçülü sabit matris, $A(t)$ -verilmiş $(n \times n)$ -ölçülü kəsilməz matris funksiya, $f(t, u_1)$ verilmiş n -ölçülü, arqumentlərinin küllüsünə nəzərən kəsilməz vektor-funksiya, $B(t, \tau)$ -verilmiş arqumentlərinin küllüsünə nəzərən kəsilməz $(m \times m)$ -ölçülü kəsilməz matris funksiya, $g(t, \tau, u_2)$ -verilmiş, arqumentlərinin küllüsünə nəzərən kəsilməz, m -ölçülü vektor-funksiya, U_1 və U_2 verilmiş, boş olmayan məhdud çoxluqlar, $u_1(t)$ və $u_2(t)$ sonlu sayda birinci növ kəsilmə nöqtələrinə malik uyğun olaraq r və q -ölçülü idarəedici vektor-funksiyalar olub, öz qiymətlərini verilmiş boş olmayan və məhdud U_1 və U_2 çoxluqlarından alır, yəni

$$u_1(t) \in U_1 \subset R^r, \quad t \in T_1, \quad (4)$$

$$u_2(t) \in U_2 \subset R^q, \quad t \in T_2.$$

Bu şərtləri ödəyən hər bir $(u_1(t), u_2(t))$ cütünə mümkün idarə deyəcəyik.

Fərz olunur ki, verilmiş hər bir $(u_1(t), u_2(t))$ mümkün idarəsinə (1)-(2) Koşi məsələsinin yeganə hissə-hissə hamar $x(t)$ həlli, (3) integral tənliklər sisteminin isə yeganə kəsilməz $y(t)$ həlli cavab verir.

İndi (1)-(3) məsələsinin bütün mümkün idarələrə uyğun həlləri üzərində

$$J(u_1, u_2) = c'x(t_1) + d'y(t_2) \quad (5)$$

terminal tipli funksionalı təyin edək. Burada c və d verilmiş, uyğun olaraq n və m -ölçülü sabit vektorlardır, ştrix isə transponirə işarəsidir.

Bu (5) funksionalının (1)-(4) məhdudiyyətləri daxilində minimumunun tapılması məsələsinə baxaq.

(5) funksionalına (1)-(4) məhdudiyyətləri daxilində minimum verən $(u_1(t), u_2(t))$ mümkün idarəsinə optimal idarə deyəcəyik.

Baxılan məsələdə optimallıq üçün zəruri və kafi şərt isbat edilmişdir.

Tutaq ki, $(u_1(t), u_2(t))$ qeyd olunmuş mümkün idarə, $\psi(t)$ və $p(t)$ isə uyğun olaraq n və m -ölçülü vektor-funksiyalar olub

$$\dot{\psi}(t) = -A'(t)\psi(t), \quad t \in T_1,$$

$$\psi(t_1) = -c + \int_{t_1}^{t_2} G'p(t)dt - G'd, \quad t \in T_2,$$

$$p(t) = \int_t^{t_2} B'(\tau, t)p(\tau)d\tau - B'(t_2, t)d$$

məsələlərinin həlləridirlər.

İndi

$$H(t, u_1(t), \psi(t)) = \psi'(t)f(t, u_1(t)),$$

$$M(t, u_2(t), p(t)) = -d'g(t_2, t, u_2(t)) + \int_t^{t_2} p'(\tau)g(\tau, t, u_2(t))d\tau$$

şəklində Hamilton-Pontryagin funksiyalarını daxil edək.

Aşağıdakı hökm isbat edilmişdir.

Teorem 1. Baxılan (1)-(5) məsələsində $(u_1(t), u_2(t))$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri və kafi şərt

$$\max_{\nu_1 \in U_1} H(\theta, \nu_1, \psi(\theta)) = H(\theta, u_1(\theta), \psi(\theta)), \quad \theta \in [t_0, t_1),$$

$$\max_{\nu_2 \in U_2} M(\theta, \nu_2, p(\theta)) = M(\theta, u_2(\theta), p(\theta)), \quad \theta \in [t_1, t_2)$$

münasibətlərinin ödənməsidir.

Burada $\theta \in [t_0, t_1)$ və $\theta \in [t_1, t_2)$ $u_1(t)$ və $u_2(t)$ mümkün idarələrinin uyğun olaraq kəsilməzlik nöqtələridir.

Paraqrafın ikinci hissəsində keyfiyyət meyarının

$$J(u_1, u_2) = \varphi_1(x(t_1)) + \varphi_2(y(t_2)) \quad (6)$$

şəkildə olduğu hal tədqiq edilir.

Burada $\varphi_1(x)$ və $\varphi_2(y)$ verilmiş, kəsilməz diferensiallanan və qabarıq funksiyalardır.

Artım üsulunun köməyi ilə (1)-(4), (6) məsələsində optimallıq üçün Pontryaginın maksimum prinsipi şəklində kafi şərt isbat edilmişdir.

İkinci paraqrafda (1)-(4) məhdudiyyətləri daxilində

$$J(u_1, u_2) = \sum_{i=1}^k [c'_i x(\theta_i) + d'_i y(\xi_i)] \quad (7)$$

çoxnöqtəli funksionalın minimumunun tapılması məsələsinə baxılır.

Burada $\theta_i \in [t_0, t_1)$, $i = \overline{1, k}$ ($t_0 < \theta_1 < \dots < \theta_k \leq t_1$), $\xi_i \in [t_1, t_2)$, $i = \overline{1, k}$ ($t_1 < \xi_1 < \dots < \xi_k \leq t_2$) verilmiş nöqtələrdir.

Bu (1)-(4), (7) məsələsində funksionalın artım düsturu qurulmuş və optimallıq üçün maksimum prinsipi formasında zəruri və kafi şərt isbat edilmişdir.

Üçüncü paraqrafda

$$\dot{x} = A(t)x(t) + f(t, u(t)), \quad t \in T_1,$$

$$x(t_0) = x_0,$$

$$y(t) = \int_{t_1}^t (B(t, \tau)y(\tau) + g(t, \tau, v(\tau)))d\tau + Gx(t_1), \quad t \in T_2,$$

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t \in T_1,$$

$$v(t) \in V \subset R^q, \quad t \in T_2,$$

$$\Phi(u, v) = \varphi_1(x(t_1)) + \varphi_2(y(t_2)) \rightarrow \min$$

məsələsinə baxılır.

Fərz olunur ki, $\varphi_1(x)$ və $\varphi_2(y)$ verilmiş iki dəfə kəsilməz diferensiallanan skalyar funksiyalardır.

Baxılan məsələdə əvvəlcə maksimum prinsipinin analoqu isbat edilmiş, sonra isə onun cırlaşdığı hal (məxsusi hal) tədqiq edilmişdir.

Fərz edək ki, $(u^0(t), v^0(t), x^0(t), y^0(t))$ baxılan optimal idarəetmə məsələsində qeyd olunmuş mümkün prosesdir.

Bu optimal idarəetmə məsələsi üçün Hamilton-Pontryagin funksiyasının analoqunu

$$H(t, u(t), \psi^0(t)) = \psi^{0'}(t) f(t, u(t)),$$

$$M(t, v(t), p^0(t)) = -\frac{\partial \varphi_2'(y^0(t_2))}{\partial y} g(t_2, t, v(t)) + \int_t^{t_2} p^{0'}(\tau) g(\tau, t, v(t)) d\tau$$

şəklində daxil edək.

Burada $\psi^0(t)$ və $p^0(t)$ n və m -ölçülü vektor-funksiyalar olub

$$\dot{\psi}^0(t) = -A'(t)\psi^0(t),$$

$$\psi^0(t_1) = -\frac{\partial \varphi_1(x^0(t_1))}{\partial x} - G' \frac{\partial \varphi_2(y^0(t_2))}{\partial y} + \int_{t_1}^{t_2} G' p^0(t) dt,$$

$$p^0(t) = -\frac{\partial \varphi_2'(y^0(t_2))}{\partial y} B(t_2, t) + \int_t^{t_2} B'(\tau, t) p^0(\tau) d\tau$$

tənliklərinin həllidirlər.

Teorem 2. Baxılan məsələdə $(u^0(t), v^0(t))$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$\max_{u \in U} H(\theta, u, \psi^0(\theta)) = H(\theta, u^0(\theta), \psi^0(\theta)),$$

$$\max_{v \in V} M(\xi, v, p^0(\xi)) = M(\xi, v^0(\xi), p^0(\xi))$$

münasibətlərinin uyğun olaraq ixtiyari $\theta \in [t_0, t_1)$ və $\xi \in [t_1, t_2)$ -lər üçün ödənmələridir.

Tərif 1. Əgər ixtiyari $\theta \in [t_0, t_1)$, $u \in U$ və $\xi \in [t_1, t_2)$, $v \in V$ üçün

$$H(\theta, u, \psi^0(\theta)) = H(\theta, u^0(\theta), \psi^0(\theta)),$$

$$M(\xi, v, p^0(\xi)) = M(\xi, v^0(\xi), p^0(\xi))$$

bərabərlikləri ödənərsə, onda $(u^0(t), v^0(t))$ mümkün idarəsinə baxılan optimal idarəetmə məsələsində Pontryaginın maksimum prinsipi mənaada məxsusi idarə deyəcəyik.

Sonra baxılan məsələdə maksimum prinsipi mənada məxsusi idarənin optimallıq şərti alınmışdır.

Disserasiya işinin ikinci fəslə üç paragrafdan ibarətdir.

Birinci paragrafda fərz olunur ki, idarə olunan proses verilmiş $T = T_1 \cup T_2$ ($T_1 = [t_0, t_1]$ $T_2 = [t_1, t_2]$) zaman parçasında

$$\dot{x} = f(t, x, u), \quad t \in T_1, \quad (8)$$

$$x(t_0) = x_0, \quad (9)$$

$$y(t) = \int_{t_1}^t g(t, s, y(s), v(s)) ds + G(x(t_1)), \quad t \in T_2 \quad (10)$$

tənliklər sistemi ilə təsvir olunur.

Burada $f(t, x, u)(g(t, s, y, v))$ -verilmiş $n(m)$ -ölçülü vektor-funksiya olub, argumentlərinin küllüsünə nəzərən $(x, u)(y, v)$ -yə görə ikinci tərtib törəməsi ilə birlikdə kəsilməzdir, x_0 -verilmiş sabit vektor, $G(x)$ -verilmiş iki dəfə kəsilməz diferensiallanan m -ölçülü vektor-funksiya, $u(t)(v(t)) - r(q)$ -ölçülü, sonlu sayda birinci növbə kəsilmə nöqtələrinə malik olan, hissə-hissə kəsilməz idarəedici vektor-funksiya olub, öz qiymətlərini boş olmayan, məhdud və açıq $U(V)$ çoxluğundan alır, yəni

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t \in T_1,$$

$$v(t) \in V \subset R^q, \quad t \in T_2 \quad (11)$$

münasibətləri ödənilir.

Fərz olunur ki, (8)-(10) məsələsinin verilmiş ixtiyari $(u(t), v(t))$ mümkün idarəsinə yeganə $(x(t), y(t))$ həlli uyğundur.

Bu (8)-(11) məhdudiyyətləri daxilində

$$J(u, v) = \varphi_1(x(t_1)) + \varphi_2(y(t_2)) \quad (12)$$

qeyri-xətti funksionalın minimumunun tapılması məsələsinə baxılır.

Burada $\varphi_1(x)$ və $\varphi_2(y)$ verilmiş iki dəfə kəsilməz diferensiallanan skalyar funksiyalardır.

Fərz edək ki, $(u^0(t), v^0(t), x^0(t), y^0(t))$ baxılan məsələdə qeyd olunmuş mümkün prosesdir və Hamilton-Pontryagin funksiyasının analoqlarını daxil edək:

$$\begin{aligned}
H(t, x(t), u(t), \psi^0(t)) &= \psi^{0'} f(t, x(t), u(t)), \\
M(t, y(t), v(t), p^0(t)) &= -\frac{\partial \varphi_2'(y^0(t_2))}{\partial y} g(t_2, t, y(t), v(t)) + \\
&+ \int_t^{t_2} p^{0'}(s) g(s, t, y(t), v(t)) ds
\end{aligned}$$

Burada $\psi^0(t)$ və $p^0(t)$ n və m ölçülü vektor-funksiyalar olub

$$\begin{aligned}
\dot{\psi}^0(t) &= -H_x(t, x^0(t), u^0(t), \psi^0(t)), \\
\psi^0(t_1) &= -\frac{\partial \varphi_1(x^0(t_1))}{\partial x} + G'_x(x^0(t_1)) \frac{\partial \varphi_2(y^0(t_2))}{\partial y} + \int_{t_1}^{t_2} G'_x(x^0(t_1)) p^0(t) dt, \\
p^0(t) &= M_y(t, y^0(t), v^0(t), p^0(t))
\end{aligned}$$

tənliklər sisteminin həllidirlər.

Baxılan məsələdə onun xüsusiyyətlərini nəzərə alan artım düsturunun vasitəsilə minimallaşdırılan funksionalın ikinci tərtib artım düsturu qurulmuş və $(u^0(t), v^0(t))$ mümkün idarəsinin xüsusi variasiyasının vasitəsi ilə keyfiyyət meyarının birinci və ikinci variasiyası hesablanmışdır. Əvvəlcə bu variasiyaların vasitəsilə qeyri-aşkar şəkildə verilmiş optimallıq üçün birinci və ikinci tərtib zəruri şərtlər verilmiş, sonra isə əvvəlcə Eyler tənliyinin analoqu şəklində birinci tərtib zəruri şərt isbat olunmuş, yəni klasik ekstremalın ödədiyi zəruri şərt isbat olunmuş, sonra isə optimal proses boyunca ikinci variasiyanın mənfi olmaması şərtindən istifadə edərək optimallıq üçün ikinci tərtib zəruri şərtlər alınmışdır.

Teorem 3. Verilmiş (8)-(12) optimal idarəetmə məsələsində $(u^0(t), v^0(t))$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$\begin{aligned}
H_u(\theta, x^0(\theta), u^0(\theta), \psi^0(\theta)) &= 0, \\
M_v(\theta, y^0(\theta), v^0(\theta), p^0(\theta)) &= 0
\end{aligned}$$

bərabərliklərinin ixtiyari $\theta \in [t_0, t_1]$ və $\theta \in [t_1, t_2]$ üçün ödənməsidir.

İkinci paraqrafda birinci paraqrafda baxılmış məsələ U və V çoxluqlarının qabarıqlığı şərti daxilində tədqiq olunur.

Əvvəlcə xəttiləşdirilmiş maksimum prinsipi formasında zəruri şərt alınmışdır.

Teorem 4. Tutaq ki, (8)-(12) optimal idarəetmə məsələsində U və V çoxluqları qabarıqdırlar. Onda $(u^0(t), v^0(t))$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$\int_{t_0}^{t_1} H'_u(t, x^0(t), u^0(t), \psi^0(t)) (u(t) - u^0(t)) dt \leq 0$$

$$\int_{t_1}^{t_2} M'_v(t, y^0(t), v^0(t), p^0(t)) (v(t) - v^0(t)) dt \leq 0$$

bərabərsizliklərinin ixtiyari $u(t) \in R^r, t \in T_1$ və $v(t) \in R^q, t \in T_2$ -lər üçün ödənmələridir.

Sonra bu integral tipli zəruri şərtlərdən nöqtəvi zəruri şərt alınmışdır.

Paraqrafın sonunda isə xəttiləşdirilmiş maksimum şərtinin cırılacağı hal öyrənilmişdir.

Tərif 2. Əgər ixtiyari mümkün $u(t)$ və $v(t)$ idarəedici vektor-funksiyaları üçün

$$\int_{t_0}^{t_1} H'_u(t, x^0(t), u^0(t), \psi^0(t)) (u(t) - u^0(t)) dt = 0,$$

$$\int_{t_1}^{t_2} M'_v(t, y^0(t), v^0(t), p^0(t)) (v(t) - v^0(t)) dt = 0$$

bərabərlikləri ödənərsə, onda deyəcəyik ki, $(u^0(t), v^0(t))$ mümkün idarəsi (8)-(12) optimal idarəetmə məsələsində kvaziməxsusi idarədir.

Sonra baxılan məsələdə kvaziməxsusi idarənin optimallığı üçün zəruri şərt isbat edilmişdir.

Üçüncü paraqrafda

$$\dot{x} = f(t, x, u), \quad t \in T_1, \quad (13)$$

$$x(t_0) = x_0, \quad (14)$$

$$y(t) = \int_{t_1}^t A(t, s) g(s, y(s), v(s)) ds + G(x(t_1)), \quad t \in T_2, \quad (15)$$

$$u(t) \in U \subset R^r, t \in T_1, \quad (16)$$

$$v(t) \in V \subset R^q, t \in T_2$$

$$J(u, v) = \varphi_1(x(t_1)) + \varphi_2(y(t_2)) \rightarrow \min \quad (17)$$

məsələsinə baxılır.

Burada $f(t, x, u)(g(s, y, v))$ verilmiş $n(m)$ -ölçülü vektor-funksiya olub, argumentlərinin küllüsünə nəzərən $(x)((y))$ -ə görə ikinci tərtib törəməsi ilə birlikdə kəsilməzdir, $G(x)$ -verilmiş iki dəfə kəsilməz diferensiallanan m -ölçülü vektor-funksiya, $A(t, s)$ -verilmiş $(m \times m)$ ölçülü kəsilməz matris funksiya, x_0 verilmiş sabit vektor, $u(t)(v(t)) - r(q)$ -ölçülü, birinci növ kəsilmə nöqtələrinə malik olan, hissə-hissə kəsilməz idarəedici vektor-funksiya, $\varphi_1(x)$ və $\varphi_2(y)$ verilmiş, iki dəfə kəsilməz diferensiallanan skalyar funksiyalardır.

Tutaq ki, $(u^0(t), v^0(t))$ qeyd olunmuş mümkün idarə, $(x^0(t), y^0(t))$ isə (13)-(16) məsələsinin bu mümkün idarəyə uyğun həlləridir.

$$H(t, x, u, \psi^0) = \psi^{0'} f(t, x, u),$$

$$M(t, y, v, p^0) = -\frac{\partial \varphi_2(y^0(t_2))}{\partial y} A(t_2, t) g(t, y, v) + \int_t^{t_2} p^{0'}(s) A(s, t) g(t, y, v) ds$$

şəklində Hamilton-Pontryagin funksiyalarını daxil edək.

Burada $\psi^0(t)$ və $p^0(t)$ n və m ölçülü vektor-funksiyalar olub

$$\dot{\psi}^0(t) = -H_x(t, x^0(t), u^0(t), \psi^0(t)), \quad (18)$$

$$\psi^0(t_1) = -\frac{\partial \varphi_1(x^0(t_1))}{\partial x} + \frac{\partial N(p^0, x^0(t_1))}{\partial x}, \quad (19)$$

$$p^0(t) = M_y(t, y^0(t), v^0(t)) \quad (20)$$

tənliliklər sisteminin həllidirlər.

Burada

$$N(p^0, x) = -\left[-\frac{\partial \varphi_2(y^0(t_2))}{\partial y} + \int_{t_1}^{t_2} p^{0'}(t) dt \right] G(x)$$

düsturu ilə təyin olunur.

Baxılan məsələdə funksionalın ikinci tərtib artım düsturu qurulmuş və əvvəlcə onun vasitəsilə Pontryaginın maksimum prinsipi şəklində optimallıq üçün zəruri şərt isbat olunmuşdur.

Teorem 5. Baxılan (13)-(17) məsələsində $(u^0(t), v^0(t))$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$H(\theta, x^0(\theta), u, \psi^0(\theta)) - H(\theta, x^0(\theta), u^0(\theta), \psi^0(\theta)) \leq 0,$$

$$M(\theta, y^0(\theta), v, p^0(\theta)) - M(\theta, y^0(\theta), v^0(\theta), p^0(\theta)) \leq 0$$

bərabərsizliklərinin uyğun olaraq $\theta \in [t_0, t_1], u(t) \in R^r$ və $\theta \in [t_1, t_2], v(t) \in R^q$ üçün ödənmələridir.

Sonra maksimum prinsipinin cırlaşdığı hal, yəni məxsusi hal tədqiq edilmiş və məxsusi idarənin optimallığı üçün zəruri şərt isbat olunmuşdur.

Dissertasiyanın üçüncü fəslə üç paragrafdan ibarət olub Volterra tipli integral tənliklər sistemi və adi diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan dəyişən strukturlu optimal idarəetmə məsələsinin tədqiqinə həsr olunmuşdur.

Birinci paraqrafda

$$x(t) = \int_{t_0}^t [A(t, \tau)x(\tau) + f(t, \tau, u(\tau))] d\tau, \quad t \in T_1 = [t_0, t_1], \quad (21)$$

$$\dot{y}(t) = B(t)y(t) + g(t, v(t)), \quad t \in T_2 = [t_1, t_2], \quad (22)$$

$$y(t_1) = G \cdot x(t_1), \quad (23)$$

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t \in T_1, \quad (24)$$

$$v(t) \in V \subset R^q, \quad t \in T_2$$

$$\Phi(u, v) = c'x(t_1) + d'y(t_2) \rightarrow \min \quad (25)$$

optimal idarəetmə məsələsinə baxılır.

Burada $A(t, \tau)$, $B(t)$ verilmiş uyğun olaraq $(n \times n)$ və $(m \times m)$ ölçülü kəsilməz matris funksiyalar, $G - (n \times m)$ ölçülü sabit matris, $f(t, \tau, u)(g(t, v))$ verilmiş argumentlərinin küllüsünə nəzərən kəsilməz, $n(m)$ -ölçülü vektor-funksiya, t_0, t_1, t_2 ($t_0 < t_1 < t_2$) verilmiş ədədlər, U və V verilmiş boş olmayan və məhdud çoxluqlar,

$u(t)(v(t)) - r(q)$ -ölçülü hissə-hissə kəsilməz, sonlu sayda birinci növ kəsilmə nöqtələrinə malik olan idarəedici vektor-funksiya, c və d uyğun olaraq n və m -ölçülü sabit vektorlardır.

Yuxarıda verilmiş hamarlıq şərtlərini ödəyən hər bir $(u(t), v(t))$ cütünü mümkün idarə adlandıracağıq.

Fərz edək ki, $(u^0(t), v^0(t))$ qeyd olunmuş mümkün idarədir və

$$H(t, u(t), \psi^0(t), p^0(t)) = -c'f(t_1, t, u(t)) + \\ + (G'p^0(t))' f(t_1, t, u(t)) + \int_t^{t_1} \psi^{0'}(\tau) f(\tau, t, u(t)) d\tau,$$

$$M(t, v(t), p^0(t)) = p^{0'}(t)g(t, v(t))$$

işarələməsini daxil edək.

Burada $\psi^0(t)$ və $p^0(t)$ uyğun olaraq n və m -ölçülü vektor-funksiyalar olub

$$\psi^0(t) = -A'(t_1, t)c + \int_t^{t_1} A'(\tau, t)\psi^0(\tau) d\tau + A'(t_1, t)G'p^0(t_1),$$

$$\dot{p}^0(t) = -B'(t)p^0(t), \quad p^0(t_2) = -d$$

qoşma sisteminin həllidirlər.

Baxılan məsələdə aşağıdakı hökm isbat edilmişdir.

Teorem 6. Baxılan (21)-(25) optimal idarəetmə məsələsində $(u^0(t), v^0(t))$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri və kafi şərt

$$\max_{u \in U} H(\theta, u, \psi^0(\theta), p^0(\theta)) = H(\theta, u^0(\theta), \psi^0(\theta), p^0(\theta)),$$

$$\max_{v \in V} M(\theta, v, p^0(\theta)) = M(\theta, v^0(\theta), p^0(\theta))$$

münasibətlərinin uyğun olaraq ixtiyari $\theta \in [t_0, t_1)$ və $\theta \in [t_1, t_2)$ üçün ödənmələridir.

Üçüncü fəslin ikinci paragrafında həm tənliklər sistemi, həm də əlaqə şərti xətti olan, amma keyfiyyət meyarı qeyri-xətti olan dəyişən sturkturlu optimal idarəetmə məsələsinə baxılır.

Yəni

$$\Phi(u, v) = \varphi_1(x(t_1)) + \varphi_2(y(t_2)) \quad (26)$$

funksionalının (21)-(24) məhdudiyyətləri daxilində minimumunun tapılması məsələsinə baxılmışdır.

Burada $\varphi_1(x)$ və $\varphi_2(y)$ verilmiş, iki dəfə kəsilməz diferensiallanan skalyar funksiyalardır.

Tutaq ki, $(u^0(t), v^0(t), x^0(t), y^0(t))$ -qeyd olunmuş mümkün prosesdir, $\psi^0(t)$ və $p^0(t)$ vektor-funksiyaları isə uyğun olaraq

$$\begin{aligned} \psi^0(t) &= -A'(t_1, t) \frac{\partial \varphi_1(x^0(t_1))}{\partial x} + A'(t_1, t) G' p^0(t_1) + \int_t^{t_1} A'(\tau, t) \psi^0(\tau) d\tau, \\ \dot{p}^0(t) &= -B'(t) p^0(t), \quad p^0(t_2) = -\frac{\partial \varphi_2(y^0(t_2))}{\partial y} \end{aligned}$$

tənliklərinin həllidirlər.

Daha sonra

$$\begin{aligned} H(t, x(t), u(t), \psi^0(t), p^0(t)) &= \int_t^{t_1} \psi^{0'}(\tau) f(\tau, t, u(\tau)) d\tau - \\ &- \left(\frac{\partial \varphi_1(x^0(t_1))}{\partial x} - G' p^0(t_1) \right)' f(t_1, t, u(t)), \\ M(t, y(t), v(t), p^0(t)) &= p^{0'}(t) g(t, v(t)) \end{aligned}$$

şəklində Hamilton-Pontryagin funksiyalarının analoqunu daxil edək və fərz edək ki, $R(t, \tau)$ matris-funksiyası

$$R(t, \tau) = \int_{\tau}^t R(t, s) A(s, \tau) ds + A(t, \tau)$$

Volterra tipli matris interqal tənliyinin həlli, $F(t, \tau)$ matris-funksiyası isə

$$F_{\tau}(t, \tau) = -F(t, \tau) B(\tau), \quad t \in T_1, \quad F(t, t) = E$$

məsələsinin həllidir. Burada $E - (m \times m)$ ölçülü vahid matrisdir.

Baxılan məsələdə minimallaşdırılan funksionalın ikinci tərtib artım düsturu qurularaq onun vasitəsi ilə, Pontryaginın maksimum prinsipi tipli optimalıq şərti isbat edilmiş, sonra isə bu zəruri şərtin

cırışdığı hal (məxsusi hal) tədqiq edilmişdir.

Teorem7. Baxılan (21)-(24), (26) məsələsində $(u^0(t), \nu^0(t))$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt ixtiyari $\theta \in [t_0, t_1]$ və $\xi \in [t_1, t_2]$ üçün uyğun olaraq

$$\max_{u \in U} H(\theta, u, \psi^0(\theta), p^0(t_1)) = H(\theta, u^0(\theta), \psi^0(\theta), p^0(t_1)),$$

$$\max_{\nu \in V} M(\xi, \nu, p^0(\xi)) = M(\xi, \nu^0(\xi), p^0(\xi))$$

münasibətlərinin ödənməsidir.

Tərif 3. Əgər

$$H(\theta, u, \psi^0(\theta), p^0(t_1)) = H(\theta, u^0(\theta), \psi^0(\theta), p^0(t_1)),$$

$$M(\xi, \nu, p^0(\xi)) = M(\xi, \nu^0(\xi), p^0(\xi))$$

bərabərlikləri uyğun olaraq ixtiyari $\theta \in [t_0, t_1]$, $u \in U$ və $\xi \in [t_1, t_2]$, $\nu \in V$ üçün ödənersə, onda $(u^0(t), \nu^0(t))$ mümkün idarəsinə Pontryaginın maksimum prinsipi mənada məxsusi idarə deyəcəyik.

Tərifdən aydındır ki, məxsusi halda maksimum şərti öz məzmunlu mahiyyətini itirir. Ona görə də baxılan məsələdə effektiv ola biləcək optimallıq üçün yeni zəruri şərtin tapılması məsələsi zəruri olur.

Tutaq ki, $(u^0(t), \nu^0(t))$ baxılan (21)-(24), (26) məsələsində məxsusi idarədir.

$$K_1(t, u(t)) = f(t_1, t, u(t)) + \int_t^{t_1} R(t_1, \tau) f(\tau, t, u(t)) d\tau,$$

$$K_2(t, u(t)) = F(t_2, t) G \left[f(t_1, t, u(t)) + \int_t^{t_1} R(t_1, \tau) f(\tau, t, u(t)) d\tau \right],$$

$$K_3(\tau, s) = F'(t_2, \tau) \frac{\partial^2 \varphi'_2(y^0(t_2))}{\partial y^2} F(t_2, s)$$

vektor-funksiyalarını təyin edək.

Funksionalın ikinci tərtib artım düsturu qurulmuş və aşağıdakı hökm isbat edilmişdir.

Teorem 8. Baxılan (21)-(24), (26) məsələsində Pontryaginın maksimum prinsipi mənadada məxsusi $(u^0(t), v^0(t))$ idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt

$$\begin{aligned} & \left[K_1(\theta, u) - K_1(\theta, u^0(\theta)) \right] \frac{\partial^2 \varphi'_1(x^0(t_1))}{\partial x^2} \left[K_1(\theta, u) - K_1(\theta, u^0(\theta)) \right] + \\ & + \left[K_2(\theta, u) - K_2(\theta, u^0(\theta)) \right] \frac{\partial^2 \varphi'_2(y^0(t_2))}{\partial y^2} \left[K_2(\theta, u) - K_2(\theta, u^0(\theta)) \right] \geq 0, \end{aligned}$$

$$\left[g(\xi, v) - g(\xi, v^0(\xi)) \right] K_3(\xi, \xi) \left[g(\xi, v) - g(\xi, v^0(\xi)) \right] \geq 0$$

bərabərsizliklərinin uyğun olaraq ixtiyari $\theta \in [t_0, t_1]$, $u \in U$ və $\xi \in [t_1, t_2]$, $v \in V$ üçün ödənməsidir.

Üçüncü fəslin axıncı paragrafında

$$J(u, v) = \varphi_1(x(t_1)) + \varphi_2(y(t_2)) \quad (27)$$

terminal tipli funksionalının

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t \in T_1, \quad (28)$$

$$v(t) \in V \subset R^q, \quad t \in T_2$$

$$x(t) = \int_{t_0}^t f(t, s, x(s), u(s)) ds, \quad t \in T_1, \quad (29)$$

$$\dot{y} = g(t, y, v), \quad t \in T_2, \quad (30)$$

$$y(t_1) = G(x(t_1)) \quad (31)$$

məhdudiyyətləri daxilində minimumunun tapılması məsələsinə baxılır.

Burada $f(t, s, x, u)(g(t, y, v))$ verilmiş $n(m)$ -ölçülü vektor-funksiya olub, argumentlərinin küllüsünə nəzərən $(x, u)((y, v))$ -yə görə ikinci tərtib törəmələri ilə birlikdə kəsilməzdir, $G(x)$ -verilmiş iki dəfə kəsilməz diferensiallanan m -ölçülü vektor-funksiyadır, $t_0 < t_1 < t_2$, $\varphi_1(x)$ və $\varphi_2(y)$ verilmiş iki dəfə kəsilməz diferensiallanan skalyar funksiyalar, $u(t)(v(t)) - r(q)$ ölçülü hissə-hissə kəsilməz vektor-funksiya olub, öz qiymətlərini verilmiş boş olmayan, məhdud və açıq $U(V)$ çoxluğundan alır

Tutaq ki, $(u^0(t), v^0(t))$ müəyyən bir mümkün idarədir.

$$\begin{aligned} N(p^0, x) &= p^{0'}(t_1)G(x), \\ H(t, x(t), u(t), \psi^0(t)) &= -\frac{\partial \varphi_1'(x^0(t_1))}{\partial x} f(t_1, t, x(t), u(t)) + \\ &+ \frac{\partial N'(p^0, x^0(t_1))}{\partial x} f(t_1, t, x(t), u(t)) + \int_t^{t_1} \psi^{0'}(s) f(s, t, x(t), u(t)) ds, \\ M(t, y, v, p^0) &= p^{0'} g(t, y, v) \end{aligned}$$

işarələmələrini daxil edək.

Burada $\psi^0(t)$ və $p^0(t)$ uyğun olaraq n və m -ölçülü vektor-funksiyalar olub

$$\begin{aligned} \psi^0(t) &= H_x(t, x^0(t), u^0(t), \psi^0(t)), \\ \dot{p}^0(t) &= -M_y(t, y^0(t), v^0(t), p^0(t)), \\ p^0(t_2) &= -\frac{\partial \varphi_2(y^0(t_2))}{\partial y} \end{aligned}$$

tənliklərinin həllidirlər.

İdarə oblastları açıq olduğu üçün keyfiyyət meyarının birinci və ikinci variasiyası tapılmışdır.

İdarə oblastları açıq çoxluq olduqlarına görə, klassik variasiya hesabından məlum olduğu kimi, baxılan məsələdə $(u^0(t), v^0(t))$ optimal idarəsi boyunca funksionalın birinci variasiyaları sıfıra bərabər olmalı, ikinci variasiyaları isə mənfi olmamalıdır.

Buna görə də əvvəlcə optimallıq üçün Eyler tənliyinin analoqu şəklində zəruri şərt isbat edilmişdir.

Teorem 9.(Eyler tənliyinin analoqu) Baxılan (27)-(31) məsələsində $(u^0(t), v^0(t))$ mümkün idarəsinin optimal idarə olması üçün zəruri şərt ixtiyari $\theta \in [t_0, t_1)$ və $\theta \in [t_1, t_2)$ üçün

$$\begin{aligned} H_u(\theta, x^0(\theta), u^0(\theta), \psi^0(\theta)) &= 0, \\ M_v(\theta, y^0(\theta), v^0(\theta), p^0(\theta)) &= 0 \end{aligned}$$

bərabərliklərinin ödənmələridir.

Eyler tənliyinin analoquunu ödəyən hər bir $(u^0(t), v^0(t))$ mümkün idarəsinə baxılan məsələ üçün klassik ekstremal deyəcəyik.

Baxılan məsələdə optimal proses boyunca funksionalın ikinci variasiyalarının mənfi olmaması şərtindən istifadə edərək optimallıq üçün zəruri şərtlər isbat edilmişdir.

İdarəedici funksiyaların mümkün variasiyalarını xüsusi olaraq təyin etməklə aşağıdakı hökm isbat edilmişdir.

Teorem 10. Baxılan (27)-(31) optimal idarəetmə məsələsində $(u^0(t), v^0(t))$ klassik ekstremalının optimal idarə olması üçün zəruri şərt uyğun olaraq ixtiyari $\theta \in [t_0, t_1)$, $u \in R^r$ və $\xi \in [t_1, t_2)$, $v \in R^q$ -lər üçün

$$\begin{aligned} u'H_{uu}(\theta, x^0(\theta), u^0(\theta), \psi^0(\theta))u &\leq 0, \\ v'M_{vv}(\theta, y^0(\theta), v^0(\theta), p^0(\theta))v &\leq 0 \end{aligned}$$

bərabərliklərinin ödənmələridir.

Tərif 4. Əgər ixtiyari $\theta \in [t_0, t_1)$, $u \in R^r$ və $\xi \in [t_1, t_2)$, $v \in R^q$ -lər üçün

$$\begin{aligned} u'H_{uu}(\theta, x^0(\theta), u^0(\theta), \psi^0(\theta))u &= 0, \\ v'M_{vv}(\theta, y^0(\theta), v^0(\theta), p^0(\theta))v &= 0 \end{aligned}$$

bərabərlikləri ödənərsə, onda $(u^0(t), v^0(t))$ klassik ekstremalına (27)-(31) optimal idarəetmə məsələsində klassik mənada məxsusi idarə deyəcəyik.

Klassik mənada məxsusi idarənin optimallıq şərti isbat edilmişdir.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi giriş, üç fəsil, nəticə və istifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

İşin giriş hissəsində mövzunun aktuallığı əsaslandırılmış, işin mövzusuna aid bəzi ədəbiyyatların icmalı verilmiş və alınmış nəticələrin qısa şərhi verilmişdir.

Birinci fəsildə iki müxtəlif zaman parçalarında uyğun olaraq diferensial və Volterra tip integral tənliklər sistemləri ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələləri tədqiq edilmişdir.

Xətti optimal idarəetmə məsələsində optimallıq üçün Pontryaginın maksimum prinsipi şəklində zəruri və kafi şərt isbat edilmişdir.

Keyfiyyət meyarı qeyri-xətti və qabarıq olduqda optimallıq üçün kafi şərt isbat edilmişdir.

Keyfiyyət meyarı çoxnöqtəli olan halda optimallıq şərtləri alınmışdır.

İkinci fəsildə birinci fəsildə tədqiq edilən məsələnin qeyri-xətti analoquna baxılmışdır. İdarə oblastı açıq olan halda optimallıq üçün birinci tərtib zəruri şərt Eyler tənliyinin analoqu şəklində isbat olunmuş, sonra isə optimallıq üçün ikinci tərtib zəruri şərt isbat edilmişdir.

İkinci paraqrafda idarə oblastı qabarıq olan halda xəttiləşdirilmiş maksimum şərtinin analoqu isbat edilmiş, sonra isə onun cırlaşdığı halda yeni zəruri şərtlər alınmışdır.

Üçüncü paraqfda idarə oblastları ixtiyari məhdud çoxluqlar olan halda Pontryaginın maksimum prinsipinin analoqu isbat edilmiş və maksimum şərtinin cırlaşdığı hal (məxsusi hal) tədqiq edilmişdir.

Dissertasiyanın üçüncü fəslə üç paraqraftan ibarət olub verilmiş zaman parçasında uyğun olaraq Volterra tipli integral tənliklər sistemi və adi diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan xətti və qeyri-xətti dəyişən strukturlu optimal idarəetmə məsələlərinin müxtəlif fərziyyələr daxilində tədqiqinə həsr olunmuşdur.

Xətti halda optimallıq üçün zəruri və kafi şərt isbat edilmiş, tənliklər sistemi və əlaqə şərti xətti, keyfiyyət meyarı isə qeyri-xətti olan hal tədqiq edilmişdir.

Bu halda əvvəlcə maksimum prinsipi tipli zəruri şərt alınmış, və onun cırlaşdığı hal qurulmuş ikinci tərtib artım düsturunun vasitəsilə tədqiq edilmişdir.

Üçüncü fəslin üçüncü paraqrafında qeyri-xətti optimal idarəetmə məsələsi idarə oblastları açıq və məhdud çoxluqlar olan halda tədqiq edilmiş və funksionalın birinci və ikinci variasiyaları (klassik mənada) vasitəsilə optimallıq üçün birinci və ikinci tərtib konstruktiv yoxlanıla bilən zəruri şərtlər isbat edilmişdir.

Xüsusi halda baxılan məsələdə Lejandr-Klebs şərtinin analoqu isbat edilmiş və klassik mənada məxsusi klassik ekstremalın optimallıq şərti alınmışdır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Мансимов К.Б., Алекберов А.А. Одна задача оптимального управления, описываемая совокупностью дифференциальных и интегральных уравнений // Вестник БГУ, сер.физ.-мат. наук, 2017, №4, с. 5-12.
2. Мансимов К.Б., Алекберов А.А. Квазиособые управления в одной задаче оптимального управления // Материалы междун. конференц. Динамические системы: Устойчивость, Управление, Оптимизация // Минск, БГУ, 24-29 сентября, 2018, с. 156-157.
3. Мансимов К.Б., Алекберов А.А. К оптимальности квазиособых управлений в одной задаче управления с переменной структурой // Прикладная математика и вопросы управления (Пермь). 2018, №4, с. 7-30.
4. Мансимов К.Б., Алекберов А.А. Необходимые условия оптимальности в одной задаче управления, описываемая совокупностью дифференциальных и интегральных уравнений // Вестник БГУ, сер.физ.-мат. наук, 2018, №1, с. 14-23.
5. Мансимов К.Б., Алекберов А.А. Необходимые условия оптимальности второго порядка в одной задаче управления с переменной структурой // Вестник Томского Государственного Университета. Сер. Управление, Вычислительная техника и информатика, 2018, №43, с. 4-15.
6. Мансимов К.Б., Алекберов А.А. Об оптимальности квазиособых управлений в одной составной задаче оптимального управления // Научные известия Ленкораньского Государственного Университета. Сер. Математика и естественные науки. Ленкорань, 2018. №1, с. 199-212.
7. Алекберов А.А. Необходимые условия оптимальности в одной задаче оптимального управления с переменной структурой // Материалы междун. симпозиума, посвященного 100 летию математического образования в

Восточной Сибири. Иркутск. ИГУ, 7-11 октября 2019. с. 191-194.

8. Алекберов А.А. Аналог уравнения Эйлера и необходимые условия оптимальности второго порядка в одной задаче оптимального управления с переменной структурой // Вестник Бурятского Государственного Университета. Сер. Математика, информатика, 2019, №4, с. 12-30.
9. Alekberov A.A. On one linear variable structure optimal control problem // Institute of Control Systems of ANAS Informatics and Control Problems. Volume 40, 2020. №1, pp. 41-46.
10. Мансимов К.Б., Алекберов А.А. Принцип максимума Понтрягина и об оптимальности особых управлений в одной задаче оптимального управления с переменной структурой//Материалы3-йМеждународной конференции “Динамические системы и компьютерные науки: Теория и Приложения”. Иркутск:13-17 сентября 2021, с. 108-109



Dissertasiyanın müdafiəsi 24 iyun 2025-ci il tarixində saat 14⁰⁰-da Bakı Dövlət Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, Z. Xəlilov küçəsi, 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 20 may 2025-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 08.05.2025
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 39252
Tiraj: 100