AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

HIPERSİNQULYAR İNTEQRAL OPERATORLARIN APPROKSİMASİYALARI VƏ ONLARIN TƏTBİQLƏRİ

Ixtisas: 1202.01- Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Çinarə Arif qızı Hacıyeva**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2021

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
Rəşid Əvəzağa oğlu Əliyev

Rəsmi opponentlər: riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Bəhram Əli oğlu Əliyev

riyaziyyat elmləri doktoru, dosent

Vüqar Elman oğlu İsmayılov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

Elnur Həsən oğlu Xəlilov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA–nın müxbir üzvü, f. –r.e.d., professor

Misir Cumail oğlu Mərdanov

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.–r.e.n.

______ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: AMEA–nın müxbir üzvü, f.–r.e.d., professor

______ **Bilal Telman oğlu Bilalov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Hipersinqulyar inteqral tənliklər akustikaya, aerodinamikaya, elektrodinamikaya, elastiklik nəzəriyyəsinə, geofizika və bir çox sahələrə çoxsaylı tətbiqlərə malik olduqlarından hipersinqulyar inteqral tənliklərin ədədi həll üsullarının aktiv inkişafı müasir ədədi analiz üçün mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Buna görə də hipersinqulyar inteqral tənliklərin təqribi həlləri üçün ədədi sxemlərin qurulması və əsaslandırılması aktual problemdir. Hipersinqulyar inteqral tənliklərin konstruktiv həll üsullarının qurulması tənliyə daxil olan hipersinqulyar inteqral operatorların xassələri və onların approksimasiyaları ilə sıx əlaqəlidir. Bu isə tədqiqatın aktual mövzuya həsr olunduğunu göstərir.

Hipersinqulyar inteqral anlayışı ilk dəfə J.Adamar tərəfindən hiperbolik tip xüsusi törəməli xətti tənliklər üçün Koşi məsələsinin həlli zamanı daxil edilmişdir. Hipersinqulyar inteqrallara həmçinin Laplas tənliyi üçün Neyman məsələsinin həlli zamanı, ümümiləşmiş Riss potensiallarının çevirməsi, müəyyən sinif psevdodiferensial operatorların göstərilişi zamanı, eləcə də riyaziyyat və mexanikanın digər oblastlarında da rast gəlmək olar.

Hipersinqulyar inteqralların approksimasiyalarına və Koşi nüvəli, Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral tənliklərin konstruktiv həll üsullarının qurulmasına bir çox monoqrafiyalar və elmi işlər həsr olunmuşdur. Bunlara misal olaraq İ.V.Boykovun, Q.M.Vaynikko, İ.K.Lifanov, L.N.Poltavskinin, eləcə də W.T.Angın monaqrafiyalarını və R.B.Babayevin, F.Yu.Anfinoqenovanın, B.V.Boykovun, eləcə də K.Buhring, Z.Chen, Y.Zhou, D.Chien, K.Atkinson, M. De Bonis, D.Occorsio, X.Zhang, J.Huang, Z.Wang, R.Zhu, A.V.Kostenko, R.Kress, A.Sidi və digərlərinin tədqiqatlarını göstərmək olar. 2006-cı ildə R.Ə.Əliyev tərəfindən Koşi nüvəli sinqulyar inteqral tənliklər üçün yeni konstruktiv həll üsulu işlənmişdir. Bu üsulda sinqulyar inteqral operator onun əsas xassələrini özündə saxlayan və özlərini diskret operatorlar kimi aparan operatorlar vasitəsilə approksimasiya olunur. Bu üsul az hesablama itkisi ilə yığılma sürəti baxımından dəqiq qiymətləndirmələr almağa imkan verir. Bu üsulda uyğun xətti cəbri tənliklər sisteminin əmsalları asanlıqla hesablanır və təqribi həlli aşkar şəkildə tapmaq mümkün olur. Dissertasiya işində bu konstruktiv həll üsulu kvadratı ilə inteqrallanan funksiyalar fəzası və Hölder mənada kəsilməz funksiyalar fəzasında Koşi nüvəli və Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral tənliklər üçün qurulmuş və əsaslandırılmışdır.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri

- Koşi nüvəli və Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral operatorların effektiv approksimasiyalarının qurulması;
- Koşi nüvəli və Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral tənliklərin konstruktiv həll üsullarının qurulması və əsaslandırılması.

Tədqiqat metodları. Dissertasiyada alınmış nəticələrin əsaslandırılması üçün həqiqi və kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin, sinqulyar inteqral tənliklər nəzəriyyəsinin, funksional analizin, xətti cəbrin və təqribi üsulların ümumi nəzəriyyəsinin metodları tətbiq olunur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

- kvadratı ilə cəmlənən funksiyalar fəzası və Hölder fəzalarında Koşi və Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral operatorların bu operatorların əsas xassələrini özündə saxlayan və özlərini diskret operator kimi aparan müəyyən operatorlar ardıcıllığı ilə approksimasiya olunması və onlar üçün uyğun qiymətləndirmələrin alınması;
- kvadratı ilə cəmlənən funksiyalar fəzasında Koşi nüvəli və Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral tənliklərin konstruktiv həll üsullarının qurulması və əsaslandırılılması;
- qurulan konstruktiv həll üsulunun Laplas tənliyi üçün Neyman məsələsinə tətbiqi və üsulun effektivliyini göstərən ədədi eksperimentlərin aparılması.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı elmi yeniliklər alınmışdır:

- kvadratı ilə cəmlənən funksiyalar fəzası və Hölder fəzalarında Koşi və Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral operatorlar bu operatorların əsas xassələrini özündə saxlayan və özlərini diskret operator kimi aparan müəyyən operatorlar ardıcıllığı ilə approksimasiya olunmuş və onlar üçün uyğun qiymətləndirmələr verilmişdir;
- kvadratı ilə cəmlənən funksiyalar fəzasında Koşi nüvəli və Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral tənliklərin konstruktiv həll üsulları qurulmuş və əsaslandırılmışdır;
- qurulan konstruktiv həll üsulunun Laplas tənliyi üçün Neyman məsələsinə tətbiqi verilmiş və üsulun effektivliyini göstərən ədədi eksperimentlərin nəticələri qeyd olunmuşdur.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.

Dissertasiya işi əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Lakin alınan nəticələr və istifadə olunan üsullar sinqulyar inteqral tənliklərin ədədi üsullarla həllərinin inkişafında və analizin digər sahələrində öz tətbiqini tapa bilər. Bu araşdırmalar dissertasiyada baxılmış hipersinqulyar inteqral tənliklərə gətirilən müxtəlif nəzəri və tətbiqi məsələlərin həllərinə də tətbiq oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işinin əsas nəticələri Bakı Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz» (rəhbər-prof. S.S.Mirzəyev) və «Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz» kafedralarının seminarlarında (rəhbər-prof. Ə.M.Əhmədov), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Funksiyalar nəzəriyyəsi" şöbəsinin (rəhbər-r.e.d. V.E.İsmayılov) seminarlarında, professor Y.Məmmədovun 85 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2015), prof. M.L.Rəsulovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Nəzəri və Tətbiqi Riyaziyyatın aktual məsələləri" adlı respublika elmi konfransında (Şəki. 2016), Əmir Həbibzadənin 100 illiyinə həsr olunmuş "Funksional analiz və onun tətbiqləri" adlı respublika elmi konfransında (Bakı, 2016), Akif Hacıyevin 80 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri" adlı beynəlxalq konfransda (Bakı, 2017), I Beynəlxalq Elm və Texnologiya konfransında (Bakı, 2018) , "Operatorlar, funksiyalar və riyazi fizikanın sistemləri" adlı beynəlxalq konfransda (Bakı, 2019), OMTSA 2019 beynəlxalq konfransda (Türkiyə, 2019) müzakirə edilmişdir. .

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Dissertasiyada alınan bütün nəticələr iddiaçıya məxsusdur.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiya işinin əsas nəticələri iddiaçının 2-i "Clarivate Analitics" agentliyinin "Web of Sciences" bazasına, 1-i isə "Scopus" bazasına daxil olan jurnallarda olmaqla AAK-ın tövsiyə etdiyi elmi nəşrlərdə çap etdirdiyi 6 elmi məqaləsində öz əksini tapmışdır. Bu məqalələrdən 3-ü həmmüəllifsizdir. Bundan əlavə dissertasiya işində alınan nəticələr beynəlxalq səviyyəli 5 və respublika səviyyəli 2 elmi konfransda məruzə edilmiş və bu məruzələr uyğun konfrans materiallarında öz əkslərini tezis şəklində tapmışlar. Onlardan 1-i xaricdə dərc olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Riyazi - Analiz kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrı-ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi girişdən -36000, titul-1706, mündəricat -570, üç fəsildən-172000 (I fəsil -64000, II fəsil - 42000, III fəsil -66000), nəticə-1393 və 71 adda olan ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi 211669 səhifədir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

İşin giriş hissəsində mövzunun aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiyanın məzmunu ilə bağlı nəticələrin qısa xülasəsi verilir və əsas nəticələr şərh olunur.

Dissetasiya işi giriş hissədən, üç fəsildən, nəticə və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Birinci fəsildə Koşi nüvəli hipersinqulyar inteqral operatorların kvadratı ilə cəmlənən funksiyalar fəzasında və

Hölder fəzalarında approksimasiyaları verilir. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [1, 2, 3, 4,5, 10,11] işlərində nəşr olunmuşdur.

1.1 yarımfəslində Koşi nüvəli

$$\int_{\gamma_0} \frac{\varphi(\tau)}{(\tau - t)^2} d\tau, \quad t \in \gamma_0 \tag{1}$$

hipersinqulyar inteqralına baxılır, burada $\varphi(t)$ funksiyası $\gamma_0 = \{t \in C : |t| = 1\}$ vahid çevrəsində Lebeq mənada inteqrallanan funksiyasıdır. Əgər (1) inteqralını, hətta $\varphi \equiv 1$ olduqda belə Koşinin baş qiymət mənasında hesablasaq dağılan inteqral alınar. Ona görə də J.Adamar mənada inteqral anlayışından istifadə edərək (1) inteqralına aşağıdakı şəkildə tərif verilir:

Tərif 1. Əgər $\lim\limits_{\varepsilon \to 0+} \left(\int_{\gamma_\varepsilon} \frac{\varphi(\tau)}{(\tau - t)^2} d\tau + \frac{2i\varphi(t)}{\varepsilon \cdot t} \right)$ sonlu limiti varsa, onda bu limitə $\frac{\varphi(\tau)}{(\tau - t)^2}$ funksiyasının γ_0 çevrəsi üzrə hipersinqulyar inteqralı deyilir və $\int_{\gamma_0} \frac{d\tau}{(\tau - t)^2}$ kimi işarə olunur, burada $\gamma_\varepsilon = \{\tau \in \gamma_0 : |\tau - t| > \varepsilon\}$.

1.1 yarımfəslində (1) inteqralı ilə yanaşı

$$\int_{\gamma_0} \frac{\varphi(\tau)}{(\tau - t)^m} d\tau \ , \ m \geq 3, m \in N, \ t \in \gamma_0 \ , \tag{2}$$

$$\int_{\gamma_0} \frac{\varphi(\tau)}{|\tau - t|^{m+\lambda}} d\tau \, , \ m \in N, \lambda \in [0,1), \ t \in \gamma_0 \ , \tag{3}$$

şəklində olan inteqrallara da baxılır, burada $\varphi(t)$ funksiyası γ_0 vahid çevrəsində Lebeq mənada inteqrallanan funksiyadır.

Teorem 1. γ_0 çevrəsində mütləq kəsilməz $\varphi(t)$ funksiyası üçün (1) hipersinqulyar inteqralı sanki bütünhər bir $t \in \gamma_0$ nöqtəsində var və aşağıdakı münasibət ödənilir:

$$\int_{\gamma_0} \frac{\varphi(\tau)}{(\tau - t)^2} d\tau = \int_{\gamma_0} \frac{\varphi'(\tau)}{\tau - t} d\tau \ .$$

Teorem 2. Əgər φ funksiyası γ_0 çevrəsində $(m-2)$ tərtibdən mütləq kəsilməz törəməyə malikdirsə, onda (2) hipersinqulyar inteqralı sanki hər bir $t \in \gamma_0$ nöqtəsində var və aşağıdakı münasibət ödənilir:

$$\int_{\gamma_0} \frac{\varphi(\tau)}{(\tau - t)^m} d\tau = \frac{1}{m-1} \int_{\gamma_0} \frac{\varphi'(\tau)}{(\tau - t)^{m-1}} d\tau \, .$$

Nəticə 1. Əgər φ funksiyası γ_0 çevrəsində $(m-2)$ tərtibdən mütləq kəsilməz törəməyə malikdirsə, onda

$$\int_{\gamma_0} \frac{\varphi(\tau)}{(\tau - t)^m} d\tau = \frac{1}{(m-1)!} \int_{\gamma_0} \frac{\varphi^{(m-1)}(\tau)}{\tau - t} d\tau \qquad (4)$$

bərabərliyi ödənilir, burada sağ tərəfdə duran inteqral Koşinin baş qiymət mənasında başa düşülür.

Nəticə 2. Əgər φ funksiyası t- nöqtəsində $(m-1)$ tərtibdən diferensiallanandırsa, onda aşağıdakı bərabərlik ödənilir:

$$\int_{\gamma_0} \frac{\varphi(\tau)}{(\tau - t)^m} d\tau = \int_{\gamma_0} \frac{\varphi(\tau) - \sum\limits_{k=0}^{m-2} \frac{\varphi^{(k)}(t)}{k!} (\tau - t)^k}{(\tau - t)^m} d\tau \, ,$$

burada sağ tərəfdə duran inteqral Koşinin baş qiymət mənasında başa düşülür.

Teorem 3. Əgər $\varphi(t)$ funksiyası γ_0 çevrəsində $(m-1)$ tərtibdən diferensiallanandırsa və onun $(m-1)$ tərtibdən törəməsi γ_0 -da $\lambda < \alpha \le 1$ tərtibdən Hölder mənada kəsilməzdirsə, onda (3) hipersinqulyar inteqralı hər bir $t \in \gamma_0$ nöqtəsində var.

$L_2(\gamma_0)$ ilə γ_0 çevrəsində kvadratı ilə cəmlənən funksiyaların

$$\|\varphi\|_{L_2(\gamma_0)} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{\gamma_0} |\varphi(\tau)|^2 |d\tau| \right)^{\frac{1}{2}}$$

normalı fəzasını işarə edək. $W_2^m(\gamma_0)$ ilə isə γ_0 çevrəsində $(m-1)$ tərtibdən mütləq kəsilməz törəməyə malik və m - ci tərtib törəməsi $L_2(\gamma_0)$- a daxil olan funksiyaların

$$\|\varphi\|_{W_2^m(\gamma_0)} = \|\varphi\|_{L_2(\gamma_0)} + \sum_{k=1}^{m} \left\|\varphi^{(k)}\right\|_{L_2(\gamma_0)}$$

normalı fəzasını işarə edək.

Koşi nüvəli sinqulyar inteqral operator $L_2(\gamma_0)$ fəzasında məhdud təsir etdiyindən teorem 1 və nəticə 1-dən alınır ki, Koşi nüvəli

$$\left(H^{(m)}\varphi\right)(t) \equiv \frac{1}{\pi i} \int_{\gamma_0} \frac{\varphi(\tau)}{(\tau - t)^m} d\tau \ , \ t \in \gamma_0 \ , \ m = 2,3,...$$

hipersinqulyar inteqral operatoru ($m = 2$ halında $H\varphi \equiv H^{(2)}\varphi$ işarələməsi edəcəyik) $W_2^{m-1}(\gamma_0)$ fəzasından $L_2(\gamma_0)$ fəzasına məhdud təsir edir və

$$\left\|H^{(m)}\right\|_{W_2^{m-1}(\gamma_0) \to L_2(\gamma_0)} \le \frac{1}{(m-1)!}$$

münasibəti doğrudur.

1.2 yarımfəslində Koşi nüvəli $H^{(m)}$ hipersinqulyar inteqral operatorlarının $L_2(\gamma_0)$ fəzasında xüsusi növ operatorlar ardıcıllığı ilə approksimasiya edilir. Göstərilir ki, bu approksimasiya edən operatorlar hipersinqulyar inteqral operatorun əsas xassələrini özlərində saxlayırlar, özlərini diskret operatorlar kimi aparırlar və yığılma sürətləri qiymətləndirilir.

Aşağıdakı operatorlar ardıcıllığına baxaq:

$$(H_n\varphi)(t) = \frac{1}{\pi i} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\varphi\left(\tau_{2k+1}^{(t)}\right) - \varphi(t)}{\left(\tau_{2k+1}^{(t)} - t\right)^2} \Delta\tau_{2k+1}^{(t)} \ , \ t \in \gamma_0 \, , \ n = 1,2,..,$$

burada $\tau_k^{(t)} = e^{k\theta i} \cdot t$, $\Delta\tau_k^{(t)} = \left(\tau_{k+1}^{(t)} - \tau_{k-1}^{(t)}\right)\dfrac{\theta}{\sin\theta} = 2ie^{k\theta i} \cdot t \cdot \theta$,

$$k = \overline{0,2n}\ ,\ \theta = \frac{\pi}{n}.$$

Teorem 4. H_n, $n = 1,2,...$ operatorları $W_2^1(\gamma_0)$ fəzasından $L_2(\gamma_0)$ fəzasına məhdud təsir edirlər, onların norması üçün

$$\|H_n\|_{W_2^1(\gamma_0)\to L_2(\gamma_0)} \le 1$$

bərabərsizliyi ödənilir və dərəcəsi $(n-1)$-i aşmayan ixtiyari $q(t) = \sum\limits_{k=-n+1}^{n-1} q_k t^k$ çoxhədlisi üçün

$$(H_n q)(t) = (Hq)(t)$$

münasibəti doğrudur.

$E_n(\varphi; W_2^m) = \inf\limits_{q\in T_n} \|\varphi(\cdot) - q_n(\cdot)\|_{W_2^m(\gamma_0)}$ ilə $\varphi \in W_2^m(\gamma_0)$ funksiyasına dərəcəsi n-i aşmayan çoxhədlilərlə ən yaxşı yaxınlaşmanı işarə edək, burada $T_n = \left\{ \sum\limits_{k=-n}^{n} \alpha_k t^k : \alpha_k \in C \right\}$.

Teorem 5. $\{H_n\}$ operatorlar ardıcıllığı H operatoruna güclü yığılır və ixtiyari $\varphi \in W_2^1(\gamma_0)$ funksiyası üçün

$$\|H\varphi - H_n\varphi\|_{L_2(\gamma_0)} \le 2E_n(\varphi; W_2^1)$$

qiymətləndirməsi doğrudur.

İndi isə aşağıdakı şəkildə operatorlar ardıcıllığına baxaq:

$$\left(H_n^{(3)}\varphi\right)(t) = (H_n S_n H_n)\varphi(t),$$

$$\left(H_n^{(m+1)}\varphi\right)(t) = \left(H_n S_n H_n^{(m)}\right)\varphi(t),\quad m = 3,4,5,...\ ,$$

burada

$$(S_n\varphi)(t) = \frac{1}{\pi i}\sum_{k=0}^{n-1} \frac{\varphi\left(\tau_{2k+1}^{(t)}\right)}{\tau_{2k+1}^{(t)} - t} \cdot \Delta\tau_{2k+1}^{(t)},\quad t \in \gamma_0,\ n = 1,2,..$$

Teorem 6. $H_n^{(m)}$, $n = 1,2,..$ operatorları $W_2^{m-1}(\gamma_0)$ fəzasından $L_2(\gamma_0)$ fəzasına məhdud təsir edirlər, onların normaları üçün

$$\left\| H_n^{(m)} \right\|_{W_2^{(m-1)}(\gamma_0) \to L_2(\gamma_0)} \le 1$$

Bərabərsizliyi ödənilir və $n \ge m-1$ olduqda dərəcəsi $(n-m+1)$-i aşmayan ixtiyari $q(t) = \sum\limits_{k=-n+m-1}^{n-m+1} q_k t^k$ çoxhədlisi üçün

$$\left(H_n^{(m)} q\right)(t) = \left(H^{(m)} q\right)(t)$$

münasibəti doğrudur.

Teorem 7. $\left\{H_n^{(m)}\right\}_{n=1}^{\infty}$ operatorlar ardıcıllığı $H^{(m)}$ operatoruna güclü yığılır və ixtiyari $\varphi \in W_2^{m-1}(\gamma_0)$ funksiyası üçün

$$\left\| H^{(m)} \varphi - H_n^{(m)} \varphi \right\|_{L_2(\gamma_0)} \le 2 E_{n-m+1}\left(\varphi; W_2^{m-1}\right)$$

qiymətləndirməsi doğrudur.

$\Lambda_\alpha(\gamma_0)$, $0 < \alpha \le 1$ ilə γ_0 çevrəsində α - dərəcədən Hölder mənada kəsilməz, yəni

$$\exists M > 0 \quad \forall t_1, t_2 \in \gamma_0 : \ |\varphi(t_1) - \varphi(t_2)| \le M \cdot |t_1 - t_2|^\alpha$$

şərtini ödəyən funksiyaların

$$\|\varphi\|_\alpha = \|\varphi\|_\infty + h(\varphi; \alpha),$$

normalı fəzasını işarə edək, burada

$$\|\varphi\|_\infty = \max_{t \in \gamma_0} |\varphi(t)|, \quad h(\varphi;\alpha) = \sup\left\{ \frac{|\varphi(t_1) - \varphi(t_2)|}{|t_1 - t_2|} : t_1, t_2 \in \gamma_0,\, t_1 \ne t_2 \right\}.$$

Əgər $\varphi \in \Lambda_\alpha(\gamma_0)$ olarsa, burada $\lambda < \alpha \le 1$, onda teorem 3-ə əsasən ixtiyari $t \in \gamma_0$ nöqtəsində (3) hipersinqulyar inteqralı var.

1.3 yarımfəslində

$$\left(H^{(\lambda)} \varphi\right)(t) = \frac{1}{\pi i} \int\limits_{\gamma_0} \frac{\varphi(\tau)}{|\tau - t|^{1+\lambda}} d\tau, \ 0 \le \lambda < 1,$$

şəklində olan Koşi nüvəli hipersinqulyar inteqral operatorların $\Lambda_\alpha(\gamma_0)$ fəzasında approksimasiyaları verilir və yığılma sürəti üçün uyğun qiymətləndirmələr alınır, burada $\varphi \in \Lambda_\alpha(\gamma_0)$, $\lambda < \alpha \le 1$.

İkinci fəsildə Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral operatorların kvadratı ilə cəmlənən funksiyalar fəzasında və Hölder fəzalarında approksimasiyaları verilir. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [7,12, 13] işlərində nəşr olunmuşdur.

Aşağıdakı inteqrala baxaq:

$$\int_0^{2\pi} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} \varphi(\tau) d\tau, \quad t \in T_0 = [0, 2\pi], \tag{5}$$

burada $\varphi(t)$ - T_0 parçasında Lebeq mənada inteqrallanan, 2π -periodlu funksiyadır.

J.Adamar mənada inteqral anlayışından istifadə edərək (5) inteqralına aşağıdakı şəkildə tərif verilir:

Tərif 2. Əgər

$$\lim_{\varepsilon \to 0+} \left(\int_{t-\pi}^{t-\varepsilon} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} \varphi(\tau) d\tau + \int_{t+\varepsilon}^{t+\pi} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} \varphi(\tau) d\tau - \frac{8\varphi(t)}{\varepsilon} \right),$$

sonlu limiti varsa, onda bu limitə $\csc^2 \frac{\tau - t}{2} \varphi(\tau)$ funksiyasının T_0 parçasında hipersinqulyar inteqralı deyilir və $\int_0^{2\pi} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} \varphi(\tau) d\tau$ kimi işarə olunur.

Tərifə əsasən $\int_0^{2\pi} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} d\tau$, $t \in T_0$ hipersinqulyar inteqralını hesablasaq, görərik ki,

$$\int_0^{2\pi} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} d\tau = 0. \tag{6}$$

(6) bərabərliyindən alınır ki, $\int_0^{2\pi} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} \varphi(\tau) d\tau$ hipersinqulyar inteqralının varlığı $\int_0^{2\pi} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} [\varphi(\tau) - \varphi(t)] d\tau$ inteqralının Koşinin baş qiymət mənasında varlığına ekvivalentdir və

$$\int_0^{2\pi} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} \varphi(\tau) d\tau = \int_0^{2\pi} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} [\varphi(\tau) - \varphi(t)] d\tau$$

bərabərliyi ödənilir, burada sağ tərəfdəki inteqral Koşinin baş qiymət mənasında başa düşülür.

2.1 yarımfəslində (5) hipersinqulyar inteqralı ilə yanaşı aşağıdakı şəkildə inteqrallara da baxılır:

$$\int_0^{2\pi} \csc^m \frac{\tau - t}{2} \varphi(\tau) d\tau \ , \ \ m \geq 3, \ \ m \in N, \tag{7}$$

$$\int_0^{2\pi} \left| \csc \frac{\tau - t}{2} \right|^{m+\lambda} \varphi(\tau) d\tau \ , \ m \in N, \ \ \lambda \in [0,1), \ t \in T_0 \ , \tag{8}$$

burada $\varphi(t)$ funksiyası T_0 parçasında Lebeq mənada inteqrallanan funksiyadır.

Teorem 8. Əgər 2π - periodlu $\varphi(t)$ funksiyası T_0- da mütləq kəsilməzdirsə, onda (5) hipersinqulyar inteqralı sanki hər bir $t \in T_0$ nöqtəsi üçün var və aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$\int_0^{2\pi} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} \varphi(\tau) d\tau = 2 \int_0^{2\pi} ctg \frac{\tau - t}{2} \varphi'(\tau) d\tau \ .$$

$L_2(T_0)$ ilə 2π -periodlu, T_0 parçasında kvadratı ilə cəmlənən funksiyaların

$$\|\varphi\|_{L_2(T_0)} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\varphi(\tau)|^2 d\tau \right)^{1/2}$$

normalı fəzasını işarə edək. $W_2^m(T_0)$ ilə isə 2π-periodlu, T_0 parçasında $(m-1)$ tərtibdən mütləq kəsilməz törəməyə malik və m-ci tərtib törəməsi $L_2(T_0)$-a daxil olan funksiyaların

$$\|\varphi\|_{W_2^m(T_0)} = \|\varphi\|_{L_2(T_0)} + \sum_{k=1}^{m} \left\|\varphi^{(k)}\right\|_{L_2(T_0)}$$

normalı fəzasını işarə edək.

Hilbert nüvəli sinqulyar inteqral operator $L_2(T_0)$ fəzasında məhdud təsir etdiyindən teorem 8-dən alarıq ki, Hilbert nüvəli

$$(\widetilde{H}\varphi)(t) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \csc^2 \frac{\tau - t}{2} \varphi(\tau) d\tau, \; t \in T_0$$

hipersinqulyar inteqral operatoru $W_2^1(T_0)$ fəzasından $L_2(T_0)$ fəzasına məhdud təsir edir və

$$\left\|\widetilde{H}\right\|_{W_2^1(T_0) \to L_2(T_0)} \le 1$$

münasibəti doğrudur.

2.2 yarımfəslində Hilbert nüvəli $\widetilde{H}$ hipersinqulyar inteqral operatorunun $L_2(T_0)$ fəzasında approksimasiyaları verilir. Göstərilir ki, bu approksimasiyalar hipersinqulyar inteqral operatorun əsas xassələrini özlərində saxlayırlar və yığılma sürəti üçün uyğun qiymətləndirmələr alınmışdır.

Aşağıdakı operatorlar ardıcıllığına baxaq:

$$(\widetilde{H}_n\varphi)(t) = \frac{1}{2n} \sum_{k=0}^{n-1} \csc^2 \frac{\pi(2k+1)}{2n} \left(\varphi\left(t + \frac{\pi(2k+1)}{n} \right) - \varphi(t) \right), \quad t \in T_0,$$

$$n = 1,2,...$$

Teorem 9. $\widetilde{H}_n, n = 1,2,...$ operatorları $W_2^1(T_0)$ fəzasından $L_2(T_0)$ fəzasına məhdud təsir edirlər, onların normaları üçün

$$\left\|\widetilde{H}_n\right\|_{W_2^1(T_0) \to L_2(T_0)} \le 1$$

bərabərsizliyi ödənilir və dərəcəsi n-i aşmayan ixtiyari $q(t)=\sum_{k=-n}^{n} q_k e^{ikt}$ triqonometrik çoxhədlisi üçün

$$\left(\widetilde{H}_n q\right)(t)=\left(\widetilde{H} q\right)(t)$$

münasibəti doğrudur.

$E_n\left(\varphi;W_2^1\right)=\inf\limits_{q\in T_n}\left\|\varphi(\cdot)-q_n(\cdot)\right\|_{W_2^1(T_0)}$ ilə $\varphi\in W_2^1(T_0)$ funksiyasının dərəcəsi n-i aşmayan triqonometrik çoxhədlilərlə ən yaxşı yaxınlaşmasını işarə edək, burada $T_n=\left\{\sum\limits_{k=-n}^{n}\alpha_k e^{ikt} : \alpha_k\in C\right\}$.

Teorem 10. $\left\{\widetilde{H}_n\right\}$ operatorlar ardıcıllığı $\widetilde{H}$ operatoruna güclü yığılır və ixtiyari $\varphi\in W_2^1(T_0)$ funksiyası üçün

$$\left\|\widetilde{H}\varphi-\widetilde{H}_n\varphi\right\|_{L_2(T_0)}\le 2E_n\left(\varphi;W_2^1\right)$$

qiymətləndirməsi doğrudur.

$\Lambda_\alpha(T_0)$, $0<\alpha\le 1$ ilə 2π- periodlu, T_0 parçasında α dərəcədən Hölder mənada kəsilməz funksiyalar fəzasını işarə edək.

Qeyd edək ki, əgər $\varphi\in\Lambda_\alpha(T_0)$, $0\le\lambda<\alpha\le 1$ olarsa, onda $\int\limits_0^{2\pi}\left|\csc\frac{\tau-t}{2}\right|^{\lambda+1}\varphi(\tau)d\tau$ hipersinqulyar inteqralı hər bir $t\in T_0$ nöqtəsində var.

2.3 yarımfəslində

$$\left(\widetilde{H}^{(\lambda)}\varphi\right)(t)=\frac{1}{4\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left|\csc\frac{\tau-t}{2}\right|^{1+\lambda}\varphi(\tau)d\tau,\ 0\le\lambda<1,$$

şəklində olan Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral operatorların $\Lambda_\alpha(T_0)$ fəzasında approksimasiyaları verilib və yığılma sürəti üçün uyğun qiymətləndirmələr alınıb, burada $\varphi\in\Lambda_\alpha(T_0)$, $\lambda<\alpha\le 1$.

Üçüncü fəsil Koşi nüvəli və Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral tənliklərin kvadratı ilə inteqrallanan funksiyalar fəzasında konstruktiv həllinə həsr olunmuşdur. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [6, 8, 9, 12] işlərində nəşr olunmuşdur.

3.1 yarımfəslində Koşi nüvəli hipersinqulyar inteqral tənliklərin konstruktiv həlli verilir. Əvvəlcə aşağıdakı birinci növ sadə Koşi nüvəli hipersinqulyar inteqral tənliyinə baxılır:

$$(H\varphi)(t) = f(t), \quad t \in \gamma_0, \tag{9}$$

burada $f \in L_2(\gamma_0)$.

Teorem 1-dən alınır ki, (9) tənliyinin yalnız

$$\int_{\gamma_0} f(\tau) d\tau = 0. \tag{10}$$

şərti daxilində həlli var.

Əgər (10) şərti ödənərsə, onda (9) tənliyi aşağıdakı şəkildə sonsuz sayda həllə malik olar:

$$\varphi^*(t) = d_0 - \sum_{k=-\infty}^{-2} \frac{c_k(f)}{k+1} t^{k+1} + \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{c_k(f)}{k+1} t^{k+1} \in W_2^1(\gamma_0), \tag{11}$$

burada $c_k(f) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_0} \tau^{-k-1} f(\tau) d\tau$ - $f \in L_2(\gamma_0)$ funksiyasının Furye əmsallarıdır və d_0 -hər hansı bir sabitdir.

Yuxarıdakı deyilənlərdən alınır ki,

$$(H\varphi)(t) = f(t) - \frac{1}{2\pi i t} \int_{\gamma_0} f(\tau) d\tau, \ t \in \gamma_0, \tag{12}$$

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_0} \frac{\varphi(\tau)}{\tau} d\tau = d_0 \tag{13}$$

tənliyinin ixtiyari $(f; d_0) \in L_2(\gamma_0) \times C$ üçün yeganə həlli vardır və (12) - (13) tənliyinin həlli (11) münasibəti ilə təyin olunan $\varphi^*(t)$ funksiyasıdır.

(12)-(13) tənliyinin təqribi həllini $\sum_{k=0}^{2n-1}\alpha_k^{(n)}(t)f\left(\tau_k^{(t)}\right)$ şəklində axtaraq, burada $\alpha_k^{(n)}(t)$, $k=\overline{0,2n-1}$, $n\in N$ kəsilməz funksiyalardır. Bu məqsədlə aşağıdakı tənliyə baxaq:

$$(H_n\varphi)(t)=f(t)\ ,\ t\in\gamma_0, \tag{14}$$

burada $f\in L_2(\gamma_0)$. İxtiyari $t\in\gamma_0$ üçün

$$\sum_{p=0}^{2n-1}(H_n\varphi)(\tau_p^{(t)})\cdot\tau_p^{(t)}=0$$

bərabərliyinə əsasən alarıq ki, (14) tənliyinin yalnız

$$\sum_{p=0}^{2n-1}f(\tau_p^{(t)})\cdot\tau_p^{(t)}=0\,. \tag{15}$$

şərti ödəndikdə həlli vardır. Əgər (15) şərti ödənərsə, onda (14) tənliyi aşağıdakı şəkildə təyin olunan sonsuz sayda həllə malikdir:

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}d_k t^{2kn}+\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{c_k(f)}{\mu_{k+1}^{(n)}}t^{k+1}\in L_2(\gamma_0) \tag{16}$$

Yuxarıdakı deyilənlərdən alınır ki,

$$(H_n\varphi)(t)=f(t)-\frac{1}{2n}\sum_{p=0}^{2n-1}e^{p\theta i}f\left(\tau_p^{(t)}\right),\ \ t\in\gamma_0\ , \tag{17}$$

$$\frac{1}{2n}\sum_{p=0}^{2n-1}\varphi\left(\tau_p^{(t)}\right)=d_0 \tag{18}$$

tənliyinin ixtiyari $(f;d_0)\in L_2(\gamma_0)\times C$ üçün yeganə həlli vardır və (17)-(18) tənliyinin həlli

$$\varphi_n^*(t)=d_0+\sum_{\substack{k=-\infty\\ k\neq-1(\mathrm{mod}\,2n)}}^{+\infty}\frac{c_k\left(f^*\right)}{\mu_{k+1}^{(n)}}t^{k+1}\in L_2(\gamma_0)$$

münasibəti ilə təyin olunan $\varphi_n^*(t)$funksiyasıdır.

Teorem 11. İxtiyari $(f;d_0)\in L_2(\gamma_0)\times C$ üçün (17)-(18) tənliyinin yeganə həlli var, bu tənliklər sisteminin $\varphi_n^*(t)$ həlli (12)-(13) tənliyinin $\varphi^*(t)$ həllinə $L_2(\gamma_0)$ fəzasının normasında yığılır və

$$\left\|\varphi_n^* - \varphi^*\right\|_{L_2(\gamma_0)} \le \left(1+\frac{1}{n}\right)E_n(f;L_2)$$

qiymətləndirməsi doğrudur.

İndi aşağıdakı şəkildə Koşi nüvəli birinci növ hipersinqulyar inteqral tənliyə baxaq:

$$(R\varphi)(t)=(H\varphi)(t)+(\mathcal{K}\varphi)(t)=f(t)\ , \ \ t\in\gamma_0 \tag{19}$$

burada $(\mathcal{K}\varphi)(t)=\int\limits_{\gamma_0}K(t,\tau)\varphi(\tau)d\tau$ və $K(t,\tau)=\dfrac{\partial}{\partial t}F(t,\tau)$-kəsilməz funksiyalardır. İxtiyari $\varphi\in W_2^1(\gamma_0)$ nöqtəsifunksiyası üçün

$$\int\limits_{\gamma_0}(H\varphi)(\tau)d\tau=0\,,\quad \int\limits_{\gamma_0}(\mathcal{K}\varphi)(\tau)d\tau=0$$

olduğundan (19) tənliyinin yalnız (10) şərti daxilində həlli vardır.

Buna görə də aşağıdakı tənliyə baxacağıq:

$$(R\varphi)(t)=f(t)-\frac{1}{2\pi i t}\int\limits_{\gamma_0}f(\tau)d\tau\,,\ t\in\gamma_0, \tag{20}$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\gamma_0}\frac{\varphi(\tau)}{\tau}d\tau=d_0. \tag{21}$$

Teorem 12. Əgər ixtiyari $(f;d_0)\in L_2(\gamma_0)\times C$ üçün (20)-(21) tənliyinin yeganə həlli varsa, onda n-in kifayət qədər böyük qiymətlərində

$$\begin{aligned}&(H_n\varphi)(t)+(\mathrm{K}_n\varphi)(t)-\frac{1}{2n}\sum_{p=0}^{2n-1}e^{p\theta i}\sum_{k=0}^{2n-1}K(\tau_p^{(t)},\tau_k^{(t)})\times\\&\times\varphi(\tau_k^{(t)})\left(\frac{1}{2}\Delta\tau_k^{(t)}\right)=f(t)-\frac{1}{2n}\sum_{p=0}^{2n-1}e^{p\theta i}f(\tau_p^{(t)})\end{aligned} \tag{22}$$

$$\frac{1}{2n}\sum_{p=0}^{2n-1}\varphi(\tau_k^{(t)}) = d_0, \tag{23}$$

tənliyinin də, burada $(\mathsf{K}_n\varphi)(t) = \sum_{k=0}^{2n-1} K(t,\tau_k^{(t)})\,\varphi(\tau_k^{(t)})\left(\frac{1}{2}\Delta\tau_k^{(t)}\right)$, ixtiyari $(f;d_0)\in L_2(\gamma_0)\times C$ üçün yeganə həlli var, (22)-(23) tənliyinin $\varphi_n^*(t)$ həlli (20)-(21) tənliyinin $\varphi^*(t)$ həllinə $L_2(\gamma_0)$ fəzasının normasında yığılır və

$$\left\|\varphi_n^* - \varphi^*\right\|_{L_2(\gamma_0)} \le const\cdot\Big\{E_n(f;L_2) + E_n\left(K\varphi^*;L_2\right) + 4\pi\|K\|_\infty E_{n-1}\left(\varphi^*;L_2\right) +$$

$$+4\pi E_{n-1}(K)\left[E_{n-1}\left(\varphi^*;L_2\right) + \left\|\varphi^*\right\|_{L_2(\gamma_0)}\right]\Big\}$$

qiymətləndirməsi doğrudur.

3.2 yarımfəslində Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral tənliklərin konstruktiv həlli verilir. Əvvəlcə aşağıdakı birinci növ sadə Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral tənliyinə baxılır:

$$\left(\widetilde{H}\varphi\right)(t) = f(t),\quad t\in T_0 = [0,2\pi], \tag{24}$$

burada $f\in L_2(T_0)$.

Teorem 8-dən alınır ki, (24) tənliyinin yalnız

$$\int_0^{2\pi} f(\tau)d\tau = 0 \tag{25}$$

şərti daxilində həlli vardır. Əgər (25) şərti ödənərsə, onda (24) tənliyi aşağıdakı şəkildə sonsuz sayda həllə malik olar:

$$\varphi^*(t) = d_0 - \sum_{k\in z\setminus\{0\}}\frac{c_k(f)}{|k|}e^{ikt}\in W_2^1(T_0), \tag{26}$$

burada $c_k(f) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{-ik\tau} f(\tau)d\tau$ - $f\in L_2(T_0)$ funksiyasının Furye əmsallarıdır və d_0 -hər hansı bir sabitdir.

Yuxarıdakı deyilənlərdən alınır ki,

$$\left(\widetilde{H}\varphi\right)(t)=f(t)-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f(\tau)d\tau\ ,\ t\in T_0\,, \qquad (27)$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(\tau)d\tau=d_0 \qquad (28)$$

tənliyinin ixtiyari $(f;d_0)\in L_2(T_0)\times C$ üçün yeganə həlli vardır və (27)-(28) tənliyinin həlli (26) münasibəti ilə təyin olunan $\varphi^*(t)$ funksiyasıdır.

(27)-(28) tənliyinin təqribi həllini $\sum_{k=0}^{2n-1}\alpha_k^{(n)}(t)f\left(t+\frac{\pi k}{n}\right)$, şəklində axtaraq burada $\alpha_k^{(n)}(t)$, $k=\overline{0,2n-1}$ -kəsilməz funksiyalardır, $n\in N$. Bu məqsədlə aşağıdakı tənliyə baxaq:

$$\left(\widetilde{H}_n\varphi\right)(t)=f(t)\ ,\ t\in T_0\,, \qquad (29)$$

burada $f\in L_2(T_0)$. İxtiyari $t\in T_0$ üçün

$$\sum_{p=0}^{2n-1}\left(\widetilde{H}_n\varphi\right)(t+\frac{\pi k}{n})=0$$

bərabərliyinə əsasən alarıq ki (29) tənliyinin yalnız

$$\sum_{p=0}^{2n-1}f\left(t+\frac{\pi p}{n}\right)=0 \qquad (30)$$

şərti ödəndikdə həlli vardır.

Əgər (30) şərti ödənərsə, onda (29) tənliyi aşağıdakı şəkildə sonsuz sayda həllə malikdir:

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}d_ke^{2knit}+\sum_{\substack{k=-\infty\\ k\neq 0(\mathrm{mod}\,2n)}}^{+\infty}\frac{c_k(f)}{\widetilde{\mu}_k^{(n)}}e^{ikt}\in L_2(T_0). \qquad (31)$$

Yuxarıdakı deyilənlərdən alınır ki,

$$\left(\widetilde{H}_n\varphi\right)(t)=f(t)-\frac{1}{2n}\sum_{p=0}^{2n-1}f\left(t+\frac{\pi p}{n}\right), \qquad (32)$$

$$\frac{1}{2n}\sum_{k=0}^{2n-1}\varphi\left(t+\frac{\pi k}{n}\right)=d_0 \tag{33}$$

tənliyinin ixtiyari $(f;d_0)\in L_2(T_0)\times C$ üçün yeganə həlli vardır və (32)-(33) tənliyinin həlli

$$\varphi_n^*(t)=d_0+\sum_{\substack{k=-\infty\\ k\neq 0(\operatorname{mod}2n)}}^{+\infty}\frac{c_k(f)}{\widetilde{\mu}_k^{(n)}}e^{ikt}\in L_2(T_0)$$

münasibəti ilə təyin olunan $\varphi_n^*(t)$ funksiyasıdır.

Teorem 13. İxtiyari $(f;d_0)\in L_2(T_0)\times C$ üçün (32)-(33) tənliyinin yeganə həlli var, bu tənliklər sisteminin $\varphi_n^*(t)$ həlli $L_2(T_0)$ fəzasının normasında (27)-(28) tənliyinin $\varphi^*(t)$ həllinə yığılır və

$$\left\|\varphi_n^*-\varphi^*\right\|_{L_2(T_0)}\leq E_n(f;L_2)$$

qiymətləndirməsi doğrudur.

İndi isə aşağıdakı şəkildə Hilbert nüvəli birinci növ hipersinqulyar inteqral tənliyə baxaq

$$(\widetilde{R}\varphi)(t)=(\widetilde{H}\varphi)(t)+(\widetilde{\mathcal{K}}\varphi)(t)=f(t)\ ,\ \ t\in T_0\,, \tag{34}$$

burada $(\widetilde{\mathcal{K}}\varphi)(t)=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi}\widetilde{K}(t,\tau)\varphi(t)d\tau$ və $\widetilde{K}(t,\tau)=\dfrac{\partial}{\partial t}\widetilde{F}(t,\tau)$- kəsilməz funksiyalardır. İxtiyari $\varphi\in W_2^1(\gamma_0)$ üçün

$$\int_0^{2\pi}(\widetilde{H}\varphi)(\tau)d\tau=0\,,\quad \int_0^{2\pi}(\widetilde{\mathcal{K}}\varphi)(\tau)d\tau=0\,,$$

bərabərlikləri ödəndiyi üçün (34) tənliyinin yalnız (25) şərti daxilində həlli vardır. Ona görə də aşağıdakı tənliklərə baxacağıq:

$$(\widetilde{R}\varphi)(t)=f(t)-\frac{1}{2n}\sum_{p=0}^{2n-1}f\left(t+\frac{\pi p}{n}\right),\ t\in T_0\,, \tag{35}$$

$$\frac{1}{2\pi}\sum_{k=0}^{2n-1}\varphi\left(t+\frac{\pi k}{n}\right)=d_0\,. \tag{36}$$

Teorem 14. Əgər ixtiyari $(f;d_0)\in L_2(T_0)\times C$ üçün (35)-(36) tənliyinin yeganə həlli varsa, onda n-in kifayət qədər böyük qiymətlərində

$$\left(\widetilde{H}_n\varphi\right)(t)+\left(\mathrm{K}_n\varphi\right)(t)-\frac{1}{4n^2}\sum_{k=0}^{2n-1}\sum_{p=0}^{2n-1}\widetilde{K}\left(t+\frac{\pi p}{n},t+\frac{\pi k}{n}\right)\varphi\left(t+\frac{\pi k}{n}\right)=$$

$$=f(t)-\frac{1}{2n}\sum_{k=0}^{2n-1}f\left(t+\frac{\pi k}{n}\right), \qquad (37)$$

$$\frac{1}{2\pi}\sum_{p=0}^{2n-1}\varphi\left(t+\frac{\pi p}{n}\right)=d_0, \qquad (38)$$

tənliyinin də, burada $\left(\mathrm{K}_n\varphi\right)(t)=\frac{1}{2n}\sum_{k=0}^{2n-1}\widetilde{K}\left(t,t+\frac{\pi k}{n}\right)\varphi\left(t+\frac{\pi k}{n}\right)$, ixtiyari $(f;d_0)\in L_2(T_0)\times C$ üçün yeganə həlli var, (37)-(38) tənliyinin $\varphi_n^*(t)$ həlli (35)-(36) tənliyinin $\varphi^*(t)$ həllinə $L_2(T_0)$ fəzasının normasında yığılır və

$$\left\|\varphi_n^*-\varphi^*\right\|_{L_2(T_0)}\le const\cdot\Big\{E_n(f;L_2)+E_n\left(\mathcal{K}\varphi^*;L_2\right)+$$

$$+2\left\|\widetilde{K}\right\|_\infty E_{n-1}\left(\varphi^*;L_2\right)+2E_{n-1}\left(\widetilde{K}\right)\left[E_{n-1}\left(\varphi^*;L_2\right)+\left\|\varphi^*\right\|_{L_2(T_0)}\right]\Big\}$$

qiymətləndirməsi doğrudur.

3.3 yarımfəslində təklif olunan metodların effektivliyini göstərən ədədi nümunələrin nəticələri verilir.

Sonda məsələlərin qoyuluşuna, müntəzəm diqqətinə və qiymətli məsləhətlərinə görə elmi rəhbərim r.e.d., dosent R.Ə.Əliyevə öz dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

NƏTİCƏ

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakılardan ibarətdir:

- kvadratı ilə cəmlənən funksiyalar fəzası və Hölder fəzalarında Koşi nüvəli və Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral operatorlar bu operatorların əsas xassələrini özündə saxlayan və özlərini diskret operator kimi aparan müəyyən operatorlar ardıcıllığı ilə approksimasiya olunmuş və onlar üçün uyğun qiymətləndirmələr alınmışdır;
- kvadratı ilə cəmlənən funksiyalar fəzasında Koşi nüvəli və Hilbert nüvəli hipersinqulyar inteqral tənliklərin konstruktiv həll üsulları qurulmuş və əsaslandırılmışdır;
- qurulan konstruktiv həll üsulunun Laplas tənliyi üçün Neyman məsələsinə tətbiqi verilmiş və üsulun effektivliyini göstərən ədədi eksperimentlərin nəticələri qeyd olunmuşdur.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1.Амрахова, А.Ф., Гаджиева, Ч.А. Об аппроксимации гиперсингулярного интегрального оператора на окружности // -Баку: Вестник БГУ, серия физ.-мат.наук, -2015, 4, -с.43-50.

2.Амрахова, А.Ф., Гаджиева, Ч.А. Аппроксимация гиперсингулярного интегрального оператора на окружности // Ə.Həbibzadənin 100 illik yubileyinə həsr olunmuş ”Funksional analiz və onun tətbiqləri” adlı respublika elmi konfransının materialları, -Bakı, -2016, -səh.120-121.

3.Гаджиева, Ч.А. Об аппроксимации гиперсингулярного интегрального оператора с ядром Коши // -Баку: Вестник БГУ, серия физ.-мат.наук, -2017, 1, -с. 76-87.

4.Гаджиева, Ч.А. Аппроксимации гиперсингулярных интегральных операторов с ядром Коши // Operators, Functions and Systems of Mathematical Physics Conference - Baku:- June 10-14, -2019, Khazar University, -p.146-148

5. Aliev, R.A., Gadjieva, Ch.A. Approximation of hypersingular integral operators with Cauchy kernel // - London: Numerical Functional Analysis and Optimization, -2016, 37:9, 1055-1065.

6.Aliev, R.A., Gadjieva, Ch.A. Approximate solution of hipersingulyar integral equations with Cauchy kernel // -Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics, -2017, 37:1, -p.20-29.

7. Gadjieva, Ch.A. Approximation of hypersingular integral operators with Hilbert kernel // Y.Məmmədovun 85 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfransın materialları, -Bakı: -2015, -səh.79-81.

8. Gadjieva, Ch.A. A new approximate method for solving hypersingular integral equations with Hilbert kernel // -Baku: Proceedings of the IMM of NAS of Azerbaijan, -2016, 43:2, -p.316-329.

9. Gadjieva, Ch.A. The approximate solution of hypersingular integral equations of the first kind // M.L.Rəsulovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş ”Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktual

məsələləri” adlı respublika elmi konfransının materialları,- Bakı: -2016, -səh.119-120.
10. Gadjieva, Ch.A. Approximation of hypersingular integral operators on Hölder spaces // -Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics, -2017, 5:2, -s.96-105.
11. Gadjieva, Ch.A. Approximation of hypersingular integral operators on Hölder spaces // Akademik Akif Hacıyevin 80 illik yubileyinə həsr olunmuş ”Riyaziyyat və Mexanikanın müasir problemləri” adlı Beynəlxalq elmi konfransın materialları, -Bakı: -2017, -səh.69-71.
12. Gadjieva, Ch.A. The Approximate solution of hypersingular integral equations with Hilbert kernel of the first kind // 1st İnternational Science and Engineering Coference Proceedings, -Baku, -2018, -p.102-104.
13. Gadjieva, Ch., Approximation of Hypersingular integral operators with Hilbert kernel on Hölder spaces \\ Abstarct book Operators in general Morrey-Type Spaces and Applications (OMTSA 2019), - Turkey, Kutahya: Kutahya Dumlupinar University, -16-20 July, -2019, -p.98-100.

Dissertasiyanın müdafiəsi 31 may 2021-ci il tarixində saat 11^{00} –da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 26 aprel 2021-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 26.04.2021
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 80000
Tiraj: 50