AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

BƏZİ QEYRİ-XƏTTİ MƏXSUSİ QİYMƏT MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLƏRİNİN LOKAL VƏ QLOBAL BİFURKASİYASI

İxtisas: 1202.01 – Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Günay Məmməd qızı Məmmədova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq

üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı - 2025

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin «Riyazi analizi» kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: Riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Ziyatxan Seyfəddin oğlu Əliyev

Rəsmi opponentlər: Riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Həmdulla İsrafil oğlu Aslanov

Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Elnur Həsən oğlu Xəlilov

Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru
Elçin Camal oğlu İbadov

ARAYIŞ ÜÇÜN

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri: AMEA-nın həqiqi üzvü, f.-r.e.d., professor
Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.-r.e.n., dosent
Zakir Fərman oğlu Xankişiyev

Elmi seminarın sədri: f.-r.e.d., professor
Rəhim Mikayıl oğlu Rzayev

BAKI DÖVLƏT UNİVERSİTETİ
ELMİ KATİB
SCIENTIFIC SECRETARY

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Bifurkasiya nəzəriyyəsi riyazi elmdir və onun əsasları XX əsrin əvvəllərində A. Puankare və A.M. Lyapunov tərəfindən qoyulmuşdur. Sonralar bu nəzəriyyə bir çox riyaziyyatçılar tərəfindən inkişaf etdirilmişdir. Qeyri-xətti inikasların və ya qeyri-xətti diferensial tənliklərin, xüsusən də zamanla qurulan rejimlərin davranışı müəyyən parametrlərdən asılı ola bilər. Qeyd edək ki, parametrin yavaş dəyişməsi ilə müəyyən edilmiş rejimlərdə keyfiyyət dəyişiklikləri baş verə bilər. İnikaslarda və diferensial tənliklərdə parametrlərin dəyişməsi ilə belə yenidən qurulmaların öyrənilməsi bifurkasiya nəzəriyyəsinin əsas mövzusudur. Bu nəzəriyyə fizika və kimyadan tutmuş biologiya və sosiologiyaya qədər müxtəlif elm sahələrində tətbiq tapır.

Bifurkasiya nəzəriyyəsinin müasir inkişafında qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin bifurkasiyası mühüm rol oynayır. Mexanikanın, fizikanın və biologiyanın bir çox konkret məsələləri bu tip məsələlərə gətirilir. Qeyri-xətti həyəcanlanmaların sıfırda Freşe törəməsinin varlığı halında qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin bifurkasiya nəzəriyyəsini əsas nəticələri M.A. Krasnoselskinin[1] lokal bifurkasiya teoremi və P.H. Rabinoviçin [2] qlobal bifurkasiya teoremidir. Bu nəticələr əsasında qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin geniş sinifi üçün bifurkasiya nəzəriyyəsinin sistematik təqdimatına daxil olan kifayət qədər ümumi nəticələr alınmışdır.

Sonralar A.P.Mahmudov və Z.S.Əliyev[3], P.Çiappinelli[4] və J. Prijbiçin [5] tərəfindən qeyri-xətti həyəcanlanmaların Freşe mənada

---

[1] Красносельский, М.А. Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений / А.М. Красносельский. – Москва; Ленинград: Гос. изд-во техн.–теорет. лит., – 1956, – 392 с.

[2] Rabinowitz, P.H. Some global results for nonlinear eigenvalue problems // Journal of Functional Analysis, – 1971, v.7, no. 3, – p. 487-513.

[3] Махмудов А.П., Алиев З.С. О глобальной бифуркации решений некоторых нелинейных нелинеаризируемых задач на собственные значения // Москва: Дифференциальные уравнения, – 1989. т. 25, №1, – с. 89–96.

[4] Chiappinelli, R. Remarks on Krasnoselskii bifurcation theorem // Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae, – 1989. v.30, no. 2, – p. 236-241.

diferensiallanan olması tələbi qoyulmadan, qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin Banax və Hilbert fəzalarında bifurkasiyası tədqiq olunmuşdur. Onlar tərəfindən bifurkasiya nöqtələrinin strukturu öyrənilmiş və bifurkasiyanın trivial həllər əyrisinin parçalarından baş verdiyi göstərilmişdir. Bundan əlavə, yalnız A.P. Mahmudov və Z.S. Əliyevin[3] işlərində həllərin bu bifurkasiya parçalarından budaqlanan qlobal kontiniumlarının varlığı isbat olunmuşdur.

Adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin lokal və qlobal bifurkasiyasını tədqiq edərkən uyğun xətti məsələlərin osillyasiya xassələri mühüm rol oynayır. Xətti adi diferensial operatorların məxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələri müxtəlif metodlarla bir çox müəlliflər tərəfindən tədqiq olunmuşdur. Qeyri-xətti Şturm-Liuvill və Dirak məsələlərinin, dördüncü və yüksək tərtib qeyri-xətti adi diferensial tənliklər üçün məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin lokal və qlobal bifurkasiyası məxsusi funksiyaların osillyasiya xassələrinə əsaslanaraq bir çox işlərdə tədqiq olunmuşdur, burada həllərin trivial həllər əyrisinin nöqtələrindən və parçalarından budaqlanan və adi osillyasiya xassələrinə malik iki sinif qeyri-məhdud kontiniumlarının varlığı isbat olunmuşdur.

T.İ. Allahverdiyevin[6] işində sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan qeyri-xətti Şturm-Liuvill məsələsinə baxılmış və P.H. Rabinoviç[2] və A. Berestiskinin[7] nəticələri inkişaf etdirilmişdir. Qeyd edək ki, bu işdə müəyyən boşluq var, belə ki, sərhəd şərtindəki kəsr-xətti funksiya məxrəcin sıfıra çevrilmədiyi hər bir intervalda ciddi artandır, lakin bütün R -də ciddi artan deyil. Ona görə bu müəllif tərəfindən A. Berestiskinin[7] işindəki metodu tətbiq etməklə uyğun xətti məsələnin məxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələrinə malik

---

[5] Przybycin, J. Some theorems of Rabinowitz type for nonlinearizable eigenvalue problems // Opuscula Mathematica, – 2004, v. 24, № 1, – p. 115–121.

[6] Аллахвердиев Т.И. Исследование некоторых линейных и нелинейных задач Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в граничных условиях / Дис. канд. физ.–мат. наук. / – Баку, 1991, – 106 с.

[7] Berestycki, H. On some nonlinear Sturm-Liouville problems // Journal of Differential Equations, – 1977. v.26, no. 3, – p. 375–390.

və trivial həllər əyrisinin nöqtələrindən və parçalarından budaqlanan həllər çoxluğunun bütün əlaqəli komponentlərinin davranışı tədqiq olunmamışdır. Bu həmçinin onunla bağlıdır ki, elə N_1 natural ədədi var ki, sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan Şturm-Liuvill məsələsinin sıra nömrələri N_1 və N_1+1 olan məxsusi funksiyalarının sıfırlarının sayı bərabərdir.

Yarımxətti Şturm-Liuvill və yarımxəttiləşən Şturm-Liuvill məsələləri A. Berestiski[7] tərəfindən tam tədqiq olunmuşdur. Sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan yarımxətti Şturm-Liuvill məsələsinin yarımməxsusi funksiyalarının osilyasiya xassələri bucaq funksiyaları daxil olunmaqla P.J. Braun[8] tərəfindən öyrənilmişdir. Lakin o, sıfırlarının sayı bərabər olan yarımməxsusi funksiyaların sıra nömrələrini dəqiq təyin edə bilməmişdir. Ona görə sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan yarımxətti Şturm-Liuvill məsələsinin həllərinin xəttiləşməyən həyəcanlanmalarının bifurkasiyasını tam öyrənmək mümkün olmamışdır.

Yuxarıda qeyd olunan mülahizələrə əsasən deyə bilərik ki, məhdud çoxluğu məhdud çoxluğa inikas etdirən qeyri-xətti diferensiallanmayan operatorlar iştirak edən qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin qlobal bifurkasiyası Banax və Hilbert fəzalarında ətraflı tədqiq olunmamışdır; sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan xətti və yarımxətti Şturm-Liuvill məsələlərinin xəttiləşməyən həyəcanlanmalarının trivial həllər əyrisinin nöqtələrindən və parçalarından budaqlanan, xətti və yarımxətti məsələlərin uyğun olaraq məxsusi və yarımməxsusi funksiyalarının osilyasiya xassələrinə malik, həllər çoxluğunun əlaqəli komponentlərinin davranışı tam tədqiq olunmamışdır.

Tədqiqatın məqsədi və vəzifələri. Bu dissertasiya işinin əsas məqsədi xəttiləşməyən məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin Banax və Hilbert fəzalarında qlobal bifurkasiyasını öyrənmək; sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan xətti Şturm-Liuvill məsələlərinin xəttiləşməyən həyəcanlanmalarının həlləri çoxluğunun əlaqəli

[8] Browne, P.J., A Pufer approach to half-linear Sturm-Liouville problems // Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, – 1998. v.41, no. 3, – p. 573–583.

komponentlərinin davranışını tədqiq etmək; sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan yarımxətti Şturm-Liuvill məsələlərinin xəttiləşən həyəcanlanmalarının həllərinin kontiniumlarının davranışını tədqiq etməkdir.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analizin, operatorlar nəzəriyyəsinin, topologiyanın, diferensial tənliklərin, spektral analizin, diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin, qeyri-xətti analizin və bifurkasiya nəzəriyyəsinin metodları tətbiq olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

Aşağıdakı əsas müddəalar müdafiəyə çıxarılır:

– qeyri-xətti həyəcanlanmaları diferesiallanan olmadığı halda qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin qlobal bifurkasiyasını öyrənmək;

– həllər çoxluğunun xətti məsələnin sadə məxsusi ədədini özündə saxlayan parçadan budaqlanan əlaqəli komponentlərinin qlobal strukturunu tədqiq etmək;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan qeyri-xətti Şturm-Liuvill məsələləri üçün bifurkasiya parçalarını tapmaq;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan qeyri-xətti Şturm-Liuvill məsələsinin həllər çoxluğunun bifurkasiya parçalarından budaqlanan və xətti məsələnin məxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələrinə malik bir cüt qeyri-məhdud əlaqəli komponentlərinin varlığını göstərmək;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan yarımxətti Şturm-Liuvill məsələsinin yarımməxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələrini öyrənmək;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan yarımxəttiləşən Şturm-Liuvill məsələsinin həllərinin yarımməxsusi ədədlərdən budaqlanan və uyğun yarımxətti məsələnin yarımməxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələrinə malik, dörd qeyri-məhdud kontinuumlar ailələrinin mövcudluğunu göstərmək.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

– qeyri-xətti həyəcanlanmaları diferensiallanan olmadığı halda qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin (xətti məsələnin təkrarlanma tərtibi tək olan məxsusi ədədini özündə saxlayan trivial həllər əyrisinin parçasından) qlobal bifurkasiyası haqqında teorem isbat olunmuşdur;

– həllər çoxluğunun xətti məsələnin sadə məxsusi ədədini özündə saxlayan trivial həllər əyrisinin parçasından budaqlanan əlaqəli komponentlərinin strukturu və davranışı ətraflı tədqiq olunmuşdur;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan qeyri-xətti Şturm-Liuvill məsələsinin bifurkasiya parçaları tapılmışdır;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan qeyri-xətti Şturm-Liuvill məsələsinin həllər çoxluğunun, bifurkasiya parçasından budaqlanan və xətti məsələnin məxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələrinə malik, bir cüt qeyri-məhdud əlaqəli komponentlərinin varlığı isbat olunmuşdur;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan yarımxətti Şturm-Liuvill məsələsinin yarımməxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələri öyrənilmişdir;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan yarımxəttiləşən Şturm-Liuvill məsələsinin həllərinin, yarımməxsusi ədədlərdən budaqlanan və uyğun yarımxətti məsələnin yarımməxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələrinə malik, bir cüt qeyri-məhdud kontinuumlarının varlığı isbat olunmuşdur.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. İşdə alınan nəticələr əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Bu nəticələrdən bifurkasiya nəzəriyyəsinin, diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin, funksional analizin, mexanikanın və fizikanın müxtəlif məsələlərinin tədqiqində istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işində alınmış nəticələr Bakı Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz» (prof. S.S. Mirzəyev) və «Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz» (prof. Ə.A. Əhmədov) kafedralarının seminarlarında, Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun «Funksional analiz» (prof. H.İ. Aslanov) və «Diferensial tənliklər» (prof. Ə.B. Əliyev) şöbələrinin seminarlarında, «Fundamental və tətbiqi riyaziyyatın son nailiyyətləri» Beynəlxalq konfransında (ICRAPAM-2014, Antaliya, Türkiyə, 2014), «Riyazi analiz, diferensial tənliklər və onların tətbiqləri» (MADEA-7, Bakı, 2015) Beynəlxalq konfransında, Gənc Alimlərin I Beynəlxalq konfransında (Gəncə, 2016), Sumqayıt

Dövlət Universitetinin 55 illiyinə həsr olunmuş «Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri» Beynəlxalq Elmi konfransında (Sumqayıt, 2017), "Funksiya nəzəriyyəsinin müasir metodları və əlaqəli problemlər" mövzusunda Beynəlxalq Voronej qış riyaziyyat məktəbində (Voronej, Rusiya, 2021) məruzə edilmişdir.

İddiaçının şəxsi töhfəsi tədqiqatın məqsədini formalaşdırmaqdır. Bundan əlavə, alınan bütün nəticələr iddiaçıya məxsusdur.

İddiaçının nəşrləri. Dissertasiya işinin əsas nəticələri Azərbaycan Respublikası Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının tövsiyə etdiyi jurnallarda 5 elmi məqalə (1-i WOS, 2-i SCOPUS) və 2 Respublika konfrans materiallarında, 2 Beynəlxalq konfrans materiallarında (onlardan 1-i xaricdə) çap olunmuşdur

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi müəssisənin adı. Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz» kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiya işinin strukturu və həcmi (işarələrlə, hər bir struktur bölməsinin həcmini ayrı-ayrılıqda göstərməklə). Dissertasiya işinin ümumi həcmi – 140769 işarə (titul səhifəsi – 332 işarə, mündəricat – 1441 işarə, giriş – 33606 işarə, I fəsil – 35100 işarə, II fəsil – 36500 işarə, III fəsil – 32400 işarə, nəticə – 1790 işarə). İstifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısı 80 addan ibarətdir.

DİSSERTASİYA İŞİNİN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, 11 paraqraf daxil olan 3 fəsil, nəticə və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi, tədqiqatın məqsədi və vəzifələri, tədqiqatın elmi yeniliyi, tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti, həmçinin dissertasiya işinin aprobasiyası haqqında məlumatlar verilmişdir.

Birinci fəsil dörd yarımfəsildən ibarətdir və xəttiləşməyən məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin Banax və Hilbert fəzalarında qlobal bifurkasiyasına həsr olunmuşdur.

Tutaq ki, E fəzası $\|\cdot\|$ normalı həqiqi Banax fəzasıdır və

$L: E \to E$ isə təyin oblastı $D(L)$ olan xətti operatordur, $D(L)$ isə E -də hər yerdə sıxdır.

1.1-də aşağıdakı kimi qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxılmışdır:

$$Lu = \lambda u + F(\lambda, u) + G(\lambda, u), \tag{1}$$

burada $\lambda \in R$ spektral parametr, $F, G: \mathbf{R} \times E \to E$ operatorları məhdud çoxluğu məhdud çoxluğa inikas etdirən kəsilməz operatorlardır, istənilən $\lambda \in R$ üçün $F(\lambda, 0) = 0$, G operatoru isə istənilən məhdud $\Lambda \subset R$ aralığı üçün $\lambda \in \Lambda$ ya nəzərən müntəzəm olaraq

$$||u|| \to \mathbf{0} \text{ olduqda } G(\lambda, u) = o(||u||) \tag{2}$$

şərtini ödəyir.

$\mathbf{R} \times E$ -də norma aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$||\lambda, u|| = \left\{|\lambda|^2 + ||u||^2\right\}^{1/2}.$$

$B_\varepsilon(\lambda)$ ilə $\mathbf{R} \times \mathbf{E}$ -də mərkəzi $(\lambda, 0)$ nöqtəsində və radiusu $\varepsilon > \mathbf{0}$ olan, B_ε ilə isə E -də mərkəzi 0 nöqtəsində və radiusu ε olan kürəni işarə edək.

Əgər istənilən $\varepsilon > \mathbf{0}$ ədədi üçün (1) məsələsinin trivial olmayan $(\lambda_\varepsilon, u_\varepsilon)$ həlli mövcuddursa, belə ki, $(\lambda_\varepsilon, u_\varepsilon) \in B_\varepsilon(\mu)$, yəni

$$||(\lambda_\varepsilon, u_\varepsilon) - (\mu, 0)|| < \varepsilon$$

olarsa, onda $(\mu, 0)$ nöqtəsinə (1) məsələsinin trivial həllər əyrisinə nəzərən bifurkasiya nöqtəsi və ya sadəcə bifurkasiya nöqtəsi deyilir.

1.1-də $L-$ kompakt operatorun tərifi varlığı halında, bu o deməkdir ki, L^{-1} kompakt operatordur) və iki operatorun üst-üstə düşmə dərəcəsi topoloji anlayışı verilmişdir.

Bundan sonra fərz edəcəyik ki, L operatoru sıfır indeksli Fredholm operatorudur və $I: E \to E$ eynilik operatoru $L-$ kompartdır. Onda L operatorunun hər bir məxsusi ədədi izolə olunmuşdur və sonlu tərtibə malikdir, bütün $\sigma(L)$ spektri isə belə nöqtələrdən ibarətdir.

$F \equiv \mathbf{0}$ olduqda (1) məsələsinin bifurkasiya nöqtələrinin varlığı üçün aşağıdakı hökmlər doğrudur.

Lemma 1. Tutaq ki, $F \equiv 0$. Əgər $(\mu, 0)$ nöqtəsi *(1)* məsələsinin bifurkasiya nöqtəsidirsə, onda $\mu \in \sigma(L)$.

Teorem 1. Tutaq ki, $F \equiv 0$. Əgər $\mu \in \sigma(L)$ ədədinin təkrarlanma tərtibi təkdirsə, onda $(\mu, 0)$ nöqtəsi (1) məsələsinin bifurkasiya nöqtəsidir və bu nöqtəyə trivial olmayan həllərin kəsilməz budağı uyğundur.

Y ilə (1) məsələsinin trivial olmayan həllər çoxluğunun qapanmasını işarə edək.

Aşağıdakı teorem göstərir ki, bifurkasiya lokal deyil, qlobal hadisədir.

Teorem 2. Tutaq ki, $F \equiv 0$ və $\mu \in \sigma(L)$ təkrarlanma tərtibi təkdir. Onda Y çoxluğunun $(\mu, 0)$ nöqtəsini özündə saxlayan elə əlaqəli Y_μ komponenti mövcuddur ki, ya (i) Y_μ $\mathbb{R} \times E$ -də qeyri-məhduddur, ya da (ii) Y_μ $(\tilde{\mu}, 0)$ nöqtəsini özündə saxlayır, burada $\mu \neq \tilde{\mu} \in \sigma(L)$.

Tutaq ki, $F \equiv 0$ və $\mu \in \sigma(L)$ sadədir. Onda E.Danserin təklif etdiyi konstruksiyaya uyğun olaraq Y_μ iki Y_μ^+ və Y_μ^- alt kontinuumlarına ayırmaq olar.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 3. Ya Y_μ^+ və Y_μ^- çoxluqları $\mathbb{R} \times E$ -də qeyri-məhduddurlar, ya da $Y_\mu^+ \cap Y_\mu^- \neq \{(\mu, 0)\}$.

1.2-də (1) məsələsinin həllərinin lokal bifurkasiyası öyrənilmişdir. $r > 0$ olduqda

$$k(F; r) = \sup_{||u|| \leq r, \lambda \in R} \frac{||F(\lambda, u)||}{||u||}, \tag{3}$$

qəbul edək, o şərtlə ki, bu ifadə r -in heç olmasa kiçik qiymətlərində sonlu olsun. $k = k(F; r)$ funksiyası r parametrinin azalmayan funksiyası olduğundan, biz həmçinin

$$k_0(F) = \lim_{r \to 0} k(F; r) \tag{4}$$

qəbul edirik. $\lambda \in \sigma(L)$ üçün

$$c(\lambda) = \inf\{ ||Lu - \lambda u|| : u \in D(L), ||u|| = 1\} = ||(L - \lambda I)^{-1}|| \tag{5}$$

qəbul edək.

Bundan sonra fərz edəcəyik ki, μ ədədi L operatorunun təkrarlanma tərtibi tək olan məxsusi ədədidir.

Teorem 4. Tutaq ki, elə $\underline{\lambda}$ və $\bar{\lambda}$ ədədləri var ki,

$$\underline{\lambda} < \mu < \bar{\lambda},\ \sigma(L) \cap [\underline{\lambda}, \bar{\lambda}] = \{\mu\} \text{ və } \min\{c(\underline{\lambda}), c(\bar{\lambda})\} > k_0(F), \quad (6)$$

burada $k_0(F)$ və $c(\lambda)$ uyğun olaraq *(4)* və *(5)* düsturları ilə təyin olunurlar. Onda istənilən kifayət qədər kiçik $r > 0$ üçün *(1)* məsələsinin (λ_r, u_r) həlli mövcuddur, belə ki, $\lambda \in [\underline{\lambda}, \bar{\lambda}]$ və $\|u_r\| = r$.

B ilə (1) qeyri-xətti məsələsinin trivial həllər əyrisinə nəzərən bifurkasiya nöqtələri çoxluğunu işarə edək.

Nəticə 1. $([\underline{\lambda}, \bar{\lambda}] \times \{0\}) \cap B \neq \emptyset$.

Tutaq ki, $H -$ həqiqi Hilbert fəzasıdır və $L: D(L) \subset H \to H$ operatoru öz-özünə qoşma operatordur. Onda aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 5. Tutaq ki, $\mu \in \sigma(L)$ ədədinin təkrarlanma tərtibi təkdir və onun $\sigma(L)$ spektrindən məsafəsi -dan böyükdür, yəni

$$dist(\mu, \sigma(L)\{\mu\}) > 2k_{\downarrow}0\ (F). \quad (7)$$

Onda elə $\tilde{r}_0 > 0$ və $\varepsilon_0 > 0$ kiçik ədədləri var ki, istənilən $0 < r \leq \tilde{r}_0$

üçün (1) məsələsinin $\|u_r\| = r$ və $\lambda \in [\mu - k(r) - \varepsilon_0, \mu + k(r) + \varepsilon_0]$ münasibətlərini ödəyən (λ_r, u_r) həlli mövcuddur, burada $k(r) = k(F; r)$.

Nəticə 2. Aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$(B \cap ([\mu - k_0(F), \mu + k_0(F)] \times \{0\})) \subset [\mu - k_0(F), \mu + k_0(F)] \times \{0\}.$$

1.3-də (1) məsələsinin həllərinin qlobal bifurkasiyası tədqiq olunmuşdur. $\tilde{D}_\mu$ ilə (1) məsələsinin trivial olmayan həllər çoxluğunun qapanmasının $(\lambda, 0) \in B \cap (I_\mu \times \{0\})$ bifurkasiya nöqtəsindən budaqlanan bütün komponentlərinin birləşməsini işarə edək, burada

$I_\mu = [\mu - k_0(F), \mu + k_0(F)]$. Tutaq ki, $D_\mu = \tilde{D}_\mu \cup \left(I_\mu \times \{0\}\right)$. Aydındır ki, D_μ çoxluğu $R \times E$ -də əlaqəli çoxluqdur, lakin $\tilde{D}_\mu$ çoxluğu $\mathbb{R} \times E$ -də əlaqəli çoxluq olmaya bilər.

(1) qeyri-xətti məsələsinin həllərinin qlobal bifurkasiyası üçün alınmış aşağıdakı nəticə P.H. Rabinoviçin[2] işindəki məlum teorem 1.3-ün ümumiləşməsidir.

Teorem 6. Tutaq ki, $\mu \in \sigma(L)$ ədədinin təkrarlanma tərtibi təkdir və (7) şərti ödənilir. Onda çoxluğunun $I_\mu \times \{0\}$ parçasını özündə saxlayan D_μ əlaqəli komponenti ya i) $\mathbb{R} \times E$ -də qeyri-məhduddur, ya da ii) $I_\nu \times \{0\}$ parçasını özündə saxlayır, burada $\mu \neq \nu \in \sigma(L)$.

Burada alınmış nəticələrin həmçinin ikinci tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin bifurkasiyasının tədqiqinə tətbiqi verilmişdir.

1.4-də (1) məsələsinin həlləri çoxluğunun qlobal D_μ əlaqəli komponentinin strukturu öyrənilmişdir.

Fərz edək ki (1)-də qeyri-xətti F operatoru aşağıdakı şərti ödəyir: elə müsbət M ədədi mövcuddur ki,

$$\|F(\lambda, u)\| \leq M\|u\|, (\lambda, u) \in R \times E, \|u\| \leq 1. \tag{8}$$

Bu paraqrafda biz μ ədədi L operatorunun sadə məxsusi ədədi olduğu halda (1) qeyri-xətti məsələsinin $I_\mu \times \{0\}$ parçasından bifurkasiyası üçün daha güclü nəticələr almışıq.

Əlavə olaraq fərz edək ki,

(A) $(\lambda, 0)$ istənilən yığılan $\{(\lambda_n, u_n)\}_{n=1}^{\infty} \subset R \times E$ ardıcıllığı üçün, elə $\{(\lambda_{n_k}, u_{n_k})\}_{k=1}^{\infty}$ altardıcıllığı və $m \in [-M, M]$ ədədi var ki, $k \to \infty$ olduqda E -də

$$\frac{F\left(\lambda_{n_k}, u_{n_k}\right) - m u_{n_k}}{\left\|u_{n_k}\right\|} \to 0$$

olur. (9)

Deməli, $A = \{m \in [-M, M]:$ $(\lambda, 0)(\lambda \in \Lambda)$ yığılan elə $\{(\lambda_n, u_n)\}_{n=1}^{\infty}$ ardıcıllığı mövcuddur ki, (10) münasibəti doğrudur$\} \neq \emptyset$. Bu şərt xüsusi halda F operatoru sıfırda Freşe mənada diferensiallanan və $F'(0) = \widetilde{m}I$ olduqda ödənir. Onda aydındır ki, $A = \{\widetilde{m}\}$.

Lemma 2. Tutaq ki, $\mu \in \sigma(L)$ ədədinin təkrarlanma tərtibi təkdir,

$$dist(\mu, \sigma(L)\{\mu\}) > 2M \tag{10}$$

və F operatoru (A) şərtini ödəyir. Onda

$$B \cap \left(I_\mu \times \{0\}\right) = \{(\mu + m, 0): m \in A\}.$$

İndi fərz edək ki, $\mu \in \sigma(L)$ sadədir. Tutaq ki, $\vartheta \in \dfrac{E}{\{0\}}$ və $\varphi \in E^*$, belə ki,

$$L\vartheta = \mu\vartheta\ ,\ L^*\varphi = \mu\varphi\ ,$$

burada L^* operatoru L operatorunun qoşmasıdır və $\varphi(\vartheta) = 1$, $\varphi(\vartheta)$ isə Φ funksionalının ϑ nöqtəsindəki qiymətidir. Aşağıdakı kimi işarələmə aparaq: $E_1 = \{u \in E: \varphi(u) = 0\}$. Onda $E = \mathbb{R} \oplus E_1$ və hər bir $u \in E$ vektorunu $u = \alpha\vartheta + w$ şəklində göstərmək olar, burada $\alpha = \varphi(u)$ və $w \in E_1$.

Hər bir $\xi, \eta \in (0,1)$ üçün

$$Q_{\xi,\eta} = \left\{(\lambda, u) \in \mathbb{R} \times E: dist\left\{\lambda, I_\mu\right\} < \xi, |\varphi(u)| > \eta\left||u|\right|\right\}$$

çoxluğunu daxil edək. Aydındır ki, $Q_{\xi,\eta}$ çoxluğu $R \times E$ -də açıq altçoxluqdur və iki kəsişməyən

$$Q^+_{\xi,\eta} = \left\{(\lambda, u) \in \mathbb{R} \times E: dist\left\{\lambda, I_\mu\right\} < \xi, \varphi(u) > \eta\left||u|\right|\right\} \text{ və}$$

$$Q^-_{\xi,\eta} = \left\{(\lambda, u) \in \mathbb{R} \times E: dist\left\{\lambda, I_\mu\right\} < \xi, \varphi(u) < -\eta\left||u|\right|\right\}$$

altçoxluqlarından ibarətdir.

Lemma 3. Tutaq ki, $\mu \in \sigma(L)$ sadədir, (10) şərti ödənir və F operatoru (A) şərtini ödəyir. Onda elə $\tau_0 > 0$ mövcuddur ki, istənilən müsbət $\tau < \tau_0$ üçün aşağıdakı münasibət doğrudur

Bundan əlavə, əgər olarsa, onda $u = \alpha\vartheta + w$, burada $|\alpha| > \eta\left||u|\right|$ və $\alpha \to 0$ olduqda $w = o(|\alpha|)$.

Nəticə 3. Tutaq ki, lemma 3-ün şərtləri ödənilir. Onda istənilən $\lambda \in \{\mu - m: m \in A\}$ üçün $D_{\mu,\lambda} = \tilde{D}_{\mu,\lambda} \cup \left(I_\mu \times \{0\}\right)$ çoxluğunu iki $D^+_{\mu,\lambda}$ *və* $D^-_{\mu,\lambda}$ alt kontinuumlarına ayırmaq olar, belə ki, $\left(I_\mu \times \{0\}\right) \subset D^{\pm}_{\mu,\lambda}$ *və*

$$D^+_{\mu,\lambda} \subset Q^+_{\xi,\eta} \cup \left(I_\mu \times \{0\}\right), \quad D^-_{\mu,\lambda} \subset Q^-_{\xi,\eta} \cup \left(I_\mu \times \{0\}\right).$$

Bundan əlavə, əgər $(\lambda, u) \in D^+_{\mu,\lambda}\left(D^-_{\mu,\lambda}\right) \cap \left(B_{(\mu,\tau)(I_\mu} \times \{0\}\right), \tau < \tau_0$ olarsa, onda $u = \alpha\vartheta + w$, burada $\alpha \to 0$ olduqda $w = o(|\alpha|)$.

Nəticəyə əsasən D_μ çoxluğunu D^+_μ və D^-_μ alt kontiniumlarına ayırmaq olar, burada

$$D^+_\mu = \bigcup_{B\cap(I_\mu\times\{0\})} D^+_{\mu,\lambda} \qquad \text{və} \qquad D^-_\mu = \bigcup_{B\cap(I_\mu\times\{0\})} D^-_{\mu,\lambda}.$$

Bu yarımfəslin əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdir.

Teorem 7. Tutaq ki, $\mu \in \sigma(L)$ sadədir, (11) şərti ödənir və F operatoru (A) şərtini ödəyir. Onda ya D^+_μ *və* D^-_μ çoxluqlarının hər ikisi $\mathbb{R} \times E$ -də qeyri-məhduddurlar, ya da $D^+_\mu \cap D^-_\mu \neq I_\mu \times \{0\}$.

İkinci fəsildə sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan qeyri-xətti Şturm-Liuvill məsələlərinə baxılmışdır. Bifurkasiya nöqtələrinin strukturu və baxılan məsələlərin trivial həllər əyrisinin nöqtələrindən və parçalarından budaqlanan, uyğun xətti məsələlərin məxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələrinə malik funksiyalar siniflərində yerləşən, trivial olmayan həllər çoxluğunun bir cüt kontiniumlar ailələrinin davranışı tədqiq olunmuşdur.

2.1-də məsələnin qoyuluşu verilmişdir. Aşağıdakı kimi qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxaq:

$$\ell(y)(x) \equiv -(p(x)y')' + q(x)y = \lambda r(x)y + h(x, y, y', \lambda), x \in (0, \pi), \tag{11}$$

$$b_0 y(0) = d_0 y'(0), \tag{12}$$

$$(a_1\lambda + b_1)y(\pi) = (c_1\lambda + d_1)y'(\pi), \tag{13}$$

burada
$p(x) \in C^1([0,\pi]; R), q(x), r(x) \in C([0,\pi]; R), p(x), r(x) > 0,$
$x \in [0,\pi]$, $a_1, b_0, b_1,$ c_1, d_0, d_1 həqiqi sabitlərdir, belə ki, $b_0^2 + d_0^2 > 0$ və $\sigma_1 = a_1 d_1 - b_1 c_1 > 0$, qeyri-xətti h həddi $h = f + g$

şəklindədir, burada f və g funksiyaları $[0,\pi]\times R^3$ -da kəsilməzdirlər və aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

$$\left|\frac{f(x,u,s,\lambda)}{u}\right| \leq M, x \in [0,\pi], u,s \in R, 0 < |u| \leq 1, |s| \leq 1, \lambda \in R; \qquad (14)$$

hər bir məhdud Λ aralığı üçün $(u,s) = (0,0)$ nöqtəsinin ətrafında $x \in [0,\pi]$ və $\lambda \in \Lambda \subset R$ -ə nəzərən müntəzəm olaraq

$$g(x,u,s,\lambda) = o(|u| + |s|). \qquad (15)$$

Qeyd edək ki, xətti Şturm-Liuvill məsələləri üçün klassik nəticələrin P.H. Rabinoviç[2] tərəfindən qeyri-xətti versiyası verilmişdir, burada (11)-(13) məsələsinin həllərinin $f \equiv 0$ və $a_1 = c_1 = 0$ olduqda xətti məsələnin məxsusi ədədlərindən budaqlanan və Şturmun adi osillyasiya xassələrinə malik funksiyalar siniflərində yerləşən bir cüt qeyri-məhdud kontiniumlar ailələrinin varlığı göstərilmişdir.

Qeyd edək ki, qeyri-xətti F həddinin mövcudluğuna görə (11)-(13) məsələsi $y = 0$ -ın ətrafında xəttiləşməyəndir və bu səbəbdən bu məsələnin bifurkasiya nöqtələri həqiqi oxda diskret yerləşmirlər, xətti məsələnin məxsusi ədədlərini özündə saxlayan parçalarda yerləşirlər.

Sonralar bir çox müəlliflər tərəfindən $a_1 = c_1 = 0$ olduqda (yəni sərhəd şərtlərinə spektral parametr daxil olmadıqda) müxtəlif qoyuluşlarda xəttiləşməyən (11)-(13) Şturm-Liuvill məsələsinin həllərinin qlobal bifurkasiyası tədqiq edilmişdir. Onlar tərəfindən həllər çoxluğunun trivial həllər əyrisindən budaqlanan və Şturmun adi osillyasiya xassələrinə malik bir cüt qeyri-məhdud kontiniumlar ailələrinin varlığı isbat olunmuşdur.

Qeyd edək ki, T.İ. Allahverdiyev[6] tərəfindən (11)-(13) məsələsinin həllərinin trivial həllər əyrisinin bifurkasiya nöqtələrindən və parçalarından budaqlanan və xətti məsələlərin məxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələrinə malik kontinuumlarının davranışı tam tədqiq olunmamışdır.

Bu fəsildə (11)-(13) məsələsinin bifurkasiya nöqtələrinin və həllərinin qlobal kontinuumlarının strukturu tam tədqiq olunmuşdur.

2.2-də sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan xətti Şturm-Liuvill məsələsi üçün köməkçi faktlar və hökmlər verilmişdir.

$c_1 \neq 0$ olduqda N_1 natural ədədini $\mu_{N_1-1} < -d_1/c_1 \leq \mu_{N_1}$ bərabərsizliyindən təyin edək, burada $\mu_k, k \in N$ (11)-(13) məsələsindən $h \equiv 0$ və $a_1 = c_1 = d_1 = 0$ olduqda alınan xətti Şturm-Liuvill məsələsinin k -cı məxsusi ədədidir.

$h \equiv 0$ olduqda (11)-(13) məsələsi üçün aşağıdakı osillyasiya teoremi doğrudur.

Teorem 8. $h \equiv 0$ olduqda xətti (11)-(13) məsələsinin məxsusi ədədləri həqiqidirlər, sadədirlər və sonsuz artan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, \dots$ ardıcıllığını əmələ gətirirlər. Bunlara uyğun $y_1(x)$, $y_2(x), \dots,$ $y_k(x), \dots$

məxsusi funksiyaları aşağıdakı osillyasiya

$c_1 =$

xassələrinə malikdirlər: (i) əgər olarsa, onda $y_k(x)$, $k \in N$, məxsusi funksiyasının $(0,1)$ intervalında dəqiq $k-1$ sayda sadə sıfırı var; (ii) əgər $c_1 \neq 0$ olarsa, onda onda $y_k(x), k \in N$, məxsusi funksiyasının $(0,1)$ intervalında $k \leq N_1$ olduqda dəqiq $k-1$ sayda, $k > N_1$ olduqda isə dəqiq $k-2$ sayda sadə sıfırı var.

2.3-də $f \equiv 0$ olduqda (11)-(13) qeyri-xətti məsələsinin həllərinin qlobal bifurkasiyası oyrənilmişdir.

Tutaq ki, $E = C^1[0,\pi] \cap \{y: b_0 y(0) = d_0 y'(0)\}$ norması $\|y\|_1 = \max_{x\in[0,\pi]} |y(x)| + \max_{x\in[0,\pi]} |y'(x)|$ olan Banax fəzasıdır.

S_k^+, $k \in N$, ilə elə $y \in E$ funksiyalar çoxluğunu işarə edək ki, $y(x)$ funksiyasının $(0,\pi)$ intervalında dəqiq $k-1$ sayda sadə sıfırı mövcuddur və bu funksiya $x = 0$ nöqtəsinin sağ iynələnmiş ətrafında müsbətdir. Tutaq ki,

$$S_k^- = -S_k^+ \text{ və } S_k = S_k^+ \cup S_k^-, k \in N.$$

Teorem 8-dən alınır ki, əgər $c_1 = 0$ olarsa, onda $k \in N$ olduqda $y_k \in S_k$, $c_1 \neq 0$ olarsa, onda $k \leq N_1$ olduqda $y_k \in S_k$, $k > N_1$ olduqda isə $y_k \in S_{k-1}$. Deməli, S_k, S_k^ν, $k \in N$, $\nu \in \{+,-\}$, çoxluqları boş deyillər. Bu çoxluqların təyinindən aydındır ki, bu çoxluqlar E -də açıq çoxluqlardır və $(k,\nu) \neq (k',\nu')$ olduqda $\hat{S}_k^\nu \cap \hat{S}_{k'}^{\nu'} = \emptyset$. Bundan əlavə, əgər $y \in \partial S_k, k \in N$, olarsa, onda $y(x)$ funksiyasının $[0,\pi]$ parçasında heç olmasa bir ikiqat sıfırı mövcuddur.

$\Im$ ilə (11)-(13) məsələsinin $R \times E$ -də trivial olmayan həllər çoxluğunun qapanmasını işarə edək. Tutaq ki,

$$T_k^\nu = \begin{cases} S_k^\nu, c_1 = 0 \vee c_1 \neq 0, k \leq N_1, \\ S_{k-1}^\nu, c_1 \neq 0, k > N_1, \end{cases} \qquad T_k = T_k^+ \cup T_k^-,$$

$$\Im_k^\nu = \Im \cap \left(R \times T_k^\nu\right), \Im_k = \Im_k^+ \cup \Im\Im_k^-, k \in N, \nu \in \{+,-\}.$$

Lemma 4. Əgər $(\lambda, y) \in R \times E$ (11)-(13) məsələsinin həllidirsə və $y \in \partial S_k^\nu, k \in N, \nu \in \{+,-\}$, olarsa, onda $y \equiv 0$.

Skalyar hasili

$$(\hat{y}, \hat{u}) = (\{y(x), m\}, \{u(x), n\}) = (y,u)_{L_{2,r}} + |\sigma_1|^{-1} m\bar{n}$$

şəklində verilən $H = L_2((0,\pi); r) \oplus C$ hilbert fəzasında təyin oblastı

$$D(A) = \{\{y(x), m\} \in H : y, py^{\dagger\prime} \in AC[0,\pi], r^{\dagger}(-1)\,\ell(y) \in L_{\downarrow}2\,(0,\pi),$$
$$b_{\downarrow}0\, y(0) = d_{\downarrow}0\, p(0) y^{\dagger\prime}(0), m = a_{\downarrow}1\, y(\pi) - c_{\downarrow}1\, p(\pi) y^{\dagger\prime}(\pi)\}$$

olan

$$A\hat{y} = A\{y(x), m\} = \left\{\frac{1}{r(x)}\ell(y)(x), d_1 p(\pi) y'(\pi) - b_1 y(\pi)\right\}$$

operatorunu təyin edək, burada $(y,u)_{L_{2,r}} = \int_0^\pi r(x) y(x) \overline{u(x)}\, dx$ və $AC[0,\pi]$ isə $[0,\pi]$ parçasında mütləq kəsilməz funksiyalar sinifidir. Aydındır ki, A operatoru H -da korrekt təyin olunmuşdur. Onda (11)-(13) məsələsi $h \equiv 0$ olduqda aşağıdakı şəklə düşər:

$$A\hat{y} = \lambda\hat{y}, \hat{y} \in D(A),$$

yəni $h \equiv 0$ olduqda (11)-(13) məsələsinin və A operatorunun λ_k, $k \in N$, məxsusi ədədləri onların təkrarlanma tərtibləri nəzərə alınmaqla üst-üstə düşür, məxsusi funksiyaları arasında isə aşağıdakı qarşılıqlı birqiymətli uyğunluq mövcuddur:

$$y_k(x) \leftrightarrow \{y_k(x), m_k\}, m_k = a_1 y_k(\pi) - c_1 y_k'(\pi).$$

$F, G: R \times D(A) \to H$ operatorlarını aşağıdakı kimi təyin edək:

$$G(\lambda, \hat{y}) = G(\lambda, \{y(x), m\}) = \{(r(x))^{-1} g(x, y(x), y'(x), \lambda), 0\},$$

$$F(\lambda, \hat{y}) = F(\lambda, \{y(x), m\}) = \{(r(x)^{-1} f(x, y(x), y'x), \lambda), 0\}.$$

Onda (11)-(13) məsələsi aşağıdakı kimi qeyri-xətti məsələyə gətirilir:

$$A\hat{y} = \lambda\hat{y} + F(\lambda, \hat{y}) + G(\lambda, \hat{y}), \qquad (16)$$

yəni bu məsələlərin həlləri arasında $(\lambda, \hat{y}) \leftrightarrow (\lambda, y)$ uyğunluğu mövcuddur.

Tutaq ki, $\hat{E} = E \oplus C$ fəzası norması $||\hat{y}|| = ||y||_1 + |m|$ olan Banax fəzasıdır, burada $\hat{y} = \{y, m\}$.

Görürük ki, əgər $\hat{y} = \{y, m\} \in D(A)$ olarsa, onda $y' \in AC[0, \pi]$, belə ki, $p \in C^1([0, \pi]; R)$. Onda $y \in C^1([0, \pi]; R)$ və aydındır ki, $D(A) \subseteq \hat{E}$.

$\hat{S}_k^\nu$, $k \in N$, $\nu \in \{+, -\}$, ilə $\hat{E}$ -yə daxil olan elə $\hat{y} = \{y, m\}$ vektorlar çoxluğunu işarə edək ki, $y(x) \in S_k^\nu; S_k = S_k^+ \cup S_k^-$ olsun. $\hat{S}_k, \hat{S}_k^\nu, k \in N, \nu \in \{+, -\}$ çoxluqlarının təyinindən aydın olur ki, bu çoxluqlar $\hat{E}$ -də açıq altçoxluqlardır və $(k, \nu) \neq (k', \nu')$ olduqda $\hat{S}_k^\nu \cap \hat{S}_{k'}^{\nu'} = \emptyset$. Bundan əlavə, əgər $\hat{y} = \{y, m\} \in \partial\hat{S}_k$ olarsa, onda $y(x)$ funksiyasının $[0, \pi]$ parçasında heç olmasa bir ikiqat sıfırı mövcuddur.

Qeyd 1. Lemma 4-dən alırıq ki, əgər $(\lambda, \hat{y}) \in \mathbb{R} \times \hat{E}$ (16) qeyri-xətti məsələsinin həllidirsə və $y \in \partial S_k^\nu, k \in N, \nu \in \{+, -\}$, olarsa,

onda $\hat{y} = \hat{0}$, burada

Tutaq ki, $\hat{\mathfrak{S}}$ (16) məsələsinin trivial olmayan həllər çoxluğunun qapanmasıdır. Fərz edək ki,

$$\hat{T}_k^\nu = \begin{cases} \hat{S}_k^\nu, c_1 = 0 \vee c_1 \neq 0, k \leq N_1, \\ \hat{S}_{k-1}^\nu, c_1 \neq 0, k > N_1, \end{cases} \qquad \hat{T}_k = \hat{T}_k^+ \cup \hat{T}_k^-,$$

$$\mathfrak{S}_k^{\nu} = \mathfrak{S} \cap \left(R \times \widehat{T}_k^{\nu}\right), \mathfrak{S}_k = \mathfrak{S}_k^{+} \cup \mathfrak{S}_k^{-}, k \in N, \nu \in \{+,-\}.$$

İndi tutaq ki, (11) tənliyində $f \equiv 0$ (faktiki olaraq biz fərz edirik ki, qeyri-xətti h həddinin özü (15) şərtini ödəyir). Onda (11)-(13) məsələsi aşağıdakı qeyri-xətti məsələyə ekvivalent olar:

$$A\hat{y} = \lambda\hat{y} + G(\lambda, \hat{y}). \tag{17}$$

Teorem 9. Tutaq ki, $f \equiv 0$ şərti ödənilir. Onda istənilən $k \in N$ və istənilən $\nu \in \{+,-\}$ üçün (17) məsələsinin həllərinin $(\lambda_k, \hat{0})$ *nöqtəsinin özündə saxlayan* $(\mathbb{R} \times \widehat{T}_k^{\nu}) \cup \{(\lambda_k, \hat{0})\}$ *-yə daxil olan və* $R \times \hat{E}$*-də qeyri-məhdud olan* $\widehat{C}_k^{\nu}$ *kontinuumu mövcuddur.*

(17) və (11)-(13) məsələlərinin həlləri arasında $f \equiv 0$ olduqda qarşılıqlı birqiymətli $(\lambda, \hat{y}) \leftrightarrow (\lambda, y)$ uyğunluğu mövcud olduğundan, onda teorem 9-dan alarıq ki, aşağıdakı nəticə doğrudur.

Teorem 10. Tutaq ki, (12) tənliyində $f \equiv 0$. Onda istənilən $k \in N$ və istənilən $\nu \in \{+,-\}$ üçün (12)-(14) məsələsinin həllərinin $(\lambda_k, 0)$ özündə saxlayan $(\mathbb{R} \times T_k^{\nu}) \cup \{(\lambda_k, 0)\}$ daxil olan və $\mathbb{R} \times E$ -də qeyri-məhdud olan C_k^{ν} kontiniumu mövcuddur.

2.4-də (11)-(13) məsələsinin həllərinin ümumi halda qlobal bifurkasiyası öyrənilmişdir. Baxmayaraq ki, qeyri-xətti (11)-(13) məsələsi sıfırda xəttiləşməyəndir, lakin yenə də müəyyən xətti məsələ ilə əlaqəlidir. (11)-(13) məsələsinin bifurkasiyasını tədqiq edərkən biz əvvəlcə bu məsələni teorem 9 tətbiq olunan xəttiləşən məsələlərlə approksimasiya edirik. Sonra isə müəyyən xətti məsələlərin məxsusi ədədlərinin maksimal-minimal xassələrindən alınan apriori qiymətləndirmələrdən istifadə edərək limitə keçirik.

Əgər $(\lambda, 0)$ nöqtəsinin istənilən kiçik ətrafında (11)-(13) məsələsinin $\mathbb{R} \times S_k^{\nu}$ çoxluğuna daxil olan trivial olmayan həlli mövcuddursa, onda $(\lambda, 0)$ nöqtəsinə (11)-(13) məsələsinin $\mathbb{R} \times S_k^{\nu}, k \in N, \nu \in \{+,-\},$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtəsi deyilir.

Lemma 5. İstənilən $k \in N,$ istənilən $\nu \in \{+,-\}$ və kifayət qədər kiçik $\tau > 0$ üçün (15) məsələsinin $(\zeta_{\tau,k}, \widehat{w}_{\tau,k})$ həlli mövcuddur, belə ki, $\widehat{w}_{\tau,k} \in \mathbb{R} \times \widehat{S}_k^{\nu},$ $\left\|\left|\widehat{w}_{\tau,k}\right|\right\|_1 = \tau.$

Nəticə 4. (16) məsələsinin $\mathbb{R}\times\widehat{S}_k^{\nu}$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil.

Tutaq ki, $\varepsilon\in(0,1]$. (11)-(13) məsələsi ilə yanaşı aşağıdakı kimi approksimasiya məsələsi adlanan məsələyə baxaq:

$$\begin{cases}\ell(y)=\lambda r(x)y+f(x,|y|^{\varepsilon}y,y',\lambda)+g(x,y,y',\lambda), x\in(0,\pi),\\ b_0y(0)=d_0y'(0),(a\lambda+b)y(\pi)=(c\lambda+d)y'(\pi).\end{cases} \quad (18)$$

(15)-dən görünür ki, (17) məsələsini aşağıdakı kimi ekvivalent formada yazmaq olar:

$$A\hat{y}=\lambda\hat{y}+F_{\varepsilon}(\lambda,\hat{y})+G(\lambda,\hat{y}), \quad (19)$$

$$F_{\varepsilon}(\lambda,\hat{y})=F_{\varepsilon}(\lambda,\{y(x),m\})=\{f(x,|y(x)|^{\varepsilon}y(x),y'(x),\lambda),0)\}.$$

(14) şərtinə əsasən $f(x,|u|^{\varepsilon}u,s,\lambda)$ funksiyası (15) şərtini ödəyir. Doğrudan da, nöqtəsinin ətrafında müntəzəm olaraq $\lambda\in\Lambda\subset R$ nəzərən $\|F_{\varepsilon}(\lambda,\hat{y})\|_0=o\left(\|\hat{y}\|_1\right)$, burada $\|\hat{y}\|_0=\|\{y,m\}\|_0=\max\limits_{x\in[0,1]}|y(x)|+m$ isə $C[0,1]\oplus C$ fəzasında normadır. Onda teorem 9-a əsasən istənilən $k\in N$ və istənilən $\nu\in\{+,-\}$ üçün (19) məsələsinin həllərinin qeyri-məhdud $\widehat{C}_{k,\varepsilon}^{\nu}$ kontiniumu mövcuddur, belə ki,

$$(\lambda_k,\hat{0})\in C_{k,\varepsilon}^{\nu}\subset(R\times T_k^{\nu})\cup\{(\lambda_k,\hat{0})\}.$$

Onda istənilən $\varepsilon\in(0,1]$ üçün (19) məsələsinin $(\zeta_{\tau,k,\varepsilon},\widehat{w}_{\tau,k,\varepsilon})\in\mathbb{R}\times\widehat{E}$ həlli mövcuddur, belə ki, $\widehat{w}_{\tau,k,\varepsilon}\in\partial B_{\tau}\cap\widehat{T}_k^{\nu}$, burada ∂B_{τ} $\widehat{B}_{\tau}\subset\widehat{E}$ kürəsinin sərhədidir.

Aşağıdakı kimi işarələmə aparaq:

$$J_k=\left[\lambda_k-{}^{M}/_{r_0},\lambda_k+{}^{M}/_{r_0}\right], k\in N,$$

burada $r_0=\min\limits_{x\in[0,\pi]}r(x)$. Tutaq ki

$$\tilde{I}_k=\begin{cases}J_k, k<N_1 \textbf{ olduqda},\\ J_{N_1}\cup J_{N_1+1}, k=N_1 \textbf{ olduqda},\\ J_{k+1}, k>N_1 \textbf{ olduqda}.\end{cases}$$

Lemma 6. Tutaq ki, $\{\varepsilon_n\}_{n=1}^{\infty}\subset(0,1]$ və $n\to\infty$ olduqda $\varepsilon_n\to 0$. Əgər $(\zeta_n,\widehat{w}_n)\in\mathbb{R}\times S_k^{\nu}$ cütü $\varepsilon=\varepsilon_n$ olduqda (19) məsələsinin həllidirsə və $\{(\zeta_n, \hat{w}_n)\}_{n=1}^{\infty}$ $\mathbb{R} \times \hat{E}$-də $(\zeta, \hat{0})$ -a yığılırsa, onda $\zeta \in \hat{I}_k$.

Nəticə 5. Əgər $(\lambda, \hat{0})$ (16) məsələsinin $\mathbb{R} \times \hat{S}_k^{\nu}$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtəsidirsə, onda $\lambda \in \hat{I}_k$.

İndi fərz edək ki,

$$I_k = \begin{cases} \tilde{I}_k, k \neq N_1 \textbf{ olduqda}, \\ \left[\lambda_{N_1} - M/r_0, \lambda_{N_1+1} + M/r_0\right], k = N_1 \textbf{ olduqda}. \end{cases}$$

İstənilən $k \in N$ və istənilən $\nu \in \{+,-\}$ üçün $\hat{D}_k^{\nu}$ ilə $\hat{\mathfrak{S}}$ çoxluğunun $(\lambda, \hat{0}) \in \hat{I}_k \times \{0\}$ bifurkasiya nöqtələrindən $R \times S_k^{\nu}$ çoxluğu üzrə budaqlanan bütün əlaqəli $\hat{D}_{k,\lambda}^{\nu}$ komponentlərinin birləşməsini işarə edək. Aydındır ki, $\hat{D}_k^{\nu}$ çoxluğu $\mathbb{R} \times E$ -də əlaqəli alt çoxluqdur.

Aşağıdakı hökmlər doğrudur.

Teorem 11. İstənilən $k \in N$ və istənilən $\nu \in \{+,-\}$ üçün $\hat{\mathfrak{S}}$ çoxluğunun əlaqəli $\hat{D}_k^{\nu}$ komponenti $I_k \times \{\hat{0}\}$ özündə saxlayır, $\times \hat{E}$

$(R \times \hat{S}_k^{\nu}) \times (I_k \times \{\hat{0}\})$-ya daxildir və $\mathbb{R}$ -də qeyri-məhduddur.

(16) və (11)-(13) məsələlərinin həlləri arasında qarşılıqlı birqiymətli $(\lambda, \hat{y}) \leftrightarrow (\lambda, y)$ uyğunluğu mövcud olduğundan, onda teorem 11-dən aşağıdakı teoremin doğruluğu alınır.

Teorem 12. İstənilən $k \in N$ və istənilən $\nu \in \{+,-\}$ üçün $\mathfrak{S}$ çoxluğunun əlaqəli D_k^{ν} komponenti $I_k \times \{0\}$ özündə saxlayır, $(R \times S_k^{\nu}) \times (J_k \times \{0\})$ daxildir və $\mathbb{R} \times E$ -də qeyri-məhduddur.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 13. Tutaq ki, $g \equiv 0$ və f istənilən $(x, u, s, \lambda) \in [0,1] \times R^3$ üçün (14) şərtini ödəyir. Onda istənilən $k \in N$ və istənilən $\nu \in \{+,-\}$ üçün aşağıdakı münasibətlər doğrudur:

$$\widehat{D}_k^\nu \subset I_k \times \left(\widehat{S}_k^\nu \cup \left\{\widehat{0}\right\}\right) \text{ və } D_k^\nu \subset I_k \times \left(S_k^\nu \cup \left\{\widehat{0}\right\}\right).$$

III fəsildə sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan yarımxətti Şturm-Liuvill məsələsinə baxılmışdır. Bifurkasiya nöqtələri çoxluğunun strukturu və baxılan məsələlərin həllərinin trivial həllər əyrisindən budaqlanan kontinumlarının davranışı tədqiq olunmuşdur.

3.1-də məsələnin qoyuluşu və məlum nəticələr haqqında məlumatlar verilmişdir.

Aşağıdakı kimi qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxaq:

$$\ell(y)(x) \equiv -(p(x)y')' + q(x)y = \lambda r(x)y + H(x, y, y', \lambda), 0 < x < \pi, \tag{20}$$

$$b_0 y(0) = d_0 y(0), \tag{21}$$

$$(a_1\lambda + b_1)y(\pi) = (c_1\lambda + d_1)y(\pi), \tag{22}$$

burada $\lambda \in R$ spektral parametr, sərhəd şərtlərindəki və tənlikdəki əmsallar II fəslin şərtlərini ödəyirlər. Qeyri-xətti H həddi $H = \alpha y^+ + \beta y^- + \hbar$ şəklindədir, burada $\alpha, \beta \in C([0,\pi]; R), y^+(x) = max\{(y(x), 0\}, y^-(x) = (-y)^+(x)$, $\hbar \in C([0,\pi] \times R^3)$ funksiyası istənilən məhdud $\Lambda \subset R$ aralığı üçün $x \in [0,\pi]$ və $\lambda \in \Lambda$ -ya nəzərən müntəzəm olaraq aşağıdakı şərti ödəyir:

$$|u| + |s| \to 0 \text{ olduqda } \hbar(x, u, s, \lambda) = o(|u| + |s|). \tag{23}$$

Bu fəsilin əsas məqsədi həqiqi oxda bifurkasiya nöqtələri çoxluğunun strukturunun və (20)-(22) məsələsinin trivial həllər əyrisindən bifurkasiya olunan həllərinin əlaqəli budaqlarının davranışının daha dəqiq struktur təsvirinin tədqiqidir.

3.2 yarımfəslində yarımxətti

$$\begin{cases} \ell(y) = \lambda r(x)y + \alpha(x)y^+ + \beta(x)y^-, x \in (0,\pi), \\ b_0 y(0) = d_0 y(0), (a_1\lambda + b_1)y(\pi) = (c_1\lambda + d_1)y(\pi) \end{cases} \tag{24}$$

məxsusi qiymət məsələsinin osillyasiya xassələri tədqiq olunmuşdur. (24) məsələsi qeyri-xəttidir, lakin müsbət bircinsdir (o mənada ki, əgər y bu məsələnin həllidirsə, onda istənilən $c > 0$ üçün cy -də bu məsələnin həllidir) və $y > 0$ və $y < 0$ konuslarında xəttidir.

Əgər (24) məsələsinin trivial olmayan (λ, y_λ) həlli mövcuddursa, onda λ -ya bu məsələnin yarımməxsusi ədədi deyilir;

y_λ funksiyası isə yarımməxsusi funksiya adlanır. Bu halda $\{(\lambda, ty_\lambda): t > 0\}$ çoxluğu (24) məsələsinin trivial olmayan həllərinin yarıməyrisidir. Əgər (24) məsələsinin bütün (λ, ϑ) həlləri $\{(\lambda, ty_\lambda): t > 0\}$ yarıməyrisində yerləşirlərsə, onda deyirlər ki, λ yarımməxsusi ədədi sadədir, burada ϑ və y_λ-nın $x = 0$ nöqtəsinin iynələnmiş ətrafında işarələri eynidir. Ola bilər ki, həllərin başqa $\{(\lambda, t\vartheta_\lambda): t > 0\}$ yarıməyrisi mövcud olsun, bu halda $x = 0$ nöqtəsinin ətrafında ϑ_λ və y_λ müxtəlif işarəlidirlərsə və (24) məsələsinin bütün (λ, ϑ) həlləri isə bu iki yarimәyrilərdə yerləşirlərsə, onda deyirlər ki, λ ədədi sadədir.

Yarımxətti (24) məsələsi $|a_1| + |c_1| > 0$ halında P.J. Braunun[8] işində tədqiq olunmuşdur, burada müəllif göstərmişdir ki, istənilən $\nu \in \{+, -\}$ üçün bu məsələnin həqiqi, sadə sonsuz artan $\{\lambda_k^\nu\}_{k=1}^\infty$ yarımməxsusi ədədlər ardıcıllığı mövcuddur. Bunlara uyğun $y_k^\nu(x), k = 1,2, \dots,$ yarımməxsusi funksiyaları aşağıdakı osillyasiya xassələrinə malikdirlər: (i) $x = 0$ nöqtəsinin iynələnmiş ətrafında $\nu y_k^\nu(x) > 0$; (ii) əgər $c_1 = 0$ olarsa, onda $y_k^\nu(x), k \in N$ funksiyasının $(0, \pi)$ intervalında dəqiq $k - 1$ sayda sadə sıfırı var; (iii) əgər $c_1 \neq 0$ olarsa, onda $y_k^\nu(x)$ funksiyasının $(0, \pi)$ intervalında $k \leq N_1^\nu$ olduqda dəqiq $k - 1$ sayda, $k > N_1^\nu$ olduqda isə dəqiq $k - 2$ sayda sadə sıfırı var, burada $N_1^\nu \in N$ ədədi $\mu_{N_1^\nu - 1}^\nu < -{d_1}/{c_1} \leq \mu_{N_1^\nu}^\nu$ bərabərsizliyindən təyin olunur, μ_k^ν isə $h \equiv 0$ olduqda (20), (21), $y(1) = 0$ spektral məsələsinin k -cı yarımməxsusi ədədidir.

Qeyd etmək lazımdır ki, P.J. Braunun[8] yuxarıda qeyd olunan işində $c_1 \neq 0$ halında $N_1^\nu, \nu \in \{+, -\}$ və N_1 natural ədədləri arasında əlaqə verilməmişdir. Ona görə bu halda A. Berestiskinin[7] nəticələrindən istifadə edərək (20)-(22) məsələsinin, (24) məsələsinin yarımməxsusi ədədlərinə uyğun trivial həllərindən bifurkasiya edən həllərinin bütün kontiniumlarının strukturunu öyrənmək mümkün deyil.

II fəsildə olduğu kimi aşağıdakı işarələməni aparaq:

$$J_k = \left[\lambda_k - {}^{M}\!/_{r_0}, \lambda_k + {}^{M}\!/_{(r_0]}, k \in N, \right)$$

burada $M = \max_{x\in[0,\pi]} |\alpha(x)| + \max_{x\in[0,\pi]} |\beta(x)|.$ Bundan əlavə fərz edək ki, $I_k, k \in N$ aralıqları ikinci fəsildəki kimi təyin olunmuşlar.

$\gamma_k, k \in N \cup \{0\}$ ədədlərini aşağıdakı kimi təyin edək:

$$\gamma_k = \lambda_{k+1} - \lambda_k, k \in N, \gamma_0 = \min\{\gamma_k : k \in N\}.$$

Bundan sonra fərz edəcəyik ki, $c_1 \neq 0$ olduqda aşağıdakı şərt ödənilir:

$$M < {}^{r_0\gamma_0}\!/_2.$$

Deməli, istənilən $k, l \in N, k \neq l$ üçün alırıq ki, $J_k \cap J_l = \emptyset$ və teorem 13-ə əsasən istənilən $k \in N$ və istənilən $\nu \in \{+,-\}$ üçün (24) məsələsinin həllərinin əlaqəli D_k^ν komponenti $J_k \times \{0\}$-ı özündə saxlayır, $(R \times S_k^\nu) \cup (J_k \times \{0\})$ -də yerləşir və $R \times E$ -də qeyri-məhduddur.

(24) məsələsi üçün aşağıdakı ossilyasiya teoremi doğrudur.

Teorem 14. Tutaq ki, $c_1 \neq 0$ olduqda $M^* < {}^{r_0\gamma_0}\!/_2$ şərti ödənilir, burada $M^* = \max_{x\in[0,\pi]}\{|\alpha(x)| + |\beta(x)|\}.$ Onda (24) məsələsinin həqiqi, sadə olan iki $\{\lambda_k^+\}_{k=1}^\infty$ və $\{\lambda_k^-\}_{k=1}^\infty$ yarımməxsusi ədədlər ardıcıllığı mövcuddur, belə ki,

$$\lambda_1^+ < \lambda_2^+ < \cdots < \lambda_k^+ \mapsto +\infty, \ \lambda_1^- < \lambda_2^- < \cdots < \lambda_k^- \mapsto +\infty;$$

əgər $k' > k \geq 1$ olarsa, onda istənilən $\nu, \nu' \in \{+,-\}$ üçün $\lambda_{k'}^{\nu'} > \lambda_k^\nu$; həllərin uyğun yarıməyriləri isə $\{\lambda_k^+\} \times T_k^+$ və $\{\lambda_k^-\} \times T_k^-, k \in N,$ çoxluqlarında yerləşirlər. Bundan başqa, (24) məsələsinin bu həllərdən və trivial həllərdən başqa həlləri yoxdur.

3.3-də (20)-(22) məsələsinin həllərinin qlobal bifurkasiyası tədqiq olunmuşdur.

Lemma 7. Qeyri-xətti (20-)-(22) məsələsinin bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil.

Lemma 8. Əgər $(\lambda, 0)$ cütü (20)-(22) məsələsinin bifurkasiya nöqtəsidirsə, onda λ ədədi (24) məsələsinin yarımməxsusi ədədidir.

Lemma 7, 8 və nəticə 4-ə əsasən aşağıdakı nəticələr doğrudur.

Lemma 9. (20)-(22) məsələsinin $R \times S_k^\nu$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil.

Lemma 10. Əgər $(\lambda, 0)$ cütü (20)-(22) məsələsinin $\mathbb{R} \times S_k^\nu$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtəsidirsə, onda $\lambda \in I_k$. Bundan əlavə, əgər $k < N_1$ olarsa, onda $\lambda = \lambda_k^\nu$, əgər $k > N_1$ olarsa, onda $\lambda = \lambda_{k+1}^\nu$, əgər $k = N_1$ olarsa, onda ya $\lambda = \lambda_{N_1}^\nu$ ya da $\lambda = \lambda_{N_1+1}^\nu$.

Lemma 11. İstənilən $\nu \in \{+,-\}$ üçün $(\lambda_{N_1}^\nu, 0)$ və $(\lambda_{N_1+1}^\nu, 0)$ nöqtələri (20)-(22) məsələsinin $\mathbb{R} \times S_{N_1}^\nu$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtələridir.

$\mathfrak{I}$ ilə (20)-(22) məsələsinin trivial olmayan həlləri çoxluğunun $\mathbb{R} \times E$ -də qapanmasını və $\mathfrak{R}_k^\nu$ ilə isə (20)-(22) məsələsinin (λ, y) həllər çoxluğunun $\mathbb{R} \times E$ -də qapanmasını işarə edək, belə ki, $y \in T_k^\nu$.

Aşağıdakı teorem (20)-(22) məsələsinin həllərinin trivial həllər əyrisindən budaqlanan qlobal kontinuumlarının davranışını və strukturunu təsvir edir.

Teorem 14. İstənilən $k \in N$ və istənilən $\nu \in \{+,-\}$ üçün (20)-(22) məsələsinin həllərinin qeyri-məhdud D_k^ν kontinuumu mövcuddur, belə ki, $(\lambda_k^\nu, 0) \in D_k^\nu \subset (R \times T_k^\nu) \cup \{(\lambda_k^\nu, 0)\}$.

Sonda müəllif məsələnin qoyuluşuna, daim diqqətinə və qiymətli məsləhətlərinə görə elmi rəhbəri professor Ziyatxan Əliyevə öz dərin minnətdarlığını bildirir.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

– qeyri-xətti həyəcanlanmaların (xətti məsələnin təkrarlanma tərtibi tək olan məxsusi ədədini özündə saxlayan trivial həllər aralığından) diferensiallanan olmadığı halda qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin (xətti məsələnin təkrarlanma tərtibi tək olan məxsusi ədədi özündə saxlayan trivial həllər əyrisinin parçalarından) qlobal bifurkasiysı haqqında teorem isbat olunmuşdur;

– xətti məsələnin sadə məxsusi ədədini özündə saxlayan trivial həllər əyrisinin parşalarından budaqlanan həllər çoxluğunun əlaqəli komponentlərinin strukturu və davranışı ətraflı tədqiq olunmuşdur;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan qeyri-xətti Şturm-Liuvill məsələsinin bifurkasiya parçaları tapılmışdır;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan qeyri-xətti Şturm-Liuvill məsələsinin həllər çoxluğunun, bifurkasiya parçalarından budaqlanan və xətti məsələnin məxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələrinə malik, bir cüt qeyri-məhdud əlaqəli komponentlərinin varlığı isbat olunmuşdur;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan yarımxətti Şturm-Liuvill məsələsinin yarımməxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələri öyrənilmişdir;

– sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan yarımxəttiləşən Şturm-Liuvill məsələsinin həllərinin, yarımməxsusi ədədlərdən budaqlanan və uyğun yarımxətti məsələnin yarımməxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələrinə malik, bir cüt qeyri-məhdud kontinuumlarının varlığı isbat olunmuşdur.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Алиев З.С., Мамедова Г.М. Глобальная бифуркация решений нелинеаризируемых задач Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в граничных условиях // Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 91-ci ildönümünə həsr olunmuş Magistrant, Doktorant və gənc tədqiqarçıların "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika elmi konfransının materialları, – Bakı: – 2014, – 12–13 May, – s. 21-24.
2. Mamedova, G.M. Local and global bifurcation for some nonlinearizable eigenvalue problems // – Baku: Proceedincs of IMM of NAS of Azerbaijan, – 2014. v. 40, no. 2, – p. 45-51.
3. Мамедова, Г.М. О бифуркации решений из простого собственного значения для некоторых нелинеаризируемых спектральных задач // Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 92-ci ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika elmi konfransının materialları, – Bakı: – 20–21 May, – 2015, – s. 80–81.
4. Aliyev, Z.S., Mamedova G.M. Some global results for nonlinear Sturm-Liouville problems with spectral parameter in the boundary condition // Annales Polonici Mathematici, – 2015. т.115, № 1, – с. 75–87.
5. Mamedova, G.M. Global bifurcation from zero for some nondifferentiable mappings // – Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, ser. phys.–tech. math. sci., iss. math., – 2016. v. 36, no. 1, – p. 83–88.
6. Mamedova G.M. On oscillation of half-linear Sturm-Liouville problems with spectral parameter in the boundary condition // Abstracts of International Workshop on Non-Harmonic Analysis

and Differential Operators, – Baku: – 2016, – 25-27 May, – p. 75.

7. Aliyev, Z.S., Mamedova G.M. Oscillation theorems for half-linear Sturm-Liouville problems with spectral parameter in the boundary condition //– Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, ser. phys.–tech. math. sci., iss. math., – 2017. v. 37, no. 1, – p. 37–43.
8. Mamedova, G.M. Global bifurcation for half–linearizable Sturm–Liouville problems with spectral parameter in the boundary condition //Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics, – 2017. v. 5, no. 2, – p. 130–139.
9. Mamedova, G.M. Global bifurcation from infinity in certain half–linearizable Sturm-Liouville problems // Материалы Международной конференции Воронежской зимней математической школы “Современные методы теории функций и смежные проблемы”, – Воронеж (Россия): – 2021, – 28 января–2 февраля, – с. 321–322.

Dissertasiyanın müdafiəsi 31 oktyabr 2025-ci il tarixində saat 12^{00} -da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, Z. Xəlilov küçəsi, 33.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 30 09 2025-ci -cü il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 22.09.2025
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 37848
Tiraj: 30