

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

KOREPER LAYLANMASININ HƏNDƏSƏSİ

İxtisas: 1204.01– Həndəsə

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Habil Dövlət oğlu Fəttayev**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2024

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin «Cəbr və həndəsə» kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Arif Ağacan oğlu Səlimov

Rəsmi opponətlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Jozef Mikeş

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Abdullaaziz Artikbaev

AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., professor

Vagif Rza oğlu İbrahimov

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Heybətqulu Səfər oğlu Mustafayev



Azərbaycan Respublikasının Prezidentinin yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən BED 2.17 Birdəfəlik Dissertasiya şurası.

Birdəfəlik Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA-nın həqiqi üzvü, f.-r.e.d., professor

[Signature] **Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Birdəfəlik dissertasiya şurasının elmi katibi:

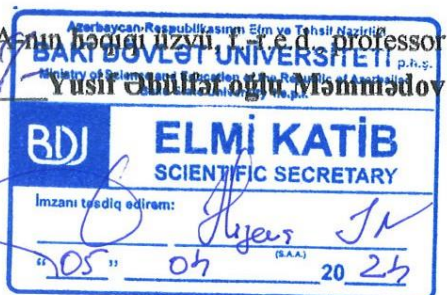
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

[Signature] **Zakir Fərman oğlu Xankişiyev**

Elmi seminarın sədri:

AMEA-nın həqiqi üzvü, f.-r.e.d., professor

[Signature] **Yusif Abdulla oğlu Yəsməddov**



İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Laylanma fəzalarının geniş bir sinfini vektor laylanmaları təşkil edir. Hamar çoxobrazlıların toxunan, kotoxunan və tenzor laylanmaları bu sinifdəndirlər. Toxunan laylanmalar üzərindəki diferensial-həndəsi strukturların tədqiqinə XX əsrin 60-cı illərindən başlanılmışdır. S.Sasaki, K.Yano, S.Kobayashi, S.Ishihara toxunan laylanmalarda müxtəlif metrikalar, vektor və tenzor meydanları, afin rabitələr təyin etmişlər və bunları bazada verilən müvafiq strukturların davamları (liftləri) adlandırmışlar. A.Morimoto və A.P.Şirokov toxunan laylanmanı dual ədədlər cəbri üzərində qurulmuş çoxobrazlı kimi interpretasiya etmişlər və bunun əsasında bəzi strukturların liftlərinin təyin olunmasının fərqli qaydasını müəyyən etmişlər. V.V.Vişnevski yarım toxunan laylanmaların öyrənilməsi zamanı bu ideyanı inkişaf etdirmişdir. Kotoxunan laylanmalar üzərindəki strukturların tədqiqi bu laylanmaların toxunan laylanmalardan fərqli cəhətlərini ortaya çıxarmışdır. Məsələn, kotoxunan laylanmada kovariant tenzorların tam və horizontal liftlərinin qurulması, afin rabitənin tam liftinin ənənəvi münasibət vasitəsilə təyin edilməsi mümkün olmamışdır. K.Yano və E.M.Patterson kotoxunan laylanmalarda diferensial-həndəsi strukturların liftlərinin qurulması zamanı bu laylanmada təbii olaraq mövcud olan simplektik strukturadan istifadə etmişlər. S.L.Druta-Romaniuc, V.Oproiu, D.A.Poroşniuc, K.P.Mok, A.A.Səlimov kotoxunan laylanmalarda natural Riman metrikalarının və natural anti-Hermit strukturların yeni siniflərini tədqiq etmişlər.

Tenzor laylanmaları toxunan və kotoxunan laylanmaların ümumiləşmələridir. Tenzor laylanmaları üzərindəki diferensial-həndəsi strukturlar İ.Sato, B.N.Şapukov, A.A.Səlimov, N.Çengiz və başqaları tərəfindən öyrənilmişdir. A.A.Səlimov tenzor laylanmalarının kəsikləri üzərində tenzor meydanlarının liftlərinin tədqiqinə Φ –operatorlar nəzəriyyəsini tətbiq etməklə bu laylanmalarda liftlərin qurulması üçün yeni üsul təklif etmişdir.

Reperlərin laylanmasının həndəsəsi öyrənilərkən bu laylanmanın baş laylanma fəzası olması və toxunan laylanma ilə assosiasiya olunan laylanma olması əsas götürülmüşdür. Bu əlaqəyə əsaslanaraq, F.Okubo,

K.P.Mok, L.A.Cordero, M. de Leon, J.Kürek, A.Y.Sultanov, O.Kowalski, M.Sekizawa, K.Niedzialomski reperlərin laylanmasında diferensial-həndəsi strukturların liftlərini qurmuş və müxtəlif strukturları təyin etmişlər. Reperlərin laylanması üzərindəki diferensial-həndəsi strukturların tədqiqinə həsr olunmuş işlərin icmalları L.A.Cordero, M. de Leon və C.T.Dodsonun monoqrafiyasında ¹ verilmişdir. Reperlərin laylanma fəzasının baş laylanma fəzası olması səbəbindən toxunan laylanmadan fərqli olaraq, yalnız paralelləşdirilə bilən çoxobrazlı halında diferensial-həndəsi strukturların liftlərinin reperlərin laylanmasının kəsikləri üzrə öyrənilməsi mümkün olmuşdur.

Hamar çoxobrazlının baş laylanma fəzaları içərisində önəmli yer tutan koreper-lərin laylanmasının həndəsəsi kotoxunan laylanmanın həndəsəsinə assosasiya olunmuşdur və reperlərin laylanmasından kəskin fərqlənir. Bu laylanmanın ümumi nisbilik nəzəriyyəsində tətbiqləri ilə bağlı E.Pruqoveçkinin monoqrafiyasında ² ətraflı məlumat verilmişdir. Koreper laylanması üzərində bəzi diferensial-həndəsi strukturların tədqiqi M. de Leon, İ.Mendez və M.Saldaqonun ³ və M.Xodjiyevin ⁴ işlərində aparılmış və bundan sonra bu istiqamətdə bir durğunluq hökm sürmüşdür, o cümlədən koreper laylanmasının üzərindəki əsas diferensial-həndəsi strukturların, yəni vektor və tenzor meydanlarının, afin rabitələrin liftlərinin qurulması, kəsiklər boyunca bu liftlərin araşdırılması, təbii (natural) Riman metrikalarının ayrı-ayrı növlərinin, onların əyrilik xassələrinin, bu metrikalarla əlaqələndirilmiş afinor strukturlarının inteqrallanma şərtlərinin öyrənilməsi aparılmamışdır. Fikrimizcə, yaranmış durğunluğun səbəbi tenzor laylanmalarına tətbiq olunan üsulların (məsələn, Φ – operatorlar nəzəriyyəsi, Sasaki tipli liftlərin qurulması və s.) koreper laylanmasına tətbiq edilməməsi olmuşdur. Dissertasiya işində koreper laylanmasında yuxarıda göstərdiyimiz məsələlərin həllinə maneçilik törədən səbəblər bəhs etdiyimiz metodlar vasitəsilə aradan qaldırılmışdır, buna görə də dissertasiya

¹ Cordero, L.A. Differential geometry of frame bundles / L.A.Cordero, C.T.Dodson, de M. Leon. – Dordrech: Kluwer Academic Publishers, - 1989, - 234 p.

² Prugovecki, E. Principles of Quantum General Relativity / E. Prugovecki. - World Scientific Publishing Company. – 1995, - 376 p.

mövzusu aktuallıq kəsb edir.

Tədqiqatın obyektı və predmeti. Koreper laylanmasında vektor və tenzor meydanlarının, afin rabitələrin liftlərinin, sanki kompleks, parakompleks və f – strukturların, Sasaki və Cheeger-Gromoll metrikalarının, onların əyrilik xassələrinin, həmçinin $(1,1)$ tipli tenzor reperlərinin laylanmasının bəzi strukturlarının tədqiqi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. İşin məqsədi hamar çoxobrazlının koreper laylanmasında bazada verilən diferensial-həndəsi strukturların liftlərinin, həmçinin müxtəlif Riman metrikalarının, bəzi afinor strukturlarının qurulması, onların integrallanma şərtlərinin müəyyən olunması, həmçinin qazanılan təcrübənin $(1,1)$ tipli tenzor reperlərinin laylanmasında bəzi analoji məsələlərin həllinə tətbiq edilməsidir.

Tədqiqat metodları. Dissertasiyada baxılan məsələlərin tədqiqi zamanı hamar çoxobrazlılar üzərində indekslərlə tenzor metodundan və invariant tenzor metodundan istifadə edilmişdir. Bəzi hallarda kovariant diferensiallama qaydaları tətbiq olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar. Müdafiəyə aşağıdakı əsas müddəalar çıxarılır:

1. Koreper laylanmasında funksiyanın və 1-formaların şaquli, vektor və tenzor meydanlarının, diferensiallanmaların, sanki kompleks və f –strukturlarının tam liftlərinin qurulması.

2. Vektor və tenzor meydanlarının, diferensiallanmaların, sanki kompleks və f –strukturlarının koreper laylanmasında horizontal liftlərinin qurulması.

3. Koreper laylanmasında adaptə olunmuş reperin daxil edilməsi, simmetrik afin rabitənin horizontal və tam liftlərinin qurulması, onların

³ Leon, de M., Mendez, I., Salgado, M. On the differential geometry of the coframe bundle // Proceedings of the conference “Differential geometry and its applications”, -Brno, Czechoslovakia, -August 24-30, - 1986, - p. 213-224.

⁴ Ходжиев, М.Б. Расслоение кореперов и кокасательное расслоение // Тезисы докл. Межд. Научн. Конф. «Лобачевский и современная геометрия», I часть, Казань: - 1992, - с. 106-107.

geodezik xətlərinin öyrənilməsi.

4. Koreper laylanmasının kəsikləri üzərində vektor və tenzor meydanlarının, afin rabitənin və sanki kompleks strukturun liftlərinin araşdırılması.

5. Koreper laylanmasında Sasaki metrikasının təyin olunması, bu metrikanın Levi-Civita rabitəsinin, əyrilik xassələrinin və geodezik xətlərinin tədqiqi.

6. Koreper laylanmasında müxtəlif rəngli f – strukturların təyin edilməsi, onların inteqrallanma şərtlərinin və Sasaki metrikası ilə əlaqələrinin tədqiqi.

7. Koreper laylanmasında Riman metrikasının bircins liftinin qurulması, onun Levi-Civita rabitəsinin və əyrilik xassələrinin öyrənilməsi.

8. Koreper laylanmasında Cheeger-Gromoll metrikasının təyin edilməsi, bu metrikanın Levi-Civita rabitəsinin və əyrilik xassələrinin tədqiqi.

9. Cheeger-Gromoll metrikasına malik olan koreper laylanmasında sanki kompleks və parakompleks strukturlarının öyrənilməsi.

10. (1,1) tipli tenzor reperlərinin laylanmasında Sasaki metrikasının və afin rabitənin horizontal və tam liftlərinin qurulması, xassələrinin öyrənilməsi.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas elmi nəticələr alınmışdır:

1. Koreper laylanmasında vektor və tenzor meydanlarının, sanki kompleks və f – strukturlarının, afin rabitələrin, diferensiallanmaların tam və horizontal liftlərinə dair teoremlər isbat olunmuşdur.

2. Koreper laylanmasının kəsikləri boyunca diferensial-həndəsi strukturların liftlərinin davranışlarına dair teoremlər isbat olunmuşdur.

3. Riman çoxobrazlısı üzərində koreper laylanmasında Sasaki metrikası təyin edilmiş, bu metrikanın Levi-Civita rabitəsinə, rabitə əmsallarına, əyrilik xassələrinə və geodezik əyrilərinə dair teoremlər isbat olunmuşdur.

4. Riman çoxobrazlısının koreper laylanmasında Riman metrikasının bircins lifti təyin edilmiş, bu metrikanın Levi-Civita

rabitəsinə, rabitə əmsallarına və əyrilik xassələrinə dair teoremlər isbat olunmuşdur.

5. Koreper laylanmasında müxtəlif rəngli f – strukturlar təyin olunmuş, onların integrallanma şərtləri müəyyən edilmiş və Sasaki metrikasının bu strukturlarla uyğunlaşdırılmasına dair teoremlər isbat olunmuşdur

6. Riman çoxobrazlısının koreper laylanmasında tenzor meydanlarının g – liftlərinə dair teoremlər isbat olunmuşdur.

7. Riman çoxobrazlısının koreper laylanmasında Cheeger-Gromoll metrikası təyin edilmiş, bu metrikanın Levi-Civita rabitəsinə, rabitə əmsallarına, əyrilik xassələrinə, bu metrika ilə əlaqələndirilmiş xüsusi növ sanki kompleks və parakompleks strukturların integrallanma şərtlərinə dair teoremlər isbat olunmuşdur.

8. (1,1) tipli tenzor reperlərinin laylanmasında Sasaki metrikasına, həmçinin afin rabitənin horizontal və tam liftlərinə dair teoremlər isbat olunmuşdur.

Tədqiqatın nəzəri və praktik əhəmiyyəti. Dissertasiyanın nəticələri əsasən nəzəri xarakter daşıyır. lakin bu nəticələr fizikanın və variasiya hesabının bəzi məsələlərinin (geodezik əyrilər, Yakobi vektor meydanları) həllində, eləcə də həndəsəyə dair ixtisas kurslarının tədrisində faydalı ola bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın nəticələri ölkə daxilində Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 87 illiyinə və 91 illiyinə həsr olunmuş Respublika Elmi Konfranslarında (Bakı, 2010-cu il, 2014-cü il), AMEA-nın müxbir üzvü, prof.Y.C.Məmmədovun anadan olmasının 80 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Elmi Konfransda (Bakı, 2010-cu il), akademik Z.İ.Xəlilovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Elmi Konfransda (Bakı, 2011-ci il), Türk Dünyası Riyaziyyat Cəmiyyətinin IV Konqresində (Bakı, 2011-ci il), AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə və 60 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Elmi Konfranslarda (Bakı, 2014-cü il, 2019-cu il), Bakı Dövlət Universitetinin 100 illiyinə həsr olunmuş Riyaziyyat elmləri və tətbiqlərinə dair 8-ci Avrasiya Beynəlxalq Konfransında (Bakı, 2019-cu il), akademik A.X.Mirzəcanzadənin 90 illik yubileyinə həsr olunmuş “Neft-

qazçıxarmada innovativ texnologiyaların və tətbiqi riyaziyyatın müasir problemləri “ Beynəlxalq Konfransında, o cümlədən ölkə xaricində Türk Dünyası Riyaziyyat Cəmiyyətinin III Konqre-sində (Almatı, Qazaxıstan respublikası, 2009-cu il), Topologiya və onun tətbiqlərinə dair I Beynəlxalq Konfransında (Ankara, Türkiyə Respublikası, 2009-cu il), 18-ci Beynəlxalq Həndəsə Simpoziumunda (Malatya, Türkiyə Respublikası, 2021-ci il), Təbiət Elmlərinə dair I Beynəlxalq Kongresdə (Ərzurum, Türkiyə respublikası, 2021-ci il), “Elm və texnikanın aktual problemləri” adlı I Beynəlxalq Elmi Konfransda (Sarapul, Rusiya Federa-siyası, 2021-ci il), BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin ümumfakültə seminarında (rəh. prof. Z.S.Əliyev), BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Cəbr və həndəsə kafedrasının Elmi seminarında (rəh. prof. A.A.Səlimov) məruzə edilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı: Bakı Dövlət Universitetinin “Mexanika-riyaziyyat” fakültəsinin “Cəbr və həndəsə” kafedrası.

İddiaçının şəxsi töhfəsi. Dissertasiya işində alınan bütün elmi yeniliklər və nəticələr şəxsən iddiaçıya məxsusdur.

Çap olunmuş elmi əsərlər. Dissertasiya işinin əsas nəticələri iddiaçının 13-ü “Clarivate Analytics” agentliyinin “Web of Science” bazasına, 1-i “Scopus” bazasına daxil olan jurnallarda olmaqla Ali Attestasiya Komissiyasının tövsiyə etdiyi elmi nəşrlərdə çap etdirdiyi 20 elmi məqaləsində öz əksini tapmışdır. Nəşr olunmuş məqalələrdən 10-u həmmüəllifsizdir. Bundan əlavə dissertasiya işində alınan nəticələr 12 beynəlxalq səviyyəli və 2 respublika səviyyəli elmi konfrans-larda məruzə edilmiş və bu məruzələr uyğun konfrans materiallarında öz əkslərini tezislər şəklində tapmışlar. Bu tezislərdən 5-i xaricdə dərc olunmuş konfrans kitablarında çap edilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi giriş, altı fəsildən, nəticə (titul- 314 işarə, mündəricat –4319 işarə, giriş –38678 işarə, I fəsil - 66000 işarə, II fəsil –76000 işarə, III fəsil –30000 işarə, IV fəsil –136000 işarə, V fəsil –88000 işarə, VI fəsil –34000 işarə) və 141 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi

həcmi –473331 işarədir.

DİSSERTASIYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya giriş, altı fəsil və istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə dissertasiya işinin aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiyadakı məsələlər ülası verilir, əsas nəticələr şərh olunur.

Dissertasiyanın I fəslı koreper laylanmasında şaquli və tam liftlərin qurulmasına həsr olunmuşdur. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [2, 10, 11, 13-15, 32] işlərində nəşr edilmişdir.

I fəslin 1.1 paraqrafında hamar çoxobrazlının koreper laylanması təyin olunur, bu laylanmada lokal koordinatlar, onların çevrilmə düsturları, qlobal vektor meydanları, presimplektik strukturlar vhaqqında məlumatlar verilir.

M hamar çoxobrazlısı üzərində $F^*(M)$ koreper laylanması baş laylanma fəzası olub, bu çoxobrazlının bütün $x \in M$ nöqtələrində bütün $u^* = (X^1, \dots, X^n)$ koreperləri-nin çoxluğuudur, burada u^* koreperi $T_x^*(M)$ kotoxunan fəzasının bazisidir. $F^*(M)$ koreper laylanmasının $\pi : F^*(M) \rightarrow M$ proyeksiyası $\forall (x, u^*) \in F^*(M)$ üçün $\pi(x, u^*) = x \in M$ şəklində təsir edir. $F^*(M)$ $n + n^2$ ölçülü hamar çoxobrazlıdır. Əgər M hamar çoxobrazlısı üzərində (U, x^i) lokal koordinat sistemi verilmişdirsə, onda $F^*(M)$ koreper laylanmasında $\{\pi^{-1}(U), (x^i, X_i^\alpha)\}$ lokal koordinat sistemi təyin olunur. Lokal koordinatlar

$$\begin{cases} |x_{i'}^{i'} = x_i^{i'}(x_i^i), \\ |x^a = A_{i'}^a X^{i'} \end{cases}$$

qaydası ilə çevrilirlər, burada $i, \alpha = 1, 2, \dots, n, i_\alpha = n + 1, \dots, n + n^2$.

1.2 paraqrafında funksiyanın və 1-formanın koreper laylanmasına şaquli liftləri qurulur.

Tutaq ki, $f - M$ diferensiallanan çoxobrazlısında təsir edən

funksiyadır, yəni $f \in \mathfrak{F}_0^0(M)$. f funksiyasının $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^V f$ şaquli lifti

$${}^V f = f \circ \pi$$

şəklində təyin edilən funksiyasına deyilir.

Tutaq ki, $\omega \in \mathfrak{F}_1^0(M)$ – 1-formadır, $\forall Y \in \mathfrak{F}_0^1(M)$ vektor meydanıdır.

Tərif 1. ω 1-formasının $F^*(M)$ koreper laylanmasına şaquli liftləri dedikdə n sayda elə ${}^{V_\lambda} \omega$ vektor meydanları başa düşülür ki, $\forall Y \in \mathfrak{F}_0^1(M)$ üçün

$${}^{V_\lambda} \omega = (i^\mu Y) = \omega(Y) \delta_\mu^\lambda$$

bərabərliyi ödənilmiş olur, burada $\lambda, \mu = 1, 2, \dots, n$ və δ_μ^λ Kroneker deltasıdır.

Qeyd edək ki, $i^\mu Y = X_m^\mu Y^m - F^*(M)$ koreper laylanmasında $(I^\mu y)(x, u^*) = X^\mu(Y)$ şəklində təsir edən funksiyadır.

Müəyyən olunur ki, ${}^{V_\lambda} \omega$ şaquli liftlərinin (x^i, X_i^β) lokal koordinat sistemində

$${}^{V_\lambda} \omega = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_i \delta_i^\lambda \end{pmatrix}$$

komponentləri vardır.

Lemma 1. $\forall \omega, \theta \in \mathfrak{F}_0^0(M)$ 1-formaları üçün

$${}^1 [\omega, \theta] = 0$$

bərabərliyi doğrudur, burada $[,]$ – kommutatordur

1.3 paraqrafında vektor meydanlarının tam liftlərindən bəhs edilir. V vektor meydanının $F^*(M)$ koreper laylanmasına tam lifti bütün $\forall Y \in \mathfrak{F}_0^1(M)$ vektor meydanları üçün

$${}^C V(i^\mu Y) = i^\mu (L_{\underset{V}{Y}}) = X_{\underset{m}{m}}^\mu (L_{\underset{V}{Y}})^m$$

şəklində təyin edilən ${}^cV \in \mathfrak{S}_0^1(F^*(M))$ vektor meydanına deyilir, burada $L_V Y - V$ vektor meydanı boyunca Li törəməsidir

Müəyyən olunur ki, $\forall V \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ vektor meydanının $F^*(M)$ koreper laylanmasına cV tam liftinin (x^k, X_k^μ) lokal koordionatlarına nəzərən

$${}^cV = \begin{pmatrix} {}^cV^k \\ V^{k_\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V^k \\ -X^\mu \partial_{m \ k} V^m \end{pmatrix}$$

komponentləri vardır.

Teorem 2. *İxtiyari iki $V, W \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ vektor meydanları üçün*

$${}^c[V, W] = [{}^cV, {}^cW]$$

bərabərliyi doğrudur.

Lemma 3. (a) *Tutaq ki, $\begin{smallmatrix} \sim & \sim \\ X, Y \end{smallmatrix} F^*(M)$ koreper laylanması*

üzərində elə vektor meydanlarıdır ki, M üzərindəki istənilən f funksiyası və Z vector meydanı üçün

$$\begin{smallmatrix} \sim_V & \sim_V \\ X & Y \end{smallmatrix} f = Y f, \quad \begin{smallmatrix} \sim & \sim \\ X & Y \end{smallmatrix} (Z) = Y(Z), \quad 1 \leq \alpha \leq n.$$

Onda $\tilde{X} = \tilde{Y}$.

(b) *Tutaq ki, $\begin{smallmatrix} \sim & \sim \\ S, T \end{smallmatrix} - F^*(M)$ koreper laylanması üzərində $(r, s), s > 0$*

tipli elə tensor meydanlarıdır ki, M üzərindəki ixtiyari $X_1, \dots, X_s$ vektor meydanları üçün

$$\tilde{S}({}^cX_1, \dots, {}^cX_s) = \tilde{T}({}^cX_1, \dots, {}^cX_s).$$

Onda $\tilde{S} = \tilde{T}$.

1.4 paraqrafında $(1, p)$ tipli tensor meydanlarının tam liftləri təyin edilir və xassələri öyrənilir. Müəyyən edilir ki, $\varphi = \varphi_j^i \partial_i \otimes dx^j$

afinor meydanının $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^C\varphi$ tam liftinin

$$\begin{aligned} {}^C\varphi_j^i &= \varphi_j^i, & {}^C\varphi_{j\beta}^i &= 0, \\ {}^C\varphi_{j\alpha}^{i\alpha} &= X^\alpha (\partial_{j\ k} \varphi_{i\ \alpha}^k - \partial_{j\ i} \varphi_{\alpha\ j}^k), & {}^C\varphi_{j\beta}^{i\alpha} &= \delta_{\beta\ i}^\alpha \varphi_{j\ \alpha}^i \end{aligned}$$

komponentləri vardır.

Müəyyən olunur ki, M hamar çoxobrazlısı üzərində verilən (1,2) tipli çəp-simmetrik S tenzor meydanının $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^C S$ tam liftinin (x^k, X_k^μ) lokal koordinat sisteminə

$$\begin{aligned} {}^C S_{ij}^k &= S_{ij}^k, & {}^C S_{ij}^{k_\gamma} &= -X^\gamma (\partial_{m\ i} S_{jk}^m + \partial_{j\ ki} S_{ij}^m + \partial_{k\ ij} S_{ij}^m), & {}^C S_{i\alpha j}^{k_\gamma} &= \delta_{\alpha\ kj}^\gamma S_{ij}^i, \\ {}^C S_{ij\beta}^{k_\gamma} &= \delta_{\beta\ ik}^\gamma S_{ij}^j, & {}^C S_{i\alpha j}^k &= {}^C S_{ij\beta}^k = {}^C S_{i\alpha j\beta}^k = {}^C S_{i\alpha j\beta}^{k_\gamma} = 0 \end{aligned}$$

komponentləri vardır.

Analoji qayda ilə müəyyən edilir ki, M hamar çoxobrazlısı üzərində verilən vektor qiymətli S p – formasının $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^C S$ tam liftinin

$$\begin{aligned} {}^S S_{ij \cdot l}^k &= S_{ij \cdot l}^k, \\ {}^C S_{ij \cdot l}^{k_\gamma} &= X^\gamma (\partial_{m\ i} S_{kj \cdot l}^m + \partial_{j\ ik \cdot l} S_{ij \cdot l}^m + \dots + \partial_{l\ ij \cdot k} S_{ij \cdot l}^m - \partial_{k\ ij \cdot l} S_{ij \cdot l}^m), \\ {}^S S_{i\alpha j \cdot l}^{k_\gamma} &= \delta_{\alpha\ kj \cdot l}^\gamma S_{ij \cdot l}^i, {}^C S_{ij\beta \cdot l}^{k_\gamma} = \delta_{\beta\ ik \cdot l}^\gamma S_{ij \cdot l}^j, \dots, {}^C S_{ij \cdot l \cdot \lambda}^{k_\gamma} = \delta_{\lambda\ ij \cdot k}^\gamma S_{ij \cdot l}^l \end{aligned}$$

koordinatları vardır.

1.5 paraqrafında diferensiallanmaların tam liftləri ilə bağlı məsələlərə baxılır.

Tərif 2. $\mathfrak{Z}(M)$ tenzor meydanları cəbrinin diferensiallanması dedikdə aşağıdakı şərtləri ödəyən $D: \mathfrak{Z}(M) \rightarrow \mathfrak{Z}(M)$ inikası başa düşülür:

- (a) D sabit əmsala nəzərən xətti inikasdır;
- (b) Bütün r, s ədədləri üçün $D(\mathfrak{Z}_s^r(M)) \subset \mathfrak{Z}_s^r(M)$;

- (c) Bütün $S, T \in \mathfrak{Z}(M)$ tenzor meydanları üçün,

$$D(S \otimes T) = DS \otimes T + S \otimes DT;$$

- (d) D inikası tenzor meydanının hər bir bükülməsə ilə kommutasiya olunur.

$D = L_X + i_\varphi$ diferensiallanması $F^*(M)$ koreper laylanmasına tam lifti ${}^C D = L_{c_X} + i_{c_\varphi}$ şəklində təyin olunur.

Teorem 4. $D \rightarrow {}^C D$ inikası $D(M)$ Li cəbrinin $D(F^*(M))$ Li cəbrinə homomorfizmidir.

1.6 paraqrafında sanki kompleks strukturların və f – strukturların tam liftləri öyrənilir.

Teorem 5. Tutaq ki, $\varphi - M$ hamar çoxobrazlısı üzərində verilmiş sanki kompleks strukturdur. Onda ${}^C \varphi$ tam lifti yalnız və yalnız φ integrallanan olduqda $F^*(M)$ koreper laylanmasında sanki kompleks strukturdur.

K.Yano tərəfindən daxil edilmiş tərifə görə $n = 2m$ ölçülü M çoxobrazlısı üzərində f – struktur (1,1) tipli elə f tenzor meydanının verilməsi ilə təyin olunur ki,

$$f^3 + f = 0$$

münasibəti ödənilsin və f afinorunun rəngi M üzərində hər yerdə r ədədinə bərabər olsun.

M hamar çoxobrazlısının üzərində verilmiş φ f – strukturunun $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^C \varphi$ tam liftinin f – struktur təyin etməsi üçün zəruri və kafi şərt müəyyən olunur.

Dissertasiyanın ikinci fəslı koreper laylanmasında diferensial-həndəsi strukturların horizontal liftlərinin qurulmasına həsr edilmişdir. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [2, 10, 13, 14, 18, 24, 30] işlərində nəşr olunmuşdur. 2.1 paraqrafında vektor meydanının horizontal liftinin qurulmasından bəhs edilir.

V vektor meydanının $F^*(M)$ koreper laylanmasına horizontal lifti bütün $Y \in \mathfrak{F}_0^1(M)$ vektor meydanları üçün

$${}^H V(i^\mu Y) = i^\mu (\nabla_V U) = X^\mu (\nabla_V Y)^m$$

şəklində təyin edilən ${}^H V \in \mathfrak{F}_0^1(F^*(M))$ vektor meydanına deyilir, burada $\nabla_V - V$ vektor meydanı boyunca kovariant törəmədir.

İsbat olunur ki, $\forall V \in \mathfrak{V}_0^1(M)$ vektor meydanının $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^H V$ horizontal liftinin (x^k, X_k^μ) lokal koordinatlarına nəzərən

$${}^H V = \begin{pmatrix} V^k \\ X^\mu \Gamma_{m \quad lk}^m V^l \end{pmatrix}$$

komponentləri vardır.

Teorem 6. *İxtiyari iki $V, W \in \mathfrak{V}_0^1(M)$ vektor meydanları, istənilən $\omega \in \mathfrak{V}_1^0(M)$ 1-forması (kovektor meydanı) və $\forall A \in GL(n; R)$ üçün,*

$$a) [{}^H V, {}^{V\beta} \omega] = {}^{V\beta} (\nabla_V \omega),$$

$$b) [{}^H V, {}^H W] = {}^H [V, W] + \gamma(R(V, W)),$$

$$c) [{}^H V, \lambda A] = 0,$$

$$\text{burada } \lambda A = Y = A^\beta_\alpha X^\alpha \partial_{j_\beta}.$$

2.2 paraqrafında $(1, p)$ tipli tenzor meydanlarının horizontal liftlərinin qurulması ilə bağlı məsələyə baxılır.

İsbat olunur ki, M hamar çoxobrazlısı üzərində verilmiş φ afinor meydanının $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^H \varphi$ horizontal liftinin (x^k, X_k^μ) lokal koordinatlarına nəzərən

$$({}^H \varphi_J^I) = \begin{pmatrix} -X^\alpha \Gamma_{m \quad jl}^m \varphi_i^j + X^\alpha \Gamma_{m \quad il}^m \varphi_j^l & 0 \\ \delta_{\beta}^{\alpha} \gamma_j^i & \end{pmatrix}$$

komponentləri vardır, burada $\varphi_j^i - M$ üzərindəki φ afinor meydanının komponentləridir, $\Gamma_{ij}^k - \nabla$ afin rabitəsinin əmsallarıdır.

M hamar çoxobrazlısı üzərində verilən vektor qiymətli S 2-formasının $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^H S$ horizontal lifti

$${}^H S = {}^C S + \gamma(\nabla S)$$

şəklində təyin edilir, burada $\gamma(\nabla S) - F^*(M)$ koreper laylanması üzərində sıfırdan fərqli

$$\gamma(\nabla S)_{ij}^{k_\gamma} = X^\gamma_m (\nabla_i S^m_{kj} + \nabla_j S^m_{ik} - \nabla_k S^m_{ij})$$

olan (1, 2) tipli tenzor meydanıdır.

Analoji qaydada

$${}^H S = {}^C S + \gamma(\nabla S)$$

münasibətinin köməyi ilə vektor qiymətli S p -formasının $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^H S$ horizontal lifti təyin olunur, burada ${}^C S$ vektor qiymətli S p -formasının $F^*(M)$ koreper laylanmasına tam liftidir, $\gamma(\nabla S) - F^*(M)$ koreper laylanması üzərində sıfırdan fərqli

$$\gamma(\nabla S)_{i_1 \dots i_p}^{k_\gamma} = X^\gamma_m (\nabla_{i_1} S^m_{i_2 \dots i_p} + \dots + \nabla_{i_p} S^m_{i_1 \dots i_{p-1} k} - \nabla_k S^m_{i_1 \dots i_p})$$

komponentlərinə malik (1, p) tipli tenzor meydanıdır.

2.3 paragrafında $F^*(M)$ koreper laylanmasının ∇ afin rabitəsinə adaptə olunmuş $\{D_J\} = \{D_j, D_{j_\beta}\}$ repəri təyin edilir. Müəyyən olunur ki, V vektor meydanının və ω 1-formasının uyğun olaraq, ${}^H V$ horizontal liftinin və ${}^{V_\alpha} \omega$ şaquli liftlərinin $\{D_J\}$ adaptə olunmuş reperinə nəzərən

$${}^H V = \begin{pmatrix} V^\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

və

$${}^{V_\alpha} \omega = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_i \delta^\beta_\alpha \end{pmatrix}$$

komponentləri vardır.

Göstərilir ki, $\{D_J\}$ reperinin Ω_U^K qeyri-holonumluq obyektinin sıfırdan fərqli

$$\Omega_{ij_\beta}^{k_\gamma} = -\Omega_{j_\beta i}^{k_\gamma} = -\delta^\gamma_\beta \Gamma_{ik}^j, \quad \Omega_{ij}^{k_\gamma} = X^\gamma_m R_{m\ ij}^k$$

komponentləri vardır

2.4 paraqrafında sanki kompleks strukturların və f – strukturların horizontal liftləri araşdırılmışdır.

Teorem 7. *Tutaq ki, simmetrik ∇ afin rabitəsinə malik $n = 2m -$ ölçülü diferensiallanan M çoxobrazlısı üzərində rəngi r olan F f – strukturu verilmişdir. Onda ${}^H F$ horizontal lifti $F^*(M)$ koreper laylanmasında rəngi $r(1+n)$ olan f – strukturdur.*

2.5 paraqrafında afin rabitənin horizontal liftinin qurulması ilə bağlı məsələyə baxılır.

Tərif 3. *Simmetrik ∇ afin rabitəsinin $F^*(M)$ koreper laylanmasına horizontal lifti $\forall X, Y \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ vektor meydanları və $\forall \omega, \theta \in \mathfrak{S}_1^0(M)$ 1-formaları (kovektor meydanları) üçün*

$$\begin{aligned} {}^H \nabla_{{}_H X} {}^H Y &= {}^H (\nabla_X Y), & {}^H \nabla_{{}_H X} {}^{V\beta} \theta &= {}^{V\beta} (\nabla_X \theta), \\ {}^H \nabla_{{}_{V\alpha} \omega} {}^H Y &= 0, & {}^H \nabla_{{}_{V\alpha} \omega} {}^{V\beta} \theta &= 0 \end{aligned}$$

şəklində təyin olunan ${}^H \nabla$ afin rabitəsinə deyilir.

Teorem 8. *M hamar çoxobrazlısı üzərində verilmiş simmetrik ∇ afin rabitəsinin $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^H \nabla$ horizontal liftinin $\{D_i\} = \{D_i, D_{i_\alpha}\}$ adaptə olunmuş reperinə nəzərən*

$$\begin{aligned} {}^H \Gamma_{ij}^l &= \Gamma_{ij}^l, & {}^H \Gamma_{ij}^{l_\alpha} &= {}^H \Gamma_{ij\beta}^l = 0, & {}^H \Gamma_{ij\beta}^{l_\sigma} &= -\delta_{\beta}^{\sigma} \Gamma_{il}^j, \\ {}^H \Gamma_{i_\alpha j}^l &= {}^H \Gamma_{i_\alpha j}^{l_\sigma} = {}^H \Gamma_{i_\alpha j\beta}^l = {}^H \Gamma_{i_\alpha j\beta}^{l_\sigma} = 0 \end{aligned}$$

komponentləri (əmsalları) vardır.

İsbat olunur ki, M hamar çoxobrazlısı üzərində verilmiş simmetrik ∇ afin rabitəsinin $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^H \nabla$

horizontal liftinin $\{\partial_J\} = \left\{ \left\{ \frac{\partial}{\partial X^j}, \frac{\partial}{\partial X_\beta^j} \right\} \right\}$ natural reperinə nəzərən

$${}^H F_{ij}^k = \Gamma_{ij}^k, \quad {}^H \Gamma_{ij}^{k_\gamma} = X_\gamma^m (\Gamma_{kl}^m \Gamma_{ij}^l + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{lj}^m - \partial_i \Gamma_{kj}^m),$$

$${}^H \Gamma_{i_\alpha j}^k = -\delta_{\alpha}^{\gamma} \Gamma_{jk}^i, \quad {}^H \Gamma_{ij\beta}^{k_\gamma} = -\delta_{\beta}^{\gamma} \Gamma_{ik}^j, \quad {}^H F_{i_\alpha j}^k = 0,$$

$${}^H\bar{\Gamma}_{ij\beta}^k = 0, \quad {}^H\bar{\Gamma}_{i_\alpha j\beta}^k = 0, \quad {}^H\bar{\Gamma}_{i_\alpha j\beta}^{k_\gamma} = 0$$

komponentləri (əmsalları) vardır.

2.6 paraqrafında simmetrik afin rabitənin koreper laylanmasına tam liftinin qurulması ilə bağlı məsələ şərh edilir.

İsbat olunur ki, simmetrik ∇ afin rabitəsinin $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^C\nabla$ tam lifti $\forall X, Y \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ üçün

$${}^C\nabla_{{}^CX} {}^CY = {}^C(\nabla_X Y) + \gamma(\tilde{L})$$

münasibətini ödəyir, burada $\gamma(\tilde{L}) - F^*(M)$ koreper laylanması üzərində elə şaquli vektor meydanıdır ki,

$$\gamma(\tilde{L}) = \left(\begin{array}{c} 0 \\ X^i \nabla Y^l + \nabla Y^i \nabla X^l + X^i Y^m (R_{kim}^l + R_{kmi}^l) \\ X^{\gamma} [(\nabla_{li} \nabla_{kj} - \nabla_{kj} \nabla_{li}) Y^m] \end{array} \right),$$

R isə ∇ afin rabitəsinin əyrilik tenzor meydanıdır.

$${}^C\nabla \text{ tam liftinin } \{\partial_J\} = \left\{ \left(\begin{array}{c} \partial \\ \partial X^j \\ \partial X^{\beta} \end{array} \right) \right\} \text{ natural reperinə nəzərən}$$

sıfırdan fərqli komponent-lərinin aşağıdakı ifadələri hesablanır:

$${}^C\Gamma_{ij}^k = \Gamma_{ij}^k, \quad {}^C\Gamma_{i_\alpha j}^{k_\gamma} = -\delta_{\alpha}^{\gamma} \Gamma_{kj}^i, \quad {}^C\Gamma_{ij\beta}^{k_\gamma} = -\delta_{\beta}^{\gamma} \Gamma_{ik}^j,$$

$$\begin{aligned} {}^C\Gamma_{ij}^{k_\gamma} &= X^{\gamma} (\Gamma_{mkl}^m + \Gamma_{iklj}^l - \partial_{ij} \Gamma_{kl}^m) - X^{\gamma} (\partial_{mij} \Gamma_{kl}^m - \partial_{mji} \Gamma_{kl}^m + \Gamma_{kji}^l \Gamma_{kl}^m - \\ &- \Gamma_{jil}^l \Gamma_{kl}^m) = X^{\gamma} (\partial_{mij} \Gamma_{kl}^m - \partial_{mji} \Gamma_{kl}^m + 2\Gamma_{ijkl}^l \Gamma_{kl}^m). \end{aligned}$$

II fəslin 2.7 paraqrafında afin rabitənin $F^*(M)$ koreper laylanmasına horizontal və tam liftlərinin geodezik əyriləri tədqiq olunur.

Teorem 9. M hamar çoxobrazlısı üzərində verilmiş simmetrik ∇ afin rabitəsinin $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^H\nabla$ horizontal liftinin

C geodezik əyrisinin $(\pi^{-1}(U), x, X_i)$ lokal koordinatlarında

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x^k}{dt^2} + \Gamma_{ij}^k \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^j}{dt} &= 0, \\ \frac{\delta^2 X_k^{\gamma}}{dt^2} &= 0 \end{aligned}$$

tənlikləri vardır.

Teorem 10. Tutaq ki, $\nabla - M$ hamar çoxobrazlısı üzərində buruqluqsuz (simmetrik) afin rabitədir və fərz edək ki, $\bar{C}(t) = (C(t), X_k(t))$ koreper laylanması üzərində əyridir. $\bar{C}(t)$ əyrisinin ${}^C\nabla$ tam liftinin geodezik xətti olması üçün aşağıdakı şərtlərin ödənilməsi həm zəruri, həm də kafidir:

1) $C(t)$ əyrisi $\nabla - M$ afin rabitəsinə nəzərən geodezik əyridir;

2) Hər bir $X_k^\gamma(t)$ kovektor meydanı $C(t)$ əyrisi boyunca

$$-\frac{\delta}{dt} \left(\frac{\delta X_k^\gamma}{dt} \right) + R_{kji}^m \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^j}{dt} = 0.$$

münasibətini ödəyir.

II fəslin 2.8 paraqrafında diferensiallanmaların horizontal liftlərinin qurulması şərh olunur.

$\mathfrak{Z}(M)$ cəbrinin $D = L_X + i_\varphi$ diferensiallanmasının $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^H D$ horizontal lifti

$${}^H D = L_{H_X} + i_{H_\varphi}$$

şəklində təyin olunur.

Teorem 11. (a) $i_\varphi \rightarrow i_{H_\varphi}$ inikası $E(M)$ cəbrinin $E(F^*(M))$ cəbrinə homomorfizmdir;

(b) Əgər ∇ müstəvi rabitəsidirsə, onda $L_X \rightarrow L_{H_X}$ inikası $L(M)$ Li cəbrinin $L(F^*(M))$ Li cəbrinə homomorfizmdir.

Dissertasiya işinin III fəslı koreper laylanmasının kəsikləri üzərində diferensial-həndəsi strukturların liftlərinin davranışlarının tədqiqinə həsr olunmuşdur. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [4, 5, 30]. işlərində nəşr edilmişdir.

III fəslin 3.1 paraqrafında vektor meydanlarının koreper laylanmasına tam və horizontal liftlərinin laylanmanın kəsikləri üzərində davranışlarından bəhs olunur. Nəzərdə tutulur ki, M n – ölçülü paralelləşdirilə bilən hamar çoxobrazlıdır. Bu o deməkdir ki, $F^*(M)$

koreper laylanması üzərində qlobal kəsik təyin olunur. Onda $\sigma : M \rightarrow F^*(M)$ kəsiyi M çoxobrazlısının üzərində koreperlərin elə qlobal meydanını əmələ gətirir ki, hər bir $x \in M$ nöqtəsində $\sigma(x) = (\sigma^1(x), \dots, \sigma^n(x))$ x nöqtəsindəki koreper olur. Əgər $\sigma = (\sigma^1, \dots, \sigma^n)$ işarə etsək, onda hər bir σ^α M hamar çoxobrazlısının üzərində qlobal təyin edilmiş kovektor meydanı (1-forma) olur. σ^α kovektor meydanının (U, x^i) lokal koordinat sisteminə nəzərən $\sigma^\alpha = \sigma_h^\alpha(x) dx^h$ ayrılışı vardır. Ona görə də σ vasitəsilə təyin edilən $\sigma(M)$ kəsiyi $F^*(M)$ koreper laylanmasının n – ölçülü alt çoxobrazlı olub,

$$\begin{cases} | x^h = x^h, \\ \quad \quad \quad \alpha \\ | X_h = \sigma_h(x) \end{cases}$$

şəklində təyin edilir.

$$(B_i^H) = \begin{pmatrix} \delta_i^h \\ \partial \sigma^\alpha \\ \quad \quad \quad i \quad h \end{pmatrix}$$

və

$$(C_{i_\alpha}^H) = (\partial_{i_\alpha} x^H) = \begin{pmatrix} 0 \\ i_\alpha \\ \delta_h \delta_\beta \end{pmatrix}$$

komponentlərinə malik olan B_i və C_{i_α} vektor meydanları $\sigma(M)$ kəsiyi boyunca (B, C) reperini əmələ gətirirlər.

İsbat olunur ki, $\forall V \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ vector meydanının $F^*(M)$ koreper laylanmasına ${}^C V$ tam liftinin və ${}^H V$ horizontal liftinin $\sigma(M)$ kəsiyi boyunca (B, C) reperinə nəzərən, uyğun olaraq

$${}^C V = V^h B_h + (-L_{\sigma^\alpha}^V) C_{h_\alpha}$$

və

$${}^H V = V^h B_h + (-\nabla_{\sigma^\alpha}^V) C_{h_\alpha}$$

ayrılışları vardır.

III fəslin 3.2 paragrafında $(1, p)$ tipli tenzor meydanlarının

koreper laylanmasına tam və horizontal liftlərinin kəsiklər üzərindəki davranışları ilə bağlı məsələ araşdırılır.

Teorem 12. $\forall \varphi \in \mathfrak{I}_1^1(M)$ *tenzor meydanının* ${}^C\varphi$ *tam liftinin* $\sigma(M)$ *kəsiyi boyunca* (B, C) *reperinə nəzərən sıfırdan fərqli*

$${}^C\varphi_j^{\sim i} = \varphi_j^i, \quad {}^C\varphi_j^{\sim i} = -(\Phi_{\varphi}^{\sigma^\gamma})_{ji}, \quad {}^C\varphi_{j\beta}^{\sim i} = \delta_{\beta}^{\gamma} \varphi_{\beta}^j$$

komponentləri vardır, burada $\Phi_{\varphi}^{\sigma^\gamma} - \sigma^\gamma$ *kovektor meydanına tətbiq olunan Tachibana operatorudur.*

İsbat olunur ki, ixtiyari çəp-simmetrik $S \in \mathfrak{I}_2^1(M)$ *tenzor meydanının* $F^*(M)$ *koreper laylanmasına* CS *tam liftinin* *və* HS *horizontal liftinin* $\sigma(M)$ *kəsiyi boyunca* (B, C) *reperində uyğun olaraq,*

$${}^CS_{ij}^k = S_{ij}^k, \quad {}^CS_{ij}^{k_\gamma} = -(\Phi_S^{\sigma^\gamma})_{ijk},$$

$${}^CS_{i\alpha j}^k = \delta_{\alpha}^{\gamma} S_{kj}^i, \quad {}^CS_{ij\beta}^{k_\gamma} = \delta_{\beta}^{\gamma} S_{ik}^j$$

və

$${}^HS_{ij}^k = S_{ij}^k, \quad {}^HS_{ij}^{k_\gamma} = -(\tilde{\Phi}_S^{\sigma^\gamma})_{ijk},$$

$${}^HS_{i\alpha j}^k = \delta_{\alpha}^{\gamma} S_{kj}^i, \quad {}^HS_{ij\beta}^{k_\gamma} = \delta_{\beta}^{\gamma} S_{ik}^j$$

sıfırdan fərqli komponentləri vardır, burada $\Phi_S^{\sigma^\gamma}$ və $\tilde{\Phi}_S^{\sigma^\gamma}$ kovektor meydanına tətbiq olunan I növ ümumiləşmiş Yano-Ako operatoru və Vişnevski operatorudur.

III fəslin 3.3 paraqrafında koreper laylanmasının kəsikləri üzərində simmetrik afin rabitənin tam liftinin davranışı ilə bağlı məsələ tədqiq olunur, ${}^C\nabla$ *tam liftinin* $\sigma(M)$ *kəsiyi üzərində adaptə olunmuş*

(B, C) *reperinə nəzərən doğurduğu* $\tilde{\nabla}$ *afin rabitəsi üçün*

$${}^C\nabla_{B_i} B_j = \tilde{\nabla}_{B_i} B_j + (\nabla_{\sigma^\gamma}^{\beta} + \sigma^{\beta} R^l) C_{mji} m_\beta$$

Qauss düsturu müəyyən edilir. Gauss düsturunda

$$(\nabla_{\sigma^\gamma}^{\beta} + \sigma^{\beta} R^l) C_{mji} m_\beta$$

həddi $\sigma(M)$ *kəsiyinin ikinci əsas formasıdır.*

III fəslin 3.4 paraqrafında isə koreper laylanmasının kəsikləri üzərində sanki kompleks strukturların liftləri araşdırılır.

Dissertasiyanın IV fəslı Rıman çoxobrazlısının koreper laylanmasında bəzi mühüm diferensial-həndəsi strukturların tədqiqinə həsr edilmişdir. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [2, 7, 8, 12, 14, 16, 19, 20, 25, 27, 28, 32] işlərində nəşr olunmuşdur.

IV fəslin 4.1 paragrafında koreper laylanmasında Rıman metrikasının diaqonal lifti (Sasaki metrikası) təyin olunur.

Tərif 4. (M, g) Rıman çoxobrazlısı üzərində $F^*(M)$ koreper laylanmasında Sasaki metrikası və ya g Rıman metrikasının diaqonal lifti dedikdə

$${}^Dg = g \, \eta^{\sim i} \otimes \eta^{\sim j} + \delta_{\alpha\beta} \sum_{i,j=1}^n g^{\bar{j}} \eta^{\sim i_\alpha} \otimes \eta^{\sim j_\beta}$$

şəklində təyin olunan Dg diferensial-həndəsi strukturu başa düşülür, burada $\{\eta^{\sim j}\} - \{D_i\}$ adaptə olunmuş reperinə dual (qoşma) olan koreperdir, g^{ij} isə g Rıman metrikasının kontravariant komponentləridir, yəni $g_{ij} g^{jk} = \delta_i^k$.

Müəyyən olunur ki, Dg diaqonal lifti invariant şəkildə $\forall X, Y \in \mathfrak{Z}_0^1(M)$ və $\forall \omega, \theta \in \mathfrak{Z}_1^0(M)$ üçün

$${}^Dg({}^HX, {}^HY) = {}^V(g(X, Y)) = g(X, Y),$$

$${}^Dg({}^HX, {}^{V_\beta}\theta) = 0,$$

$${}^Dg({}^{V_\alpha}\omega, {}^{V_\beta}\theta) = \delta_{\alpha\beta} {}^V(g^{-1}(\omega, \theta)) = \delta_{\alpha\beta} g^{-1}(\omega, \theta).$$

bərabərlikləri ilə təyin edilə bilər və ona görə də təbii metrikalar sinfinə daxildir.

Göstərilir ki, Dg diaqonal liftinin adaptə olunmuş $\{D_i\}$ reperinə nəzərən

$$\begin{pmatrix} g_{ij} & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & g^{ij} & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & g^{ij} \end{pmatrix}$$

komponentlər matrisi vardır.

IV fəslin 4.2 paraqrafında Dg diaqonal liftinin Levi-Civita rabitəsinin xassələri öyrənilir.

Teorem 13. *Tutaq ki, (M, g) Riman çoxobrazlısıdır, ${}^D\nabla-{}^Dg$ Sasaki metrika-sına malik olan $F^*(M)$ koreper laylanmasının Levi-Civita rabitəsidir. Onda ${}^D\nabla$ afin rabitəsi $\forall X, Y \in \mathfrak{T}_0^1(M)$ vektor meydanları və $\forall \omega, \theta \in \mathfrak{T}_1^0(M)$ 1-formaları (kovektor meydanları) üçün aşağıdakı şərtləri ödəyir:*

- i) ${}^D\nabla_{H_X} {}^HY = {}^H(\nabla_X Y) + \frac{1}{2} \sum_{\sigma=1}^n {}^{V_\sigma} (X^\sigma \circ R(X, Y)),$
- ii) ${}^D\nabla_{H_X} {}^{V_\beta} \theta = {}^{V_\beta} (\nabla_X \theta) + \frac{1}{2} {}^H (X^\beta (g^{-1} \circ R(\cdot, X) \theta^\sim)),$
- iii) ${}^D\nabla_{V_\alpha \omega} {}^HY = \frac{1}{2} {}^H (X^\alpha (g^{-1} \circ R(\cdot, Y) \omega^\sim)),$
- iv) ${}^D\nabla_{V_\alpha \omega} {}^{V_\beta} \theta = 0,$

burada $\tilde{\omega} = g^{-1} \circ \omega \in \mathfrak{T}_0^1(M), \theta^\sim = g^{-1} \circ \theta \in \mathfrak{T}_1^0(M),$ R – ayrilik tenzorudur.

Teorem 14. *Tutaq ki, (M, g) Riman çoxobrazlısıdır, ${}^D\nabla$ isə Dg Sasaki metrikasına malik olan $F^*(M)$ koreper laylanmasının Levi-Civita rabitəsidir. Onda ${}^D\nabla$ Levi-Civita rabitəsinin ${}^D\Gamma_{ij}^K$ əmsallarının müxtəlif indekslər üçün aşağıdakı qiymətləri vardır:*

$$\begin{aligned} {}^D\Gamma_{ij}^k &= \Gamma_{ij}^k, & {}^D\Gamma_{ij}^{k_\gamma} &= \frac{1}{2} X^\gamma R_{m \quad ijk}^m, & {}^D\Gamma_{i_\alpha j_\tau}^k &= 0, & {}^D\Gamma_{i_\alpha j_\beta}^{k_\gamma} &= 0. \\ {}^D\Gamma_{ij_\beta}^k &= \frac{1}{2} X^\beta R_{m \quad \cdot i \cdot}^{k \quad jm}, & {}^D\Gamma_{ij_\beta}^{k_\gamma} &= -\delta_{\gamma \quad ik}^{\beta} \Gamma_j^j, & {}^D\Gamma_{i_\alpha j}^k &= \frac{1}{2} X^\alpha R_{m \quad \cdot j \cdot}^{k \quad im}, \\ {}^D\Gamma_{i_\alpha j}^{k_\gamma} &= 0. \end{aligned}$$

IV fəslin 4.3 paraqrafında Dg diaqonal liftinin ayrilik xassələri ilə bağlı məsələ tədqiq olunur.

Dg diaqonal liftinin (Sasaki metrikasının) ${}^D\nabla$ Levi-Civita

rabitəsinin ${}^D R$ əyrilik tenzor meydanının $\{D_I\}$ reperinə nəzərən

$${}^D R(D_I, D_J) D_K = {}^D \nabla_I {}^D \nabla_J D_K - {}^D \nabla_J {}^D \nabla_I D_K - \Omega_{IJ}^L {}^D \nabla_L D_K,$$
komponentlərinin müxtəlif indekslər üçün qiymətləri hesablanır.

Teorem 15. Tutaq ki, (M, g) – Riman çoxobrazlısıdır, $F^*(M)$ ${}^D g$ Sasaki metrikasına malik koreper laylanmasıdır, r və ${}^D r$ isə uyğun olaraq, g və ${}^D g$ metrikalarının skalyar əyrilikləridir. Onda

$${}^D r = r - \frac{1}{4} \sum_{\delta=1}^n |X^\delta R|^2$$

bərabərliyi doğrudur, burada

$$|X^\delta R|^2 = g^{ij} g^{kt} g^{pq} (X^\delta R)_{kip} (X^\delta R)_{tjq}.$$

IV fəslin 4.4 paraqrafında ${}^D g$ metrikasının geodezik əyrilərinin tənlikləri araşdırılır.

Teorem 16. Tutaq ki, $\tilde{C} - F^*(M)$ koreper laylanması üzərində ${}^D g$ diaqonal liftinin ${}^D \nabla$ Levi-Civita rabitəsinin geodezik xəttidir. Onda $C = \pi \circ \tilde{C}$ xətti boyunca təyin olunmuş $X_h^\beta(t)$, $\beta = 1, 2, \dots, n$, kovektor meydanları

$$\frac{\delta^2 x^h}{dt^2} + \sum_{\gamma=1}^n X_m^\gamma R_{\cdot k}^h{}_{jm} \frac{\delta X_j^\gamma}{dt} \frac{dx^k}{dt} = 0$$

tənliklərini ödəyirlər və ikinci tərtib kovariant törəmələri sıfıra bərabərdir.

Teorem 17. (M, g) Riman çoxobrazlısının geodezik xəttinin hər hansı horizontal lifti ${}^D g$ Sasaki metrikasına malik $F^*(M)$ koreper laylanması üzərində geodezik xətdir.

IV fəslin 4.5 paraqrafında koreper laylanmasında təyin edilən müxtəlif ranglı f – strukturlardan bəhs olunur.

$n = 2m$ ölçülü (M, g) Riman çoxobrazlısının $F^*(M)$ koreper laylanmasında

$$F_\alpha(D_i) = -D_i, \quad F_\alpha(D_i) = \delta_\alpha^\beta D_i$$

münasibətlərinin löməyi ilə n sayda $(1,1)$ tipli $F_\alpha, 1 \leq \alpha \leq n$, tenzor (afinor) meydanları təyin edilir, burada $\{D_i\}$ – adaptə olunmuş reperdir.

Teorem 18. $(1,1)$ tipli $F_\alpha, 1 \leq \alpha \leq n$, tenzor meydanları $F^*(M)$ koreper laylanması üzərində $2n$ rəngli f – strukturlardır.

$F^*(M)$ koreper laylanması üzərində $2n$ rəngli $\tilde{F}$ f – strukturu

$$\tilde{F}(D_i) = t_\beta D_{i_\beta}, \quad \tilde{F}(D_{i_\beta}) = -t_\beta D_i$$

münasibətləri ilə təyin olunur, burada

$$t_\beta D_{i_\beta} = t_1 D_{i_1} + t_2 D_{i_2} + \dots + t_n D_{i_n}$$

$$\text{və } \sum_{\beta=1}^n t_\beta^2 = 1.$$

$$\begin{cases} F^*(M) \text{ koreper laylanması üzərində } n^2 \text{ rəngli } \overline{F} \text{ } f \text{ – strukturu} \\ \left\{ \begin{array}{l} \overline{F}(D_i) = 0, \\ \overline{F}(D_{i_\alpha}) = D_{i_{2m+1-\alpha}}, \alpha = 1, 2, \dots, m \text{ olduqda,} \\ \overline{F}(D_{i_\alpha}) = -D_{i_{2m+1-\alpha}}, \alpha = m+1, \dots, 2m \text{ olduqda,} \end{array} \right. \end{cases}$$

qaydası ilə təyin olunur.

İsbat olunur ki, $2n$ rəngli $F_\alpha, 1 \leq \alpha \leq n$, və $\tilde{F}$ f – strukturları, eləcə də n^2 rəngli $\overline{F}$ f – strukturu yalnız (M, g) baza çoxobrazlısı Evklid fəzası olduqda integrallanandılar.

IV fəslim 4.6 paraqrafında Riman metrikasının diaqonal lifti ilə f – strukturlar arasındakı əlaqələr araşdırılır.

Teorem 19. $F^*(M)$ koreper laylanması üzərində ${}^D g$ diaqonal lifti $2n$ rəngli $F_\alpha, 1 \leq \alpha \leq n$, f – strukturlarından hər birinə uyğunlaşdırılmışdır

Göstərilir ki, ümumi halda n^2 rəngli $\overline{F}$ f – strukturu, $2n$ rəngli F və onun xüsusi halları kimi $F_\alpha, 1 \leq \alpha \leq n$, f – strukturları ${}^D \nabla$ Levi-Civita rabitəsinə nəzərən paralel deyildirlər.

IV fəslin 4.7 paraqrafında psevd-Riman çoxobrazlısının

koreper laylanmasında bəzi diferensial-həndəsi strukturların g – liftləri tədqiq olunur.

(M, g) psevdo-Riman çoxobrazlısı üzərində $F(M)$ reper və $F^*(M)$ koreper laylanmaları üçün

$$g^1 : F(M) \rightarrow F^*(M),$$

və

$$g^2 : F^*(M) \rightarrow F(M)$$

kanonik izomorfizmləri qurulur.

Teorem 20. *Tutaq ki, (M, g) psevdo-Riman çoxobrazlısıdır, ${}^C V_{F(M)}$ və ${}^C V_{F^*(M)}$ $V \in \mathfrak{S}^1(M)$ vektor meydanının uyğun olaraq, $F(M)$*

reper laylanmasına və $F^(M)$ koreper laylanmasına tam liftləridir.*

Onda g^1 inikası zamanı ${}^C V_{F(M)}$ tam liftinin obrazının, yəni $g^1({}^C V_{F(M)})$ (g, C) – liftinin ${}^C V_{F^(M)}$ tam lifti ilə üst-üstə düşməsi üçün*

zəruri və kafi şərt V vektor meydanının Killing vektor meydanı olmasıdır.

Teorem 21. *Tutaq ki, (M, g) psevdo-Riman çoxobrazlısıdır,*

${}^C \tau \in \mathfrak{S}_1^0(M)$ 1 –formasının $F(M)$ reper laylanmasına tam liftidir. Onda τ 1 –formasının $F^(M)$ koreper laylanmasına (g, C) – liftinin*

$$g^2({}^C \tau) = \tau_K^{\sim} = \sum_{\beta=1}^n \left\{ X_m^\beta (g_{jk}^{jm} \partial_j \tau_k + \partial_k g_{im}^{im} \tau_i) dx^k + g_{ik}^{ik} \tau_i dx^k \right\}$$

lokal ifadəsi vardır.

$(0,2)$ tipli S tenzor meydanının g psevdo-Riman metrikası olduğu halda alınır:

$$g^2 \left({}^C g_{FM} \right) = \begin{pmatrix} \sum_{\beta=1}^n X_m^\beta (-2\Gamma_{kl}^m) & \delta_k^l \sum_{\beta=1}^n \delta_\sigma^\beta \\ \delta_l^k \sum_{\beta=1}^n \delta_\gamma^\beta & 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

burada $\bar{\Gamma}_{ij}^k - g$ Riman metrikasının Levi-Civita rabitəsinin əmsallarıdır. Yaxşı məlumdur ki, kotoxunan laylanmasında Patterson mənasında Riman genişlənməsinin

$$\nabla_R = g = \begin{pmatrix} -2\rho_m \Gamma_{ji}^m & \delta_j^i \\ \delta_i^j & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

şəklində komponentləri vardır. (1) və (2) bərabərliklərinin müqayisəsindən belə bir nəticə alınır ki, g psevdo-Riman metrikasının $F^*(M)$ koreper laylanmasına (g, C) – lifti ∇^R Riman genişlənməsinin analogudur.

IV fəslin 4.8 paragrafında Riman çoxobrazlısı üzərində koreper laylanmasına Riman metrikasının bircins növlü Sasaki lifti qurulur. Sıfırları atılmış

$$\tilde{T}(M) = T(M) \setminus \{0\}$$

toxunan laylanmasında Riman metrikasının bircins lifti R.Miron tərəfindən, sıfırları atılmış

$$\tilde{T}^*(M) = T^*(M) \setminus \{0\}$$

kotoxunan laylanmasında P.Stavre və L.Popescu tərəfindən, sıfırları atılmış (1,1) tipli

$$\tilde{T}_1^1(M) = T_1^1(M) \setminus \{0\}$$

tenzor laylanmasında isə E.Peyghan, M.Nasrabadi və A.Tayebi tərəfindən qurulmuşdur. Lakin koreper laylanması $GL(n, R)$ – baş laylanması olduğundan, bu laylanmada sıfır kəsik yoxdur. Bu xassədən istifadə edərək, biz koreper laylanmasının özündə bircins növlü Sasaki liftini təyin edirik.

g Riman metrikasının $F^*(M)$ koreper laylanmasına yeni $\tilde{G}$ bircins lifti və ya bircins növlü Sasaki lifti

$$G = g_{ij} dx^i \otimes dx^j + \delta_{\alpha\beta} g^{ij} \delta X_i^\alpha \otimes \delta X_j^\beta$$

şəklində təyin edilir, burada $\delta X_i^\alpha = dX_i^\alpha - \Gamma_{ki}^m X_k^\alpha dx^m$ və

$$h = \sum_{\alpha=1}^n \|X^\alpha\|^2 = \sum_{\alpha=1}^n g^{ij} X_i^\alpha X_j^\alpha = \sum_{\alpha=1}^n g^{-1}(X^\alpha, X^\alpha).$$

Teorem 22. *Aşağıdakı xassələr doğrudur:*

1. $(F^*(M), \tilde{G})$ cütü yalnız g metrikasından asılı olan Riman çoxobrazlısıdır;

2. $\tilde{G} - F^*(M)$ koreper laylanması üzərində 0 – bircinsdir;

3. H və V paylanmalar $\tilde{G}$ metrikasına nəzərən ortoqonaldır, yəni $\forall X, Y \in \mathfrak{S}_0(F^*(M))$ üçün, $G(hX, vY) = 0$, burada $hX \in H, vY \in V$.

$F^*(M)$ koreper laylanması üzərində n sayda F_β^* , $\beta = 1, 2, \dots, n$, tenzor strukturları təyin olunur:

$$F_\beta^*(D_i) = \sum_j \sqrt{h} g_{ij} \frac{\partial}{\partial x^\beta},$$

$$F_\beta^*(D_k) = -\frac{1}{\sqrt{h}} \delta_{\alpha\beta} g^{ij} D_j.$$

Teorem 23. Hər bir $\beta = 1, 2, \dots, n$, üçün, F_β^* tenzor strukturunun aşağıdakı xassələri vardır:

1. $F_\beta^* - F^*(M)$ koreper laylanması üzərində (1,1) tipli tenzor strukturudur;

2. F_β^* yalnız g metrikasından asılıdır;

3. $F_\beta^* - F^*(M)$ koreper laylanmasının layları üzərində vektor meydanlarına nəzərən 0 – bircinsdir.

Nəticə 24. Hər bir $\beta = 1, 2, \dots, n$, üçün, $(F^*(M_n), \tilde{G}, F_\beta^*)$ üçlüyü sanki Hermit çoxobrazlısıdır.

IV fəslin 4.9 paraqrafında bircins növlü $\tilde{G}$ Sasaki liftinin Levi-Civita rabitəsinin xassələri öyrənilir. İsbat olunur ki, $\tilde{G}$ Sasaki liftinin ∇ Levi-Civita rabitəsinin adaptə olunmuş $\{D_I\}$ reperinə nəzərən $\forall X, Y \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ və $\forall \omega, \theta \in \mathfrak{S}_1^0(M)$ üçün

$$i) \quad \tilde{\nabla}_H X^H Y = {}^H(\nabla_X Y) + \frac{1}{2} \sum_{\sigma=1}^n V_{\sigma} (X^{\sigma} \circ R(X, Y)),$$

$$ii) \quad \tilde{\nabla}_H X^{V_{\beta}} \theta = V_{\alpha} (\nabla_X \omega) + \frac{1}{2h} \sum_{\sigma=1}^n \delta_{\beta\sigma} {}^H(X^{\sigma} \circ R(\cdot, X) \tilde{\theta}),$$

$$iii) \quad \nabla_{V_{\alpha}} {}^H Y = \frac{1}{2h} \sum_{\sigma=1}^n \delta_{\alpha\sigma} {}^H(X^{\sigma} \circ R(\cdot, Y) \tilde{\omega}),$$

$$iv) \quad \nabla_{V_{\alpha} \omega} V_{\beta} \theta = -G(\cdot, \omega, \sum_{\sigma=1}^n X^{\sigma}_{V_{\beta}})_{V_{\beta}} \theta - G(V_{\beta} \theta, \sum_{\sigma=1}^n X^{\sigma}_{V_{\alpha}})_{V_{\alpha}} \omega + \\ + G(V_{\alpha} \omega, V_{\beta} \theta) \sum_{\sigma=1}^n V_{\sigma} X^{\sigma}$$

xassələri vardır, burada $\tilde{\omega} = g^{-1} \circ \omega \in \mathfrak{S}_0^1(M_n)$.

Göstərilir ki, $\tilde{\nabla}$ Levi-Civita rabitəsinin $\tilde{\Gamma}_{IJ}^K$ əmsallarının adaptə olunmuş $\{D_I\}$ reperinə nəzərən müxtəlif indekslər üçün

$$\tilde{\Gamma}_{ij}^k = \Gamma_{ij}^k, \quad F_{ij}^{k_{\gamma}} = \frac{1}{2} X^{\gamma} R_{m \quad ijk}^m,$$

$$F_{ij\beta}^k = \frac{1}{2h} X_m^{\beta} R_{\cdot i \cdot}^k{}_{jm}, \quad \tilde{\Gamma}_{ij\beta}^{k_{\gamma}} = -\delta_{\gamma}^{\beta} \Gamma_{ik}^j,$$

$$F_{i\alpha j}^k = \frac{1}{2h} X_m^{\alpha} R_{\cdot j \cdot}^k{}_{im}, \quad \tilde{\Gamma}_{i\alpha j}^{k_{\gamma}} = \tilde{\Gamma}_{i\alpha j\beta}^k = 0,$$

$$F_{i\alpha j\beta}^{k_{\gamma}} = -\frac{1}{h} (g^{rs} \omega_{r \quad s \quad \tau \quad l} X^{\alpha} \delta^{\beta \theta}_{\tau \quad l} + g^{rs} \theta_{r \quad s \quad \tau \quad l} X^{\beta} \delta^{\alpha \omega}_{\tau \quad l} - \delta_{\beta\sigma} g^{rs} \omega_{r \quad s \quad l} \theta X^{\tau}) D_{l_{\tau}}$$

qiymətləri vardır.

IV fəslin 4.10 paraqrafında bircins növlü $\tilde{G}$ Sasaki liftinin əyrilik xassələri ilə bağlı məsələyə baxılır, o cümlədən g Riman metrikasının $F^*(M)$ koreper laylanması $\tilde{G}$ bircins növlü Sasaki liftinin ∇ Levi-Çivita rabitəsinin R əyrilik tenzor meydanının adaptə olunmuş $\{D_I\}$ reperinə nəzərən ödədiyi

$$\tilde{R}(D_I, D_J)D_K = \tilde{\nabla}_I \tilde{\nabla}_J D_K - \tilde{\nabla}_J \tilde{\nabla}_I D_K - \Omega_{IJ}^{\quad L} \tilde{\nabla}_L D_K$$

bərabərliyindən istifadə etməklə bu tenzor meydanının komponentləri hesablanır.

Dissertasiyanın V fəslı koreper laylanmasında Cheeger-Gromoll metrikasının və onunla bağlı bəzi strukturların tədqiqinə həsr olunmuşdur. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [21, 23, 33, 34] işlərində nəşr olunmuşdur. Toxunan laylanma üzərində Cheeger-Gromoll metrikası adlandırılan xüsusi növ Riman metrikası ilk dəfə J.Cheeger və D.Gromoll tərəfindən daxil edilmişdir. Toxunan laylanma üzərində Cheeger-Gromoll metrikasının əyrilik xassələrini M.Sekizawa öyrənmişdir. Bu metrikanın geodezik xətləri A.A.Səlimov və S.Kazımova tərəfindən araşdırılmışdır. Toxunan laylanma üzərində ümumiləşmiş Cheeger-Gromoll metrikalarını (onlara Cheeger-Gromoll tipli metrikalar da deyirlər) M.Munteanu, Z.Hou və L.Sun tədqiq etmişlər. Kotoxunan laylanma üzərində Cheeger-Gromoll metrikası A.A.Səlimov və F.Agca tərəfindən daxil edilmiş və araşdırılmışdır.

V fəslin 5.1 paraqrafında Riman çoxobrazlısı üzərində koreper laylanmasında Cheeger-Gromoll metrikası təyin olunur, onun Levi-Civita rabitəsinin xassələri öyrənilir.

Tərif 5. *Tutaq ki, g M çoxobrazlısı üzərində Riman metri-
kasıdır. $F^*(M)$ koreper laylanması üzərində Cheeger-Gromoll
metrikası $\forall X, Y \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ və $\forall \omega, \theta \in \mathfrak{S}_1^0(M)$ üçün*

$${}^{CG}g({}^HX, {}^HY) = g(X, Y),$$

$${}^{CG}g({}^{V_\alpha}\omega, {}^HY) = 0,$$

$${}^{CG}g({}^{V_\alpha}\omega, {}^{V_\beta}\theta) = 0, \alpha \neq \beta \text{ olduqda},$$

$${}^{CG}g({}^{V_\alpha}\omega, {}^{V_\alpha}\theta) = \frac{1}{1+r_\alpha^2} (g^{-1}(\omega, \theta) + g^{-1}(\omega, X^\alpha)g^{-1}(\theta, X^\alpha))$$

münasibətlərini ödəyən ${}^{CG}g$ Riman metrikasına deyilir, burada

$$r_\alpha^2 = |X^\alpha|^2 = g^{-1}(X^\alpha, X^\alpha).$$

${}^{CG}g$ Cheeger-Gromoll metrikasının ${}^{CG}\nabla$ Levi-Civita rabitəsinə baxılır.

Teorem 25. ${}^{CG}\nabla$ afin rabitəsi $\forall X, Y \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ və

$$\forall \omega, \theta \in \mathfrak{S}_0^0(M) \text{ üçün} \\ i) {}^{CG}\nabla_{H_X} H_Y = H(\nabla_X Y) + \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \nabla_{X^\sigma} (X^\sigma \circ R(X, Y)),$$

$$ii) {}^{CG}\nabla_{H_X} V_\beta \theta = V_\beta (\nabla_X \theta) + \frac{1}{2h_\beta} H(X^\beta (g^{-1} \circ R(\cdot, X) \theta^\sim)),$$

$$iii) {}^{CG}\nabla_{V_\alpha \omega} H_Y = \frac{1}{2h_\alpha} H(X^\alpha (g^{-1} \circ R(\cdot, Y) \omega^-)),$$

$$iv) {}^{CG}\nabla_{V_\alpha \omega} V_\beta \theta = 0, \quad \alpha \neq \beta \quad \text{olduqda,}$$

$${}^{CG}\nabla_{V_\alpha \omega} V_\alpha \theta = -\frac{1}{h_\alpha} ({}^{CG}g(V_\alpha \omega, \gamma \delta)^{V_\alpha} \theta + {}^{CG}g(V_\alpha \theta, \gamma \delta)^{V_\alpha} \omega) + \\ + \frac{1+h_\alpha}{h_\alpha} {}^{CG}g(V_\alpha \omega, V_\alpha \theta) \gamma \delta - \frac{1}{h_\alpha} {}^{CG}g(V_\alpha \theta, \gamma \delta) {}^{CG}g(V_\alpha \omega, \gamma \delta) \gamma \delta,$$

münasibətlərini ödəyir, burada $\omega^\sim = g^{-1} \circ \omega, R(\cdot, X) \omega^\sim \in \mathfrak{S}_1^1(M)$,

$h_\alpha = 1 + r_\alpha^2$, R və $\gamma \delta$ uyğun olaraq, g metrikasının əyrilik tenzor meydanı və $F^*(M)$ koreper laylanması üzərində $\gamma \delta = X^\sigma D_{i_i}$ lokal

ifadəsinə malik olan kanonik şaquli vektor meydanıdır.

V fəslin 5.2 paragrafında Cheeger-Gromoll metrikasına malik koreper laylanmasının əyrilik xassələri tədqiq olunur.

Teorem 26. Tutaq ki, (M, g) n – ölçülü Riman çoxobrazlısıdır və ${}^{CG}\nabla - {}^{CG}g$ Cheeger-Gromoll metrikasına malik olan $F^*(M)$ koreper laylanmasının Levi-Civita rabitəsidir. Onda ${}^{CG}\Gamma_{ij}^K$ rabitə əmsallarının, müxtəlif indekslər üçün

$${}^{CG}\Gamma_{ij}^k = \Gamma_{ij}^k, \quad {}^{CG}\Gamma_{ij}^{k_\gamma} = \frac{1}{2} X^\gamma R_{m \cdot ijk}^m,$$

$${}^{CG}\Gamma_{ij_\beta}^k = \frac{1}{2h_\beta} X_m^\beta R_{\cdot i}^{k \cdot jm}, \quad {}^{CG}\Gamma_{ij_\beta}^{k_\gamma} = -\delta_\beta^\gamma \Gamma_{ik}^j,$$

$${}^{CG}\Gamma_{i_\alpha j}^k = \frac{1}{2h_\alpha} X_m^\alpha R^k{}_{\cdot j \cdot}{}^{im}, \quad {}^{CG}\Gamma_{i_\alpha j}^{k_\gamma} = {}^{CG}\Gamma_{i_\alpha j_\beta}^k = 0,$$

$$\begin{aligned} {}^{CG}\Gamma_{i_\alpha j_\beta}^{k_\gamma} &= 0, \alpha \neq \beta \\ {}^{CG}\Gamma_{i_\alpha j_\alpha}^{k_\gamma} &= - \frac{1}{h_\alpha} (X_{\gamma}^{\sim \alpha i} \delta^{\alpha j}{}_{\gamma k} + X_{\gamma}^{\sim \alpha j}{}_{\delta_\gamma} \delta_k^i) + \frac{1+h_\alpha}{h_\alpha^2} g_{ij} X_k^\gamma \\ &+ \frac{1}{h_\alpha^2} X_{\gamma}^{\sim \alpha i} X_{\gamma}^{\sim \alpha j} X_k^\gamma, \end{aligned}$$

qiymətləri vardır, burada $X_{\gamma}^{\sim \alpha i} = g_{is} X_s^\alpha$.

Bu paraqrafda həmçinin ${}^{CG}g$ Cheeger-Gromoll metrikasının ${}^{CG}R$ əyrilik tenzor meydanının adaptə olunmuş $\{D_I\}$ reperinə nəzərən

$$\begin{aligned} {}^{CG}R_{IJK}^L &= D_I {}^{CG}\Gamma_{JK}^L - D_J {}^{CG}\Gamma_{IK}^L + {}^{CG}\Gamma_{IS}^L {}^{CG}\Gamma_{JK}^S - \\ &- {}^{CG}\Gamma_{JS}^L {}^{CG}\Gamma_{IK}^S - \Omega_{IJ}^S {}^{CG}\Gamma_{SK}^L \end{aligned}$$

komponentlərinin müxtəlif indekslər üçün qiymətləri təyin olunur, eləcə də ${}^{CG}g$ Cheeger-Gromoll metrikasının ${}^{CG}K$ kəsik ayrılıyının ${}^{CG}K(HX, HY)$, ${}^{CG}K(HX, V_\beta \theta)$, ${}^{CG}K(V_\alpha \omega, V_\alpha \theta)$ və ${}^{CG}K(V_\alpha \omega, V_\beta \theta)$ qiymətləri hesablanır, burada Ω_{IJ}^S – qeyri-holonumluq obyektidir.

Teorem 27. (M, g) Riman çoxoxrazilısının geodezik əyrisinin horizontal lifti ${}^{CG}g$ Cheeger-Gromoll metrikasının təyin edildiyi $F^*(M)$ koreper laylanmasında geodezik əyridir.

V fəslin 5.3 paraqrafında ${}^{CG}g$ Cheeger-Gromoll metrikasına malik koreper laylanmasında sanki kompleks strukturlar öyrənilir.

$\forall \tilde{X} \in \mathfrak{S}_0^1(M)$, $\forall \omega \in \mathfrak{S}_1^0(M)$ üçün $F^*(M)$ koreper laylanmasında

$$J_\beta^H X = \sqrt{h_\beta}^{V_\beta} \tilde{X} - \frac{1}{\sqrt{h_\beta} + 1} X^\beta (X)^{V_\beta} X^\beta,$$

$$J_\beta^{V_\gamma} \omega = 0, \quad \beta \neq \gamma \text{ olduqda,}$$

$$J_{\beta}^{V_{\beta}} \omega = - \frac{1}{\sqrt{h_{\beta}}} \left({}^H \omega + \frac{1}{(\sqrt{h_{\beta}}+1)} g^{-1}(X^{\beta}, \omega) {}^H X^{\beta} \right),$$

münasibətlərinin köməyi ilə J_{β} , $\beta = 1, 2, \dots, n$, sanki kompleks strukturları təyin edilir.

Teorem 28. $(F^*(M), {}^{CG}g, J_{\beta})$ üçlüyü hər bir $\beta = 1, 2, \dots, n$, üçün sanki Hermit çoxobrazlısıdır.

Lemma 29. $(F^*(M), {}^{CG}g)$ koreper laylanması üzərində hər bir $\beta = 1, 2, \dots, n$, üçün sanki kompleks J_{β} strukturu onda və yalnız onda integrallanıdır ki, $\forall X, Y \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ üçün $N_{J_{\beta}}({}^H X, {}^H Y) = 0$ münasibəti ödənilmiş olsun.

Teorem 30. Hər bir $\beta = 1, 2, \dots, n$, üçün $(F^*(M), {}^{CG}g)$ koreper laylanması üzərindəki sanki kompleks J_{β} strukturu onda və yalnız onda integrallanıdır ki,

$$\begin{aligned} \gamma R(X, Y) &= \sum_{\sigma=1}^n V_{\sigma} (X^{\sigma} \circ R(X, Y)) = \\ &= \frac{1 + \sqrt{h_{\beta}} + h_{\beta}}{\sqrt{h_{\beta}}(\sqrt{h_{\beta}} + 1)} V_{\beta} \left(g^{-1}(X^{\beta}, \tilde{X}) \tilde{Y} - g^{-1}(X^{\beta}, \tilde{Y}) \tilde{X} \right) \end{aligned}$$

münasibəti ödənilmiş olsun.

V fəslin 5.4 paraqrafında Cheeger-Gromoll metrikasına malik koreper laylanmasında sanki parakompleks strukturların qurulması ilə bağlı məsələyə baxılır.

Cheeger-Gromoll metrikasına malik $(F^*(M), {}^{CG}g)$ koreper laylanmasında $\forall X \in \mathfrak{S}_0^1(M)$, $\forall \omega \in \mathfrak{S}_1^0(M)$ üçün

$${}^{CG}F_{\alpha}({}^H X) = \sqrt{h_{\alpha}}^{V_{\alpha}} \tilde{X} - \frac{1}{\sqrt{h_{\alpha}} + 1} X^{\alpha} (X)^{V_{\alpha}} X^{\alpha},$$

$${}^{CG}F_{\alpha}({}^{V_{\beta}} \omega) = 0, \quad \beta \neq \alpha,$$

$${}^{CG}F_{\alpha}({}^{V_{\alpha}}\omega) = \frac{1}{\sqrt{h_{\alpha}}} \left({}^H\omega + \frac{1}{\sqrt{h_{\alpha}} + 1} g^{-1}(X^{\alpha}, \omega) {}^H X^{\alpha} \right)$$

münasibətlərinin köməyi ilə (1,1) tipli ${}^{CG}F_{\alpha}$, $\alpha = 1, 2, \dots, n$, tenzor meydanları üçün təyin edilir, burada ${}^{CG}F_{\alpha} \circ X = g \circ X \in \mathfrak{S}_0^1(M)$,
1

$$\tilde{\omega} = g^{-1} \circ \omega \in \mathfrak{S}_0^1(M).$$

Lemma 31. $(F^*(M), {}^{CG}g)$ koreper laylanması üzərində hər bir $\alpha = 1, 2, \dots, n$, üçün ${}^{CG}F_{\alpha}$ sanki parakompleks strukturu onda və yalnız onda integrallanandır ki, $\forall X, Y \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ üçün $N_{{}^{CG}F_{\alpha}}({}^H X, {}^H Y) = 0$ münasibəti ödənilmiş olsun.

İsbat olunur ki, $(F^*(M), {}^{CG}g)$ koreper laylanmasında hər bir $\alpha = 1, 2, \dots, n$, üçün ${}^{CG}F_{\alpha}$ sanki parakompleks strukturu onda və yalnız onda integrallanandır ki, $\forall X, Y \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ üçün

$$\begin{aligned} \gamma R(X, Y) &= \sum_{\sigma=1}^n V_{\sigma} (X^{\sigma} \circ R(X, Y)) = \\ &= \frac{1 + \sqrt{h_{\alpha}} + h_{\alpha}}{\sqrt{h_{\alpha}}(\sqrt{h_{\alpha}} + 1)} V_{\alpha} \left(g^{-1}(X^{\alpha}, \tilde{Y}) \tilde{X} - g^{-1}(X^{\alpha}, \tilde{X}) \tilde{Y} \right) \end{aligned}$$

münasibəti ödənilmiş olsun.

Dissertasiyanın VI fəslı (1,1) tipli tenzor reperlərinin laylanması üzərində bəzi mühüm strukturların tədqiqinə həsr edilmişdir. Bu fəslin əsas nəticələri müəllifin [6, 9, 24, 26] işlərində nəşr olunmuşdur

VI fəslin 6.1 paragrafında (1,1) tipli tenzor (və ya afinor) reperlərinin laylanmasında funksiyanın şaquli lifti, vektor meydanlarının horizontal liftləri və afinor meydanlarının şaquli liftləri təyin edilir, adaptə olunmuş reper anlayışı daxil edilir və Riman metrikasının diaqonal lifti (Sasaki metrikası) qurulur.

Tərif 6. Afinor reperlərinin $L_1^1(M)$ laylanması üzərində Dg Sasaki metrikası (və ya g Riman metrikasının diaqonal lifti)

$\forall X, Y \in \mathfrak{S}_0^1(M)$ və $\forall B, C \in \mathfrak{S}_1^1(M)$ üçün aşağıdakı üç münasibətlə təyin olunur:

$${}^D g({}^{V_{\alpha\beta}} B, {}^{V_{\gamma\sigma}} C) = \delta^{\alpha\gamma} \delta_{\beta\sigma} {}^V (G(B, C)),$$

$${}^D g({}^{V_{\alpha\beta}} B, {}^H Y) = 0 \quad ,$$

$${}^D g({}^H X, {}^H Y) = {}^V (g(X, Y)) \quad ,$$

burada $G \quad \forall B, C \in \mathfrak{S}_1^1(M)$ üçün

$$G(B, C) = g_{pq} g^{ij} B_i^p C_j^q$$

şəklində təsir edir.

Teorem 32. Fərz edək ki, (M, g) Riman çoxobrazlısıdır və ${}^D \nabla - {}^D g$ Sasaki metrikasının təyin edildiyi $L_1^1(M)$ afinor reperlərinin laylanmasının Levi-Civita rabitəsidir. Onda ${}^D \Gamma_{\mu}^K$ rabitəmsallarının fərqli indekslər üçün adaptə olunmuş $\{D_K\}$ reperinə nəzərən

$${}^D \Gamma_{ij}^k = \Gamma_{ij}^k, \quad s \Gamma_{ij}^{k_{\tau\lambda}} = \frac{1}{2} (X^{\tau r} R_{\lambda m}^{mjk} - X^{\tau m} R_{\lambda k}^{mij}),$$

$${}^D \Gamma_{i\alpha\gamma j \beta\sigma}^k = {}^D \Gamma_{i\alpha\gamma j}^{k_{\tau\lambda}} = {}^D \Gamma_{i\alpha\gamma j \beta\sigma}^{k_{\tau\lambda}} = 0,$$

$${}^D \Gamma_{ij\beta\sigma}^k = \frac{1}{2} (g_{la} X_{\sigma m}^{\beta a} R_{\dots i}^{mj k} - g^{jb} X_{\sigma b}^{\beta m} R_{lmi}^k),$$

$${}^D \Gamma_{ij\beta\sigma}^{k_{\tau\lambda}} = \delta^{\tau\beta} \delta_{\lambda\sigma} (\delta^j \Gamma_{il}^r - \delta^r \Gamma_{ik}^j),$$

$${}^D \Gamma_{i\alpha\gamma j}^k = \frac{1}{2} (g_{ha} X_{\gamma m}^{\alpha a} R_{\dots j}^{mi k} - g^{ib} X_{\gamma b}^{\alpha m} R_{hmj}^k)$$

qiymətləri vardır, burada $R_{\dots i}^{mj k} = g^{ml} g^{js} R_{lsi}^k$.

VI fəslin 6.2 paragrafında (1,1) tipli tenzor reperlərinin laylanmasında afin (xətti) rabitənin horizontal və tam liftlərinin qurulması ilə bağlı məsələ araşdırılır.

Tərif 7. M hamar üzərindəki simmetrik ∇ afin rabitəsinin afinor reperlərinin $L_1^1(M)$ laylanmasına horizontal lifti $\forall X, Y \in \mathfrak{S}_0^1(M)$

və $\forall A, B \in \mathfrak{S}_1^1(M)$ üçün

$${}^H \nabla_{{}^H X} {}^H Y = {}^H (\nabla_X Y),$$

$${}^H \nabla_{{}^H X} {}^{V_{\beta\sigma}} B = {}^{V_{\beta\sigma}} (\nabla_X B),$$

$${}^H \nabla_{{}^{V_{\alpha\gamma}} A} {}^H Y = 0 \quad ,$$

$${}^H \nabla_{{}^{V_{\alpha\gamma}} A} {}^{V_{\beta\sigma}} B = 0,$$

münasibətləri ilə təyin edilən ${}^H \nabla$ afin rabitəsinə deyilir.

Teorem 33. M hamar çoxobrazlısı üzərində verilmiş simmetrik ∇ afin (və ya xətti) rabitəsinin afinor reperlərinin $L_1^1(M)$ laylanmasına ${}^H\nabla$ horizontal liftinin adaptə olunmuş $\{D_I\}$ reperinə nəzərən əmsallarının fərqli indekslər üçün

$$\begin{aligned} {}^H\Gamma_{i_{\alpha\gamma}^k\beta\sigma}^p &= {}^H\Gamma_{i_{\alpha\gamma}^k\beta\sigma}^{p\eta\epsilon} = {}^H\Gamma_{i_{\alpha\gamma}^k}^p = {}^H\Gamma_{i_{\gamma}^k}^{p\eta\epsilon} = 0, \\ {}^H\Gamma_{ik}^p &= \Gamma_{ik}^p, \quad {}^H\Gamma_{ik}^{p\eta\epsilon} = {}^H\Gamma_{ik\beta\sigma}^p = 0, \\ {}^H\Gamma_{ik\beta\sigma}^{p\eta\epsilon} &= \delta_{\beta}^{\eta}\delta_{\epsilon}^{\sigma}\delta_{p}^k\Gamma_{il}^q - \delta_{\beta}^{\eta}\delta_{\epsilon}^{\sigma}\delta_{l}^q\Gamma_{ip}^k \end{aligned}$$

qiymətləri vardır.

Müəyyən edilir ki, M hamar çoxobrazlısı üzərində verilmiş simmetrik ∇ afin (və ya xətti) rabitəsinin afinor reperlərinin $L_1^1(M)$ laylanmasına ${}^H\nabla$ horizontal liftinin $\{\partial_I\}$ natural reperinə nəzərən əmsallarının fərqli indekslər üçün

$$\begin{aligned} {}^H\Gamma_{jl}^s &= \Gamma_{jl}^s, \\ {}^H\Gamma_{j_{\tau\nu}^l}^{s\phi\psi} &= \delta^{\phi}\delta^{\nu}\delta^j\Gamma^r - \delta^{\phi}\delta^{\nu}\delta^r\Gamma^j, \\ {}^H\Gamma_{j_{\tau\nu}^l}^{s\phi\psi} &= \delta^{\phi}\delta^{\sigma}\delta^l\Gamma^r - \delta^{\phi}\delta^{\sigma}\delta^r\Gamma^l, \\ {}^H\Gamma_{j_{\omega\sigma}^l}^{s\phi\psi} &= X^{\phi b}(\partial\Gamma^r - \Gamma^r\Gamma^p + \Gamma^r\Gamma^p) + \\ &+ X^{\phi r}(-\partial\Gamma^a + \Gamma^p\Gamma^a + \Gamma^a\Gamma^p) - X^{\phi b}(\Gamma^r\Gamma^a - \Gamma^a\Gamma^r), \\ {}^H\Gamma_{j_{\tau\nu}^l}^{s\phi\psi} &= {}^H\Gamma_{j_{\omega\sigma}^l}^{s\phi\psi} = {}^H\Gamma_{j_{\tau\nu}^l}^{s\phi\psi} = 0 \end{aligned}$$

qiymətləri vardır.

İsbat olunur ki, simmetrik ∇ afin (xətti) rabitəsinin (1,1) tipli tenzor reperlərinin laylanmasına ${}^C\nabla$ tam lifti $\forall X, Y \in \mathfrak{Z}_0^1(M)$ vektor meydanları üçün

$${}^C\nabla_{c_X} {}^CY = {}^C(\nabla_X Y) + \gamma(Q(X, Y))$$

münasibətinin köməyi ilə təyin edilir, burada $\gamma(Q(X, Y)) = \begin{pmatrix} 0 \\ F^{k_{\beta\sigma}} \end{pmatrix}$

$-L_1^1(M)$ laylanması üzərində şaquli vektor meydanı olub,

$$F^{k\beta\sigma} = X^{\beta l} (\nabla_{\sigma a} X^m \nabla_l Y^a + \nabla_k Y^m \nabla_m X^a - \\ - X^i Y^j (R^a_{jki} + R^a_{ikj})) - X^{\beta b} (\nabla_{\sigma a} X^l \nabla_b Y^a + \nabla_k X^a \nabla_l Y^b) \left\{ \begin{matrix} \partial \\ \partial \end{matrix} \right.$$

komponentlərinə malikdir.

Göstərilir ki, tam liftinin əmsallarının natural $\frac{\partial}{\partial x^i}, \frac{\partial}{\partial x^{ij}}$

reperinə nəzərən müxtəlif indekslər üçün sıfırdan fərqli

$${}^C \Gamma^p_{jl} = \Gamma^p_{jl}, \\ {}^C \Gamma^{p_{\varphi\psi}}_{j\tau\nu l} = \delta^{\varphi} \delta^{\nu} \delta^j \Gamma^r_{\tau \psi p lq} - \delta^{\varphi} \delta^{\nu} \delta^r \Gamma^j_{\tau \psi q lp}, \\ {}^C \Gamma^{p_{\varphi\psi}}_{jl\omega\sigma} = \delta^{\varphi} \delta^{\sigma} \delta^l \Gamma^r_{\omega \psi p js} - \delta^{\varphi} \delta^{\sigma} \delta^r \Gamma^l_{\omega \psi s jp}, \\ {}^C \Gamma^{p_{\varphi\psi}}_{jl} = X^{\varphi b} \partial_{\psi p} \Gamma^r_{b jl} + X^{\varphi r} (\partial_{\psi a} \Gamma^a_{p lj} - \partial_l \Gamma^a_{pj} - \partial_j \Gamma^a_{lp} + 2\Gamma^a_{mp} \Gamma^m_{jl}) - \\ - X^{\varphi b} (\Gamma^r_{\psi a} \Gamma^a_{lb pj} + \Gamma^a_{lp} \Gamma^r_{bj})$$

qiymətləri vardır.

VI fəslin 6.3 paraqrafında (1,1) tipli tenzor reperlərinin laylanmasında simmetrik afin rabitənin horizontal lifti ilə Sasaki metrikası arasındakı əlaqə tədqiq olunur.

Göstərilir ki, ${}^H \nabla$ horizontal liftinin, ∇ afin rabitəsi Riman metrikasının Levi-Civita rabitəsi olduqda belə sıfırdan fərqli buruqluq tenzor meydanına malikdir.

Teorem 34. *Tutaq ki, g M üzərində Riman metrikasıdır, ∇ isə onun metrik rabitəsidir. Onda ∇ rabitəsinin ${}^H \nabla$ horizontal lifti $L^1_1(M)$ laylanması üzərində ${}^D g$ Sasaki metrikasının metrik rabitəsidir.*

Müəllif məsələlərin qoyuluşuna və işə daimi diqqətinə görə elmi məsləhətçisi, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor Arif Səlimova dərin minnətdarlığını bildirir.

Nəticə

Dissertasiya işi hamar çoxobrazlının, xüsusi halda Riman çoxobrazlısının koreper laylanmasında əsas diferensial-həndəsi strukturların, o cümlədən vektor və tenzor meydanlarının şaquli, tam, horizontal və g – liftlərinin, afin rabitələrin və diferensiallanmaların horizontal və tam liftlərinin, Sasaki və Cheeger-Gromoll metrikalarının, onların Levi-Civita rabitələrinin və geodezik ayrılmasının, sanki kompleks, parakompleks və f – strukturların, eləcə də alınan nəticələrin tenzor reperlərinin laylanmalarının öyrənilməsi zamanı ümumiləşdirilməsinin sübutu kimi (1,1) tipli tenzor reperlərinin laylanması üzərində bəzi sadə strukturların araşdırılmasına həsr olunub.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakılardan ibarətdir:

1. $(1, p)$ tipli, xüsusi halda $(1,1)$ tipli tenzor meydanlarının və afin rabitələrin koreper laylanmasına tam və horizontal liftləri qurulmuş və bunun əsasında sanki kompleks strukturun və f – strukturun liftləri ilə bağlı teoremlər isbat olunmuşdur.

2. Paralelləşdirilə bilən baza çoxobrazlısı halında koreper laylanmasının global kəsikləri təyin olunmuş və bu kəsiklər boyunca diferensial-həndəsi strukturların liftlərinin davranışları Φ –operatorlar nəzəriyyəsinin tətbiqi ilə tədqiq olunmuş, müvafiq teoremlər isbat olunmuşdur.

3. Riman çoxobrazlısının koreper laylanmasında Sasaki metrikası təyin olunmuş, bu metrikanın Levi-Civita rabitəsi, rabitə əmsalları, ayrılık xassələri ilə bağlı teoremlər isbat edilmişdir.

4. Riman çoxobrazlısı üzərində koreper laylanmasında birçins növlü Sasaki metrikası (lifti) təyin edilmiş, bu metrikanın Levi-Civita rabitəsi, ayrılık xassələri ilə bağlı teoremlər isbat olunmuşdur.

5. Koreper laylanması üzərində $2n$ və n^2 rəngli f – strukturlar təyin edilmiş, bu strukturlarla Sasaki metrikasının uyğunluğu ilə bağlı teoremlər isbat edilmişdir.

6. Riman çoxobrazlısı üzərində reper və koreper laylanmaları arasında kanonik izomorfizmlər qurulmuş və bu izomorfizmlərin köməyi ilə vektor, kovektor və $(0,2)$ tipli tenzor meydanlarının koreper

laylanmasına g – liftlərinə dair teoremlər isbat olunmuşdur.

7. Riman çoxobrazlısı üzərində koreper laylanmasında Cheeger-Gromoll metrikası təyin edilmiş, bu metrikanın Levi-Civita rabitəsinin xassələri öyrənilmiş, rabitə əmsalları, ayrilik tenzor meydanının komponentləri hesablanmış, Cheeger-Gromoll metrikası ilə uyğunlaşdırılmış sanki kompleks və parakompleks strukturlarına dair teoremlər isbat edilmişdir.

8. $(1,1)$ tipli tenzor reperlərinin laylanması təyin edilmiş, bu laylanmada funksiyanın, vektor və kovektor meydanlarının, afin rabitələrin liftlərinin, Sasaki metrikasının qurulması və xassələrinin tədqiqi ilə bağlı teoremlər isbat olunmuşdur.

**Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə
dərc olunmuşdur:**

1. Fəttayev, H.D., Səfərova, G. Xətti koreperlərin laylanma fəzasında Riman metrikasına dair // Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 87-ci ildönümünə həsr olunmuş Elmi Konfransın materialları. -Bakı, -2010, -s.33-34.
2. Fəttayev, H.D. Xətti koreperlərin laylanma fəzasında tenzor meydanlarının tam və horizontal liftlərinin təyin olunması // Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Konfransın Materialları.- Bakı: - 2014, -s. 173-174.
3. Fəttayev, H.D., Kəlbəyev, R.R. Xətti koreperlərin laylanma fəzasında afinor strukturlarının tam liftinə dair // Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 91 illiyinə həsr olunmuş Respublika Elmi Konfransının materialları. –Bakı: -12-13 may, -2014, - s. 63-64.
4. Фаттаев, Г.Д., Кулиева, Г.З. О лифтах векторных полей на сечениях расслоения линейных кореперов // Материалы Межд. Научн. Конф. посвящ. 100 летию З.И.Халилова.- Баку, -2011, -с. 338-341.
5. Фаттаев, Г.Д. Лифты тензорных полей на сечениях расслоения линейных кореперов // АМЕА-nın müxbir üzvü, professor Y.C.Məmmədovun anadan olmasının 80 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Elmi Konfransın materialları. - Bakı: - 27-28 dekabr, - 2010, - s. 230-231.
6. Фаттаев, Г.Д. Некоторые вопросы дифференциальной геометрии расслоения аффинорных реперов // Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, - 2018, № 3, - с. 45-57.
7. Фаттаев, Г.Д. Кривизна диагонального лифта Римановой метрики в расслоении линейных кореперов // Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, - 2019, № 4, - с. 52-65.
8. Фаттаев, Г.Д. Геодезические диагонального лифта Римановой метрики в расслоение линейных кореперов // Lənkəran Dövlət

Universitetinin Elmi Xəbərləri Jurnalı, riyaziyyat və təbiət elmləri, - 2019, № 2, - s. 148-158.

9. Фаттаев, Г.Д. О метрической связности метрики Сасаки в расслоении тензорных реперов типа $(1,1)$ // Известия Педагогического Университета, серия математических и естественных наук, - 2019, № 3, - с. 37-47.

10. Фаттаев, Г.Д. О лифтах f – структур в расслоение линейных кореперов // Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, - 2020, № 2, - с. 16-25.

11. Фаттаев, Г.Д. Полный лифт f –структуры в расслоение линейных кореперов // Материалы I Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы науки и техники».- Сарапул: май, -2021, - с. 6-9.

12. Fattayev, H. D. The Riemannian metric on the coframe bundle // Abstracts of the III Congress of the TWMS. – Almaty, Kazakhstan: - June 30-july 4, - 2009, volume 1, -p. 59.

13. Fattayev, H.D. On the complete and horizontal lifts of vector fields to the coframe bundle // Abstracts of International Conference on Topology and its Applications, - Ankara, Turkey: -2009, - p. 33.

14. Fattayev, H.D. About some differential-geometric structures on the coframe bundle // Journal of Qafqaz University, Amathematics and computer sciences. – 2010, 29(1), -p. 103-107.

15. Fattayev, H.D. Lifts of tensor fields to the coframe bundle // Abstracts of the IV Congress of the TWMS. – Baku: - 1-3 July, - 2011, - p. 13.

16. Fattayev, H.D. The homogeneous lift of a Riemannian metric in the linear coframe bundle // Book of Abstracts of 8-th IECMSA Dedicated to the 100-th Anniversary of Baku State University. – Baku: -August 27-30, - 2019, - p. 217-218.

17. Fattayev, H.D. An almost para-complex structures on the linear coframe bundle // AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 60 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın müasir problemləri” Beynəlxalq Konfransının materialları. – Bakı: - 23-25 oktyabr, - 2019. – s. 174-176.

18. Fattayev, H.D. Para-complex structures on linear coframe bundle with Sasakian metric // Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan. – 2021, 47(1), - p. 67-77 (**Web of Science, ESCI**).
19. Fattayev, H.D. On curvatures of linear coframe bundle with homogeneous lift of a Riemannian metric // Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences. – 2019, 39(4), - p. 62-71 (**Scopus**).
20. Fattayev, H.D. Some notes on the differential geometry of linear coframe bundle of a Riemannian manifold // Adv. Studies: Euro-Tbilisi Math. J. – 2021, 14(4), -p. 81-95 (**Web of Science, ESCI**).
21. Fattayev, H.D. On a new class of a Riemannian metrics on the coframe bundle // Book of abstracts of the 18-th International Geometry Symposium. – Malatya, Turkey: July 12-13, - 2021, -p. 48.
22. Fattayev, H.D. On some differential-geometric structures of a coframe bundle // Abstract and full text Congress book of 1-st International Congress on Natural Sciences, Erzurum, Turkey: September 10-12, - 2021, -p. 663-666.
23. Fattayev, H.D. On the differential geometry of coframe bundle with Cheeger-Gromoll metric // International Electronic Journal of Geometry. – 2022, 15(2), - p. 288-304 (**Web of Science, ESCI**).
24. Fattayev, H.D., Cayir, H. Lifts of connections to the bundle of $(1,1)$ type tensor frames // Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences. – 2021, 39(2), - p. 177-183 (**Web of Science, ESCI**).
25. Fattayev, H.D., Salimov, A.A. Diagonal lifts of metrics to coframe bundle // Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan. – 2018, 44(2), - p. 328-337 (**Web of Science, ESCI**).
26. Fattayev, H.D., Salimov, A.A. Metrics and connections on the bundle of affinor frames // Chinese Annals of Mathematics, Series B. - 2021, 42(1), -p. 121-134. // Chinese Annals of Mathematics, Series B. – 2016, 37(3), - p. 323-330 (**Web of Science, SCIE**).
27. Salimov, A.A., Fattayev, H.D. On a new class of lifts in the coframe bundle // Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences. – 2018, 41(6), - p. 743-750 (**Web of Science, SCIE**).

28. Salimov, A.A., Fattayev, H.D. g -lifts of covariant tensor fields in the coframe bundle // Akademik A.X.Mirzəcanzadənin 90 illik yubileyinə həsr olunmuş "Neft-qazçıxarmada innovativ texnologiyaların və tətbiqi riyaziyyatın müasir problemləri" Beynəlxalq Konfransının materialları. – Bakı: -13-14 dekabr, – 2018, – s. 290-291.
29. Salimov, A.A., Fattayev, H.D. Coframe bundle and problems of lifts on its cross-sections // Turk J Math. – 2018, 42(4), - p. 2035-2044 (**Web of Science, SCIE**).
30. Salimov, A.A., Fattayev, H.D. Connections on the coframe bundle // International Electronic Journal of Geometry. – 2019, 12(1), - p. 93-101 (**Web of Science, ESCI**).
31. Salimov, A.A., Fattayev, H.D. Lifts of derivations in the coframe bundle // Mediterr. J. Math. – 2020, 17: 48, - p. 1-12 (**Web of Science, SCIE**).
32. Salimov, A., Fattayev, H.D. On a fiber-wise homogeneous deformation of the Sasaki metric // Filomat. - 2021, 35(11), - p. 3607-3619 (**Web of Science, SCIE**).
33. Salimov, A.A., Fattayev, H.D. Almost complex structures on coframe bundle with Cheeger-Gromoll metric // Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics. – 2022, 51(5), - p. 1260-1270 (**Web of Science, SCIE**).
34. Salimov, A.A., Fattayev, H.D. Some structures on the coframe bundle with Cheeger-Gromoll metric // Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics.-2023, 52(2), -p. 303-316 (**Web of Science, SCIE**).



Dissertasiyanın müdafiəsi **4 iyun 2024** -cü il tarixində saat 14⁰⁰ - da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən BED 2.17 Birdəfəlik Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ1148, Bakı şəhəri, Z.Xəlilov küç., 23

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya işi və avtoreferatın elektron versiyası Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **23 aprel 2024** -cü il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 27.03.2024

Kağızın formatı: 60x84 1/16

Həcmi: 76000

Tiraj: 100