

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

VALKER ÇOXOBRAZLILARI VƏ ONLARIN LAYLANMA FƏZALARINDA AFİNOR STRUKTURLAR

İxtisas: **1204.01– Həndəsə**

Elm sahəsi: **Riyaziyyat**

İddiaçı: **Nərminə Elşən qızı Qurbanova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2025

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin «Cəbr və həndəsə» kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor
Arif Ağacan oğlu Səlimov

Rəsmi opponətlər:

AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d.,
professor
Vaqif Rza oğlu İbrahimov



fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor

Heybətqulu Səfər oğlu Mustafayev

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi,
dosent

Vaqif Mustafa oğlu Cabbarzadə

Azərbaycan Respublikasının Prezidentinin yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən BED 2.17 Birdəfəlik Dissertasiya şurası.

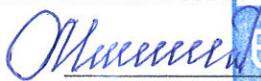
Birdəfəlik Dissertasiya şurasının sədri:

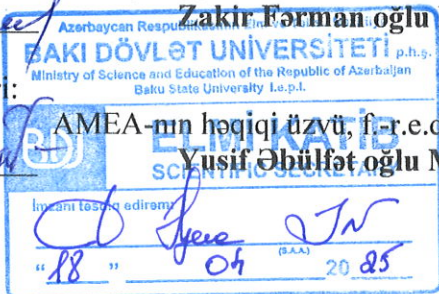
AMEA-nın həqiqi üzvü, f.-r.e.d., professor
 **Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Birdəfəlik dissertasiya şurasının elmi katibi:

fizika-riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
 **Zakir Fərman oğlu Xankişiyev**

Elmi seminarın sədri:





İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Diferensiallanan çoxobrazlılar üzərində müxtəlif diferensial-həndəsi strukturların araşdırılması müasir diferensial həndəsənin maraqlı mövzularındandır. Bunlardan bəziləri afinorlarla təyin edilmiş kompleks, sanki kompleks, parakompleks strukturlardır.

Son illər diferensial həndəsə və topologiyada müxtəlif spesifik tipli çoxobrazlılara baxılır. Bu çoxobrazlılar içərisində Norden-Valker çoxobrazlıları daha çox diqqət cəlb edir. Bu cür çoxobrazlılar sanki kompleks strukturlara nəzərən təyin olunur. Belə sanki kompleks strukturlara nümunə kimi sanki Norden strukturlarını göstərmək olar. Bu cür strukturlar inteqrallanan olanda çoxobrazlı uyğun cəbrlər üzərində holomorf çoxobrazlıya çevirir. Holomorf çoxobrazlı üzərində cəbri tenzor meydanları real çoxobrazlı üzərindəki təmiz tenzor meydanlarına uyğun gəlir. Tenzor meydanları diferensial həndəsə, cəbri həndəsə, ümumi nisbilik, materialların gərginlik və stress analizində və fizikada tətbiq olunur. Bu səbəbdən də çoxobrazlı üzərində tenzor meydanlarının araşdırılması aktual məsələlərdən biridir.

Toxunan və kotoxunan laylanma fəzalarının bazasında verilən diferensial-həndəsi strukturların liftləri kimi təyin olunan diferensial-həndəsi strukturlar daha çox maraq kəsb edir. Vektor meydanlarının toxunan laylanma fəzasına şaquli, tam və horizontal liftləri S.İshihara, K.Yano, Ş.Kobayaşi tərəfindən araşdırılmış, məqalələrində afin rabitələrin toxunan laylanma fəzasında liftlərinin qurulması ilə bağlı məsələyə də baxılmışdır. Liftlərin qurulması toxunan laylanma fəzasında sanki kompleks, parakompleks, sanki hasil strukturları tədqiq etməyə imkan vermişdir. Toxunan laylanma fəzasında dual strukturun (sanki toxunan strukturun) varlığı A.P.Şirokova bu laylanma fəzasını dual ədədlər cəbri üzərində qurulan çoxobrazlı kimi interpretasiya etməyə imkan vermişdir. Bunun əsasında toxunan laylanma fəzasında tenzor meydanlarının və afin rabitələrin liftlərinin qurulması xeyli asanlaşır. Bu ideya yarımtoxunan laylanma

fəzalarının tədqiqi zamanı inkişaf etdirilmişdir. Kotoxunan laylanma fəzalarının və xətti reperlərin laylanma fəzalarının tədqiqi zamanı da toxunan laylanma fəzalarının tədqiqi nəticəsində əldə edilən nəticələrə analogi nəticələr alınmışdır. Hamar çoxobrazlılar üzərində müxtəlif tipli tenzor laylanma fəzalarında diferensial-həndəsi strukturların, o cümlədən tenzor meydanlarının, afin rabitələrin liftlərinin və müxtəlif metrikaların tədqiqi ilə bağlı bir sıra maraqlı nəticələr alınmışdır. Toxunan və kotoxunan laylanma fəzalarında təbii Riman metrikalarının ayrı-ayrı yeni növlərinin qurulması, onların ayrılık xassələrinin, Levi-Çivita rabitəsinin tədqiqi aktuallığı ilə seçilən məsələlərdən olsa da, bu məsələ kifayət qədər geniş şəkildə araşdırılmamışdır. Təqdim olunan dissertasiyanın mövzusu bu məsələnin həlli ilə bağlıdır. Bu mənada dissertasiya işinin mövzusu aktualdır.

Tədqiqatın obyektı və predmeti. Valker çoxobrazlıları və onun toxunan laylanma fəzalarında Valker metrikalarının, afinor strukturların, Levi-Çivita rabitəsinin xassələrinin tədqiqi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. İşin məqsədi Valker çoxobrazlıları və onun toxunan laylanma fəzalarında sanki kompleks strukturların qurulması və onların xassələrinin öyrənilməsidir.

Tədqiqat metodları. Baxılan məsələlərin tədqiqində diferensiallanan çoxobrazlılar üzərində tenzor analizinin metodlarından istifadə edilmişdir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar. Dissertasiya işində aşağıdakı elmi nəticələr alınmışdır:

1. Ümumiləşdirilmiş Norden-Valker strukturlarının inteqrallanma şərtləri, Valker metrikalarının bu struktura nəzərən holomorfluq şərtləri verilmişdir;
2. Simplektik strukturun baza çoxobrazlıdan onun toxunan laylanmasına tam liftinin qapalı 2-forma olduğu və nəticədə onun simplektik izomorfizm nəticəsində obrazının 2-forma olduğu göstərilmişdir.
3. Valker çoxobrazlısının toxunan laylanmasında vektor meydanının vertikal və horizontal liftlərinin hər zaman sıfır

olduğu, tam liftinin isə yalnız və yalnız vektor meydanı sabit uzunluğa malik olduğu göstərilmişdir.

4. 2-ci dərəcədən toxunan laylanmalarda $(1,1)$ -tipli tenzor meydanlarının və rabitələrin deformasiya olunmuş tam liftlərinin komponentləri verilmişdir.
5. 3-ölçülü Valker çoxobrazlısı üzərində sanki hasil Norden-Valker strukturunun inteqrallanma şərtləri, Valker metrikasının bu struktura nəzərən Kahlerlik şərtləri tapılmış, geodeziklərin tənlikləri verilmişdir.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində alınmış nəticələr yenidir və tam isbatla təsdiq olunmuşdur.

Tədqiqatın nəzəri və praktik əhəmiyyəti. Dissertasiyada araşdırılan məsələlər əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Dissertasiyada alınan nəticələr və həmçinin istifadə olunan metodlar ixtisas kurslarının tədrisində istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın nəticələri ölkə daxilində Azərbaycanın Ümumilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 98-ci ildönümünə həsr olunmuş “Riyaziyyat, Mexanika və onların tətbiqləri” Respublika Elmi Konfransında, Azərbaycan Xalqının Ümumilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika Elmi Konfransında, o cümlədən, ölkə xaricində Gürcüstanda keçirilmiş “XIII Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union” adlı Elmi konfransında, Türkiyədə keçirilmiş “2nd International Symposium on Current Developments in Fundamental and Applied Mathematics Sciences” adlı Simpoziumda məruzə edilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı: Bakı Dövlət Universitetinin “Mexanika-riyaziyyat” fakültəsinin “Cəbr və həndəsə” kafedrası.

İddiaçının şəxsi töhfəsi. Dissertasiya işində alınan bütün elmi yeniliklər və nəticələr şəxsən iddiaçıya məxsusdur.

Çap olunmuş elmi əsərlər. Təqdim olunan dissertasiya işinin əsas nəticələri iddiaçının AAK-ın tövsiyə etdiyi elmi jurnallarda, 3-ü

beynəlxalq xülasələndirmə və indeksləmə bazasına daxil olan jurnallarda olmaqla, 5 elmi məqalə çap etdirmişdir. Bu məqalələrdə dissertasiya işi tamamilə öz əksini tapmışdır. Dissertasiya işində alınan nəticələr 2 beynəlxalq səviyyəli və 2 respublika səviyyəli elmi konfranslarda məruzə edilmiş və bu məruzələr uyğun konfrans materiallarında çap olunmuşdur.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi giriş, dörd fəsildən, nəticə (titul səhifəsi – 361 işarə, mündəricat – 1375 işarə, giriş – 32868 işarə, I fəsil – 34821 işarə, II fəsil – 14490 işarə, III fəsil – 31810 işarə, IV fəsil – 10061 işarə, nəticə – 841 işarə, ədəbiyyat - 90880) və 81 sayda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi –136522 işarədir. Dissertasiya işinin həcmi 134 səhifədir.

DİSSERTASIYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, dörd fəsildən, nəticə və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə dissertasiya işinin aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiyadakı məsələlərin xülasəsi verilir, əsas nəticələr şərh olunur.

Birinci fəsil altı yarımfəsildən ibarətdir. Birinci fəsildə Valker metrikaları, Valker çoxobrazlıları üzərində ümumiləşdirilmiş sanki kompleks strukturlar haqqında anlayışlar verilmişdir.

Birinci fəslin birinci yarımfəslində sanki kompleks struktura, Norden metrikasına tərif verilir. Əgər M_{2n} çoxobrazlısı $\varphi \in \mathfrak{I}_1^1(M_{2n})$, $\varphi^2 = -I$ afinor meydanı ilə verilmişdirsə, biz deyirik ki, (M_{2n}, φ) sanki kompleks çoxobrazlıdır, burada I ilə eynilik endomorfizmi işarə olunmuşdur. Əgər hər bir $X, Y \in \mathfrak{I}_0^1(M_{2n})$ vektor meydanları üçün aşağıdakı şərt ödənilərsə, onda g metrikasına Norden metrikası deyilir:

$$g(\varphi X, \varphi Y) = -g(X, Y)$$

və ya ekvivalent olaraq

$$g(\varphi X, Y) = g(X, \varphi Y).$$

$$\begin{aligned} \text{Əgər istənilən } X, Y, Z \in \mathfrak{S}_0^1(M_{2n}) \text{ üçün} \\ (\Phi_\varphi g)(X, Y, Z) = -g((\nabla_X \varphi)Y, Z) + g((\nabla_Y \varphi)Z, X) + \\ + g((\nabla_Z \varphi)X, Y) = 0 \end{aligned}$$

şərti ödənilərsə, onda Norden (sanki Norden) çoxobrazlısı üzərində g Norden metrikası holomorf (sanki holomorf) adlanır.

Birinci fəslin ikinci yarımfəslində dörd ölçülü Valker çoxobrazlısına tərif verilir və onun üzərində qurulmuş ümumiləşdirilmiş Norden-Valker strukturunun inteqrallanma şərtləri qeyd olunur. Əgər dörd ölçülü M_4 çoxobrazlısı üzərində g neytral metrikasında paralel iki ölçülü D sıfır paylanması varsa, onda M_4 üzərində g neytral metrikası Valker metrikası adlanır. Valker teoreminə əsasən g Valker metrikasını aşağıdakı kimi lokal kanonik formaya çevirən koordinat sistemi vardır:

$$g = (g_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & a & c \\ 0 & 1 & c & b \end{pmatrix}$$

Fərz edək ki, F strukturu M_4 Valker çoxobrazlısı üzərində aşağıdakı şərtlərə malik olan sanki kompleks strukturdur:

- 1) $F^2 = -I$,
- 2) $g(FX, Y) = g(X, FY)$, (Nordenlik şərti),
- 3) $F\partial_x = \partial_y, F\partial_y = -\partial_x$ ($F D$ üzərində müsbət $\frac{\pi}{2}$ dönməsi əmələ gətirir).

F strukturu $\{\partial_x, \partial_y, \partial_z, \partial_t\}$ təbii reperinə nəzərən aşağıdakı lokal komponentlərə malikdir:

$$F = (F_j^i) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & \alpha & -\frac{1}{2}(a+b) \\ 1 & 0 & \frac{1}{2}(a+b) & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

burada $\alpha = \alpha(x, y, z, t)$ hər hansı funksiyadır.

Fərz edək ki, $\alpha = d$. Onda g Valker metrikası aşağıdakı şəkildə birqiymətli olan sanki kompleks strukturu təyin edir:

$$\varphi = (\varphi_j^i) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & d & -\frac{1}{2}(a+b) \\ 1 & 0 & \frac{1}{2}(a+b) & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(M_4, φ, g) üçlüyü sanki Norden-Valker çoxobrazlısı adlanır. Uyğun terminologiyalara əsasən, φ ümumiləşdirilmiş sanki kompleks struktur adlanır.

Sanki Norden-Valker çoxobrazlıları üzərində sanki kompleks φ strukturu yalnız və yalnız aşağıdakı şərt ödəndikdə inteqrallanandır:

$$(N_\varphi)_{jk}^i = \varphi_j^m \partial_m \varphi_k^i - \varphi_k^m \partial_m \varphi_j^i - \varphi_m^i \partial_j \varphi_k^m + \varphi_m^i \partial_k \varphi_j^m = 0,$$

Burada N_φ Nijenhuis tenzorudur.

Teorem 1. Sanki Norden-Valker çoxobrazlıları üzərində ümumiləşdirilmiş sanki kompleks φ strukturu yalnız və yalnız aşağıdakı kimi xüsusi törəməli tənliklər ödəndikdə inteqrallanandır:

$$\begin{cases} a_x + b_x + 2d_y = 0, \\ a_y + b_y - 2d_x = 0. \end{cases}$$

Teorem 2. Əgər (M_4, φ, g) üçlüyü inteqrallanan Norden-Valker çoxobrazlısıdır, onda d funksiyası x və y arqumentlərinə nəzərən harmonikdir.

Birinci fəslin üçüncü yarımfəslində holomorf və ya Kahler-Norden-Valker çoxobrazlısına tərif verilir. Əgər

$$\begin{aligned} (\Phi \varphi g)_{kij} &= \varphi_k^m \partial_m g_{ij} - \varphi_i^m \partial_k g_{mj} + g_{mj} (\partial_i \varphi_k^m - \partial_k \varphi_i^m) \\ &\quad + g_{im} \partial_j \varphi_k^m = 0 \end{aligned}$$

şərti ödənilərsə, onda sanki kompleks φ strukturu inteqrallanandır və (M_4, φ, g) üçlüyü holomorf Norden-Valker və ya Kahler-Norden-Valker çoxobrazlısı adlanır.

Teorem 3. (M_4, φ, g) üçlüyü yalnız və yalnız aşağıdakı xüsusi törəməli diferensial tənliklər ödəndikdə Kahler-Norden-Valker çoxobrazlısıdır:

$$a_x = -b_x = c_y, a_y = -b_y = -c_x, d_x = d_y = 0,$$

$$da_x - a_t + c_z + d_z + \frac{1}{2}(a+b)a_y = 0,$$

$$da_y - b_z + c_t - d_t - \frac{1}{2}(a+b)a_x = 0.$$

Birinci fəslin dördüncü yarımfəslində izotrop Kahler-Norden-Valker strukturlarına tərif verilir. (r, s) –tipli $t_{1j_1 \dots j_s}^{i_1 \dots i_r}$ və $t_{2j_1 \dots j_s}^{i_1 \dots i_r}$ komponentlərinə malik olan t_1 və t_2 tenzorları məlumdursa, onda

$$g(t_1, t_2) = g_{i_1 k_1} \dots g_{i_r k_r} g^{j_1 l_1} \dots g^{j_s l_s} t_{1j_1 \dots j_s}^{i_1 \dots i_r} t_{2j_1 \dots j_s}^{i_1 \dots i_r}.$$

Əgər $t_1 = t_2 = \nabla \varphi \in \mathfrak{S}_2^1(M_4)$ olarsa, onda $\nabla \varphi$ –nin $\|\nabla \varphi\|$ kvadratik norması

$$\|\nabla \varphi\|^2 = g^{ij} g^{kl} g_{ms} (\nabla \varphi)_{ik}^m (\nabla \varphi)_{jl}^s$$

kimi təyin olunacaq. Norden-Valker (M_4, φ, g) çoxobrazlısı üzərində ümumiləşdirilmiş φ sanki kompleks strukturu $\|\nabla \varphi\|^2 = 0, \nabla \varphi \neq 0$ olduqda izotrop Kahler adlanır.

Teorem 4. (M_4, φ, g) sanki Norden-Valker çoxobrazlısı üzərindəki ümumiləşdirilmiş sanki kompleks struktur izotrop Kahlerdir.

Birinci fəslin beşinci yarımfəslində Valker çoxobrazlısının əyrilik xüsusiyyətlərindən danışılır. Levi-Çivita rabitəsinin əyrilik tenzoru X, Y, Z vektor meydanları üçün

$$R(X, Y)Z = \nabla_X \nabla_Y Z - \nabla_Y \nabla_X Z - \nabla_{[X, Y]} Z$$

kimi tapılır. Koordinat sistemində R_{ijk}^l kəmiyyətləri aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$R(\partial_i, \partial_j) \partial_k = R_{ijk}^l \partial_l.$$

İndi bu əyrilik tenzorunu koordinatlarla yazaq:

$$R_{ijkn} = g_{nl} R_{ijk}^l = g_{nl} (\partial_i (\Gamma_{jk}^l) - \partial_j (\Gamma_{ik}^l) + \Gamma_{jk}^m \Gamma_{im}^l - \Gamma_{ik}^m \Gamma_{jm}^l).$$

Teorem 5. Əgər Norden-Valker (M_4, φ, g) çoxobrazlısı üçün aşağıdakı xüsusi törəməli diferensial tənliklər ödənilərsə, onda M_4 düz çoxobrazlıdır:

$$a_{xx} = a_{xy} = a_{yy} = b_{xx} = b_{xy} = b_{yy} = c_{xx} = c_{xy} = c_{yy} = 0,$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}a_{xt} + \frac{1}{2}c_{xz} + \frac{1}{4}a_y b_x - \frac{1}{4}c_x c_y = 0, \\
& -\frac{1}{2}c_{xt} + \frac{1}{2}b_{xz} + \frac{1}{4}(c_x)^2 - \frac{1}{4}a_x b_x + \frac{1}{4}b_x c_y - \frac{1}{4}b_y c_x = 0, \\
& -\frac{1}{2}c_{yt} + \frac{1}{2}b_{yz} + \frac{1}{4}c_x c_y - \frac{1}{4}a_y b_x = 0, \\
& -\frac{1}{2}a_{yt} + \frac{1}{2}c_{yz} + \frac{1}{4}a_x c_y - \frac{1}{4}a_y c_x + \frac{1}{4}a_y b_y - \frac{1}{4}(c_y)^2 = 0, \\
& -c_{zt} + \frac{1}{2}a_{tt} + \frac{1}{2}b_{zz} + \frac{1}{4}a(c_x)^2 - \frac{1}{4}aa_x b_x - \frac{1}{4}ca_x b_y + \frac{1}{2}cc_x c_y + \\
& + \frac{1}{2}a_t c_x - \frac{1}{2}a_x c_t + \frac{1}{4}a_x b_z - \frac{1}{4}ca_y b_x - \frac{1}{4}ba_y b_y + \frac{1}{4}b(c_y)^2 + \\
& + \frac{1}{2}b_z c_y - \frac{1}{4}a_y b_t - \frac{1}{2}b_y c_z + \frac{1}{4}a_t b_y - \frac{1}{4}a_z b_x = 0.
\end{aligned}$$

Birinci fəslin altıncı yarımfəslində kvazi-Kahler-Norden-Valker strukturlarına tərif verilir. Əgər

$$\sigma_{X,Y,Z} g((\nabla_X \varphi)Y, Z) = 0$$

şərti ödənilirsə, onda sanki Norden-Valker (M_4, φ, g) çoxobrazlısı kvazi-Kahler adlanır, burada σ üç arqumentin dairəvi cəmidir.

Teorem 6. Fərz edək ki, (M_4, φ, g) sanki Norden-Valker çoxobrazlısıdır. Əgər hər bir $X, Y, Z \in \mathfrak{S}_0^1(M_4)$ üçün yalnız və yalnız

$$(\Phi_\varphi g)(X, Y, Z) + (\Phi_\varphi g)(Y, Z, X) + (\Phi_\varphi g)(Z, Y, X) = 0$$

şərti ödənildikdə g metrikası kvazi-Kahler-Norden-Valkerdir.

İkinci fəsil altı yarımfəsildən ibarətdir. İkinci fəsildə simplektik 2-formaya, Norden-Valker strukturlarının və Norden-Valker metrikalarının toxunan laylanma fəzalarında liftlərinə baxılır.

İkinci fəslin birinci yarımfəslində toxunan və kotoxunan laylanma fəzalarına tərif verilir. Fərz edək ki, M_4 C^∞ –sinifindən olan 4-ölçülü Valker çoxobrazlısı və $T_P(M_4)$ $P \in M_4$ nöqtəsində toxunan fəza, yəni, P nöqtəsində M_4 –ün bütün toxunan

vektorlarının çoxluğu. Onda

$$T(M_4) = \bigcup_{P \in M_4} T_P(M_4)$$

çoxluğu, tərifə əsasən, M_4 çoxobrazlısı üzərində toxunan laylanma adlanır.

Fərz edək ki, $T_P^*(M_4)$ $P \in M_4$ nöqtəsində kotoxunan fəza, yəni, P nöqtəsində $T_P(M_4)$ toxunan fəzasına qoşma fəzadır. $T_P^*(M_4)$ –ün istənilən elementi $P \in M_4$ –də kovektor adlanır. Onda

$$T^*(M_4) = \bigcup_{P \in M_4} T_P^*(M_4)$$

çoxluğu, tərifə əsasən, M_4 çoxobrazlısı üzərində kotoxunan laylanma adlanır.

İkinci fəslin ikinci yarımfəslində toxunan laylanma fəzasında Valker metrikasından alınan 2-forma haqqında məlumat verilir. Əgər M_4 çoxobrazlısı sinqulyar olmayan qapalı ε 2-formasını (yəni, $d\varepsilon = 0$) özündə saxlayırsa, onda simplektikdir. Hər bir 4-ölçülü M_4 çoxobrazlısı üçün $T^*(M_4)$ kotoxunan laylanması simplektik $\varepsilon = -dp = dx^i \wedge dp_i$ 2-forması ilə birlikdə 8-ölçülü simplektik çoxobrazlıdır, burada $p = p_i dx^i$ $T^*(M_4)$ –də Liuvill formadır (əsas 1-forma). $g^b: T(M_4) \rightarrow T^*(M_4)$ və $g^\#: T^*(M_4) \rightarrow T(M_4)$ musiqili izomorfizmləri aşağıdakı kimi verilir:

$$\begin{aligned} g^b: x^I = (x^i, x^{\bar{i}}) &= (x^i, v^i) \rightarrow \tilde{x}^K = (x^k, \tilde{x}^{\bar{k}}) = \\ &= (x^k = \delta_i^k x^i, p_k = g_{ki} v^i) \end{aligned}$$

və

$$\begin{aligned} g^\#: \tilde{x}^K &= (x^k, \tilde{x}^{\bar{k}}) = (x^k, p_k) \rightarrow x^I = (x^i, x^{\bar{i}}) = \\ &= (x^i = \delta_k^i x^k, v^i = g^{ik} p_k). \end{aligned}$$

İkinci fəslin üçüncü yarımfəslində Valker çoxobrazlısı üzərində simplektik vektor meydanları və simplektik 2-formaların bəzi xassələri öyrənilir.

$$\omega = \iota g = g_{ji} y^j dx^i$$

$T(M_4)$ –də yeni 1-formadır. Anti-simmetrik (0,2) –tipli $d\omega$ tenzoru aşağıdakı komponentlərə malikdir:

$$d\omega = ((d\omega)_{JI}) = \begin{pmatrix} (d\omega)_{ji} & (d\omega)_{j\bar{i}} \\ (d\omega)_{\bar{j}i} & (d\omega)_{\bar{j}\bar{i}} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} (\partial_j g_{is} - \partial_i g_{js})y^s & -g_{ji} \\ g_{ji} & 0 \end{pmatrix}.$$

Digər tərəfən, $d(d\omega) = d^2\omega = 0$, yəni $T(M_4)$ toxunan laylanmasında $d\omega$ simplektik 2-forma təyin edir.

Teorem 7. Əgər

$$d(\iota_{\tilde{X}}d\omega) = 0$$

olarsa, yəni, $\iota_{\tilde{X}}d\omega$ daxili hasili qapalıdırsa, onda $T(M_4)$ üzərində $\tilde{X}$ vektor meydanı $d\omega$ –ya nəzərən simplektik vektor meydanıdır.

İkinci fəslin dördüncü yarım fəslində Valker çoxobrazlısının kotoxunan laylanma fəzasında 2-formanın geri çəkməsi haqqında teorem verilir. $d\omega$ –nın $g^\#$ vasitəsilə geri çəkməsi $(g^\#)^*d\omega$ $T^*(M_4)$ –də 2-formadır və aşağıdakı komponentlərə malikdir:

$$(g^\#)^*d\omega = (((g^\#)^*d\omega)_{KL}) = \begin{pmatrix} 0 & -\delta_k^l \\ \delta_l^k & 0 \end{pmatrix}.$$

Buradan alınır ki, $(g^\#)^*d\omega$ geri çəkməsi $\tilde{\omega} = -dp = -dp_i \wedge dx^i = dx^i \wedge dp_i$ simplektik forması ilə üst-üstə düşür. Beləliklə, aşağıdakı teoremi alırıq:

Teorem 7. Fərz edək ki, (M_4, g) Valker çoxobrazlısıdır. $T^*(M_4)$ kotoxunan laylanmasında $-dp = dx^i \wedge dp_i$ təbii simplektik strukturu $d\omega$ xarici törəməsinin $g^\#$ vasitəsilə geri çəkməsidir, yəni $(g^\#)^*d\omega = -dp$.

İkinci fəslin beşinci yarım fəslində toxunan laylanma fəzalarında Norden-Valker strukturlarının liftləri araşdırılır. Fərz edək ki, ${}^c g, {}^c \varphi$ Norden-Valker çoxobrazlısı üzərində toxunan laylanmada uyğun olaraq g və φ –nin tam liftləridir.

Fərz edək ki, M_{2r} 4-ölçülü Valker çoxobrazlısıdır, yəni, $r = 2$. Valker metrikasının ${}^c g$ tam lifti aşağıdakı formada komponentlərə malik olar:

$${}^c g = ({}^c g_{IJ}) = \begin{pmatrix} t^s \partial_s g_{ij} & g_{ij} \\ g_{ij} & 0 \end{pmatrix}.$$

Teorem 8. Fərz edək ki, (M_4, g) Valker çoxobrazlısı və $(T(M_4), {}^c g)$ Valker metrikasının tam lifti ilə onun toxunan laylanmasıdır. Onda istənilən X vektor meydanının $T(M_4)$ toxunan laylanmasına vertikal ${}^V X$ və horizontal ${}^H X$ liftləri ${}^c g$ metriksinə nəzərən hər zaman sıfır vektordur. ${}^c X$ tam lifti yalnız və yalnız X vektor meydanı sabit uzunluğa malik olduqda, yəni, $g_{ij}X^iX^j = g(X, X) = \text{const}$ olduqda, sıfır vektor olur.

İkinci fəslin altıncı yarımfəslində Valker çoxobrazlısının toxunan laylanması üzərində Norden-Valker metrikalarının tam lifti haqqında məlumat verilir. Fərz edək ki, (M_4, φ, g) Norden-Valker çoxobrazlısıdır, yəni,

$$G(X, Y) = (g^\circ \varphi)(X, Y) = g(\varphi X, Y) = g(X, \varphi Y) = g(\varphi Y, X) = \\ = G(X, Y)$$

burada, G ikili Norden metriksidir.

Məlumdur ki, sanki kompleks φ strukturunun ${}^c \varphi$ tam lifti aşağıdakı komponentlərə malikdir:

$${}^c \varphi = \begin{pmatrix} \varphi_i^j & 0 \\ t^s \partial_s \varphi_i^j & \varphi_i^j \end{pmatrix}.$$

İstənilən $X, Y \in \mathfrak{S}_0^1(M_4)$ vektor meydanları üçün aşağıdakı teoremi alırıq.

Teorem 8. Fərz edək ki, (M_4, φ, g) Norden-Valker çoxobrazlısıdır. Onda $(T(M_4), {}^c \varphi, {}^c g)$ üçlüyü Norden çoxobrazlısıdır, lakin Norden-Valker çoxobrazlısı deyil.

Teorem 9. Fərz edək ki, (M_4, φ, g) Norden-Valker-Kahler çoxobrazlısıdır. Onda $(T(M_4), {}^c \varphi, {}^c g)$ üçlüyü Norden-Kahler çoxobrazlısıdır, lakin Valker-Norden-Kahler çoxobrazlısı deyil.

Üçüncü fəsil 4 yarımfəsildən ibarətdir. Üçüncü fəsildə 3-ölçülü nilpotent cəbr üzərində (1,1)-tipli tenzor meydanlarının və rabitələrin deformasiya olunmuş tam liftlərinə baxılır.

Üçüncü fəslin birinci yarımfəslində Valker çoxobrazlısının 2-ci dərəcədən toxunan laylanma fəzasının 3-ölçülü nilpotent cəbrə nəzərən holomorfluq şərtləri nəzərdən keçirilir. Fərz edək ki, M_n

Valker çoxobrazlısı üzərində $\Pi = \{J_{\alpha j}^i\}, \alpha = 1, 2; i, j = 1, \dots, n$ Π – strukturudur. Əgər burada $\{\partial_i = \frac{\partial}{\partial x^i}\}, i = 1, \dots, n, x = (x^i) \in M_n$ repəri mövcuddursa, belə ki, $\partial_{ij}^k = 0$, onda Π – struktur inteqrallanan adlanır. Əgər $n \times n$ ölçülü $(J_{\alpha j}^i), \alpha = 1, 2$ matrisləri $\{\partial_i\}$, uyğunlaşdırılmış repərinə nəzərən

$$(J_{\alpha j}^i) = \begin{pmatrix} C_\alpha & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_\alpha & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & C_\alpha \end{pmatrix}, \alpha = 1, 2; i, j = 1, \dots, n$$

formasına çevrilirsə, onda cəbri struktur r – requlyar Π – struktur adlanır, burada $C_\alpha = (C_{\alpha\beta}^\gamma) \mathfrak{A}_2$ –nin requlyar təsviridir və r isə C_α bloklarının sayıdır.

Fərz edək ki, $\{e_1, e_2, e_3\} = \{1, \varepsilon, \varepsilon^2\}, \varepsilon^3 = 0$ kanonik bazisi ilə birlikdə $R(\varepsilon^2)$ 3-cü dərəcəli cəbrdir. Məlumdur ki, $T^2(M_4)$ –də $\{\partial_i, \partial_{\bar{i}}, \partial_{\bar{i}}\} = \{\frac{\partial}{\partial x^i}, \frac{\partial}{\partial x^{\bar{i}}}, \frac{\partial}{\partial x^{\bar{i}}}\}, i = 1, \dots, 4$ təbii repərinə nəzərən

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{pmatrix}$$

formasında komponentlərə malik olan γ afinor meydanı $((1, 1)$ –tipli tenzor meydanı) mövcuddur, burada I ilə 4×4 –ölçülü vahid matrisi işarə olunmuşdur. Buradan alınır ki,

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma^3 = 0,$$

yəni, $T^2(M_4)$ –də $R(\varepsilon^2), \varepsilon^3 = 0$ cəbrinin izomorf təsviri olan $\Pi = \{I, \gamma, \gamma^2\}, I = id_{T^2(M_4)}$ təbii inteqrallanan struktur mövcuddur.

$$\gamma \partial_i = \partial_{\bar{i}}, \gamma^2 \partial_i = \gamma \partial_{\bar{i}} = \partial_{\bar{i}}$$

olmasından istifadə edərək alırıq ki, $\{\partial_i, \partial_{\bar{i}}, \partial_{\bar{i}}\} = \{\partial_i, \gamma \partial_i, \gamma^2 \partial_i\}$. Həmçinin $\{\partial_1, \gamma \partial_1, \gamma^2 \partial_1, \partial_2, \gamma \partial_2, \gamma^2 \partial_2, \dots, \partial_4, \gamma \partial_4, \gamma^2 \partial_4\}$ repərindən istifadə edərək, hansı ki, $\{\partial_i, \partial_{\bar{i}}, \partial_{\bar{i}}\} = \{\partial_i, \gamma \partial_i, \gamma^2 \partial_i\}$ –dan reper elementlərinin nömrələrini dəyişməklə alınır. $T^2(M_4)$ laylanması $R(\varepsilon^2)$ –nın 4-requlyar təsviri olan olan $\Pi = \{I, \gamma, \gamma^2\}$ təbii

inteqrallanan strukturu mövcuddur.

Üçüncü fəslin ikinci yarımfəslində 2-ci dərəcəli toxunan laylanma fəzalarında (1,1) –tipli tenzor meydanlarının deformasiya olunmuş tam liftləri haqqında məlumat verilir. Fərz edək ki,

$$\tilde{t} = \tilde{t}_j^I(x^1, \dots, x^{4m})\partial_I \otimes dx^J$$

$T^2(M_4)$ üzərində $\Pi = \{I, \gamma, \gamma^2\}, I = id_{T^2(M_4)}$ strukturuna nəzərən təmiz (1,1) –tipli tenzor meydanıdır və Π isə $T^2(M_4)$ üzərində təbii olaraq mövcud olan requlyar strukturdur. $X_4(R(\varepsilon^2))$ üzərində $R(\varepsilon^2)$ –holomorf (1,1) –tipli t^* tenzor meydanına uyğun olan $T^2(M_4)$ üzərində təmiz $\tilde{t} = (\tilde{t}_j^I)$ tenzor meydanı $T^2(M_4)$ –də $(x^4, x^{\bar{4}}, x^{\bar{\bar{4}}})$ indusirə olunmuş koordinatlarına nəzərən

$\tilde{t} =$

$$= \begin{pmatrix} t_j^i & 0 & 0 \\ x^{4+k}\partial_k t_j^i + H_j^i & t_j^i & 0 \\ x^{8+s}\partial_s t_j^i + \frac{1}{2}x^{4+k}x^{4+s}\partial_k \partial_s t_j^i + x^{4+k}\partial_k H_j^i + K_j^i & x^{4+k}\partial_k t_j^i + H_j^i & t_j^i \end{pmatrix}$$

komponentlərinə malikdir. Alırıq ki,

$${}^D(t^{II}) = t^{II} + H^I + K^0.$$

Üçüncü fəslin üçüncü yarımfəslində 2-ci dərəcəli toxunan laylanma fəzalarında sanki kompleks strukturların deformasiya olunmuş ikinci liftləri haqqında teoremlər isbat olunur.

Teorem 10. Fərz edək ki, H sanki toxunan strukturdur ($H^2 = 0$) və H, K M_4 üzərində t –yə nəzərən hibrid tenzor meydanlarıdır, onda əgər M_4 üzərində t yuxarıdakı kimi təyin olunursa, ${}^D(t^{II})$ deformasiya olunmuş lifti $T^2(M_4)$ üzərində sanki kompleks strukturdur.

Üçüncü fəslin dördüncü yarımfəslində 2-ci dərəcəli toxunan laylanma fəzalarında rabitələrin deformasiya olunmuş liftləri haqqında məlumat verilir. Bu hissədə requlyar Π –strukturun inteqrallanan olduğunu qəbul edəcəyik və yalnız struktura nəzərən lokal uyğunlaşdırılmış koordinatları nəzərə alacağıq.

Əgər

$$(\Phi_\varphi \Gamma)_{\tau\alpha\beta}^\gamma = \varphi_\tau^\sigma \partial_\sigma \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\gamma - \varphi_\alpha^\sigma \partial_\tau \tilde{\Gamma}_{\sigma\beta}^\gamma = 0,$$

$$(\Phi_{\varphi^2} \Gamma)_{\tau\alpha\beta}^\gamma = (\varphi^2)_\tau^\sigma \partial_\sigma \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\gamma - (\varphi^2)_\alpha^\sigma \partial_\tau \tilde{\Gamma}_{\sigma\beta}^\gamma = 0$$

ödənildirsə, onda $\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\gamma$ komponentlərinə malik olan $\tilde{\nabla}$ təmiz rabitəsi holomorf rabitə adlanır.

Fərz edək ki, $\gamma = k$. $\sigma = (m, \bar{m}, \bar{\bar{m}})$ olduğundan alırıq ki,

$$(\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^k) = \begin{pmatrix} \Gamma_{ij}^k(x^m) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = ({}^c\Gamma_{\alpha\beta}^k), x^m = (x^1, \dots, x^4).$$

Fərz edək ki, $\gamma = \bar{k}$. Bu halda alırıq ki,

$$(\Phi_\varphi \Gamma)_{\tau\alpha\beta}^{\bar{k}} = 0 \Rightarrow \varphi_\tau^{\bar{m}} \partial_{\bar{m}} \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\bar{k}} + \varphi_\tau^{\bar{\bar{m}}} \partial_{\bar{\bar{m}}} \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\bar{k}} - \varphi_\alpha^{\bar{m}} \partial_\tau \tilde{\Gamma}_{\bar{m}\beta}^{\bar{k}} = 0$$

Buradan aşağıdakıları yazı bilərik:

$$(\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\bar{k}}) = ({}^c\Gamma_{\alpha\beta}^{\bar{k}}) + ({}^cG_{\alpha\beta}^{\bar{k}}), x^m = (x^1, \dots, x^4).$$

Fərz edək ki, $\gamma = \bar{\bar{k}}$. Bu halda alırıq ki,

$$\begin{aligned} (\Phi_\varphi \Gamma)_{\tau\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}} &= \varphi_\tau^m \partial_m \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}} + \varphi_\tau^{\bar{m}} \partial_{\bar{m}} \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}} + \varphi_\tau^{\bar{\bar{m}}} \partial_{\bar{\bar{m}}} \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}} - \varphi_\alpha^m \partial_\tau \tilde{\Gamma}_{m\beta}^{\bar{\bar{k}}} \\ &\quad - \varphi_\alpha^{\bar{m}} \partial_\tau \tilde{\Gamma}_{\bar{m}\beta}^{\bar{\bar{k}}} - \varphi_\alpha^{\bar{\bar{m}}} \partial_\tau \tilde{\Gamma}_{\bar{\bar{m}}\beta}^{\bar{\bar{k}}} = 0. \end{aligned}$$

Buradan aşağıdakılar alınır:

$$(\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}}) = ({}^c\Gamma_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}}) + ({}^cG_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}}) + ({}^cH_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}}).$$

Teorem 11. Tutaq ki, ∇ M_4 üzərində rabitədir. Onda ∇ –nin $T^2(M_4)$ 2-jetlərin toxunan laylanmasına deformasiya olunmuş $\tilde{\nabla}$ tam lifti aşağıdakı komponentlərə malikdir:

$\tilde{\nabla} = (\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^k, \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\bar{k}}, \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}}) = ({}^c\Gamma_{\alpha\beta}^k, {}^c\Gamma_{\alpha\beta}^{\bar{k}} + {}^cG_{\alpha\beta}^{\bar{k}}, {}^c\Gamma_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}} + {}^cG_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}} + {}^cH_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}})$ burada ${}^cG_{\alpha\beta}^k$ və ${}^cH_{\alpha\beta}^k$ uyğun olaraq (1,2) –tipli G və H tenzor meydanlarının tam liftinin birinci komponentləri, ${}^cG_{\alpha\beta}^{\bar{k}}$ G –nin tam liftinin ikinci komponentləri və ${}^c\Gamma_{\alpha\beta}^k, {}^c\Gamma_{\alpha\beta}^{\bar{k}}, {}^c\Gamma_{\alpha\beta}^{\bar{\bar{k}}}$ isə $\nabla = (\Gamma_{ij}^k)$ rabitəsinin ${}^c\nabla$ tam liftinin bütün komponentləridir.

Dördüncü fəsil 5 yarımfəsildən ibarətdir. Dördüncü fəsildə 3-

ölçülü hasil Norden-Valker çoxobrazlıları üzərində sanki hasil Valker strukturları haqqında məlumat verilir.

Dördüncü fəslin birinci yarımfəslində sanki hasil çoxobrazlılarına baxılır. Fərz edək ki, (M_n, g) $(1, n - 1)$ (ekvivalent olaraq $(n - 1, 1)$) signaturalı g metrikası ilə birlikdə Lorens (psevdo-Riman) çoxobrazlısıdır. Fərz edək ki, (M_n, φ, g) sanki hasil çoxobrazlıdır, yəni, qəbul edirik ki, φ sanki hasil strukturu $\varphi^2 = I$ şərtini ödəyir.

Dördüncü fəslin ikinci yarımfəslində üç ölçülü Valker çoxobrazlısı təyin olunur, müəyyən şərtlər daxilində sanki hasil Valker strukturu qurulur. Fərz edək ki, M_3 üç ölçülü C^∞ – çoxobrazlısıdır. Əgər M_3 çoxobrazlısında parallel 1-ölçülü D sıfır paylanması mövcud olarsa, onda M_3 üzərində G_f metrikası Valker metrikası adlanır. Valker teoremindən alınan nəticəyə əsasən, üç ölçülü M_3 çoxobrazlısı üzərində hər bir G_f Valker metrikası üçün elə koordinat sistemi vardır ki, bu koordinatlarda $G_f = ((G_f)_{ij})$ aşağıdakı formaya malikdir:

$$G_f = ((G_f)_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 1 & 0 & f \end{pmatrix},$$

burada, $f(x, y, z)$ koordinatlarından asılı olan istənilən, diferensiasillanan funksiya və $\text{Det}((G_f)_{ij}) = \varepsilon = \pm 1 \neq 0$.

Fərz edək ki, üç ölçülü M_3 çoxobrazlısı üzərində φ sanki hasil struktur aşağıdakı şərtləri ödəyir:

- 1) $\varphi^2 = I$ (hasil olmaq şərti)
- 2) $(G_f)_{im} \varphi_j^m = (G_f)_{mi} \varphi_i^m$ və ya matris formasında $G_f \cdot \varphi = {}^T \varphi \cdot G_f$ (təmizlik şərti)

Bu şərtləri ödəyən φ sanki hasil strukturunu $\{\partial_x, \partial_y, \partial_z\}$ təbii reperinə nəzərən aşağıdakı lokal komponentlərə malik olaraq seçə bilərik:

$$\varphi = (\varphi_j^i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{f\varepsilon}} & 0 & \sqrt{\frac{f}{\varepsilon}} \\ -\frac{1}{f} & \sqrt{\frac{\varepsilon}{f}} & 0 \end{pmatrix}$$

(M_3, φ, G_f) üçlüyü sanki hasil Norden-Valker çoxobrazlısı adlanır.

Dördüncü fəslin üçüncü yarımfəslində sanki hasil Norden-Valker çoxobrazlısı üzərində sanki hasil strukturun inteqrallanma şərtləri göstərilir. Sanki hasil φ strukturu yalnız N_φ Nijenhuis tenzoru

$$(N_\varphi)_{jk}^i = \varphi_j^m \partial_m \varphi_k^i - \varphi_k^m \partial_m \varphi_j^i - \varphi_m^i \partial_j \varphi_k^m + \varphi_m^i \partial_k \varphi_j^m = 0$$

koordinatları ilə sıfıra çevrildikdə inteqrallanandır. Beləliklə, biz aşağıdakı teoremi alırıq:

Teorem 12. Sanki hasil Norden-Valker çoxobrazlısı üzərində φ sanki hasil strukturu yalnız və yalnız aşağıdakı xüsusi törəməli diferensial tənliklər ödənildikdə inteqrallanandır:

$$\begin{cases} \sqrt{f\varepsilon} f_x + f_y = 0, \\ f_z = 0, \end{cases}$$

burada, $f_x = \frac{\partial f}{\partial x}, f_y = \frac{\partial f}{\partial y}, f_z = \frac{\partial f}{\partial z}$.

Dördüncü fəslin dördüncü yarımfəslində sanki hasil Norden-Valker çoxobrazlısı üzərində sanki hasil struktura nəzərən Valker metrikasının Kahler olmaq şərtlərinə baxılır. Fərz edək ki, (M_3, φ, G_f) sanki hasil Norden-Valker çoxobrazlısıdır. Əvvəlcə qeyd edək ki, əgər

$$\begin{aligned} (\Phi_\varphi G_f)_{kij} &= \varphi_k^m \partial_m (G_f)_{ij} - \varphi_i^m \partial_k (G_f)_{mj} + \\ &+ (G_f)_{mj} (\partial_i \varphi_k^m - \partial_k \varphi_i^m) + (G_f)_{im} \partial_j \varphi_k^m = 0 \end{aligned}$$

şərti ödənilərsə, onda φ inteqrallanandır və (M_3, φ, G_f) hasil anti-Kahler-Valker çoxobrazlısı adlanır. Beləliklə, biz aşağıdakı teoremi alırıq:

Teorem 13. (M_3, φ, G_f) hasil Valker çoxobrazlısı yalnız və yalnız aşağıdakı xüsusi törəməli diferensial tənliklər ödənildikdə, Kahlerdir:

$$f_x = f_y = f_z = 0,$$

burada, $f_x = \frac{\partial f}{\partial x}, f_y = \frac{\partial f}{\partial y}, f_z = \frac{\partial f}{\partial z}.$

Dördüncü fəslin beşinci yarımfəslində üç ölçülü Valker çoxobrazlısı üzərində geodeziklər araşdırılır, onların tənlikləri verilir. (M_3, φ, G_f) –də $x = x(t)$ əyrisi yalnız aşağıdakı xüsusi törəməli diferensial tənliklər ödənildikdə ∇ –ya nəzərən geodeziktir:

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{dt} \cdot \frac{dx^l}{dt} = 0, i, j, k = 1, 2, 3.$$

Sonuncu tənliyi aşağıdakı kimi yazı bilərik:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x^1}{dt^2} + f_x \frac{dx^1}{dt} \cdot \frac{dx^3}{dt} + f_y \frac{dx^2}{dt} \cdot \frac{dx^3}{dt} + \frac{1}{2} (f \cdot f_x + f_z) \frac{dx^3}{dt} \cdot \frac{dx^3}{dt} &= 0, \\ \frac{d^2 x^2}{dt^2} - \frac{\varepsilon}{2} f_y \frac{dx^3}{dt} \cdot \frac{dx^3}{dt} &= 0, \frac{d^2 x^3}{dt^2} - \frac{1}{2} f_x \frac{dx^3}{dt} \cdot \frac{dx^3}{dt} = 0. \end{aligned}$$

Nəticə

1. Ümumiləşdirilmiş Norden-Valker strukturlarının inteqrallanma şərtləri, Valker metrikalarının bu struktura nəzərən holomorfluq şərtləri verilmişdir;
2. Simplektik strukturun baza çoxobrazlıdan onun toxunan laylanmasına tam liftinin qapalı 2-forma olduğu və nəticədə onun simplektik izomorfizm nəticəsində obrazının 2-forma olduğu göstərilmişdir;
3. Valker çoxobrazlısının toxunan laylanmasında vektor meydanının vertikal və horizontal liftlərinin hər zaman sıfır olduğu, tam liftinin isə yalnız və yalnız vektor meydanı sabit uzunluğa malik olduqda sıfır olduğu göstərilmişdir;
4. 2-ci dərəcədən toxunan laylanmalarda $(1,1)$ -tipli tenzor meydanlarının və rabitələrin deformasiya olunmuş tam liftlərinin komponentləri verilmişdir;
5. 3-ölçülü Valker çoxobrazlısı üzərində sanki hasil Norden-Valker strukturunun inteqrallanma şərtləri, Valker metrikasının bu struktura nəzərən Kahlerlik şərtləri tapılmış, geodeziklərin tənlikləri verilmişdir.

**Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə
dərc olunmuşdur:**

1. Qurbanova, N.E. Walker çoxobrazlısı üzərində sanki kompleks struktur // Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 98-ci ildönümünə həsr olunmuş Elmi Konfransın materialları. -Bakı, -2021, -s.89.
2. Qurbanova, N.E. Riman genişlənməsinin sanki kompleks struktura nəzərən təmiz olması haqqında// Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş Elmi Konfransın materialları. -Bakı, -2022, -s.181-182.
3. Gurbanova, N.E. On a generalized Norden-Walker 4-manifold // Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences. – 2022, 42(2), - p. 127-131 (**Scopus**).
4. Gurbanova, N.E. On a 2-form derived by Riemannian metric in the tangent bundle // International Electronic Journal of Geometry. – 2022, 15(2), - p. 225-228 (**Web of Science, ESCI**).
5. Gurbanova, N.E. Lift of Norden-Walker structures // News of Baku University series of physico-mathematical sciences. – 2023, 2, - p. 58-65.
6. Gurbanova, N.E., Salimov, A.A. Holomorphic connections and problems of lifts // Chinese Annals of Mathematics, Series B. - 2021, 42(1), -p. 121-134. // Chinese Annals of Mathematics, Series B. – 2024, 45(5), - p. 1-8 (**Web of Science, SCIE**).
7. Gurbanova, N.E. A product Walker 3-manifolds // News of Baku University series of physico-mathematical sciences. – 2023, 4, - p. 53-58.
8. Gurbanova, N.E., Salimov, A.A. Lifting of endomorphism fields // Book of abstracts of the 13-rd International Conference of the Georgian Mathematical Union. – Batumi, Georgia: September 4-9, - 2023, -p. 113.

9. Salimov, A.A., Gurbanova, N.E. A new lift construction of connections in the bundle of 2-jets // Abstract and Full Text Symposium Book of 2-nd International Symposium on Current Developments in Fundamental and Applied Mathematics Sciences. – Ankara, Turkey: November 14-17, - 2023, -p. 16-17.



Dissertasiyanın müdafiəsi **20 may 2025-ci il** tarixində saat **12⁰⁰**-
da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən BED
2.17 Birdəfəlik Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ1148, Bakı şəhəri, Z.Xəlilov küç., 23

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin Kitabxanasında
taniş olmaq olar.

Dissertasiya işi və avtoreferatın elektron versiyası Bakı Dövlət
Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **18 aprel 2025**-ci il tarixində zəruri ünvanlara
göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb:
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcmi: 28317
Tiraj: 100