AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

NEFTÇIXARMA PROSESİNDƏ OPTİMALLAŞDIRMA VƏ İDENTİFİKASİYA MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLİ ALQORİTMLƏRİ

İxtisas: 3338.01 - Sistemli analiz, idarəetmə və informasiyanın işlənməsi

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **İlkin Ələddin oğlu Məhərrəmov**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi

almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2024

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, akademik
Fikrət Əhmədəli oğlu Əliyev

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Məmməd Haqverdi oğlu Yaqubov

riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
İlqar Qürbət oğlu Məmmədov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Rəşad Sirac oğlu Məmmədov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi İdarəetmə Sistemləri İnstitutu nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.19 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:
riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Knyaz Şiraslan oğlu Məmmədov

Dissertasiya şurasının elmi katibi:
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru,
Nigar Oqtay qızı Şükürova

Elmi seminarın rəhbəri:
riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Kamil Bayraməli oğlu Mənsimov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi: İdarəetmə və optimizasya məsələləri 1950-ci ilin sonlarından, 60-cı illərin əvvələrindən başlayaraq inkişaf etmiş və 1970-ci ilin əvvəllərində formalaşaraq müəyyən elmi istiqamət təşkil etmişdir. Bunlardan Pontryaginin "maxsimum" prinsipi, Bellmanın "dinamik proqlamlaşdırma" metodu, Kalmanın "Xətti kvadratik Qauss məsələsinin (Kalman) həlli üsulu", Larinin "Tezliklər üsulu" və s. qeyd etmək olar Bu işlərin üstünlükləri ondadır ki, onlar böyük tətbiqlərə malikdirlər və təbii olaraq onların realizasiyaları üçün ədədi üsulları genişləndirib tətbiqləri üçün simuliyasiya etmək məqsədəuyğundur. Yuxarıda göstərilənlər ancaq başlanğıc şərtli optimizasiya məsələlərini özündə ehtiva edir. Son zamanlar bəzi robotexnik məsələlərin həlli iki nöqtəli ayrılmayan sərhəd şərtli optimal idarəetmə məsələlərinin həllinə gətirilir. Məsələlər ciddi qeyri-xətti olduğundan kvazixəttiləşmə üsullarından istifadə etməklə onların xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsinə gətirilməsi ən real addımlardan biridir. Başlanğıc iterasiya düzgün seçilərsə kvazixəttiləşmə ən real üsullardan biri kimi qeyd olunur.

Son zamanlar neftçıxarmada qazlift üsulunun işlənməsi - riyazi model, optimal proqram trayektoriya və idarəedici, optimal tənzimləyicinin qurulması mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Baxmayaraq ki, burada hərəkət tənlikləri hiperbolik tip xüsusi törəməli tənliklərlə yazılır, ortalaşma və ya düz xətlər üsulu ilə onlar adi differensial tənliklərə gətirilə bilinir. Bu onunla bağlıdır ki, xüsusi törəməli differensial tənliklərlə obyektin hərəkəti yazıldıqda uyğun optimal requlyatorları, həm də proqram trayektoriyaları qurmaq çox çətinlik törədir. Əsas çətinliklərdən biri isə idarəedicinin başlanğıc şərtlərindən götürülməsidir.

Burada xüsusi qeyd etmək lazımdır ki, idarəedicinin iştirakıyla optimal tənzimləyicinin qurulması çox çətinliklər yaradır, çünki həllin tapılmasının standart üsullara gətirilməsi çox çətin görünür.

Neftin ştanqlı nasos qurğusuyla çıxarılması isə klassik rəqsvari tənliklərlə əhatə olunur. Ancaq plunger Nyuton mayesinin daxilində hərəkət etdiyindən tənliyi klassik ikinci tərtib adi diferensial tənliklə deyil, yardımcı həddi kəsr tərtiblə yazmaq lazım gəlir ki, bu da məsələnin həm formasını, həm də məzmununu tamamilə dəyişir. Burada tənliyə daxil olan əmsalları təyin etməkdə bir çətinlik olamasa da kəsr tərtib törəmənin təyin olması çox problematik məsələdir və bunun üçün statistik verilənlər əsasında onun təyini məqaləsində ilk olaraq müəyyən nəticə alınmışdır.

Neftin çıxarılması zamanı borunun çirklənməsi, yəni yan divarlara mazut qatının toplanması optimal rejimin dəyişməsini vacib edir. Ona görə də bu mövzu hidravlik müqavimət əmsalının aktuallığını davam etdirir.

Burada uzun məsafəli borularda təbii ki, müxtəlif hissələrdə hidravlik müqavimət əmsalları fərqlənəcək. Onun üçün də belə məsələlərə baxılması böyük aktuallıq kəsb edir. Bu, təkcə neftçıxarmada deyil, həm də neft məhsullarının uzun məsafəli obyektlərə ötürülməsində də əhəmiyyət kəsb edir.

Başlanğıc şərtlərlə idarə olunan məsələlərdə optimalaşdırma və optimal stabilizasiya, periodiklik çox mühüm əhəmiyyət daşıyır, çünki bu tip məsələlər qaz lift üsulunun əsasını təşkil edir. Burada daha çətin məsələ hissə-hissə periodiklik məsələləri mühüm rol oynayır, çünki başlanğıcda vurulan qaz həcmi elə olmalıdır ki, quyu dibindən neft kütləsini qaldırıcı borudan hərəkət etdirərək debit qismində xaric etdirə bilsin. Burada çox qaz həcmi verildikdə ola bilər ki, nefti quyu dibinə sıxışdırıb ancaq özü xaricə çıxa bilər, az verdikdə isə tamamilə heç bir neft çıxara bilməz. Burada elə minimum həcmdə qaz həcmi vermək tələb olunur ki, quyu dibindən maksimum neft həcmini qaldırıcı boru vasitəsilə debit qismində çıxara bilsin.

Xüsusilə qeyd etmək yerinə düşər ki, uyğun riyazi modelin qurulması və ya yuxarıda deyilən məsələlərin həlli çox ağır hesablama prosesləridir və bunların konkretləşdirilməsi üçün uyğun asimptotik metodların işlənməsi komputer hesablamalarının yaradılmasında xeyli ümumi avtomatlaşmış sistemlərin yaradılmasına kömək edir.

Yuxarıda göstərilən çatışmazlıqlar həm yeni elmi istiqamətlərin işlənməsini tələb edir, həm də yeni kompüter texnologiyalarının işlənməsini gündəliyə gətirir. Bütün bunlar dissertasiya işinin **aktuallığını** təsdiq edir.

Tədqiqatın obyekti və predmeti: Disertasiya işinin obyekti neft çıxarmada yeni elə riyazi modelin yaradılmasıdır ki, burada uyğun məsələlərin həlli üçün müasir optimallaşdırma və idarəetmə üsullarını cəlb etmək və işləmək mümkün olsun. Tədqiqatın predmeti isə neft çıxarma prosesi üçün yeni alqoritmlərin işlənməsi və uyğun yeni hesablama alqoritmlərinin yaradılmasıdır.

Tədqiqat metodları: Dissertasiya işinin nəzəri və metodoloji əsasını optimal idarəetmə nəzəriyyəsi, diferensial tənliklər, identifikasiya metodları, asimptotik üsullar və matrislər nəzəriyyəsi təşkil edir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar:

1. Ayrılmayan sərhəd şərtli optimallaşdırma məsələsinin həlli üçün ədədi alqoritm işlənmişdir;
2. Ayrılmayan sərhəd şərtli kəsilməz xətti kvadratik optimizasiya məsələsinin həlli üçün yeni qovma üsulu təklif olunub;
3. Ayrılmayan sərhəd şərtli diskret halda xətti kvadratik optimizasiya məsələsinin həlli üçün yeni metod işlənib;
4. Nasos kompressor borularının müxtəlif hissələrində hidravlik müqavimət əmsalının təyini üçün identifikasiya üsulu təklif olunub;
5. Neft çıxarmada uzaq məsafəyə ötürülən neft məhsulları üçün boruların müxtəlif hissələrində hidravlik müqavimət əmsalının tapılması üçün asimptotik üsul verilib;
6. Maye dempferli rəqs sistemlərinin periodik həlli üçün üsul işlənib;
7. Başlanğıc verilənlərlə idarə olunan sistemlər üçün bir hissədə periodikliyi ödəyən kəsilməz optimal idarəetmə məsələsinin həll üsulu verilib;
8. Diskret halda başlanğıc verilənlərlə idarə olunan optimizasiya məsələsinin həlli üsulu verilib;
9. Stasionar halda başlanğıc verilənlərlə idarə olunan optimal tənzimləyici məsələsinin (neft çıxarmada) üsulu verilib.

Tədqiqatın elmi yeniliyi: Dissertasiya işində aşağıdakı şərti adda adlandırılmış yeni nəticələr alınmışdır:

1. Ayrılmayan sərhəd şərtli kəsilməz və diskret xətti kvadratik optimizasiya məsələsinin həlli üçün "qovma" alqoritminə əsaslanan yeni üsul verilmişdir ki, öncəkilərdən fərqli olaraq burada çox nöqtəli optimizasiya məsələlərində həmin nöqtələrdə keçid birqiymətli təyin olunur;

2. Nasos kompressor boruların müxtəlif hissələrində hidravlik müqavimət əmsalının təyini üçün identifikasiya qurulur və alqoritm təklif olunur. Belə ki, uzaq məsafələrə neftin ötürülməsində bu üsül sadələşdirilərək kiçik parametr daxil etməklə asimptotik alqoritm kimi təklif olunur;

3. Maye dempferli rəqsvari sistemlər neftçıxarmaya tətbiq olunaraq ştanqlı nasos qurğusunda plunjerin hərəkəti periodik rejimlə ifadə olunur və həll qurulur;

4. Başlanğıc verilənlərlə idarə olunan kəsilməz və diskret sistemlərdə bir hissədə periodikliyi ödəyən optimizasiya məsələsinin həlli qurulur, uyğun alqoritm təklif olunur və neftçıxarmada qazlift üsulundan istifadə olunması təklif edilir;

5. Stasionar halda başlanğıc verilənlərlə idarə olunan optimal tənziməyicilərin qurulması məsələsinə baxılır və neftçıxarmaya tətbiq olunur.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti: Dissertasiya işində təklif olunan qovma üsulu iki və çox nöqtəli xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsində istifadə olunur və bir hissədə periodik həllin qurulması isə yeni üsul kimi təqdim olunur. Həmçinin uyğun optimal tənzimləyicinin qurulması isə başlanğıc şərtlərlə idarə olunan optimal idatəetmədə demək olar ki, ilk dəfə baxılır. Hidravlik müqavimət əmsalının tapılması isə yeni identifikasiya üsuludur ki, intervalın müxtəlif hissələrində onun tapılmasını təmin edir. Bütün məsələlərin nəzəri tədqiqlərindən başqa neftçıxarma və neft məhsullarının nəqli məsələlərində böyük tətbiqləri var və bütün məsələlər bu problemlərdən götürülüb.

Aprobasiyası və tətbiqi: Dissertasiya işinin əsas nəticələri BDU-nun TRETİ-nin ümumi institut seminarlarında dəfələrlə müzakirə olunub və aşağıdakı beynəlxalq elmi konfranslarda məruzə edilib:

COİA-2018 - 1 məruzə,
COİA-2020 - 2 məruzə,
COİA-2022 - 1 məruzə.

Dissertasiya işiylə bağlı 17 elmi iş çap olunub. Bunlardan 12-i elmi məqalədir. Elmi işlərdən 7-i "Web of Science" indekslənən jurnallarda çap olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilat: Dissertasiya işi Elm və Təhsil Nazirliyi Bakı Dövlət Universiteti Tətbiqi Riyaziyyat Elmi-Tədqiqat İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Müəllifin şəxsi iştirakı: Dissertasiya işində öz əksini tapan elmi nəticələrin hamısı şəxsən iddiaçının fəaliyyətinin və elmi rəhbərin ideya istiqamətinin, məsələnin qoyuluşunun konkret tədqiqat obyektinə tətbiqinin nəticəsidir.

Dissertasiyanın həcmi və quruluşu: Dissertasiya işi 122 səhifə olmaqla girişdən (34605 işarə), I fəsil (43905 işarə), II fəsil (38019 işarə), III fəsil (39541 işarə), nəticədən (2573 işarə), 151 adda istifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısından, 1 cədvəl və 2 qrafikdən ibarətdir. Ümumi 162604 (cədvəl, qrafik və ədəbiyyat siyahısı istisna olmaqla) işarə həcmindədir.

İŞİN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya işinin aktuallığı əsaslandırılır, tədqiqatın obyekti və predmeti, işin məqsədi və vəzifələri, elmi yeniliyi və tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti sadalanır, habelə bu sahədə aparılmış başqa tədqiqatların analizi aparılır.

Birinci fəsildə neft çıxarılması zamanı meydana çıxan ayrılmamış sərhəd şərtli optimallaşdırma məsələlərinin həlli üsulları təklif olunmuşdur.

Birinci fəslin **birinci paraqrafında** ayrılmamış sərhəd şərtli xətti kvadratik optimallaşdırma məsələsinə baxılır. Eyler üsulu vasitəsilə uyğun Hamilton matrisinin fundamental matrisi qurulur və onun əsasında münasib faza koordinatlarının və idarəetmənin ədədi hesablamaları verilir. Nəticələr teleskopik ayaqları olan ikiayaqlı özüyeriyən apparatların optimal proqram trayektoriyalarının və idarəetmələrinin qurulması misalı ilə təsvir edilir. Fərz edilir ki, cismin hərəkəti aşağıdakı adi xətti diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunur

$$\dot{x} = F(t)x(t) + G(t)u(t). \tag{1}$$

Burada elə $u(t)$ idarəedici təsirini tapmaq tələb olunur ki, verilmiş

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{T}(x'(t)Q(t)x(t) + u'(t)C(t)u(t))dt \tag{2}$$

kvadratik funksionalı minimal qiymət alsın və $x(t)$ başlanğıc və son nöqtələrdə

$$\Phi_1 x(t_0) - \Phi_2 x(T) = q \tag{3}$$

ayrılmamış sərhəd şərtini ödəsin.

Burada $x - n$ ölçülü faza vektoru, $u(t)$ $-$idarəedici təsirlərin $m -$ ölçülü vektoru, $F(t)$–kəsilməz elementli $n \times n -$ ölçülü matris funksiya, $G(t)\ -\ n \times m$ -ölçülü matrisdir və $(F(t),\ G(t))$ cütü idarəolunandır. Bundan başqa fərz olunur ki, $Q(t) = Q'(t) \geq 0$, $C(t) = C'(t) > 0$ uyğun olaraq $n \times n$ və $m \times m$ ölçülü simmetrik matrislər, Φ_1, Φ_2 $- k \times n$ ölçülü sabit matrislər, q sabit k -ölçülü vektordur, $[\Phi_1 - \Phi_2]$ cütü q vektoru ilə Kronekker – Kapelli şərtini ödəyir, ştrix isə- transponirə əməliyyatını təsvir edir.

(1)-(3) optimallaşdırma məsələsinin genişləndirilmiş funksionalını tərtib etsək onun əsasında (3) və

$$\left.\begin{array}{r} \lambda(t_0) = -\Phi'_1\nu \\ \lambda(T) = \Phi'_2\nu \end{array}\right\} \tag{4}$$

sərhəd şərtlərini ödəyən

$$\begin{vmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} F(t) & -G(t)C^{-1}(t)G'(t) \\ -Q(t) & -F'(t) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = H\begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \tag{5}$$

Eyler-Laqranj tənliyini alarıq. Burada $\lambda(t)$ – n – ölçülü Laqranj vektor-funksiyası, ν - Laqranj vuruqlarının (3) sərhəd şərtinə uyğun k–ölçülü vektorudur, H- Hamilton matrisidir.

İndi Eylerin metodundan istifadə edərək (4), (5) fundamental matrisini

$$\Phi(t_{i+1}, t_0) = (H(t_i)\Delta + E)\Phi(t_i, t_0), \quad \Phi(t_0, t_0) = E, \tag{6}$$

şəklində tapa bilərik. Burada Δ - ədədi inteqrallamanın addımı, E - vahid matrisdir. Onda $i = 0,1, \dots, N-1$ və $T = t_N$ olduqda (6) ifadəsindən istifadə edərək

$$\Phi(T, t_0) = (H(t_N, t_0)\Delta + E) \times$$
$$\times (H(t_{N-1}, t_0)\Delta + E) \dots (H(t_1, t_0)\Delta + E) \tag{7}$$

tapırıq və $\Phi(t_N, t_0)$ fundamental matrisini

$$\Phi(t_N, t_0) = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(t_N, t_0) & \Phi_{12}(t_N, t_0) \\ \Phi_{21}(t_N, t_0) & \Phi_{22}(t_N, t_0) \end{bmatrix} \tag{8}$$

şəklində bölsək $x(t_0)$ və ν məchullarının tapılması üçün aşağıdakı xətti cəbri tənliklər sistemini alarıq

$$D \begin{bmatrix} x(t_0) \\ \nu \end{bmatrix} = w. \tag{9}$$

Burada

$$D = \begin{bmatrix} -\Phi_{22}^{-1}(\tau, t_0)\Phi_{21}(\tau, t_0) & (-\Phi_{22}^{-1}(\tau, t_0)\Phi_2' + \Phi_1')) \\ \Phi_1 - \Phi_2(\Phi_{11}(\tau, t_0) - \Phi_{12}(\tau, t_0)\Phi_{22}^{-1}(\tau, t_0) \cdot \Phi_{21}(\tau, t_0) & \Phi_2\Phi_{12}(\tau, t_0)\Phi_{22}^{-1}(\tau, t_0)\Phi_2' \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 \\ q \end{bmatrix}$$

Bu halda obyektin koordinatları

$$x(t_i) = \Phi_{11}(\tau_i, t_0)x(t_0) - \Phi_{12}(t_i, t_0)\Phi_1^{'}\nu \tag{11}$$

kimi, idarəedici təsir isə

$$u(t_i) = -C^{-1}(t_i)G^{'}(t_i)\Phi_{21}(t_i, t_0)x(t_0) +$$
$$+C^{-1}(t_i)G^{'}(t_i)\Phi_{22}(t_i, t_0)\Phi_1^{'}\nu \tag{12}$$

kimi təyin olunacaqdır.

Birinci fəslin **ikinci paraqrafında** kəsilməz halda ayrılmamış sərhəd şərtli xətti kvadratik optimallaşdırma məsələsinin həlli üçün qovma üsulu təklif edilir. Burada obyektin hərəkəti (1) xətti diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunur və həllin (3) ayrılmayan sərhəd şərtinin ödənilməsi tələb olunur. Bu halda elə $u(t)$ idarəedici təsirlərini tapmaq tələb olunur ki, (1), (3) məsələsinin həlli olan $x(t)$ ilə birlikdə (2) kvadratik keyfiyyət meyarını minimallaşdırsın.

Tutaq ki, $\Phi(t, t_0)$ (5) sisteminin fundamental matrisidir, yəni

$$\dot{\Phi}(t, t_0) = H(t)\Phi(t, t_0), \quad \Phi(t_0, t_0) = E. \tag{13}$$

Burada E $-n\times n$ ölçülü vahid matrisdir. Fundamental matris $\Phi\ (t,t_0)$-i (8) formasında yazsaq (5) sisteminin həllini

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= \Phi_{11}(t,t_0)\,x(t_0)+\Phi_{12}(t,t_0)\,\lambda(t_0) \\ \lambda(t) &= \Phi_{21}(t,t_0)\,x(t_0)+\Phi_{22}(t,t_0)\,\lambda(t_0) \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

şəklində təsvir edə bilərik. Buradan $x(t)$ və $u(t)$ üçün aşağıdakıları

$$x(t)=\left(\Phi_{11}(t,t_0)-\Phi_{12}(t,t_0)\Phi_{22}^{-1}(t,t_0)\Phi_{21}(t,t_0)\right)x(t_0)+\Phi_{12}(t,t_0)\Phi_{22}^{-1}(t,t_0)\lambda(t), \tag{15}$$

$$u(t)=-C^{-1}(t)G(t)\lambda(t) \tag{16}$$

alırıq. Bu münasibətlərdən istifadə edərək $\Phi_{22}^{-1}(t,t_0)$ tərsinin olduğu halda müəyyən çevirmələrdən sonra $x(t_0)$ və ν -nün təyin edilməsi üçün aşağıdakı cəbri tənliklər sistemi müəyyən olunur:

$$\left.\begin{aligned} &\Phi_{22}^{-1}(\tau,t_0)\Phi_{21}\ (\tau,t_0)x(t_0)+\left(-\Phi_{22}^{-1}(\tau,t_0)\Phi_2'+\Phi_1'\right)\nu=0 \\ &\left[-\Phi_1-\Phi_2(\Phi_{11}\ (\tau,t_0)-\Phi_{12}\ (\tau,t_0)\Phi_{22}^{-1}(\tau,t_0)\Phi_{21}\ (\tau,t_0))\right]x(t_0)+ \\ &\qquad\qquad +\Phi_2\Phi_{12}\ (\tau,t_0)\Phi_{22}^{-1}(\tau,t_0)\Phi_2'\nu=q. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

(17) sistemi üçün aşağıdakılar doğrudur.

Lemma 1. (17) xətti cəbri matris tənlikləri sistemində $\Phi_{22}^{-1}(\tau,t_0)\ \Phi_{21}(\tau,t_0)$ altmatrisləri simmetrikdirlər.

Lemma 2. (17) xətti cəbri matris tənlikləri sistemində $\Phi_2\ \Phi_{12}(\tau,t_0)\ \Phi_{22}^{-1}(\tau,t_0)\ \Phi_2'$ matrisi simmetrikdir.

Lemma 3. (17) xətti matris tənlikləri sistemində

$$\left[\Phi_1-\Phi_2\left(\Phi_{11}(\tau,t_0)-\Phi_{12}(\tau,t_0)\Phi_{22}^{-1}(\tau,t_0)\Phi_{21}(\tau,t_0)\right)\right]=\left(-\Phi_{22}^{-1}(\tau,t_0)\Phi_2'+\Phi_1'\right)' \tag{18}$$

simmetriklik şərti ödənir.

Beləliklə, aşağıdakı teoremi alırıq.

Teorem 1. (17) və ya (9) cəbri tənliklər sistemindəki D matrisi simmetrikdir.

(9) cəbri tənliklər sistemini həll edib $x(t_0)$ və ν -ni tapsaq və (15)-(16) ifadələrindən $\lambda(t)$ Laqranj vuruğunu yox etməklə $x(t)$ və $u(t)$ üçün

$$x(t)=\Phi_{11}(\tau,t_0)x(t_0)-\Phi_{12}(\tau,t_0)\Phi_1'\ \nu, \tag{19}$$

D - matrisinin simmetrikliyi (11) tənliklər sisteminin yaxşı təmin olunmasını təmin edir.

$$u(t) = -C^{-1}(t)G(t)\Phi_{21}(\tau,t_0)x(t_0) + C^{-1}(t)G(t)\Phi_{22}(\tau,t_0)\Phi_1'\nu \quad (20)$$

ifadələrini alarıq.

Beləliklə, aşağıdakı alqoritmi qura bilərik.

Alqoritm.

1. (1) - (2)-dəki $F(t)$, $G(t)$, Φ_1, Φ_2, $R(t)$, $C(t)$ matrisləri qurulur.
2. (5)- dəki $H(t)$ matrisi tapılır.
3. (13) matris tənliyi həll olunur və (8) şəklindəki $\Phi(t,t_0)$ fundamental matrisi tapılır.
4. (10)- a əsasən $D = D'$ matrisi və $\tilde{W}$ vektoru qurulur və (9) cəbri matris tənliyi həll edilərək $x(t_0)$, ν tapılır.
5. (19) və (20) ifadələri ilə $x(t_0)$ və ν vasitəsi ilə $x(t)$ və $u(t)$ hesablanır.

Yuxarıdakı üsula görə (1) - (2) məsələsinin həlli (5) sisteminin fundamental matrisinin tapılmasına, yəni (13) məsələsinin həllinə gətirilir. Lakin (13) məsələsinin həllinin mümkünlüyü ümumi halda çətinliklərlə müşayiət olunur. Ona görə $\Phi(\tau,t_0)$-nin tapılması üçün Zaxar-İtkin üsulundan istifadə edəcəyik. Bu halda

$$\begin{cases} x(t) = \psi x(t_0) - W\lambda(t) \\ \lambda(t_0) = Vx(t_0) + \psi'\lambda(t), \end{cases} \quad (21)$$

münasibətindən istifadə olunur ki, burada ψ, W, V aşağıdakı diferensial tənlikləri və başlanğıc şərtləri ödəyən matrislərdir:

$$\begin{cases} \dot{\psi} = (F + WR)\psi, & \psi(t_0) = E \\ \dot{W} = FW + WF' + WRW - GQ^{-1}G', & W(t_0) = 0, \\ \dot{V} = \psi' R\psi, & V(t_0) = 0. \end{cases} \quad (22)$$

(14)-də bəzi əvəzləmələr etsək,

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi + W(\psi')^{-1}V & -W(\psi')^{-1} \\ -(\psi')^{-1}V & (\psi')^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t_0) \\ \lambda(t_0) \end{bmatrix} \quad (23)$$

münasibətini alarıq. (23)-dən isə (8) ilə müəyyən olunan fundamental matrisin $\Phi_{11}(t,t_0)$, $\Phi_{12}(t,t_0)$, $\Phi_{21}(t,t_0)$, $\Phi_{22}(t,t_0)$ alt matrisləri

$$\Phi_{11}(t,t_0)=\psi(t,t_0)+W(t,t_0)\cdot(\psi'(t,t_0))^{-1}V(t,t_0),$$
$$\Phi_{12}(t,t_0)=-W(t,t_0)\cdot(\psi'(t,t_0))^{-1},$$
$$\Phi_{21}(t,t_0)=-(\psi'(t,t_0))^{-1}V(t,t_0), \qquad (24)$$
$$\Phi_{22}(t,t_0)=(\psi'(t,t_0))^{-1}$$

kimi təyin olunur.

Birinci fəslin **üçüncü paraqrafında** diskret halda ayrılmayan sərhəd şərtli xətti kvadratik məsələnin həlli üçün qovma alqoritmi işlənilmişdir. Burada fərz edilir ki, obyektin hərəkəti

$$x(i+1)=\psi(i)x(i)+\Gamma(i)u(i), \quad i=1,2,\dots,l-1 \qquad (25)$$

diskret xətti idarəolunan sistemlə təsvir olunur və

$$\Phi_1 x(0)-\Phi_2 x(l)=q \qquad (26)$$

sərhəd şərtini ödəyir. Burada $x(i)-n$ ölçülü faza vektoru, $u(i)-m$ ölçülü idarəedici təsir, $\psi(i)$, $\Gamma(i)$ məlum funksiya və Φ_1, Φ_2 sabitləri uyğun olaraq $n\times n$, $n\times m$ və $k\times n$ ölçülü matrislərdir, məlum q sabit vektorunun ölçüsü $k\times 1$ -dir. Elə $x(i)$, $u(i)$ vektorlarını tapmaq tələb olunur ki,

$$J=\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{l-1}(x'(i)R(i)x(i)+u'(i)C(i)u(i)) \qquad (27)$$

kvadratik funksionalı (25), (26) məhdudiyyətləri çərçivəsində minimal qiymət alsın. $R(i)=R'(i)\geq 0$, $C(i)=C'(i)>0$ uyğun olaraq $n\times n$, $m\times m$ ölçülü simmetrik matrislərdir.

Eyler-Laqranj formasında zəruri və kafi optimallıq şərtlərindən istifadə edərək göstərilir ki, (25) - (27) məsələsinin həlli aşağıdakı kimi təyin edilir

$$\Phi_1'\nu+\lambda(0)=0, \quad -\Phi_2'\nu+\lambda(l)=0 \qquad (28)$$

və (26) sərhəd şərtli $2n$ tərtibli xətti sonlu-fərqlər tənliklər sisteminin həllinə gətirilir

$$\left.\begin{aligned} x(i+1)&=\psi(i)x(i)-M(i)\lambda(i+1),\\ \lambda(i)&=R(i)x(i)+\psi'(i)\lambda(i+1).\end{aligned}\right\} \qquad (29)$$

$\Phi=[\Phi_1,-\Phi_2]$ işarələməsi aparsaq göstərmək olar ki, Φ' matrisi

$$\Phi'=P^{-1}\begin{bmatrix}E\\0\end{bmatrix}Q^{-1}$$

şəklində təsvir olunur, burada P və Q müəyyən kvadratik, E -vahid, və uyğun olaraq, $2n \times 2n$, $n \times n$ və $k \times k$ ölçülü matrislərdir. İndi fərz edək ki, P matrisi

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_3 & P_4 \end{bmatrix}$$

bloklara ayrılmışdır və burada P_1, P_2 və P_3, P_4 uyğun olaraq $k \times n$ və $(2n-k) \times n$ ölçülü matrislərdir. Onda (25), (26) məsələsinin həlli aşağıdakı $2n$ sayda

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 \\ 0 & -P_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ \lambda(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Phi_2 & 0 \\ 0 & P_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(l) \\ \lambda(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (30)$$

sərhəd şərtli (29) tənliyinin həllinə gətirilir, $u(i)$ idarəetmə qanunu isə

$$u(i) = -C^{-1}(i)\Gamma'(i)\lambda(i+1) \qquad (31)$$

şəklində təyin olunur.

Qeyd edək ki, çatışmayan sərhəd verilənləri aşağıdakı xətti cəbri tənliklər sistemindən təyin oluna bilər:

$$\begin{bmatrix} \psi(0,l) & 0 & -E & -M(0,l) \\ R(0,l) & -E & 0 & -\psi'(0,l) \\ \Phi_1 & 0 & -\Phi_2 & 0 \\ 0 & -P_3 & 0 & P_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ \lambda(0) \\ x(l) \\ \lambda(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (32)$$

Burada $\psi(0,l)$, $M(0,l)$, $R(0,l)$

$\psi(i,j) = \psi(i+j-1)Q(i,j-1)\psi(i,j-1), \psi(i,1) = \psi(i)$

$M(i,j) = M(i+j-1) +$

$+\psi(i+j-1)Q(i,j-1)M(i,j-1)\psi'(i+j-1), M(i,1) = M(i),$

$R(i,j) = R(i,j-1) +$

$+\psi'(i,j-1)R(i+j-1)Q(i,j-1)\psi(i,j-1), R(i,1) = R(i),$

$Q(i,j) = (E + M(i,j)R(i+j))^{-1}$ (33)

rekurrent münasibətlərini $i = 0$, $j = l$ şərtləri daxilində ödəyir.

(32) xətti cəbri tənliklər sistemini (XCTS) həll edərək $x(0)$, $\lambda(0)$, $x(l)$, $\lambda(l)$ başlanğıc və son qiymətlərini tapırıq. Daha sonra isə $x(i)$, $\lambda(i)$-in cari qiymətləri

$$\begin{bmatrix} E & M(0,i) \\ 0 & \psi'(0,i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(i) \\ \lambda(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi(0,i) & 0 \\ -R(0,i) & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ \lambda(0) \end{bmatrix} \qquad (34)$$

və

$$\begin{bmatrix}\psi(i,l-i) & 0\\ R(i,l-i)-E\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(i)\\ \lambda(i)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}E & M(i,l-i)\\ 0 & -\psi'(i,l-i)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(l)\\ \lambda(l)\end{bmatrix} \tag{35}$$

XCTS-lərindən $\psi(i)$ matrislərinin cırlaşmasından asılı olaraq müəyyən olunur. Beləliklə, (32) XCTS-indən $x(0)$, $\lambda(0)$, $x(l)$, $\lambda(l)$-ı taparaq, $x(i)$, $\lambda(i)$ cari qiymətlərini, $\psi(i)$-nin hansı i nöqtələrində cırlaşmasından asılı olaraq (34) və (35)-dən bərpa edirik. Daha sonra $u(i)$ optimal idarəetməsi (31) ifadəsinə əsasən bərpa olunur.

Qeyd edək ki, bu üsul (25) - (27) məsələsinin ölçüsü böyük olan halda çətinliklərlə üzləşə bilər, yəni (n ölçülü vektor olan) $x(0)$ başlanğıc verilənlərini tapmaq üçün $4n$ ölçülü (32) XCTS-ni həll etmək lazım gəlir. Eləcə də $x(i)$-ni müəyyən etmək üçün ümumi halda ($\psi(i)$ tərsi mövcud olmadıqda) da (34), (35) XCTS-lərini həll etmək tələb olunur. Bu çətinliklərlə qarşılaşmamaqdan ötrü (25)-(27) məsələsinin həlli üçün qovma üsulu təklif olunur ki, bu da analoji tənliklərin ölçüsünü xeyli kiçildir.

$\lambda(0)$ və $\lambda(l)$-i (26)-dan tapıb (32)-nin ikinci tənliyinə yazsaq,

$$R(0,l)x(0)+\left(\Phi_1'-\psi'(0,l)\Phi_2'\right)\nu=0 \tag{36}$$

münasibətini alarıq. Sonra isə $x(l)$-i (32)-nin birinci tənliyindən

$$x(l)=\psi(0,l)x(0)-M(0,l)\lambda(l) \tag{37}$$

şəklində təyin edərək, bunu (26)-da nəzərə alsaq, bir sıra əvəzləmələrdən sonra

$$\Phi_1x(0)-\Phi_2\psi(0,l)x(0)+\Phi_2M(0,l)\lambda(l)=q \tag{38}$$

alarıq.

Daha sonra (28)-in sonuncu münasibətindəki $\lambda(l)$-i (38)-də nəzərə alsaq

$$(\Phi_1-\Phi_2\psi(0,l))x(0)+\Phi_2M(0,l)\Phi_2'\nu=q \tag{39}$$

alarıq, buradan isə $x(0)$, ν-nü təyin etmək üçün (36) və (39)-u birləşdirib aşağıdakı XCTS-ni alarıq:

$$\begin{bmatrix}R(0,l) & \Phi_1'-\psi'(0,l)\Phi_2'\\ \Phi_1-\Phi_2\psi(0,l) & \Phi_2M(0,l)\Phi_2'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(0)\\ \nu\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ q\end{bmatrix} \tag{40}$$

Qeyd edək ki, (40) XCTS-nin əsas matrisi simmetrikdir, bu da verilmiş sistemi daha dəqiq həll etməyə imkan verir.

$\lambda(i)$-dən istifadə etmədən $x(i)$ və $u(i)$-ni hesablaya bilərik. Bunun üçün (29)-da $\psi^{-1}(i)$-nin mövcudluğunu fərz edək və (29)-un ikinci tənliyindən $\lambda(i+1)$-i tapıb riyazi induksiyanın köməyi ilə onu aşağıdakı şəkildə göstərə bilərik:

$$\lambda(i+1) = -\sum_{k=0}^{i}\left(\prod_{j=k}^{i}\psi'^{-1}(i+k-1)\right)R_k x_k -$$
$$-\prod_{k=0}^{i}\left(\psi'^{-1}(i-1)\right)\Phi_1'\nu. \qquad (41)$$

(41) ifadəsini (29)-un birinci bərabərliyində və (41)-də nəzərə alsaq, $x(i+1)$-i , $x(i)$ və ν vasitəsilə

$$x(i+1) = \psi(i)x(i) -$$
$$-M(i)\left\{\sum_{k=0}^{i}\left(\prod_{j=k}^{i}\psi'^{-1}(i+k-j)\right)R_k x_k - \left(\prod_{k=0}^{i}\psi'^{-1}_{i-k}\right)\Phi_1'\nu\right\}$$
$$(i = 0,1,\dots,l-1) \qquad (42)$$

şəklində taparıq, $u(i)$ isə

$$u(i) = C^{-1}(i)\Gamma'^{\left\{\sum_{k=0}^{i}\left(\prod_{j=k}^{i}\psi'^{-1}(i+k-j)\right)R_k x_k + \left(\prod_{k=0}^{i}\psi'(i-k)\right)\Phi_1'\nu\right\}}$$
$$(i = 0,1,\dots,l-1) \qquad (43)$$

kimi olacaq.

Beləliklə, aşağıdakı hesablama alqoritmini qururuq.

ALQORİTM.

1. (25)-(27) məsələsində verilmiş $\psi(i)$, $\Gamma(i)$, Φ_1, Φ_2, $C(i)$, $R(i)$ matrisləri və q vektoru formalaşdırılır.
2. $\psi(0,1) = \psi(0)$, $M(0,1) = M(0)$, $R(0,1) = R(0)$ matris şərtləri daxilində (33) münasibətindən $\psi(0,l)$, $R(0,l)$ və $M(0,l)$ hesablanır.
3. (40) XCTS-nin sağ tərəfindəki əsas matris və soldakı vektor qurulur.
4. (40) XCTShəll olunur və $x(0)$, ν təyin edilir.
5. $u(i)$ idarəetməsi (43)-dən, $x(i)$ trayektoriyası isə (42)-dən tapılır.

Birinci fəsilin **dördüncü paraqrafında** matris Rikkati tənliklərinin, xətti matris tənliklərinin və s. həllini tələb etməyən müvafiq məsələnin həlli üçün yeni üsul təklif olunur. Burada da kəsilməz hal üçün iki nöqtəli ayrılmayan xətti kvadratik optimallaşdırma məsələsinin həllinə baxılır. İkinci yarımfəsildə olduğu kimi məsələnin başlanğıc verilənlərinin və Laqranj sabitinin tapılması üçün xətti cəbri tənliklər sistemi alınır və bu parametrlər tapılır. Daha sonra tapılan qiymətlər əsasında $x(t)$ faza koordinatları və $u(t)$ idarəedici təsir, yəni proqram trayektoriya və idarəedici qurulur.

Dissertasiya işinin **ikinci fəsli** neft çıxarılması zamanı meydana çıxan identifikasiya və statistika məsələlərinin həlli üsullarına həsr olunmuşdur.

İkinci fəsilin **birinci paraqrafında** qazlift prosesində nasos-kompressor borularının müxtəlif hissələrində hidravlik müqavimət əmsalının (HMƏ) təyini üçün identifikasiya məsələsinin həll alqoritmi təklif olunmuşdur.

Məlumdur ki, qaz-maye qarışığının borularda hərəkəti aşağıdakı xüsusi törəməli hiperbolik tip diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunur:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P_i}{\partial t} = -\dfrac{c_i^2}{F_i}\dfrac{\partial Q_i}{\partial x}, \\ \dfrac{\partial Q_i}{\partial t} = -F_i\dfrac{\partial P_i}{\partial x} - 2a_iQ_i, \end{cases} \quad i = 1,2, \ \ P_i(x,0) = \bar{P}(x),\ Q_i(x,0) = \bar{Q}(x) \quad (44)$$

burada $P_i = P_i(x,t)$, Q_i–uyğun olaraq, qaz və q az-maye qarışığının təzyiqi və həcmi, $2a_i = \frac{g}{\omega_i} + \frac{\lambda_i\omega_i}{2D_i}$; c_i, a_i, ω_i, g_i, λ_i, D_i, F_i, $(i = 1,2)$ parametrləri konkret praktiki əhəmiyyətə malikdir. Düz xətlər üsulundan istifadə edərək və $l_p = 1/n\,, p = \overline{1,n}$, işarələməsi apararaq (44) - dən

$$\begin{cases} \dfrac{dP_k}{dt} = -\dfrac{c_i^2}{F_il}(Q_k - Q_{k-1}), \\ \dfrac{dQ_k}{dt} = -\dfrac{F_i}{l}(P_k - P_{k-1}) - 2a_iQ_k \end{cases} \quad i = 1,2, \quad k = \overline{0,2n}, \qquad (45)$$

$$F_i = \begin{cases} F_1, & 0 < k \le n, \\ F_2, & n < k \le 2n, \end{cases}$$

$$c_i = \begin{cases} c_1, & 0 < k \le n \\ c_2, & n < k \le 2n, \end{cases} \quad a_i = \begin{cases} a_1, & 0 < k \le n, \\ a_2, & n < k \le 2n \end{cases}$$

alarıq. Qeyd edək ki, $k = n + 1$ halında (45) tənliyi aşağıdakı şəkildə olur:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_{n+1}}{dt} = -\dfrac{c_2^2}{F_2 l} Q_{n+1} + \dfrac{c_2^2}{F_2 l} Q_n + \dfrac{c_2^2}{F_2 l} Q_{pl}, \\ \dfrac{dQ_{n+1}}{dt} = -\dfrac{F_2}{l} P_{n+1} + \dfrac{F_2}{l} P_n - 2a_2 Q_{n+1} + \dfrac{F_2}{l} P_{pl}, \end{cases} \quad i = 1, 2, \quad k = \overline{0, 2n}$$

burada Q_{pl}, P_{pl} – uyğun olaraq quyu dibində həcm və layın təzyiqidir.

Bəzi çevirmələrdən sonra (45) sistemini

$$x_m(0) = \begin{bmatrix} P_m(0) \\ Q_m(0) \end{bmatrix}, \quad m = \overline{1, n}$$

başlanğıc şərtinə malik aşağıdakı şəklə salmaq olar:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_1\big(a_2(\lambda_1)\big) x_1(t) + B_1 u_0 + V \\ \dot{x}_2(t) = A_2\big(a_2(\lambda_2)\big) x_2(t) + B_2 u_1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots . \\ \dot{x}_n(t) = A_n\big(a_2(\lambda_n)\big) x_n(t) + B_n u_{n-1,} \end{cases} \tag{46}$$

burada

$$\dot{x}_m(t) = \begin{bmatrix} \dot{P}_m(t) \\ \dot{Q}_m(t) \end{bmatrix}, \quad x_m(t) = \begin{bmatrix} P_m(t) \\ Q_m(t) \end{bmatrix},$$

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{c_2^2}{F_2 l_i} \\ -\dfrac{F_2}{l_i} & -2a_2(\lambda_i) \end{bmatrix}, \qquad B_m = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{c_2^2}{F_2 l_i} \\ \dfrac{F_2}{l_i} & 0 \end{bmatrix},$$

$$u_c = \begin{bmatrix} P_c(t) \\ Q_c(t) \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{c_2^2}{F_2 l_1} \\ -\dfrac{F_2}{l_i} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{pl} \\ Q_{pl} \end{bmatrix}, \quad m = \overline{1, n},$$

$$, i = \overline{1, 2}, \ \ c = \overline{0, n-1}.$$

HMƏ boru kəmərlərinin bütün uzunluğu boyunca müxtəlif hissələrdə fərqli olduğunu qəbul edib fərz edək ki, qazlift quyularının NKB-sində λ_m $(m = \overline{1, n})$ hidravlik müqavimət əmsalı $0 \le \lambda_m \le 1$ intervalında dəyişir. Fərz edək ki, NKB-nın fərqli hissələrindən götürülən statistik verilənlərdən λ_m $(m = \overline{1, n})$ HMƏ məlumdur,

$Q_0^{S,St}$ -quyunun girişində vurulan qaz, $Q_n^{S,St}$-quyunun çıxışındakı debitdir, $S = \overline{1,k}$ (S–statistik verilənlərin sayıdır). Bu halda hər bir $Q_0^{S,St}$ üçün (45)-i həll edib $Q_n^s(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, T)$ hesablayıb tapa bilərik. Beləliklə, məsələ λ_m–lərin ($i = \overline{1,m}$) elə qiymətlərinin tapılmasındadır ki, bu qiymətlərdə

$$I(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = \sum_{s=1}^{k} \left[Q_n^s(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, T) - Q_n^{S,St}\right]^2 \qquad (47)$$

kvadratik funksionalı minimal qiymət almış olsun.

(46) sistemini $x_m(0) = \begin{bmatrix} P_m(0) \\ Q_m(0) \end{bmatrix}$, $m = \overline{1,n}$ başlanğıc şərtləri ilə $[(0\ l_1),\ (l_1 l_2), \dots, (l_{n-1} l_n)]$, $(l_n = l)$ parçalarında həll edərək, (46) sisteminin ümumi həllini alarıq:

$$x_n(t) = e^{A_n t} x_n(0) + \sum_{m=1}^{n-1} (-1)^m \left(\prod_{j=n}^{m+1} A_j^{-1} B_j \left(E - e^{A_j t}\right) \right) e^{A_i t} x_i(0) +$$

$$+(-1)^n \left(\prod_{m=1}^{n} A_m^{-1} B_m (E - e^{A_m t}) \right) u_0 + \qquad (48)$$

$$+(-1)^n \left(\prod_{m=2}^{n} A_m^{-1} B_m (E - e^{A_m t}) \right) \left(A_1^{-1} (E - e^{A_i t}) \right) V,$$

burada E-vahid matrisdir.

(48)-in həllindən

$$Q_n(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, T) = J x_n(T), \qquad (49)$$

şəklində tapılır, burada $J = [0\ \ 1]'$. (48) və (49)-u (47)-də nəzərə alsaq,

$$I = \sum_{s=1}^{k} \left[Q_n^s(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, T) - Q_n^{S,St}\right]^2 = \sum_{s=1}^{k} \left[J x_n^s(\,T) - Q_n^{S,St}\right]^2 =$$

$$= \sum_{s=1}^{k} \left[J e^{A_n T} x_n^S(0) + J \sum_{m=1}^{n-1} (-1)^m \left(\prod_{j=n}^{m+1} A_j^{-1} B_j \left(E - e^{A_j t}\right) \right) e^{A_i T} x_i^s(0) + \right.$$

$$+J(-1)^n \left(\prod_{m=1}^{n} A_m^{-1} B_m (E - e^{A_m T})\right) u_0 + \qquad (50)$$

$$+J(-1)^n\left(\prod_{m=2}^{n} A_m^{-1}B_m(E-e^{A_mT})\right)\left(A_1^{-1}(E-e^{A_1T})\right)V-Q_n^{S,St}\Bigg]^2$$

ifadəsini alarıq. (46) - (47) optimallaşdırma məsələsini həll etmək üçün $I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)$ funksionalının qradiyentini tapırıq və onu sıfıra bərabər edirik. $I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)$ üçün qradiyent vektorunu analitik hesablamaq praktiki olaraq mümkün olmadığı üçün, $\partial I/\partial\lambda_i\,, i=\overline{1,n}$ törəmələrini hesablayarkən aşağıdakı ifadələrdən istifadə edirik:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)}{\partial\lambda_1}\approx\dfrac{I(\lambda_1+h_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)-I(\lambda_1-h_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)}{2h_1},\\ \dfrac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)}{\partial\lambda_2}\approx\dfrac{I(\lambda_1,\lambda_2+h_2,\dots,\lambda_n)-I(\lambda_1,\lambda_2-h_2,\dots,\lambda_n)}{2h_2},\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ \dfrac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)}{\partial\lambda_n}\approx\dfrac{I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n+h_n)-I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n-h_n)}{2h_n},\end{cases}\qquad(51)$$

burada $h_i,\ i=\overline{1,n}$ kifayət qədər kiçik parametrlərdir.

Beləliklə, λ_i $(i=\overline{1,n})$ HMƏ-nin tapılması üçün aşağıdakı alqoritm qurulur:

Alqoritm

1. (46) sisteminin başlanğıc verilənləri və parametrləri daxil edilir;
2. $Q_0^{S,St}$, $Q_n^{S,St}$ statistik verilənləri daxil edilir;
3. (49)-dən $Q_n(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n,T)$ təyin edilir;
4. (50) funksionalı qurulur;
5. (51)-in köməkliyi ilə

$$\frac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)}{\partial\lambda_1}=0,\quad \frac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)}{\partial\lambda_2}=0,\dots,$$
$$\frac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)}{\partial\lambda_n}=0$$

tənliklərinin həlləri tapılır;

6. Kifayət qədər kiçik ε üçün

$$\left|\frac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)}{\partial\lambda_1}\right|<\varepsilon,\quad\dots,\left|\frac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)}{\partial\lambda_n}\right|<\varepsilon$$

şərtləri yoxlanılır, əgər şərt ödənirsə, hesablama dayandırılır, əks halda h_i-ni ($i = \overline{1, n}$) azaldaraq 5 addımına keçilir.

İkinci fəsilin **ikinci paraqrafında** neft çıxarılması zamanı boru kəmərlərinin müxtəlif hissələrində hidravlik müqavimət əmsalının tapılması üçün asimptotik üsul təklif olunmuşdur. Burada qaz-maye qarışığının qaldırıcı qurğuda hərəkətini təsvir edən hiperbolik tənliklər sisteminin zamana görə ortalaşmış qeyri-xətti adi diferensial tənliyə baxılır:

$$\dot{Q} = \frac{2a\rho F Q^2}{c^2\rho^2 F^2 \mu - Q^2}, \quad Q(0) = Q_0 , \tag{52}$$

Burada c-qaz və qaz-maye qarışığında səsin sürəti; $2a = \frac{g}{\omega_c} + \frac{\lambda \omega_c}{2D}$; g , λ- qazda və qaz-maye qarışığında (QMQ) hidravlik müqavimətdir; ω_c - uyğun olaraq halqavari fəzada və qaldırıcı qurğuda qaz və qarışığın en kəsiyinə görə ortalaşmış hərəkət sürəti, D– halqavari fəzanın və qaldırıcı qurğunun daxili effektiv diametrləri, $\rho\omega_c = \frac{Q}{F}$, $Q = \rho\omega_c F$ - halqavari fəzada vurulan qazın və qaldırıcı qurğuda qaz-maye qarışığının kütlə sərfi, Q– qaz və qaz-maye qarışığının həcmi, F - nasos-kompressor borularının oxlar üzrə sabit olan en kəsiyinin sahəsidir.

Tutaq ki, qazlift quyusunun l uzunluqlu qaldırıcı qurğusu (yəni $[l, 2l]$ parçası) $[l_i, l_{i+1}]$ $(i = 1,2,\ldots, m-1)$ kimi m hissəyə bölünmüşdür və QMQ-nin hər bir $[l_i, l_{i+1}]$ intervalında hərəkəti (52) qeyri-xətti adi diferensial tənliklər sisteminin köməyi ilə təsvir olunur, harada ki, $Q(l+0) = Q_l$, λ_i isə hər bir $[l_i, l_{i+1}]$ parçasında HMƏ-dir.

İndi də fərz edək ki, başlanğıc verilənlərin (yəni obyekt üzərində müşahidələr aparan zaman modelin ölçülən parametrlərinin)

$$Q^j(l+0) = \tilde{Q}_l^j, \; j = \overline{1,k} \tag{53}$$

və onlara uyğun qaldırıcının sonundakı $\tilde{Q}_{2l}^{j}$ debitinin statistik verilənlərinin k sayda qiyməti mövcuddur. QMQ-nın hərəkəti kəsilməz olduğundan,

$$Q(l_{i+1}+0)=Q(l_{i+1}-0) \tag{54}$$

qəbul etmək olar. Burada hər bir $[l_i, l_{i+1}]$ parçasında HMƏ-nin elə $\lambda_i (i=1,...,m)$ qiymətlərini tapmaq tələb olunur ki, qaldırıcının $x=2l$ sonunda (52) tənliyinin $Q(2l)=Q_{2l}$ həllinin və verilmiş $\tilde{Q}_{2l}^{j}$ son qiymətinin fərqi minimal olsun. Belə identifikasiya məsələsinin həlli üçün ən kiçik kvadratlar üsulundan və

$$J=\sum_{j=1}^{k}\left(Q^{j}(2l)-\tilde{Q}_{2l}^{j}\right)^{2}+\alpha(a_1^2+a_2^2+...+a_m^2) \tag{55}$$

kvadratik funksionalından istifadə edə bilərik.

(52) - (55) məsələsinin həllinin tapılması çətin olduğu üçün[1], ümumi halda (52)-dən μ kiçik parametrini istifadə etməyə çalışaq və onun $O(\varepsilon)$ tərtibli həllini asimptotik şəkildə tapaq.

$[l_i, l_{i+1}]$ intervalında (52) tənliyinin $\mu=0$ kiçik parametrinin yaxın ətrafında həllini birinci yaxınlaşmada

$$Q(x,\mu)=\left(Q_{li}^{j}-2a\rho Fx\right)+\frac{2a_i c^2\rho^2F^3}{2a_i\rho FxQ_{li}-Q_{li}^2}\mu \tag{56}$$

şəklində tapmaq olar. Bu ifadədən istifadə etməklə riyazi induksiya ilə göstərmək olar ki, μ kiçik parametrinə nəzərən birinci yaxınlaşmada $Q(l_m)=Q(2l)$ üçün

[1]Aliev, F.A. Asymptotic method for finding the coefficient of hydraulic resistance in lifting of fluid on tubing. F.A. Aliev, N.A. Ismailov, A.A. Namazov. Journal of Inverse and İLL-Posed Problems,Vol.5, - 2015. - pp.511 -518.

$$Q(2l)=\left(Q_l-2a_1\rho Fl_1-2a_2\rho Fl_2-...-2a_m\rho Fl_m\right)+$$
$$+\left(\frac{2a_1c^2\rho^2F^3}{2a_1\rho Fl_1Q_l-Q_l^2}+\frac{2a_2c^2\rho^2F^3}{2a_2\rho Fl_2(Q_l-2a_1\rho Fl_1)-(Q_l-2a_1\rho Fl_1)^2}+\right. \tag{57}$$
$$+\frac{2a_3c^2\rho^2F^3}{2a_3\rho Fl_3(Q_l-2a_1\rho Fl_1-2a_2\rho Fl_2)-(Q_l-2a_1\rho Fl_1-2a_2\rho Fl_2)^2}+...+$$
$$\left.+\frac{2a_mc^2\rho^2F^3}{2a_m\rho Fl_m(Q_l-2a_1\rho Fl_1-2a_2\rho Fl_2-...-2a_{m-1}\rho Fl_{m-1})-(Q_0-2a_1\rho Fl_1-...-2a_{m-1}\rho Fl_{m-1})^2}\right)\mu$$

ifadəsini alarıq. Bunu (55)-də nəzərə alsaq və μ^2 vuruğunun daxil olduğu hədləri atsaq, J funksionalı üçün μ kiçik parametrinə nəzərən birinci yaxınlaşmada aşağıdakı asimptotik ifadəni alarıq:

$$J=\sum_{j=1}^{k}\left(Q_0^j-Q_{2l}^j-2\sum_{i=1}^{m}a_i\rho Fl_i\right)^2+2\left(Q_0^j-Q_{2l}^j-2\sum_{i=1}^{m}a_i\rho Fl_i\right)\times$$
$$\times\left(\frac{2a_1c^2\rho^2F^3}{2a_1\rho Fl_1Q_0^j-Q_0^{j^2}}+\sum_{i=2}^{m-1}\frac{2a_2c^2\rho^2F^3}{2a_i\rho Fl_i\left(Q_0^j-2\sum\limits_{i=1}^{m-1}a_i\rho Fl_i\right)-\left(Q_0^j-2\sum\limits_{i=1}^{m-1}a_i\rho Fl_i\right)^2}\right)\mu. \tag{58}$$

Bundan sonra (58) funksionalının qradiyentini hesablayıb sıfıra bərabər edib a_i-ləri tapa bilərik. Alınmış tənliklər qeyri-xətti olduğundan, həlləri

$$\tilde{a}_i=a_i^0+\mu a_i^1 \tag{59}$$

şəklində axtarırıq. Müəyyən çevirmələrdən sonra həm a_i^0, həm də a_i^1-nin tapılması üçün xətti cəbri tənliklər sistemi alırıq. Onları tapıb $\tilde{a}_i$-ləri (59)-dan təyin etdikdən sonra λ_i HMƏ-nin hesablanması üçün

$$\lambda_i=\frac{2a_iD}{\omega}-\frac{2gD}{\omega^2} \tag{60}$$

ifadəsindən istifadə edə bilərik.

İşdə $[0,l]$ parçası iki hissəyə bölündüyü halda, yəni $m=2$ olduqda alınan nəticələr konkret misalla illüstrasiya edilmişdir. α-nın müxtəlif qiymətlərində $\lambda_1(\alpha),\lambda_2(\alpha)$ üçün aşağıdakı cədvəli alırıq.

Cədvəl: Hidravlik müqavimət əmsalının qiymətləri

α	10^{-2}	10^{-4}	10^{-6}	10^{-8}
$\lambda_1(\alpha)$	0.31034224164	0.31034250636	0.31037253624	0.3103433332
$\lambda_2(\alpha)$	0.31029078492	0.30646617497	0.12635629573	0.09170523594

Cədvəldən görünür ki, α-nın kifayət qədər kiçik qiymətində nəticələr 10^{-2} dəqiqliyi ilə məlum nəticələr ilə üst-üstə düşür.

İkinci fəsilin **üçüncü paraqrafında** kəsr tərtibli diferensial tənliklərin həlli üsulları araşdırılır. Bu da onunla bağlıdır ki, neftin çıxarılması, metallurgiya sənayesinin müxtəlif problemləri üçün riyazi modellər kəsr tərtibli operator diferensial tənliklərlə daha adekvat təsvir edilir. Bu işlərdə uyğun məsələlərin riyazi modelləri əsasən kəsr tərtibli operator diferensial tənliklə təsvir olunan maye dempferli rəqs sistemlərinin tənliklərinə söykənir.

İndi isə fərz edək ki, maye dempferli rəqs sistemlərinin hərəkətini təsvir edən

$$y''(t) + aD^{\alpha}y(t) + by(t) = f(t), t\epsilon(t_0, T) \tag{61}$$

tənliyi verilmlşdir, burada a, b əmsalları həqiqi sabit ədədlər, $t_0 > 0,\ f(t) -$ verilmiş həqiqi kəsilməz funksiyadır.

Aşağıdakı sərhəd şərtlərinə, yəni periodik sərhəd şərtlərinə baxaq:

$$y(t_0) = y(T), \quad y'(t_0) = y'(T). \tag{62}$$

Burada məqsəd (61), (62) sərhəd məsələsinin həllini tapmaqdan ibarətdir.

Tutaq ki, (61)-də $\alpha = \frac{P}{q} \in (1,2)$, burada p və q natural ədədlərdir. Bu halda (61)-də aşağıdakı çevirməni aparaq:

$$\begin{aligned}
&y(t) = z_1(t),\\
&D^{1/q}y(t) = D^{1/q}z_1(t) = z_2(t),\\
&D^{2/q}y(t) = D^{2/q}z_1(t) = D^{1/q}z_2(t) = z_3(t),\\
&\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots\\
&D^{\frac{p-1}{q}}y(t) = D^{\frac{p-1}{q}}z_1(t) = \cdots = D^{\frac{1}{q}}z_{p-1}(t) = z_p(t),\\
&\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots
\end{aligned} \tag{63}$$

$$D^{\frac{2q-1}{q}}y(t) = D^{\frac{2q-1}{q}}z_1(t) = \cdots = D^{1/q}z_{2q-1}(t) = z_{2q}(t),$$

$$y''_{(t)} = D^{\frac{2q}{q}}y(t) = D^{\frac{2q}{q}}z_1(t) = \cdots = D^{1/q}z_{2q}(t) =$$
$$= f(t) - a\, z_{p+1}(t) - b\, z_1(t),$$

(63) sistemini matris şəklində aşağıdakı kimi təsvir etmək olar:

$$D^{1/q}z(t) = Az(t) + B(t), \tag{64}$$

burada

$$z(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_{p+1}(t) \\ \vdots \\ z_{2q}(t) \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} \overbrace{0\ 1\ 0 \ldots 0}^{P+1} \ldots 0\ 0 \\ 0\ 0\ 1 \ldots 0 \ldots\ \ 0\ 0 \\ 0\ 0\ 0 \ldots 0 \ldots\ 0\ 1 \\ -b\ 0\ 0 \ldots -a \ldots\ 0\ 0 \end{bmatrix}, B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ f(t) \end{bmatrix} \tag{65}$$

və o periodik sərhəd şərtlərinə malikdir:

$$z(t_0) = z(T). \tag{66}$$

Qeyd edək ki, (66) sərhəd şərtləri özündə həm də (62) sərhəd şərtlərini saxlayır. İsbat etmək olar ki, qoyulmuş (64), (66) sərhəd məsələsi korrektdir.

(64) sisteminin həllini naməlum əmsallı sürüşmüş Mittaq-Leffler funksiyası şəklində axtaracağıq

$$z(t) = \sum_{k=1}^{\infty} z_k \frac{t^{-1+\frac{k}{q}}}{(-1+\frac{k}{q})!}, \tag{67}$$

burada z_k əmsalları naməlum sabit vektorlardır.

$\frac{1}{q}$ tərtibli törəmələri hesablayaq:

$$D^{1/q}z(t) = \sum_{k=1}^{\infty} z_k \frac{t^{-1+\frac{k-1}{q}}}{(-1+\frac{k-1}{q})!}. \tag{68}$$

$k - 1 = m$ işarələməsini qəbul etsək, (68)-dən alarıq:

$$D^{1/q}z(t) = \sum_{m=0}^{\infty} z_{m+1}\frac{t^{-1+\frac{m}{q}}}{(-1+\frac{m}{q})!} = z_1\frac{t^{-1}}{(-1)!} + \sum_{m=1}^{\infty} z_{m+1}\frac{t^{-1+\frac{m}{q}}}{(-1+\frac{m}{q})!}.$$

Göründüyü kimi, $t^{-1}/_{-1!} = \delta(t)$ və nəzərə alaq ki, $t > t_0 > 0$, $\delta(t) = 0$. Ona görə də yuxarıdakı ifadədə birinci toplanan sıfıra bərabərdir. Daha sonra $k-1 = m$ işarələməsini qəbul etsək, (68) və (67)-nı müəyyən çevirmələrlə (64)-də nəzərə alsaq,

$$\sum_{m=1}^{\infty} z_{m+1}\frac{t^{-1+\frac{m}{q}}}{\left(-1+\frac{m}{q}\right)!} =$$

$$= A\sum_{m=1}^{\infty} z_m\frac{t^{-1+\frac{m}{q}}}{\left(-1+\frac{m}{q}\right)!} + \sum_{m=1}^{\infty} B_m\frac{t^{-1+\frac{m}{q}}}{\left(-1+\frac{m}{q}\right)!} \tag{69}$$

alarıq, (69)-dakı $\frac{t^{-1+\frac{m}{q}}}{(-1+\frac{m}{q})!}$ funksiyası m-in müxtəlif qiymətlərində xətti asılı olmayan funksiyalar olduğundan,

$$z_{m+1} = A\ z_m + B_m\ ,\ m \geq 1 \tag{70}$$

münasibətini alırıq.

Onda (64) sisteminin ümumi həlli aşağıdakı şəklə malik olaçaqdır:

$$z(t) = \sum_{k=1}^{\infty}\left[A^{k-1}z_1 + \sum_{S=1}^{k-1} A^{k-1-S}B_S\right]\frac{t^{-1+\frac{k}{q}}}{(-1+\frac{k}{q})!} \tag{71}$$

burada z_1 naməlum sabit vektoru uyğun sərhəd şərtlərindən təyin olunur.

(71) ümumi həllini (66) sərhəd şərtində yazsaq,

$$z(t_0) = \sum_{k=1}^{\infty}\left[A^{k-1}z_1 + \sum_{S=1}^{k-1} A^{k-1-S}B_S\right]\frac{t_0^{-1+\frac{k}{q}}}{\left(-1+\frac{k}{q}\right)!} =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty}\left(A^{k-1}z_1 + \sum_{S=1}^{k-1} A^{k-1-S}B_S\right)\frac{T^{-1+\frac{k}{q}}}{(-1+\frac{k}{q})!} = z(T) \tag{72}$$

alarıq.

Alınmış tənliyi z_1-ə nəzərən qruplaşdırsaq,

$$\sum_{k=1}^{\infty} A^{k-1}\left(\frac{t_0^{-1+\frac{k}{q}}-T^{-1+\frac{k}{q}}}{\left(-1+\frac{k}{q}\right)!}\right)z_1=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{k-1} A^{k-1-s}B_s\frac{T^{-1+\frac{k}{q}}-t_0^{-1+\frac{k}{q}}}{\left(-1+\frac{k}{q}\right)!} \qquad (73)$$

alarıq. Tutaq ki, (73) tənliyinin sol hissəsində z_1 əmsalı cırlaşmamışdır, yəni

$$\det\sum_{k=1}^{\infty} A^{k-1}\frac{t_0^{-1+\frac{k}{q}}-T^{-1+\frac{k}{q}}}{\left(-1+\frac{k}{q}\right)!}\neq 0 \qquad (74)$$

Onda (73) –dən $z_1$üçün aşağıdakı münasibəti alarıq

$$z_1=\left[\sum_{k=1}^{\infty} A^{k-1}\frac{t_0^{-1+\frac{k}{q}}-T^{-1+\frac{k}{q}}}{\left(-1+\frac{k}{q}\right)!}\right]^{-1}\left[\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{k-1} A^{k-1-s}B_s\frac{T^{-1+\frac{k}{q}}-t_0^{-1+\frac{k}{q}}}{\left(-1+\frac{k}{q}\right)!}\right]. \qquad (75)$$

(75)-dən z_1–i (64) sisteminin (71)-də verilmiş ümumi həllində nəzərə alsaq, (64) - (66) sərhəd məsələsinin periodik həllini aşağıdakı şəkildə alarıq:

$$z(t)=\sum_{k=1}^{\propto}\left\{A^{k-1}\left[\sum_{l=1}^{\infty}A^{l-1}\frac{t_0^{-1+\frac{l}{q}}-T^{-1+\frac{l}{q}}}{\left(-1+\frac{l}{q}\right)!}\right]^{-1}\times\right.$$

$$\left.\mathrm{x}\left[\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{l-1}A^{l-1-s}B_s\frac{T^{-1+\frac{l}{q}}-t_0^{-1+\frac{l}{q}}}{\left(-1+\frac{l}{q}\right)!}\right]+\sum_{s=1}^{k-1}A^{k-1-s}B_s\right\}\frac{t^{-1+\frac{k}{q}}}{\left(-1+\frac{k}{q}\right)!}. \qquad (76)$$

Beləliklə, aşağıdakı nəticəyə gəlirik.

Teorem: (65) şəklində verilmiş A, B və (74) şərti daxilində (64) - (66) sərhəd məsələsinin (76) şəklində təsvir olunan periodik həlli mövcuddur.

İkinci fəsilin **dördüncü paraqrafında** eyni layı əhatə edən quyular üzrə statistik göstəricilərin toplanması və məlumat bazasının formalaşdırılmasına baxılmışdır.

Adətən bu və ya digər obyekti təsvir edən modelin yaradılması bu obyektin müşahidələri zamanı toplanan giriş-çıxış parametrlərinə (yaxud yaradılmış verilənlər bazasına) əsaslanır. Riyazi modelin yaradılması iki üsulla (və ya bu üsulların kombinasiyası ilə) həyata keçirilir.

Birinci üsulda sistem elə alt sistemlərə bölünür ki, onların xassələri və xüsusiyyətləri əvvəllər aparılmış və ya toplanmış təcrübə və müşahidələrdən məlum olsun. Bu alt sistemlərin riyazi nöqteyi-nəzərdən formal şəkildə birləşməsi sonda bütün sistemin riyazi modelinin formalaşmasına gətirib çıxarır. Bu cür yanaşma çərçivəsində obyektin riyazi modelinin qurulmasında təcrübələrə ehtiyac yoxdur, yəni bu halda hər şey "təbiət qanunlarına" uyğun gəlir. Bu halda, riyazi modelləşdirmə prosedurları konkret tətbiqi riyazi problemdən asılıdır və adətən nəzərdən keçirilən tətbiq sahəsinin adət edilmiş spesifik xüsusiyyətləri ilə müəyyən edilir.

Riyazi modelin qurulmasının başqa bir üsulu eksperimentlər zamanı çıxarılan və ya toplanan materiallara əsaslanır. Bu zaman giriş-çıxış siqnallarının nəticələri əsasında qurulmuş verilənlər bazasını emal etməklə model formalaşdırılır, və bu üsul identifikasiya üsuludur. Sistemin identifikasiyası, yəni müşahidələrə əsaslanan modelin qurulması üç əsas komponentdən ibarətdir.

- Verilənlər;
- Prosesi təsvir edən modellər;
- Təcrübələr əsasında təsdiq edilmiş modelin qiymətləndirilməsi və ya seçilməsi.

Birinci mərhələdə quyuların statistik məlumatları emal edilmiş və modelin nəticələri ilə müqayisə edilmiş və aşağıdakı işlər həyata keçirilmişdir. İnformasiyanın (müşahidələrin və ya statistik göstəricilərin) inkişafı həm riyazi hesablamaların tətbiqi praktikasında, həm də maliyyə-iqtisadi hesablamalarda mühüm rol oynayır[2]. Siqnalların və müşahidələrin işlənməsi MATLAB paketində bəzi alqoritmlərin köməyi ilə həyata keçirilir[3].

---

[2] Davis, C.J., Statistics and data analysis in geology, John Wiley and Sons. / C.J. Davis. Inc. - Canada, - 1986.

[3] Draper, N.R. Applied regression analysis, John Wiley and Sons. / N.R. Draper, H. Smith. - 1966.

Yuxarıda qeyd olunanların hamısı 1976-2012-ci illər üzrə ARDNŞ-nin Nəriman Nərimanov adına idarəsinin quyusunun statistik göstəriciləri əsasında həyata keçirilmişdir. Bu statistika üzərində bəzi qruplaşmalar aparılıb, onlar cədvəl şəklində verilmiş və MATLAB paketində aşağıdakı formada öz əksini tapmışdır.

Dissertasiya işinin **üçüncü fəsli** verilən oblastın bir hissəsində periodik olan optimallaşdırma məsələsinə həsr olunmuşdur. Qeyd etmək lazımdır ki, bu tip məsələlər neft hasilatında istifadə olunan qazlift üsulunun riyazi modellərinin yaradılmasında istifadə oluna bilər. Başqa sözlə, bu məsələ qazlift üsulunda optimal proqram trayektoriyasının və idarəedicinin qurulmasında uyğun alqoritimlərin işlənməsini təmin edir.

Üçüncü fəslin **birinci paraqrafında** neft quyularının qazlift üsulu ilə istismarının idarəetmə sistemlərinin qurulması məsələsi nəzərdən keçirilir. Bu məsələnin həlli üçün zamana görə ortalama vasitəsilə xüsusi törəməli qeyri-xətti diferensial tənliklərdən alınmış bağlanğıc şərtli qeyri-xətti adi diferensial tənliklər tədqiq olunur. Onun üçün optimal idarəetmə məsələsi qoyulur və qoyulmuş məsələ üçün proqram trayektoriyalar və idarəetmələr tapılır. Bu tapılmış proqram trayektoriyalar və idarəetmə ətrafında uyğun stabilizasiya məsələsi sonrakı mərhələdə həll olunur.

Üçüncü fəslin **ikinci paraqrafında** idarəedici parametrinin başlanğıc şərtə daxil edildiyi qismən dövri optimal idarəetmə məsələsi nəzərdən keçirilir. Elə optimallaşdırma məsələsinə baxılır ki, burada obyektin $[0,2l]$ parçasında hərəkəti uyğun olaraq $[0,l)$ və $(l,2l]$ intervallarında müxtəlif diferensial tənliklərlə təsvir olunur, l nöqtəsində isə həll sonlu-fərqlər tənliklərini ödəyir. Bundan əlavə, orta (l) və son $(2l)$ nöqtələri periodik şərtlə bağlıdır. Tutaq ki, $[0,l]$ parçasında obyektin hərəkəti aşağıdakı diferensial və sonlu-fərqlər tənlikləri sistemi ilə təsvir olunur:

$$\dot{y}(x) = f_1(y(x),x), \qquad y(0) = u\,, \quad 0 < x < l, \tag{77}$$

$$y(l+0) = F_\delta y(l-0) + V\,, \qquad x = l, \tag{78}$$

$$\dot{y}(x) = f_2(y(x),x), \qquad l < x < 2l\,, \tag{79}$$

burada $y - n$ ölçülü faza vektoru u–idarəedici təsir rolu oynayan n ölçülü sabit vektor, F_δ - $n \times n$ ölçülü sabit matris, V- n ölçülü sabit vektor, f_1, f_2 isə n ölçülü vektor-funksiyalar, eyni zamanda hissə-hissə kəsilməz funksiyalardır, x arqumentdir.

Elə u tapmaq tələb olunur ki,

$$J = u^T R u + y^T(l-0) Q y(l-0) + \int_0^{2l} L(y(x), x) dx \qquad (80)$$

funksionalı

$$y(l+0) = y(2l), \qquad (81)$$

faza vektoruna nəzərən qismən periodiklik şərti daxilində minimal qiymət almış olsun, burada $R = R^T > 0$, $Q = Q^T \leq 0$ - $n \times n$ ölçülü sabit matrislər, $L(y(x), x)$ - verilmiş funksiya, T transponirə əməliyyatıdır. Genişləndirilmiş funksionalı qurub qaradiyentini sıfıra bərabər etsək

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial u} = 2Ru - \lambda(0) = 0, \qquad (82)$$

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial y} = \dot{\lambda}(x) + \frac{\partial L}{\partial y} - \lambda^T(x) \frac{\partial f_1}{\partial y} = 0, \quad 0 < x < (l-0) \qquad (83)$$

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial y} = \dot{\lambda}(x) + \frac{\partial L}{\partial y} - \lambda^T(x) \frac{\partial f_2}{\partial y} = 0, \quad (l+0) < x < 2l \qquad (84)$$

$$\begin{cases} \lambda(l-0) = Qy(l-0) + F_\delta^T \lambda(l+0) \\ y(l+0) = F_\delta y(l-0) + V \end{cases} \qquad (85)$$

$$\lambda(l+0) = \lambda(2l) \qquad (86)$$

Eyler-Laqranj tənliklər sistemini alarıq.

(82)-dən idarəetməni

$$u = \frac{1}{2} R^{-1} \lambda(0) \qquad (87)$$

şəklində tapırıq və onu (77), (79) və (83), (84)-də nəzərə alaraq, $(0, l)$ intervalında

$$\left.\begin{aligned}&\dot{y}(x) = f_1(y(x), x), \quad y(0) = \frac{1}{2}R^{-1}\lambda(0),\\ &\dot{\lambda}(x) = -\frac{\partial L}{\partial y} + \lambda^T \frac{\partial f_1}{\partial y},\end{aligned}\right\} \tag{88}$$

$(l, 2l)$ intervalında isə

$$\left.\begin{aligned}&\dot{y}(x) = f_2(y(x), x)\\ &\dot{\lambda}(x) = -\frac{\partial L}{\partial y} + \lambda^T \frac{\partial f_2}{\partial y}\end{aligned}\right\} \tag{89}$$

$2n$ diferensial tənliklər sistemini alırıq. Burada l nöqtəsində (85) diskret tənliyi və (86) sərhəd şərti şəklində kəsilmə baş verir.

Beləliklə, optimal sərhəd idarəetmə məsələsinin həlli üçün ayrılmamış sərhəd şərtli diferensial və sonlu-fərqlər tənliklər sistemi alınır və onu hər hansı ədədi üsullarla həll edərək y_{pr} optimal proqram trayektoriyasını və u_{pr} proqram idarəetməsini alırıq.

İndi isə uyğun xətti kvadratik məsələyə baxaq. Bu halda (77)-(79) sistemi

$$\dot{y}(x) = F_1(x)y(x) + V_1(x), \qquad y(0) = u, \qquad 0 < x < l, \tag{90}$$

$$y(l+0) = F_\delta y(l-0) + V_2, \tag{91}$$

$$\dot{y}(x) = F_2(x)y(x) + V_3(x), \qquad l < x < 2l \tag{92}$$

xətti tənlikləri ilə təsvir olunur, burada F_1, F_2 matrisləri və V_1, V_3 vektorları (77), (79) münasibətlərinin xəttiləşdirilməsindən alınır və uyğun ölçülərə malikdir. Əgər (80)-də $L(y(x), x) = y^T(x)Q_1(x)y(x)$ götürsək, onda (80) kvadratik funksionalı

$$J = u^T R u + y^T(l-0)Qy(l-0) + \int_0^l y^T(x)Q_1(x)y(x)dx \tag{93}$$

şəklinə düşər, burada $Q_1(x) = Q_1^T(x) \geq 0$, (81) qismən periodiklik şərti isə dəyişməz qalır. Bu halda uyğun Eyler-Laqranj tənlikləri matris şəklində

$$\begin{bmatrix}\dot{y}(x)\\ \dot{\lambda}(x)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}F_1(x) & 0\\ -Q(x) & -F_1'(x)\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}y(x)\\ \lambda(x)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}V_1(x)\\ 0\end{bmatrix}, \quad 0 < x < l-1 \tag{94}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{y}(x)\\ \dot{\lambda}(x)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}F_2(x) & 0\\ -Q(x) & -F_2'(x)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}y(x)\\ \lambda(x)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}V_3(x)\\ 0\end{bmatrix},\quad l+0<x<2l \quad (95)$$

kimi olacaqdır. (94) və (95) diferensial tənliklər sisteminin fundamental matrisləri W_1 və W_2 olarsa, onların həllərini aşağıdakı kimi təsvir etmək olar:

$$\begin{bmatrix}y(x)\\ \lambda(x)\end{bmatrix}=W_1(x,x_0)\cdot\begin{bmatrix}y(x_0)\\ \lambda(x_0)\end{bmatrix}+K_1(x,x_0),\quad 0<x<l-0,\quad (96)$$

$$\begin{bmatrix}y(x)\\ \lambda(x)\end{bmatrix}=W_2(x,x_0)\cdot\begin{bmatrix}y(x_0)\\ \lambda(x_0)\end{bmatrix}+K_2(x,x_0),\quad l+0<x<2l,(97)$$

burada

$$K_1(x,x_0)=\int_{x_0}^{x}W_1(x,t)\begin{bmatrix}V_1(t)\\ 0\end{bmatrix}dt, \quad (98)$$

$$K_2(x,x_0)=\int_{x_0}^{x}W_2(x,t)\begin{bmatrix}V_3(t)\\ 0\end{bmatrix}dt\ . \quad (99)$$

Beləliklə, (96) və (97)-dən

$$\begin{bmatrix}y(l-0)\\ \lambda(l-0)\end{bmatrix}=W_1(l-0,0)\cdot\begin{bmatrix}y(0)\\ \lambda(0)\end{bmatrix}+K_1(l-0,0), \quad (100)$$

$$\begin{bmatrix}y(2l)\\ \lambda(2l)\end{bmatrix}=W_2(2l,l+0)\cdot\begin{bmatrix}y(l+0)\\ \lambda(l+0)\end{bmatrix}+K_2(2l,l+0) \quad (101)$$

alarıq.

(100), (101) tənliklərinə (81) tənliyini, (85)-in birinci tənliyini, eləcə də (86) və (91)-i əlavə etsək, $8n$ sayda $y(0)$, $\lambda(0)$, $y(l-0)$, $\lambda(l-0)$, $y(l+0)$, $\lambda(l+0)$, $y(2l)$, $\lambda(2l)$ məchullu $8n$ tənlikdən ibarət tənliklər sistemini alarıq

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & E & 0 & -E & 0 \\ 0 & 0 & -Q & E & 0 & -F_\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E & 0 & -E \\ 0 & 0 & -F_\delta & 0 & E & 0 & 0 & 0 \\ -W_{11}^1 & -W_{12}^1 & E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -W_{21}^1 & -W_{22}^1 & E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -W_{11}^2 & -W_{12}^2 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -W_{21}^2 & -W_{22}^2 & 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(0) \\ \lambda(0) \\ y(l-0) \\ \lambda(l-0) \\ y(l+0) \\ \lambda(l+0) \\ y(2l) \\ \lambda(2l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_2 \\ K_1^1 \\ K_2^1 \\ K_1^2 \\ K_2^2 \end{bmatrix} \quad (102)$$

burada

$$W_1(l-0,0) = \begin{bmatrix} W_{11}^1 W_{12}^1 \\ W_{21}^1 W_{22}^2 \end{bmatrix}, \qquad W_2(2l, l+0) = \begin{bmatrix} W_{11}^2 W_{12}^2 \\ W_{21}^2 W_{22}^2 \end{bmatrix},$$

$$K_1(l-0,0) = \begin{bmatrix} k_1^1 \\ k_2^1 \end{bmatrix}, \qquad K_1(2l, l+0) = \begin{bmatrix} k_1^2 \\ k_2^2 \end{bmatrix}$$

işarələmələri aparılmışdır.

Əgər bu sistemin baş determinantı sıfırdan fərqlidirsə, onda məchullar üçün yeganə qiymətlər alarıq. Beləliklə, biz $y(0)$ və $\lambda(0)$-ı tapmış oluruq. Onda (87)-dən optimal idarəetmə alırıq ki, biz bunu proqram optimal idarəetmə hesab edəcəyik. Sonra (88) tənliyini $y(0)$ və $\lambda(0)$ başlanğıc verilənlər daxilində həll etsək, $y(x)$ və $\lambda(x)$ funksiyalarının $(0,\ l-0)$ intervalında qiymətlərini tapırıq, sonra (85) münasibətindən istifadə edərək, $y(l+0)$ və $\lambda(l+0)$-ı tapırıq. Daha sonra, bu qiymətləri (89) tənliyindən başlanğıc verilənlər kimi istifadə edərək $y(x)$ və $\lambda(x)$ funksiyalarının qiymətlərini artıq $(l+0,\ 2l)$ intervalında tapırıq. Beləliklə, məsələni həll edərək biz $y_{pr}(x)$ və u_{pr} proqram trayektoriyaları və idarəetməsini təyin edirik.

Üçüncü fəslin **üçüncü paraqrafında** başlanğıc idarəedici təsirlərə malik, hissəyə görə periodik diskret optimal idarəetmə məsələsinin ümumi şəkli nəzərdən keçirilir. Bu məsələnin həlli üçün diskret Eyler-Laqranj tənliyinin köməyilə proqram optimal trayektoriyalar və idarəetmələrin tapılması üçün alqoritm təklif olunur. Anoloji olaraq bu işin kəsilməz halına baxıla bilər.

Üçüncü fəslin **dördüncü paraqrafında** neft quyularının qazlift üsulu ilə istimarı zamanı sonsuz intervalda verilmiş proqram trayektoriya və idarəetmə ətrafında optimal stabilizasiya məsələsi daha böyük maraq kəsb edir ki, bu da qismən periodik optimallaşdırma məsələsinin həllinə gətirilir.

Fərz edək ki, halqavari fəzada qazın hərəkəti

$$y(0) = y_0 = u \tag{103}$$

başlanğıc şərtli

$$\dot{y} = F_1 y, \qquad 0 < x < l \tag{104}$$

xətti diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunur, burada l xəttində qazın laydakı neftlə qarışması

$$y(l+0) = F_\delta y_q(l-0) + F_\chi y_\chi(l-0) \tag{105}$$

ilə müəyyən olunur, maye-qaz qarışığının çıxışa verilməsi

$$\dot{y} = F_2 y, \qquad l < x < 2l \tag{106}$$

tənliyi ilə təsvir olunur.

Optimal stabilizasiya məsələsini aşağıdakı kimi qoyaq: qazın (104)-dən başlanğıc həcmi u –nu elə seçək ki,

$$J = u'Cu + \sum_{k=1}^{\infty} y'(kl+0)\, Q_1 y(kl+0) + \int_0^{\infty} y'(x) Q y(x) dx \tag{107}$$

kvadratik funksionalı

$$y(l+0) = y(2l) \tag{108}$$

və (103), (105), (106) qapalı sisteminin asimptotik dayanıqlılıq şərti daxilində ekstremal qiymət alsın.

Dissertasiya işində isbat olunur ki, (103) - (108) məsələsinin həllində

$$u = -C^{-1} F_\delta e^{F_1 l} F_\chi^{1-1} (S(l-0) Q_1) y(l-0) \tag{109}$$

olur, harda ki, $S = S(l-0) = S(2l)$ aşağıdakı cəbri Rikkati tənliyini ödəyir

$$S = \bar{\psi}(0,2) S [E + \bar{M}(0,2) S]^{-1} \bar{\psi}(0,2) + \bar{R}(0,2), \tag{110}$$

harada ki,

$$\left.\begin{aligned} \psi(0) = F_\chi, \quad \psi(1) = e^{F_2 l}, \\ M(0) = F'_\delta e^{F'_1 l} C^{-1} F_\delta e^{F_1 l}, \qquad M(1) = 0, \\ R(0) = Q_1, \quad R(1) = e^{F_2 l} H_2, \end{aligned}\right\} \tag{111}$$

$$\begin{cases} \bar{\psi}(0,2) = \psi(1) Q(0,1) \bar{\psi}(0,1), \quad \bar{\psi}(0,1) = \psi(0), \\ \bar{M}(0,2) = M(1) Q(0,1) \bar{M}(0,1) \psi'(1), \quad \bar{M}(0,1) = M(0), \\ \bar{R}(0,2) = \bar{R}(0,1) \bar{\psi}'(0,1) R(1) Q(0,1) \bar{\psi}(0,1), \quad \bar{R}(0,1) = R(0), \\ Q(0,1) = [E + \bar{M}(0,1) R(1)]^{-1} = [E + M(0) R(1)]^{-1}. \end{cases} \tag{112}$$

İsbat olunur ki, əgər

$$y(2l) = (E + M(0,2) S(2l))^{-1} \bar{\psi}(0,2) y(l-0) \tag{113}$$

sisteminin məxsusi ədədləri vahid çevrənin daxilində olarsa, onda (110) matris cəbri Rikkati tənliyinin müsbət müəyyən həlli var və tərsinə.

Matrisin məxsusi qiymətləri vahid dairə daxilində yerləşirsə, onda u matrisi də bu xüsusiyyətə malik olar. Buradan çıxır ki, $k \to \infty$ halında

$$y(2kl) \to 0, \tag{114}$$

bu isə o deməkdir ki, $k \to \infty$ halında

$$y(x) \to y_{pr}(x) \tag{115}$$

olur. Burada y_{pr} sonlu intervalda uyğun optimizasiya məsələsinin həllidir.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işində aparılan tədqiqatları yekunlaşdıraraq əsas nəticələr olaraq aşağıdakıları qeyd etmək olar:

1. Ayrılmayan sərhəd şərtli kəsilməz və diskret xətti kvadratik optimizasiya məsələsinin həlli üçün “qovma” alqoritminə əsaslanan yeni üsul verilmişdir ki, öncəkilərdən fərqli olaraq burada çox nöqtəli optimizasiya məsələlərində həmin nöqtələrdə keçid birqiymətli təyin olunur;

2. Nasos kompressor boruların müxtəlif hissələrində hidravlik müqavimət əmsalının təyini üçün alqoritm təklif olunur. Belə ki, uzaq məsafələrə neftin ötürülməsində bu üsül sadələşdirilərək kiçik parametr daxil etməklə asimptotik alqoritm kimi təklif olunur;

3. Maye dempferli rəqsvari sistemlər neftçıxarmaya tətbiq olunaraq ştanqlı nasos qurğusunda plungerin hərəkəti periodik rejimlə ifadə olunur və həll qurulması üçün alqoritm işlənilir;

4. Başlanğıc verilənlərlə idarə olunan kəsilməz və diskret sistemlərdə bir hissədə periodikliyi ödəyən optimizasiya məsələsinin həlli qurulur, uyğun alqoritm təklif olunur və neftçıxarmada qazlift üsulundan istifadə olunması təklif edilir;

5. Stasionar halda başlanğıc verilənlərlə idarə olunan optimal tənziməyicilərin qurulması məsələsinə baxılır və neftçıxarmaya tətbiq olunur.

6. Baxılan məsələlər həm kəsilməz, həm də diskret halda öz həllini tapır və müvafiq alqoritmlər təklif olunur.

Dissertasiya işinin mövzusuna dair dərc olunmuş elmi əsərlərin siyahısı:

1. Алиев Фикрет А., Исмаилов Н.А., Намазов А.А., Магаррамов И.А. Асимптотический метод определения коэффициента гидравлического сопротивления на разных участках трубопровода при добыче нефти // Proceedings of IAM, V.6, N.1, 2017, pp.3-15.

2. Магаррамов И.А., Гаджиева Н.С., Гаджиев С.К. Алгоритм решения задачи идентификации определения коэффициента гидравлического сопротивления на разных участках насосно-компрессорных труб в газлифтном процессе // Proceedings of IAM, V6., N2., 2017, pp.233-244.

3. Ismailov N.A., Aliev F.A., Maharramov I.A., Gasimova K.G. Summation the statistical indicators and forming the database for wells covering the same layer / The 6 International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, 11-13 July, 2018, Baku, Azerbaijan.

4. Алиев Ф.А., Муталлимов М.М., Магеррамов И.А., Ханбабаева М.Г. Новый алгоритм прогонки решения линейной квадратичной задачи оптимизации с неразделенными двухточечными краевыми условиями // Proceedings of IAM, V.7, N.2, 2018, pp.142-152.

5. Mutallimov M.M., Amirova L.I., Aliev Fikret A., Faradjova Sh.A., Maharramov I.A. Sweep algorithm for solving optimal control problem with multi-point boundary conditions // TWMS J. Pure Appl. Math. V.9, N.2, 2018, pp.243-246.

6. Магеррамов И.А. Численные алгоритмы решения задачи оптимизации с неразделенными краевыми условиями // Proceedings of IAM, V.9, N1, 2020, pp.72-82.

7. Aliev F.A., Mutallimov M.M., Huseynova N.Sh., Maharramov I.A.. One sweep algorithm: solution linear-quadratic optimization with unseparated two-point boundary conditions / Proceedings of the 7 th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, 26-28 August, 2020 Baku, Azerbaijan.

8. Maharramov I.A., Mirsaabov S.M. Numerical algorithm for solving the optimization problem with unseparated two-point boundary conditions / Proceedings of the 7 th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, 26-28 August, 2020 Baku, Azerbaijan.

9. Магаррамов И.А., Джафаров А.Г., Алиев Н.А., Алиев Ф.А. Метод нахождения периодического решения колебательных систем с жидкими демпферами // Proceedings of IAM, V.9, N.2, 2020, pp.140-149.

10. Aliev Fikret A., Mutallimov Mutallim M., Maharramov Ilkin A., Huseynova Nargiz Sh. Amirova Leyla I. About One Sweep Algorithm for Solving Linear-Quadratic Optimization Problem with Unseparated Two-Point Boundary Conditions // Sahand Communications in Mathematical Analysis (SCMA) Vol. 17, No. 1 (2020), 99-107.

11. Алиев Фикрет А., Алиев Н.А., Магеррамов И.А., Мамедова Е.В. Об одном новом методе решения задачи коши для уравнения колебательных систем с жидкими демпферами // Proceedings of IAM, V.10, N.1, 2021, pp.25-44.

12. Aliev F.A., Aliev N.A., Hajiyeva N.S., Ismailov N.A., Magarramov I.A., Ramazanov A.B., Abdullayev V.C. Solution of an oscillatory system with fractional derivative including to equations of motion and to nonlocal boundary conditions // SOCAR Proceedings, No.4 (2021) 115-121.

13. Aliev F.A., Guseinova N.Sh., Maharramov I.A., Mutallimov M.M. A New Run Algorithm For Solving the Continuous Linear-Quadratic Optimal Control Problem with Unseparated Boundary Conditions // Journal of Computer and Systems Sciences International, 2021, Vol. 60, No. 1, pp. 48–55.

14. Магеррамов И.А.. Алгоритм решения по части периодической дискретной задачи оптимизции с начальными управляющими воздействиями // Proceedings of IAM, V.11, N.1, 2022, pp.39-44.

15. Алиев Ф.А., Муталлимов М.М., Сафарова Н.А., Магеррамов И.А., Гулиев К.А. Задача оптимальной

стабилизации добычи нефти газлифтным способом - стационарный случай // Proceedings of IAM, V.11, N.1, 2022, pp.17-26.

16. Aliev F.A., Mutallimov M.M., Safarova N.A., Maharramov I.A.. Optimal stabilization problems of oil production by gas lift method / Proceedings of the 8 th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, 24-26 August, 2022 Baku, Azerbaijan.

17. Aliev F.A., Mutallimov M.M., Hajiyeva N.S., Maharramov I.A., Mamedova Y.V. Algorithms for solving a partially periodic optimal control problem with initial control actions (continuous and discrete cases) / 9th International Congress on Fundamental and Applied Sciences 2022, June 28-30, 2022 Istanbul, Turkiye.

Dissertasiya müdafiəsi 27 sentyabr 2024-cü il tarixində saat 14:00-da Elm və Təhsil Nazirliyinin İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəznində fəaliyyət göstərən ED 1.19 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: Az1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç., 68.

Dissertasiya ilə Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Elm və Təhsil Nazirliyinin İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 17 iyul 2024-cü il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 16.07.2024
Kağızın formatı: A5
Həcm: 42635
Tiraj: 100