

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

**TRANSVERSAL-İZOTROP SFERİK ÖRTÜK ÜÇÜN
ELASTİKİYYƏT NƏZƏRİYYƏSİNİN BƏZİ STATİK VƏ
DİNAMİK MƏSƏLƏLƏRİ**

İxtisas: 2002.01- Deformasiya olunan bərk cisim mexanikası

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Sevinc Məmməd qızı Yusubova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2024

Dissertasiya işi Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Deformasiya olunan bərk cisim mexanikası" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Natiq Qarakişi oğlu Əhmədov

Rəsmi opponentlər: riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Ramiz Əziz oğlu İskəndərov

mexanika elm sahəsi üzrə elmlər doktoru,
dosent **Yusif Məmmədli oğlu Sevdimaliyev**

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Təbriz Musa oğlu Şamiyev



Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA-nın həqiqi üzvü, fizika-riyaziyyat
elmləri doktoru, professor
Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev

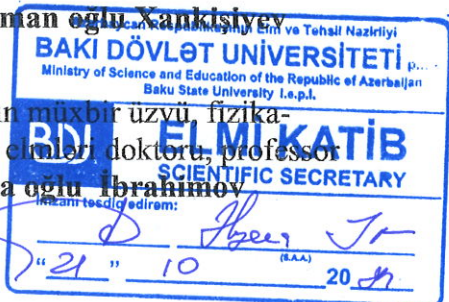
Dissertasiya şurasının elmi katibi:

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi,
dosent

Zakir Fərman oğlu Xankişiye

Elmi seminarın sədri:

AMEA-nın müxbir üzvü, fizika-
riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Vaqif Rza oğlu İbrahimov



İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Örtüklər müasir texnikada-nüvə reaktorlarında, kosmik aparatlarda, aviasiyada, raket-qayırmada, gəmiqayırmada, rezervuarların hazırlanmasında, tikintidə geniş istifadə edilən konstruksiyalardır. Örtüklərin hesabı zamanı müxtəlif hipotezlər əsasında qurulmuş tətbiqi nəzəriyyələrdən istifadə edilir. Həmin nəzəriyyələrin tətbiq olunma oblastlarının təyini və yeni tətbiqi nəzəriyyələrin yaradılması zərurəti örtüklərin elastikiyyət nəzəriyyəsi tənlikləri əsasında öyrənilməsini tələb edir. Örtüklərin gərginlik-deformasiya vəziyyətinin elastikiyyət nəzəriyyəsi tənlikləri əsasında tədqiqi cətin riyazi məsələlərdir. Örtüklər üçün üçölçülü məsələlərin həlli üsulları A.Byuffler, K.Fridriks, R.Dressler, İ.İ.Voroviç, Y.A.Ustinov, A.L.Qoldenveyzer, V.A.Lomakin, V.P.Plevako, M.F.Mehdiyev, S.D.Əkbərov və digər alimlərin işlərində verilmişdir.

Tədqiqatın obyektı və predmeti. Kiçik qalınlıqlı radial qeyri-bircins transversal-izotrop sferik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətinin elastikiyyət nəzəriyyəsi tənlikləri əsasında tədqiqi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Elastikiyyət nəzəriyyəsinin tənlikləri əsasında elastiklik modulları radiusa nəzərən xətti qanunla dəyişən və $0, \pi$ polyuslarının daxil olmadığı radial qeyri-bircins transversal-izotrop sferik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətinin xarakterini müəyyən etmək; yerdəyişmə vektoru və gərginlik tenzoru komponentlərini hesablamaq üçün asimptotik ifadələr almaq; yan səthi yükləndən azad transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik dinamik məsələsini tədqiq etmək; transversal-izotrop sferik örtüyün burulma rəqsi məsələsinin dəqiq və asimptotik həllərini qurmaq.

Tədqiqatın metodları. Tədqiqatın metodikası elastikiyyət nəzəriyyəsi tənliklərinin asimptotik integrallanması və bircins həllər üsullarına əsaslanır.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

- Radial qeyri-bircins transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik məsələlərinin tədqiqi.

- Radial qeyri-bircins transversal-izotrop sferik örtük üçün burulma məsələsinin tədqiqi.

- Transversal-izotrop sferik örtüyün materialının qeyri-bircinsliyinin gərginlik-deformasiya vəziyyətinə təsirinin qiymətləndirilməsi.

- Transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik dinamik məsələsinin tədqiqi.

- Sonlu və yüksək tezlikli rəqslər üçün gərginlik-deformasiya vəziyyətini hesablamağa imkan verən asimptotik ifadələrin təyini.

- Transversal-izotrop sferik örtüyün burulma rəqsi məsələsinin tədqiqi.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiyada alınan əsas nəticələr aşağıdakılardan ibarətdir:

- $0, \pi$ polyuslarının daxil olmadığı və yan səthi yükdən azad radial qeyri- bircins transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik məsələsi öyrənilmişdir. Məsələnin dəqiq və asimptotik həlləri qurulmuşdur. Yerdəyişmə vektoru və gərginlik tenzoru komponentləri üçün asimptotik ifadələr alınmışdır. Bircins həll adlanan, tarazlıq tənliklərinin yan səthdə verilmiş bircins sərhəd şərtlərini ödəyən bütün həlləri təyin edilmişdir. Bircins həllin sferik örtüyün $\theta = const$ kəsiyində təsir edən gərginliklərin baş vektoruna ekvivalent olan yayılan həll, sadə sərhəd effekti və sərhəd layı xarakterli həllərin cəmindən ibarət olduğu göstərilmişdir. Həmin həllərin təyin etdiyi gərginlik-deformasiya vəziyyətinin xarakteri öyrənilmişdir. Sferik örtüyün oturacaqlarında (konik kəsiklərdə) lokallaşan sərhəd layı xarakterli həllin oblastın daxilinə yayılaraq oturacaqlardan uzaq məsafədə gərginlik-deformasiya vəziyyətini dəyişə biləcəyinin mümkünlüyü müəyyən edilmişdir.

- $0, \pi$ polyuslarının daxil olmadığı və yan səthi bağlanmış radial qeyri- bircins transversal izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik məsələsinə baxılmışdır. Bircins həllin yalnız konik kəsiklərdə lokallaşan və qeyri- bircins transversal-izotrop lövhələr üçün Sen-Venan sərhəd effektinə ekvivalent olan sərhəd layı xarakterli həlldən ibarət olduğu göstərilmişdir.

- Sferik örtüyün yan səthi gərginlikdən azad olduqda və sferik örtüyün yan səthi bağlandıqda radial qeyri-bircins sferik örtük üçün

burulma məsələləri öyrənilmişdir. Örtüyün yan səthi gərginlikdən azad olduqda bircins həllin, $\theta = \text{const}$ kəsiyində təsir edən gərginliyin burucu momentlə mütənəsib olan yayılan həll və konik kəsiklərdən uzaqlaşdıqda eksponensial qanunla sönən sərhəd layı xarakterli həllin cəmindən ibarət olduğu göstərilmişdir. Yan səth bağlandıqda isə burulma məsələsinin yalnız sərhəd layı xarakterli həllə malik olduğu müəyyən edilmişdir.

- Yan səthi yükdən azad transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik dinamik məsələsi asimptotik integrallama üsulu ilə tədqiq edilmiş, sferik örtüyün sonlu və yüksək tezlikli rəqsləri öyrənilmişdir. Tezliyin müxtəlif qiymətlərində gərginlik-deformasiya vəziyyətini hesablamağa imkan verən asimptotik ifadələr alınmışdır.

- Transversal-izotrop sferik örtüyün yan səthi gərginlikdən azad olduqda və yan səth bağlandıqda sferik örtüyün burulma rəqsi məsələləri tədqiq edilmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Bu iş nəzəri əhəmiyyət kəsb edir. Örtüklərin tətbiqi nəzəriyyələrinin təsvir edə bilmədiyi yeni sinif həllər müəyyən edilmişdir. Alınan asimptotik düsturlar vasitəsilə transversal-izotrop sferik örtüyün üçölçülü gərginlik-deformasiya vəziyyətini hesablamaq, sferik örtük üçün mövcud olan müxtəlif tətbiqi nəzəriyyələrin tətbiq olunma oblastlarını qiymətləndirmək və daha dəqiq yeni tətbiqi nəzəriyyələr qurmaq olar.

İşin aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın nəticələri professor Y.Əmənzadənin 100 illiyinə həsr olunmuş "Mexanikanın klassik və müasir problemləri" konfransında (Bakı, 2014), "Российская наука в современной мире" XLIV Beynəlxalq elmi-praktiki konfransında (Moskva, 2022-ci il 28 fevral), "Молодые ученые России" XIV Beynəlxalq elmi-praktiki konfransında (2022-ci il 23 avqust), 7th International conference on Control and Optimization with Industrial Applications (COIA-2020, Bakı, 26-28 avqust 2020) Beynəlxalq konfransında, AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun elmi seminarında məruzə edilib.

Müəllifin şəxsi töhfəsi. İşdə məsələlərin qoyuluşu istisna olmaqla tədqiqatın bütün nəticələri müəllifə məxsusdur.

Müəllifin nəşrləri. Azərbaycan Respublikasının Prezidenti

yanında AAK–ın tövsiyə etdiyi nəşrlərdə 5 məqalə, 4 konfrans materialı çap edilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Deformasiya olunan bərk cisim mexanikası” şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.

Dissertasiya işi giriş, iki fəsil, nəticə və istifadə olunan ədəbiyyat siyahısından ibarət olmaqla 138 səhifə həcmindədir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi 233823 işarədir (titul səhifəsi -409 işarə, mündəricat -2447 işarə, giriş-18967 işarə, birinci fəsil-124000 işarə, ikinci fəsil -88000 işarə). Dissertasiyada 1 sayda şəkil, 10 sayda qrafik, 98 adda ədəbiyyat mövcuddur.

DİSSERTASIYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya mövzusunun aktuallığı, mövzuya aid elmi işlərin xülasəsi, tədqiqatın məqsədi və işin qısa məzmunu verilmişdir.

Birinci fəsil “Radial qeyri-bircins transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin statik məsələləri” adlanır. Birinci fəsildə elastiklik modulları radiusa nəzərən xətti qanunla dəyişən radial qeyri-bircins kiçik qalınlıqlı transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin müxtəlif sərhəd məsələlərinin asimptotik və dəqiq həllərinin qurulması şərh edilir.

1.1-də $0, \pi$ polyuslarının daxil olmadığı və yan səthi yükdən azad radial qeyri-bircins transversal-izotrop sferik örtük üçün sərhəd məsələsinin qoyuluşu verilir.

Sferik koordinat sistemində $\Gamma = \{r \in [r_1; r_2], \theta \in [\theta_1; \theta_2], \varphi \in [0; 2\pi]\}$ həcminə malik və $0, \pi$ polyuslarının daxil olmadığı radial qeyri-bircins kiçik qalınlıqlı transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik məsələsinə baxılır.

Fərz edilir ki elastiklik modulları radiusa nəzərən

$A_{11}=a_{11}^{(0)}r$, $A_{12}=a_{12}^{(0)}r$, $A_{22}=a_{22}^{(0)}r$, $A_{23}=a_{23}^{(0)}r$, $A_{44}=a_{44}^{(0)}r$, xətti qanunu ilə dəyişir ($a_{11}^{(0)}, a_{12}^{(0)}, a_{22}^{(0)}, a_{23}^{(0)}, a_{44}^{(0)}$ – sabit kəmiyyətlərdir). Sferik koordinat sistemində tarazlıq tənliklərinin yerdəyişmələrlə ifadəsi aşağıdakı kimidir:

$$b_{11}^{(0)}\left(\frac{\partial^2 u_\rho}{\partial \rho^2} + 2\varepsilon \frac{\partial u_\rho}{\partial \rho}\right) + 2(2b_{12}^{(0)} - b_{22}^{(0)} - b_{23}^{(0)})\varepsilon^2 u_\rho + \\ + (2b_{12}^{(0)} - b_{23}^{(0)} - b_{22}^{(0)} - b_{44}^{(0)}) \times \\ \times \varepsilon^2 \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_\theta \operatorname{ctg} \theta\right) + \varepsilon(b_{44}^{(0)} + b_{12}^{(0)}) \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \rho} \operatorname{ctg} \theta + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta \partial \rho}\right) + \\ + \varepsilon^2 b_{44}^{(0)} \left(\frac{\partial^2 u_\rho}{\partial \theta^2} + \frac{\partial u_\rho}{\partial \theta} \operatorname{ctg} \theta\right) = 0, \quad (1)$$

$$b_{44}^{(0)} \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \rho^2} + 2\varepsilon \frac{\partial u_\theta}{\partial \rho} - 3\varepsilon^2 u_\theta + \varepsilon \frac{\partial^2 u_\rho}{\partial \rho \partial \theta}\right) + (3b_{44}^{(0)} + b_{22}^{(0)} + b_{23}^{(0)}) \times \\ \times \varepsilon^2 \frac{\partial u_\rho}{\partial \theta} + \varepsilon^2 b_{22}^{(0)} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \operatorname{ctg} \theta + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2}\right) + \varepsilon b_{12}^{(0)} \frac{\partial^2 u_\rho}{\partial \rho \partial \theta} - \\ - \varepsilon^2 (b_{22}^{(0)} \operatorname{ctg}^2 \theta + b_{23}^{(0)}) u_\theta = 0, \quad (2)$$

$$b_{44}^{(0)} \left(\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \rho^2} + 2\varepsilon \frac{\partial u_\varphi}{\partial \rho} - 3\varepsilon^2 u_\varphi\right) + \\ + \frac{(b_{22}^{(0)} - b_{23}^{(0)})\varepsilon^2}{2} \left(\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial \theta} \operatorname{ctg} \theta - \frac{\cos 2\theta}{\sin^2 \theta} u_\varphi\right) = 0. \quad (3)$$

Burada $\rho = \frac{1}{\varepsilon} \ln \left(\frac{r}{r_0}\right)$ – yeni ölçüsüz dəyişən; $\varepsilon = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{r_2}{r_1}\right)$ – sferik örtüyün qalınlığını xarakterizə edən kiçik parametr;

$r_0 = \sqrt{r_1 r_2}$; $\rho \in [-1; 1]$; $b_{ij}^{(0)} = \frac{a_{ij}^{(0)} r_0}{G_0}$ – ölçüsüz kəmiyyətlər; G_0 –

elastiklik modulu ölçüsünə malik kəmiyyətdir.

Fərz edilir ki, sferik örtüyün yan səthi gərginliklərdən azaddır:

$$\sigma_{\rho\rho} = \frac{1}{\varepsilon} \left[b_{11}^{(0)} \frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} + \varepsilon b_{12}^{(0)} \left(u_\theta \operatorname{ctg} \theta + 2u_\rho + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) \right] \Big|_{\rho=\pm 1} = 0, \quad (4)$$

$$\sigma_{\rho\theta} = \frac{1}{\varepsilon} b_{44}^{(0)} \left[\frac{\partial u_\theta}{\partial \rho} + \varepsilon \left(\frac{\partial u_\rho}{\partial \theta} - u_\theta \right) \right] \Big|_{\rho=\pm 1} = 0, \quad (5)$$

$$\sigma_{\rho\varphi} = \frac{b_{44}^{(0)}}{\varepsilon} \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial \rho} - \varepsilon u_\varphi \right) \Big|_{\rho=\pm 1} = 0 \quad (6)$$

və sferik örtüyün oturacaqlarında (konik kəsiklərdə) isə onu tarazlıqda saxlayan

$$\sigma_{\theta\theta} \Big|_{\theta=\theta_s} = f_{1s}(\rho), \sigma_{\rho\theta} \Big|_{\theta=\theta_s} = f_{2s}(\rho), \quad (7)$$

$$\sigma_{\varphi\theta} \Big|_{\theta=\theta_s} = f_{3s}(\rho) \quad (8)$$

sərhəd şərtləri verilir. Burada $f_{1s}(\rho)$, $f_{2s}(\rho)$, $f_{3s}(\rho)$ ($s=1;2$) – tarazlıq şərtini ödəyən və ε parametrinə nəzərən $O(1)$ tərtibinə malik hamar funksiylərdir.

(3), (6), (8) məsələsi radial qeyri-bircins transversal-izotrop sferik örtüyün burulmasını xarakterizə edir.

(1), (2), (4), (5) məsələsinin həlli

$$u_\rho(\rho, \theta) = a(\rho)m(\theta); \quad u_\theta(\rho, \theta) = d(\rho)m'(\theta), \quad (9)$$

şəklində axtarılır. (9)-a daxil olan $m(\theta)$ funksiyası

$$m''(\theta) + \operatorname{ctg} \theta \cdot m'(\theta) + \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) m(\theta) = 0, \quad (10)$$

Lejandr tənliyinin həllidir.

(10)-u nəzərə almaqla (9)-u (1),(2),(4),(5)-də yazdıqda son nəticədə aşağıdakı sərhəd məsələsi alınır:

$$b_{11}^{(0)}a''(\rho) + 2\mathcal{E}b_{11}^{(0)}a'(\rho) + \varepsilon^2 \times \\ \times \left[\left(4b_{12}^{(0)} - 2b_{22}^{(0)} - 2b_{23}^{(0)} \right) - \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) b_{44}^{(0)} \right] a(\rho) - \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) \times \\ \times \varepsilon \left[\left(b_{44}^{(0)} + b_{12}^{(0)} \right) d'(\rho) - \varepsilon \left(b_{44}^{(0)} + b_{22}^{(0)} + b_{23}^{(0)} - 2b_{12}^{(0)} \right) d(\rho) \right] = 0, \quad (11)$$

$$b_{44}^{(0)}(d''(\rho) + 2\mathcal{E}d'(\rho)) - \\ - \varepsilon^2 \left[\left(z^2 - \frac{1}{4} \right) b_{22}^{(0)} + \left(b_{23}^{(0)} - b_{22}^{(0)} + 3b_{44}^{(0)} \right) \right] d(\rho) + \\ + \varepsilon^2 \left(3b_{44}^{(0)} + b_{22}^{(0)} + b_{23}^{(0)} \right) a(\rho) + \varepsilon \left(b_{44}^{(0)} + b_{12}^{(0)} \right) a'(\rho) = 0, \quad (12)$$

$$b_{11}^{(0)}a'(\rho) + \mathcal{E}b_{12}^{(0)} \left(2a(\rho) - \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) d(\rho) \right) = 0, \quad \rho = \pm 1 \quad \text{olduqda} \quad (13)$$

$$b_{44}^{(0)}[d'(\rho) + \varepsilon(a(\rho) - d(\rho))] = 0, \quad \rho = \pm 1 \quad \text{olduqda} \quad (14)$$

(11), (12) sisteminin həlli aşağıdakı kimidir:

$$a(\rho) = e^{-\varepsilon\rho} \left[p_1 e^{\varepsilon s_1 \rho} C_1 + p_1 e^{-\varepsilon s_1 \rho} C_2 + p_2 e^{\varepsilon s_2 \rho} C_3 + p_2 e^{-\varepsilon s_2 \rho} C_4 \right], \quad (15)$$

$$d(\rho) = e^{-\varepsilon\rho} \left[h_1 e^{\varepsilon s_1 \rho} C_1 + q_1 e^{-\varepsilon s_1 \rho} C_2 + h_2 e^{\varepsilon s_2 \rho} C_3 + q_2 e^{-\varepsilon s_2 \rho} C_4 \right], \quad (16)$$

burada C_n ($n = \overline{1,4}$) - ixtiyari sabitlər,

$$p_k = b_{44}^{(0)} s_k^2 - \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) b_{22}^{(0)} + \left(b_{22}^{(0)} - b_{23}^{(0)} - 4b_{44}^{(0)} \right),$$

$$h_k = - \left(b_{44}^{(0)} + b_{12}^{(0)} \right) s_k - \left(2b_{44}^{(0)} + b_{22}^{(0)} + b_{23}^{(0)} - b_{12}^{(0)} \right),$$

$$q_k = \left(b_{44}^{(0)} + b_{12}^{(0)} \right) s_k - \left(2b_{44}^{(0)} + b_{22}^{(0)} + b_{23}^{(0)} - b_{12}^{(0)} \right),$$

s_k - lar isə

$$b_{11}^{(0)} b_{44}^{(0)} s^4 + \left[\left(z^2 - \frac{1}{4} \right) \left((b_{12}^{(0)})^2 + 2b_{44}^{(0)} b_{12}^{(0)} - b_{11}^{(0)} b_{22}^{(0)} \right) + b_{11}^{(0)} b_{22}^{(0)} - \right. \\ \left. - 2b_{22}^{(0)} b_{44}^{(0)} - b_{11}^{(0)} b_{23}^{(0)} - 5b_{11}^{(0)} b_{44}^{(0)} + 4b_{12}^{(0)} b_{44}^{(0)} - \right. \\ \left. - 2b_{23}^{(0)} b_{44}^{(0)} \right] s^2 + \left[\left(z^2 - \frac{1}{4} \right) b_{44}^{(0)} - 4b_{12}^{(0)} + 2b_{22}^{(0)} + 2b_{23}^{(0)} + b_{11}^{(0)} \right] \times$$

$$\times \left[\left(z^2 - \frac{1}{4} \right) b_{22}^{(0)} + b_{23}^{(0)} - b_{22}^{(0)} + 4b_{44}^{(0)} \right] - \\ - \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) \left(2b_{44}^{(0)} + b_{22}^{(0)} + b_{23}^{(0)} - b_{12}^{(0)} \right)^2 = 0$$

bikvadrat tənliyinin kökləridir.

(15), (16)-nı (13), (14) sərhəd şərtlərində yazdıqda C_1, C_2, C_3, C_4 sabitlərinə nəzərən alınan bircins xətti tənliklər sisteminin qeyri-trivial həllinin varlığından

$$\Delta_1(z, \varepsilon) = (Q_{21}D_{22} - Q_{22}D_{21})(Q_{12}D_{11} - Q_{11}D_{12})sh^2(\varepsilon(s_1 + s_2)) + \\ + (Q_{21}D_{12} - Q_{12}D_{21})(Q_{11}D_{22} - Q_{22}D_{11})sh^2(\varepsilon(s_2 - s_1)) = 0 \quad (17)$$

xarakteristik tənliyi təyin edilir. Burada

$$Q_{ik} = (-1)^{i-1} b_{11}^{(0)} b_{44}^{(0)} s_k^3 + b_{44}^{(0)} \left(2b_{12}^{(0)} - b_{11}^{(0)} \right) s_k^2 + \\ + (-1)^{i-1} \left[b_{11}^{(0)} \left(b_{22}^{(0)} - b_{23}^{(0)} - 4b_{44}^{(0)} \right) + \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) \left(b_{12}^{(0)} b_{44}^{(0)} + (b_{12}^{(0)})^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - b_{11}^{(0)} b_{22}^{(0)} \right) \right] s_k + \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) \left(b_{11}^{(0)} b_{22}^{(0)} - b_{12}^{(0)} b_{22}^{(0)} + 2b_{44}^{(0)} b_{12}^{(0)} + b_{23}^{(0)} b_{12}^{(0)} - \right. \\ \left. - (b_{12}^{(0)})^2 \right) + 2b_{12}^{(0)} \left(b_{22}^{(0)} - b_{23}^{(0)} - 4b_{44}^{(0)} \right) - b_{11}^{(0)} \left(b_{22}^{(0)} - b_{23}^{(0)} - 4b_{44}^{(0)} \right); \\ D_{ik} = -b_{12}^{(0)} s_k^2 + (-1)^{i-1} \left(3b_{12}^{(0)} - b_{22}^{(0)} - b_{23}^{(0)} \right) s_k - \\ - \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) b_{22}^{(0)} + 3b_{22}^{(0)} + b_{23}^{(0)} - 2b_{12}^{(0)};$$

$i=1;2$ və $k=1;2$.

(17) transendent tənliyi hesabi sayda z_k köklərinə malikdir.

1.2-də $\varepsilon \rightarrow 0$ olduqda (17) xarakteristik tənliyinin köklərinin təsnifatı aparılır.

Teorem: $\varepsilon \rightarrow 0$ olduqda (17) tənliyinin $\Lambda(z)$ kökləri çoxluğu hesabi çoxluqdur və

$$\Lambda(z) = \Lambda_1(z) \cup \Lambda_2(z, \varepsilon) \cup \Lambda_3(z, \varepsilon).$$

ayrılığı doğrudur:

1. $\Lambda_1(z)$ çoxluğu $z = \pm 1.5$ köklərindən ibarətdir.

2. $\Lambda_2(z, \varepsilon)$ çoxluğu $O(\varepsilon^{-1/2})$ tərtibinə malik dörd ədəd

$$z_k = \varepsilon^{\frac{1}{2}} (z_{0k} + \varepsilon z_{1k} + \dots) \quad (18)$$

köklərindən təşkil edilib. Burada

$$z_{0k}^4 = -\frac{3\ell_1}{\ell_2}; \quad z_{1k} = \frac{5\ell_0\ell_2^2 - \ell_1(5\ell_2\ell_3 - 2\ell_1\ell_4)}{20\ell_1\ell_2^2 z_{0k}};$$

$$\ell_i = \ell_i(b_{11}^{(0)}, b_{12}^{(0)}, b_{22}^{(0)}, b_{23}^{(0)}, b_{44}^{(0)})$$

3. $\Lambda_3(z, \varepsilon)$ çoxluğu $O(\varepsilon^{-1})$ tərtibinə malik hesabi sayda

$$z_k = \frac{\delta_{0k}}{\varepsilon} + O(\varepsilon) \quad (19)$$

köklərindən ibarətdir. Burada δ_{0k} -lar aşağıda qeyd edilən transendent tənliklərin kökləridir:

1⁰. $b_1 > 0, b_1^2 - b_2 > 0$ olduqda

$$(g_1 + g_2) \sin((g_1 - g_2)\delta_{0k}) \pm (g_1 - g_2) \sin((g_1 + g_2)\delta_{0k}) = 0, \quad (20)$$

burada $g_1 = \sqrt{b_1 + \sqrt{b_1^2 - b_2}}; \quad g_2 = \sqrt{b_1 - \sqrt{b_1^2 - b_2}};$

$$b_1 = (2b_{44}^{(0)}b_{11}^{(0)})^{-1} (2b_{44}^{(0)}b_{12}^{(0)} + (b_{12}^{(0)})^2 - b_{11}^{(0)}b_{22}^{(0)}); \quad b_2 = b_{22}^{(0)}(b_{11}^{(0)})^{-1}.$$

2⁰. $b_1 > 0, b_1^2 - b_2 < 0$ olduqda

$$\alpha \sin(2\beta\delta_{0k}) \pm \beta \operatorname{sh}(2\alpha\delta_{0k}) = 0, \quad (21)$$

burada

$$g_1 = \sqrt{b_1 + \sqrt{b_1^2 - b_2}} = \pm(\alpha + i\beta);$$

$$g_2 = \sqrt{b_1 - \sqrt{b_1^2 - b_2}} = \pm(\alpha - i\beta).$$

3⁰. $b_1 > 0, b_1^2 = b_2$ olduqda

$$\sin(2g\delta_{0k}) \pm 2g\delta_{0k} = 0, \quad (22)$$

burada $g = \sqrt{b_1}$.

4⁰. $b_1 < 0, b_1^2 - b_2 > 0$ olduqda

$$(g_1 + g_2) \operatorname{sh}((g_1 - g_2)\delta_{0k}) \pm (g_1 - g_2) \operatorname{sh}((g_1 + g_2)\delta_{0k}) = 0, \quad (23)$$

burada $g_1 = \sqrt{|b_1| - \sqrt{b_1^2 - b_2}}; \quad g_2 = \sqrt{|b_1| + \sqrt{b_1^2 - b_2}}.$

5⁰. $b_1 < 0, \quad b_1^2 - b_2 < 0$ olduqda

$$\alpha sh(2\beta\delta_{0k}) \pm \beta \sin(2\alpha\delta_{0k}) = 0, \quad (24)$$

burada

$$g_1 = \sqrt{|b_1| - \sqrt{b_1^2 - b_2}} = \pm(\alpha - i\beta);$$

$$g_2 = \sqrt{|b_1| + \sqrt{b_1^2 - b_2}} = \pm(\alpha + i\beta).$$

6⁰. $b_1 < 0, \quad b_1^2 = b_2$ olduqda

$$sh(2g\delta_{0k}) \pm 2g\delta_{0k} = 0, \quad (25)$$

burada $g = \sqrt{|b_1|}.$

1.3-də (17) xarakteristik tənliyinin yuxarıda təyin edilmiş köklərinə uyğun həlləri və (1), (2), (4), (5) məsələsinin

$$u_\rho(\rho, \theta) = u_\rho^{(1)} + u_\rho^{(2)} + u_\rho^{(3)}, \quad (26)$$

$$u_\theta(\rho, \theta) = u_\theta^{(1)} + u_\theta^{(2)} + u_\theta^{(3)} \quad (27)$$

ümumi həlli qurulur.

1.4-də həllərin təsnifatı aparılır və onlara uyğun gərginlik-deformasiya vəziyyətinin xarakteri müəyyən edilir. Göstərilir ki, $z = 1.5$ kökünə uyğun həlli sferanın mütləq bərk cisim kimi hərəkətini xarakterizə edir. (17) xarakteristik tənliyinin $z = -1.5$ kökünə uyğun

$$u_\rho^{(1)}(\rho, \theta) = B \left(\cos\theta \cdot \ln \left(\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \right) - 1 \right), \quad (28)$$

$$u_\theta^{(1)}(\rho, \theta) = -B \left(\sin\theta \cdot \ln \left(\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \right) + \operatorname{ctg}\theta \right), \quad (29)$$

həlli yayılan həldir və $\theta = \text{const}$ kəsiyində təsir edən gərginliklərin baş vektoruna ekvivalentdir:

$$P = 2\pi(b_{23}^{(0)} - b_{22}^{(0)})B sh(2\varepsilon). \quad (30)$$

$\Lambda_2(z; \varepsilon)$ çoxluğuna daxil olan (18) köklərinə uyğun

$$u_{\rho}^{(2)}(\rho; \theta) = \sum_{k=1}^4 M_k \left[1 + \left(\frac{2(e_2 - e_1)}{e_1} \rho - z_{0k}^2 \rho^2 \right) \frac{b_{12}^{(0)}}{2b_{11}^{(0)}} \varepsilon + O(\varepsilon^2) \right] m_k(\theta), \quad (31)$$

$$u_{\theta}^{(2)}(\rho; \theta) = \sum_{k=1}^4 \varepsilon M_k \left[-\rho + \frac{e_1 + e_2}{z_{0k}^2 e_1} + O(\varepsilon) \right] m'_k(\theta), \quad (32)$$

həlli sərhəd effekti xarakterli həlldir.

$\Lambda_2(z; \varepsilon)$ və $\Lambda_3(z; \varepsilon)$ çoxluqlarına daxil olan köklərə uyğun həllərin təyin etdiyi gərginliklər ixtiyari $\theta = \text{const}$ kəsiyində öz-özü-nə tarazlaşandır.

(28),(29),(31),(32) həlləri kiçik qalınlıqlı qeyri-bircins transversal-izotrop sferik örtüyün daxili gərginlik-deformasiya vəziyyətini təyin edir. Həmin həllərin cəminin ε parametrinə nəzərən ayrılışlarının birinci hədləri örtüklərin tətbiqi nəzəriyyələrindən alınan həllərlə eynidir. $\Lambda_3(z; \varepsilon)$ çoxluğuna daxil olan (19) köklərinə uyğun həllər sərhəd layı xarakterinə malikdir və həmin həllər heç bir tətbiqi nəzəriyyə ilə təyin edilmir. Sərhəd layı xarakterli həllər sferik örtüyün oturmaqlarının (konik kəsiklərin) ətrafında lokallaşır və həmin həllərin birinci həddi qeyri-bircins transversal-izotrop lövhələr nəzəriyyə-sindəki Sen-Venan sərhəd effektinə ekvivalentdir. Həqiqi δ_{0k} -lar üçün sərhəd layı xarakterli həllər zəif sönür və həmin həllər oblastın daxilinə yayılaraq konik kəsiklərdən uzaq məsafədə gərginlik-deformasiya vəziyyətini dəyişir. Bu halda qeyri-bircins transversal-izotrop və qeyri-bircins izotrop sferik örtüklərin gərginlik-deformasiya vəziyyətləri keyfiyyət etibarı ilə fərqlənilir. δ_{0k} -lar sırf xəyali və kompleks qiymətlər aldıqda isə qeyri-bircins transversal-izotrop sferik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyəti keyfiyyət etibarı ilə qeyri-bircins izotrop sferik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyəti ilə eynidir və onlar yalnız sərhəd layı xarakterli həllərin sönmə sürətləri ilə fərqlənilir.

$\theta = \theta_j$ ($j=1,2$) konik kəsiklərindən uzaqlaşdıqda sərhəd effekti və sərhəd layı xarakterli həllər eksponensial qanunla sönür.

1.5-də sferik örtüyün oturmaqlarında (konik kəsiklərdə) veril-

miş (7) sərhəd şərtlərinin ödənilməsi məsələsinə baxılır. (30)-a əsasən yayılan həllə daxil olan B sabiti P baş vektoru vasitəsi ilə təyin edilir. Sadə sərhəd effekti və sərhəd layı xarakterli həllərə daxil olan sabitlərin təyini üçün uyğun olaraq transversal-izotrop qeyri-bircins lövhələr nəzəriyyəsinə məlum olan sonlu və sonsuz xətti cəbri tənliklər sistemi alınır.

1.6-da yan səthi yükədən azad olan, oturmaqlarında isə onu tarazlıqda saxlayan sərhəd şərtlərinin verildiyi radial qeyri-bircins transversal-izotrop kiçik qalınlıqlı sferik örtüyün (3), (6), (8) burulma məsələsi öyrənilir. Məsələnin ümumi həllinin $\theta = const$ kəsiyində təsir edən gərginliyin M burucu momenti ilə mütənasib olan yayılan həll və konik kəsiklərdə lokallaşan sərhəd layı xarakterli həllin cəmindən ibarət olduğu göstərilir. Kiçik qalınlıqlı transversal-izotrop qeyri-bircins sferik örtükdə izotrop qeyri-bircins sferik örtükdən fərqli olaraq sərhəd layı xarakterli həllin zəif söndüyü və yayılan həllə ciddi əlavə etdiyi müəyyən edilir.

1.7-də radial qeyri-bircins və bircins transversal-izotrop sferik örtük üçün sərhəd məsələləri ədədi həll edilməklə, yerdəyişmə vektorunun və gərginlik tenzoru komponentlərinin sferik örtüyün radiusu boyu paylanması tədqiq edilir. Sferik örtüyün materialının qeyri-bircinsliyinin gərginlik-deformasiya vəziyyətinə təsiri qiymətləndirilir.

1.8-də yan səthi bağlanmış, oturmaqlarında (konik kəsiklərdə) isə onu tarazlıqda saxlayan sərhəd şərtlərinin verildiyi kiçik qalınlıqlı transversal-izotrop radial qeyri-bircins sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik məsələsi öyrənilir. Bircins həllin yalnız sərhəd layı xarakterli həlldən ibarət olduğu göstərilir.

İkinci fəsil “Transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin dinamik məsələlərinin asimptotik təhlili” adlanır. İkinci fəsildə kiçik qalınlıqlı transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin dinamik məsələsinin asimptotik təhlili verilir.

2.1-də sferik koordinat sistemində

$\Gamma = \{r \in [r_1; r_2], \theta \in [\theta_1; \theta_2], \varphi \in [0; 2\pi]\}$ həcminə malik və $0, \pi$ polyuslarının daxil olmadığı kiçik qalınlıqlı transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik dinamik məsələsinin qoyuluşu şərh edilir.

Sferik koordinat sistemində hərəkət tənliyinin yerdəyişmələrlə ifadəsi aşağıdakı kimidir :

$$\begin{aligned}
 & b_{11} \frac{\partial^2 u_\rho}{\partial \rho^2} + \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon\rho} b_{11} \frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} + \frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon\rho)^2} \times \\
 & \times \left[\frac{\partial^2 u_\rho}{\partial \theta^2} + \frac{\partial u_\rho}{\partial \theta} \operatorname{ctg} \theta + 2(b_{12} - b_{22} - b_{23}) u_\rho \right] + (1+b_{12}) \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon\rho} \times \\
 & \times \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \rho} \operatorname{ctg} \theta + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta \partial \rho} \right) + (b_{12} - b_{22} - b_{23} - 1) \frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon\rho)^2} \times \\
 & \times \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_\theta \operatorname{ctg} \theta \right) = \varepsilon^2 \frac{\partial^2 u_\rho}{\partial \tau^2}, \tag{33}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \rho^2} + \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon\rho} \frac{\partial u_\theta}{\partial \rho} + \frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon\rho)^2} \times \\
 & \times \left[b_{22} \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \operatorname{ctg} \theta \right) - (b_{23} + b_{22} \operatorname{ctg}^2 \theta + 2) u_\theta \right] + \\
 & + (1+b_{12}) \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon\rho} \frac{\partial^2 u_\rho}{\partial \theta \partial \rho} + (b_{22} + b_{23} + 2) \frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon\rho)^2} \frac{\partial u_\rho}{\partial \theta} = \varepsilon^2 \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \tau^2}. \tag{34}
 \end{aligned}$$

Burada $\rho = \frac{r-r_0}{\varepsilon r_0}$ - yeni ölçüsüz dəyişən, $\tau = \frac{t}{r_0} \sqrt{\frac{A_{44}}{g}}$ - ölçüsüz

zaman; $\varepsilon = \frac{r_2-r_1}{2r_0}$ - sferik örtüyün qalınlığını xarakterizə edən kiçik

parametr; $r_0 = \frac{r_1+r_2}{2}$ - sferik örtüyün orta səthinin radiusu; g -

sferik örtüyün materialının sıxlığı; $\rho \in [-1;1]$; $u_\rho = u_\rho(\rho, \theta, \tau)$,

$u_\theta = u_\theta(\rho, \theta, \tau)$ - yerdəyişmə vektorunun komponentləridir.

Fərz edilir ki, sferik örtüyün yan səthi gərginliklərdən azaddır:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\rho\rho} &= \left(\frac{1}{\varepsilon} b_{11} \frac{\partial u_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{b_{12}}{1+\varepsilon\rho} \left(u_{\theta} \operatorname{ctg} \theta + 2u_{\rho} + \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} \right) \right) \Big|_{\rho=\pm 1} = 0, \\ \sigma_{\rho\theta} &= \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \rho} + \frac{1}{1+\varepsilon\rho} \left(\frac{\partial u_{\rho}}{\partial \theta} - u_{\theta} \right) \right) \Big|_{\rho=\pm 1} = 0 \end{aligned} \right. \quad (35)$$

və sferik örtüyün oturacaqlarında (konik kəsiklərdə)

$$\sigma_{\theta\theta}|_{\theta=\theta_s} = f_{1s}(\rho)e^{i\lambda r}, \quad \sigma_{\rho\theta}|_{\theta=\theta_s} = f_{2s}(\rho)e^{i\lambda r}, \quad (s=1;2) \quad (36)$$

sərhəd şərtləri verilib (burada λ – rəqsin tezliyidir).

(33)-(35) məsələsinin həlli

$$u_{\rho} = a(\rho)m(\theta)e^{i\lambda r}, \quad u_{\theta} = c(\rho)m'(\theta)e^{i\lambda r}, \quad (37)$$

şəklində axtarılır. (37)-ni (33)-(35)-də yazdıqda nəticədə

$$\begin{aligned} & b_{11}a''(\rho) + \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon\rho}b_{11}a'(\rho) + \left[\left(2(b_{12} - b_{22} - b_{23}) - \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) \right) \times \right. \\ & \times \frac{1}{(1+\varepsilon\rho)^2} + \lambda^2 \left. \right] \varepsilon^2 a(\rho) + \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) \left[(b_{22} - b_{12} + b_{23} + 1) \frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon\rho)^2} \times \right. \\ & \times c(\rho) - (1+b_{12}) \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon\rho} c'(\rho) \left. \right] = 0, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} & c''(\rho) + \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon\rho}c'(\rho) + \left[\lambda^2 - \left(\left(z^2 - \frac{5}{4} \right) b_{22} + b_{23} + 2 \right) \frac{1}{(1+\varepsilon\rho)^2} \right] \varepsilon^2 c(\rho) + \\ & + \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon\rho} (1+b_{12})a'(\rho) + \frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon\rho)^2} (2+b_{22}+b_{23})a(\rho) = 0, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\left[b_{11}a'(\rho) + \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon\rho} b_{12} \left(2a(\rho) - \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) c(\rho) \right) \right] \Big|_{\rho=\pm 1} = 0, \quad (40)$$

$$\left[c'(\rho) + \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon\rho} (a(\rho) - c(\rho)) \right] \Big|_{\rho=\pm 1} = 0 \quad (41)$$

məsələsi alınır.

2.2-də (38)-(41) məsələsi $\varepsilon \rightarrow 0$ olduqda sonlu λ –lar üçün asimptotik inteqrallama üsulu ilə öyrənilir. Yerdəyişmə vektorunun komponentlərinin amplitud qiymətləri üçün aşağıdakı asimptotik ifadələr alınır:

$$1) \quad z = z_0 + \varepsilon z_1 + \varepsilon^2 z_2 + \dots$$

$$u_{\rho}^{(a)} = \sum_{k=1}^2 T_k \left[\lambda^2 + t_1 + \left(z_{0k}^2 - \frac{1}{4} \right) t_2 + O(\varepsilon) \right] m_k(\theta), \quad (42)$$

$$u_{\theta}^{(a)} = \sum_{k=1}^2 T_k \left[-t_3 + O(\varepsilon) \right] m'_k(\theta), \quad (43)$$

burada

$$z_{0k}^2 = (t_2 \lambda^2 - t_3 t_4)^{-1} \left(-\lambda^4 + \frac{3}{4} \lambda^2 t_5 - \frac{1}{4} t_3 t_6 \right). \quad (44)$$

(44)-ə əsasən iki ədəd həqiqi və ya iki ədəd sırf xəyali z_{0k} –lar təyin edilir. Sırf xəyali z_{0k} –lar yayılan həlləri təyin edir.

$$2) \quad z = \varepsilon^{-\frac{1}{2}} \left(\alpha_0 + \varepsilon \alpha_1 + \varepsilon^2 \alpha_2 + \dots \right),$$

$$u_{\rho}^{(a)} = \sum_{k=1}^4 B_k \left[t_2 \alpha_{0k}^4 + (t_3 + 2t_2) \alpha_{0k}^2 + O(\varepsilon) \right] m_k(\theta), \quad (45)$$

$$u_{\theta}^{(a)} = - \sum_{k=1}^4 \varepsilon B_k \left\{ [t_2 \alpha_{0k}^4 + (t_3 + 2t_2) \alpha_{0k}^2] \rho + t_9 + \lambda^2 - t_7 + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} t_2 \alpha_{0k}^4 + t_3 \alpha_{0k}^2 + O(\varepsilon) \right\} m'_k(\theta), \quad (46)$$

burada

$$\alpha_{0k}^4 = 3b_{11}^{-1} t_2^{-2} \left(t_1 (2b_{11} b_{22} - b_{11} t_3 - 2b_{12}^2) - b_{11} t_2 \lambda^2 \right) \quad (47)$$

(47)-dən dörd kompleks kök və ya iki həqiqi, iki sırf xəyali kök təyin edilir. Kompleks köklərə örtüklərin statikasındakı sadə sərhəd effektinin analoqu olan sönən həll ,həqiqi köklərə isə yayılan həll uyğundur.

$$3) \quad z_k = \varepsilon^{-1} (\delta_{0k} + \varepsilon \delta_{1k} + \dots) \quad (48)$$

$$1. e_1 > 0, \quad e_1^2 - e_2 > 0,$$

$$S_k = \sqrt{e_1 + (-1)^{k+1} \sqrt{e_1^2 - e_2}}; \quad (k = 1, 2)$$

olduqda yerdəyişmələr üçün aşağıdakı iki qrup həll alınır :

a)

$$u_\rho^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} D_k^{(1)} (1 + b_{12}) S_1 S_2 \delta_{0k}^3 \left[(b_{12} - b_{11} S_2^2) \cos(\delta_{0k} S_2) \cos(\delta_{0k} S_1 \rho) - (b_{12} - b_{11} S_1^2) \cos(\delta_{0k} S_1) \cos(\delta_{0k} S_2 \rho) + O(\varepsilon) \right] m_k(\theta), \quad (49)$$

$$u_\theta^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} D_k^{(1)} \delta_{0k}^2 \left[-S_2 (1 + b_{11} S_1^2) (b_{12} - b_{11} S_2^2) \sin(\delta_{0k} S_1 \rho) \cos(\delta_{0k} S_2) + S_1 (b_{12} - b_{11} S_1^2) (1 + b_{11} S_2^2) \cos(\delta_{0k} S_1) \sin(\delta_{0k} S_2 \rho) + O(\varepsilon) \right] m'_k(\theta), \quad (50)$$

burada δ_{0k} -lar

$$(S_1 + S_2) \sin((S_1 - S_2) \delta_{0k}) - (S_1 - S_2) \sin((S_1 + S_2) \delta_{0k}) = 0$$

tənliyin həlləridir.

b)

$$u_\rho^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} D_k^{(2)} (1 + b_{12}) S_1 S_2 \delta_{0k}^3 \left[(b_{12} - b_{11} S_2^2) \sin(\delta_{0k} S_1 \rho) \sin(\delta_{0k} S_2) - (b_{12} - b_{11} S_1^2) \sin(\delta_{0k} S_2 \rho) \sin(\delta_{0k} S_1) + O(\varepsilon) \right] m_k(\theta), \quad (51)$$

$$u_\theta^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} D_k^{(2)} \delta_{0k}^2 \left[S_2 (1 + b_{11} S_1^2) (b_{12} - b_{11} S_2^2) \cos(\delta_{0k} S_1 \rho) \sin(\delta_{0k} S_2) - S_1 (1 + b_{11} S_2^2) (b_{12} - b_{11} S_1^2) \cos(\delta_{0k} S_2 \rho) \sin(\delta_{0k} S_1) + O(\varepsilon) \right] m'_k(\theta), \quad (52)$$

burada δ_{0k} -lar

$$(S_1 - S_2) \sin((S_1 + S_2) \delta_{0k}) + (S_1 + S_2) \sin((S_1 - S_2) \delta_{0k}) = 0$$

tənliyin həlləridir.

$$2. e_1 > 0, \quad e_1^2 = e_2,$$

$$S = \sqrt{e_1}.$$

olduqda yerdəyişmələr üçün alırıq:

a)

$$u_\rho^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k^{(1)} \left\{ 2b_{11} S^2 \cos(\delta_{0k} S) \cos(\delta_{0k} S \rho) + (b_{12} - b_{11} S^2) \delta_{0k} S \times \right.$$

$$\times [\sin(\delta_{0k} S) \cos(\delta_{0k} S \rho) - \rho \cos(\delta_{0k} S) \sin(\delta_{0k} S \rho)] + O(\varepsilon) \} m_k(\theta), \quad (53)$$

$$u_\theta^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k^{(1)} \left\{ \frac{(1 + b_{11} S^2)(b_{11} S^2 - b_{12})}{1 + b_{12}} \times \right. \\ \left. [\sin(\delta_{0k} S) \sin(\delta_{0k} S \rho) + \rho \cos(\delta_{0k} S) \cos(\delta_{0k} S \rho)] + \right. \\ \left. + \frac{b_{11}^2 S^4 + (3b_{11} + b_{12} b_{11}) S^2 - b_{12}}{\delta_{0k} S (1 + b_{12})} \cos(\delta_{0k} S) \sin(\delta_{0k} S \rho) + O(\varepsilon) \right\} m'_k(\theta), \quad (54)$$

burada δ_{0k} -lar $\sin(2\delta_{0k} S) - 2\delta_{0k} S = 0$ tənliyinin həlləridir.

$$b) u_\rho^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k^{(2)} \left\{ -2b_{11} S^2 \sin(\delta_{0k} S) \sin(\delta_{0k} S \rho) + (b_{12} - b_{11} S^2) \delta_{0k} S \times \right. \\ \left. \times [\cos(\delta_{0k} S) \sin(\delta_{0k} S \rho) - \rho \sin(\delta_{0k} S) \cos(\delta_{0k} S \rho)] + O(\varepsilon) \right\} m_k(\theta), \quad (55)$$

$$u_\theta^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k^{(2)} \left\{ \frac{(1 + b_{11} S^2)(b_{12} - b_{11} S^2)}{1 + b_{12}} [\cos(\delta_{0k} S \rho) \cos(\delta_{0k} S) + \right. \\ \left. + \rho \sin(\delta_{0k} S) \sin(\delta_{0k} S \rho)] - \frac{b_{11}^2 S^4 + (b_{12} b_{11} + 3b_{11}) S^2 - b_{12}}{(1 + b_{12}) \delta_{0k} S} \right. \\ \left. \times \sin(\delta_{0k} S) \cos(\delta_{0k} S \rho) + O(\varepsilon) \right\} m_k(\theta), \quad (56)$$

burada δ_{0k} -lar

$$\sin(2\delta_{0k} S) + 2\delta_{0k} S = 0$$

tənliyinin həlləridir.

$$3. e_1 < 0, \quad e_1^2 - e_2 > 0,$$

$$S_k = \sqrt{|e_1| + (-1)^{k+1} \sqrt{e_1^2 - e_2}}$$

olduqda yerdəyişmələr üçün alırıq:

$$a) u_\rho^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} D_k^{(3)} (1 + b_{12}) S_1 S_2 \delta_{0k}^3 \left[(b_{12} + b_{11} S_1^2) ch(\delta_{0k} S_1) ch(\delta_{0k} S_2 \rho) - \right. \\ \left. - (b_{12} + b_{11} S_2^2) ch(\delta_{0k} S_2) ch(\delta_{0k} S_1 \rho) + O(\varepsilon) \right] m_k(\theta), \quad (57)$$

$$u_{\theta}^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} D_k^{(3)} \delta_{0k}^2 \left[S_2 (1 - b_{11} S_1^2) (b_{12} + b_{11} S_2^2) sh(\delta_{0k} S_1 \rho) ch(\delta_{0k} S_2) - \right. \\ \left. - S_1 (b_{12} + b_{11} S_1^2) (1 - b_{11} S_2^2) ch(\delta_{0k} S_1) sh(\delta_{0k} S_2 \rho) + O(\varepsilon) \right] m'_k(\theta), \quad (58)$$

burada δ_{0k} -lar

$$(S_1 + S_2) sh((S_1 - S_2) \delta_{0k}) - (S_1 - S_2) sh((S_1 + S_2) \delta_{0k}) = 0,$$

tənliyinin həlləridir.

$$b) u_{\rho}^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} D_k^{(4)} (1 + b_{12}) S_1 S_2 \delta_{0k}^3 \left[(b_{12} + b_{11} S_2^2) sh(\delta_{0k} S_2) sh(\delta_{0k} S_1 \rho) - \right. \\ \left. - (b_{12} + b_{11} S_1^2) sh(\delta_{0k} S_1) sh(\delta_{0k} S_2 \rho) + O(\varepsilon) \right] m_k(\theta), \quad (59)$$

$$u_{\theta}^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} D_k^{(4)} \delta_{0k}^2 \left[(1 - b_{11} S_2^2) (b_{12} + b_{11} S_1^2) S_1 sh(\delta_{0k} S_1) ch(\delta_{0k} S_2 \rho) - \right. \\ \left. - (1 - b_{11} S_1^2) (b_{12} + b_{11} S_2^2) S_2 sh(\delta_{0k} S_2) ch(\delta_{0k} S_1 \rho) + O(\varepsilon) \right] m'_k(\theta), \quad (60)$$

burada δ_{0k} -lar

$$(S_1 - S_2) sh((S_1 + S_2) \delta_{0k}) + (S_1 + S_2) sh((S_1 - S_2) \delta_{0k}) = 0$$

tənliyinin həlləridir.

$$4. \quad e_1 < 0, \quad e_1^2 = e_2,$$

$$S = \sqrt{|e_1|}.$$

olduqda yerdəyişmələr üçün alırıq:

$$a) \quad u_{\rho}^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k^{(3)} \left\{ (b_{12} + b_{11} S^2) \delta_{0k} S [\rho ch(\delta_{0k} S) sh(\delta_{0k} S \rho) - \right. \\ \left. - sh(\delta_{0k} S) ch(\delta_{0k} S \rho)] + O(\varepsilon) \right\} m_k(\theta), \quad (61)$$

$$u_{\theta}^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k^{(3)} \left\{ \frac{(1 - b_{11} S^2) (b_{12} + b_{11} S^2)}{1 + b_{12}} \times \right. \\ \times [sh(\delta_{0k} S) sh(\delta_{0k} S \rho) - \rho ch(\delta_{0k} S) ch(\delta_{0k} S \rho)] + \\ \left. + \frac{b_{11}^2 S^4 - (3b_{11} + b_{12} b_{11}) S^2 - b_{12}}{\delta_{0k} S (1 + b_{12})} ch(\delta_{0k} S) sh(\delta_{0k} S \rho) + O(\varepsilon) \right\} m'_k(\theta), \quad (62)$$

burada δ_{0k} -lar

$$sh(2\delta_{0k}S) - 2\delta_{0k}S = 0$$

tənliyinin həlləridir.

$$b) \quad u_{\rho}^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k^{(4)} \left\{ (b_{12} + b_{11}S^2) \delta_{0k}S [\rho sh(\delta_{0k}S) ch(\delta_{0k}S\rho) - \right. \\ \left. - ch(\delta_{0k}S) sh(\delta_{0k}S\rho)] - 2b_{11}S^2 sh(\delta_{0k}S) sh(\delta_{0k}S\rho) + O(\varepsilon) \right\} m_k(\theta), \quad (63)$$

$$u_{\theta}^{(a)} = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k^{(4)} \left\{ \frac{(1 - b_{11}S^2)(b_{12} + b_{11}S^2)}{1 + b_{12}} \times \right. \\ \times [ch(\delta_{0k}S) ch(\delta_{0k}S\rho) - \rho sh(\delta_{0k}S) sh(\delta_{0k}S\rho)] - \\ \left. - \frac{b_{11}^2S^4 - b_{11}(b_{12} + 3)S^2 - b_{12}}{(1 + b_{12})\delta_{0k}S} sh(\delta_{0k}S) ch(\delta_{0k}S\rho) + O(\varepsilon) \right\} m_k(\theta), \quad (64)$$

burada δ_{0k} -lar $sh(2\delta_{0k}S) + 2\delta_{0k}S = 0$ tənliyinin həlləridir.

Qeyd edək ki, $2e_1 = (2b_{12} + b_{12}^2 - b_{11}b_{22})b_{11}^{-1}$, $e_2 = b_{11}^{-1}b_{22}$ -dir.

(49)-(64) həlləri sərhəd layı xarakterinə malikdir və həmin həllər $\theta = \theta_j$ ($j=1;2$) konik kəsiklərinin ətrafında lokallaşır. Həqiqi δ_{0k} -lar üçün sərhəd layı xarakterli həllər zəif sönür. δ_{0k} -lar sırf xəyali və kompleks qiymətlər aldığında transversal-izotrop sferik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyəti keyfiyyət etibarlı ilə izotrop sferik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətilə eynidir.

2.3-də transversal-izotrop sferik örtüyün yüksək tezlikli rəqsi məsələsinə baxılır. $\varepsilon \rightarrow 0$ olduqda $\lambda \rightarrow \infty$ şərtini ödəyən λ -lar üçün (38)-(41) məsələsi tədqiq edilir. $\varepsilon \rightarrow 0$ olduqda

a) $\lambda \rightarrow \infty$, $\lambda\varepsilon \rightarrow 0$, b) $\lambda \rightarrow \infty$, $\lambda\varepsilon \rightarrow const$, c) $\lambda \rightarrow \infty$, $\lambda\varepsilon \rightarrow \infty$, mümkün halları öyrənilir. Yerdəyişmə vektoru və gərginlik tenzoru komponentlərinin amplitud qiymətləri üçün asimptotik ifadələr alınır.

2.4-də sferik örtüyün oturaqlarında (konik kəsiklərdə) verilmiş (36) sərhəd şərtlərinin ödənilməsi məsələsinə baxılır. Göstərilir ki, $\lambda = O(1)$, $\lambda = O(\varepsilon^{-\gamma})$, $\lambda = O(\varepsilon^{1-2\gamma})$, ($0 < \gamma < 1$) olduqda sabitlərin təyini üçün alınan tənliklər sistemi transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin statik məsələsində alınan sonsuz xətti cəbri tənliklər sistemi ilə üst-üstə düşür. $\lambda = O(\varepsilon^{-\gamma})$, ($\gamma \geq 1$) olduqda,

sabitlərin təyini üçün alınan sonsuz xətti cəbri tənliklər sistemi isə elastiki zolaq üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin dinamik məsələsində alınan xətti cəbri tənliklər sistemi ilə eynidir.

2.5-də yan səthi yükdən azad transversal-izotrop sferik örtüyün burulma rəqsi məsələsi tədqiq edilir. Yan səthdə verilmiş bircins sərhəd şərtlərinin ödənilməsi nəticəsində alınan dispersiya tənliyinin köklərinin $\varepsilon \rightarrow 0$ olduqda $\lambda = O(1)$ və $\lambda \rightarrow \infty$ şərtini ödəyən tezliklər üçün asimptotikası müəyyən edilir. Yerdəyişmə və gərginliklər üçün həmin köklərə uyğun asimptotik ifadələr təyin edilir.

2.6-da yan səthi bağlanmış transversal-izotrop sferik örtüyün burulma rəqsi məsələsi öyrənilir. Məsələnin dəqiq və asimptotik həlli qurulur.

NƏTİCƏ

1. Elastiklik modulları radiusa nəzərən xətti qanunla dəyişən radial qeyri bircins kiçik qalınlıqlı transversal-izotrop sferik örtüyün yan səthi yük-dən azad olduqda elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik məsələsi öyrənilib. Bircins həllər qurulub və onların təsnifatı aparılıb. Göstərilib ki bircins həll sferik örtüyün $\theta = \text{const}$ kəsiyində təsir edən gərginliklərin P baş vektoru ilə ekvivalent olan yayılan həll, örtüklərin tətbiqi nəzəriyyəsindəki sərhəd effektini müəyyən edən sərhəd effekti xarakterli həll və sferik örtüyün oturmaqlarının (konik kəsiklərin) ətrafında lokallaşan sərhəd layı xarakterli həllin cəmindən ibarətdir. Sferik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətinin xarakteri müəyyən edilib. Yerdəyişmə və gərginliklər üçün asimptotik ifadələr təyin edilib.
2. Sferik örtük üçün mövcud tətbiqi nəzəriyyələrin təsvir edə bilmədiyi sərhəd layı xarakterli həllər adlanan yeni sinif həllər müəyyən edilib. Bəzi sərhəd layı xarakterli həllərin zəif söndüyü və oblastın daxilinə yayılaraq konik kəsiklərdən uzaq məsafədə gərginlik-deformasiya vəziyyətini dəyişə biləcəyi göstərilib.
3. Yan səthi bağlanmış transversal-izotrop radial qeyri-bircins sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik məsələsi öyrənilib. Göstərilib ki, bircins həllər yalnız sərhəd layı xarakterli həllərdən ibarətdir.
4. Radial qeyri-bircins və bircins transversal-izotrop sferik örtük üçün sərhəd məsələləri ədədi həll edilib. Yerdəyişmə vektoru və

gərginlik tenzoru komponentlərinin radial istiqamətdə paylanması tədqiq edilib. Qeyri-bircinsliyin gərginlik-deformasiya vəziyyətinə təsiri qiymətləndirilib.

5. Sferik örtüyün yan səthi yükədən azad olduqda radial qeyri-bircins transversal-izotrop sferik örtüyün burulma məsələsi tədqiq edilib. Bircins həllin $\theta = const$ kəsiyində təsir edən gərginliklərin burucu momentlə mütənasib olan yayılan həll, konik kəsiklərdən uzaqlaşdıqda eksponensial qanunla sönən sərhəd layı xarakterli həllərin cəmindən ibarət olduğu və zəif sönən sərhəd layı xarakterli həllin mövcudluğu göstərilib.
6. Sferik örtüyün yan səthi bağlandıqda radial qeyri-bircins transversal-izotrop sferik örtüyün burulma məsələsi tədqiq edilib. Gərginlik-deformasiya vəziyyətinin xarakteri müəyyən edilib.
7. Asimptotik integrallama üsulunun tətbiqlə yan səthi yükədən azad kiçik qalınlıqlı transversal-izotrop sferik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin dinamik məsələsi öyrənilib. Sonlu və yüksək tezliklər üçün transversal-izotrop sferik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətini hesablamağa imkan verən asimptotik ifadələr təyin edilib.
8. Transversal-izotrop sferik örtüyün yan səthi yükədən azad olduqda və sferik örtüyün yan səthi bağlandıqda örtüyün burulma rəqsi məsələləri tədqiq edilib. Yan səthdə verilmiş bircins sərhəd şərtlərinin ödənilməsi nəticəsində alınan dispersiya tənliklərinin köklərinin örtüyün qalınlığını xarakterizə edən parametrlərin kiçik qiymətlərində sonlu və yüksək tezliklər üçün asimptotikası müəyyən edilib. Həmin köklərə uyğun gərginlik tenzorunun komponentləri və yerdəyişmə üçün asimptotik ifadələr qurulub.

Dissertasiyanın nəticələri aşağıdakı elmi işlərdə dərc olunmuşdur:

1. Юсубова, С.М. Анализ крутильных колебаний трансверсально-изотропной сферической оболочки с закрепленной боковой поверхностью // -Bakı: ATU-nun Elmi əsərləri (fundamental elmlər), -2013. № 2, -s. 230-235.
2. Юсубова, С.М. Torsional vibrations of a transversally isotropic spherical shell // -Bakı: Proceedings of IMM of ANAS, -2013. v. XXXIX (XLVII) -pp. 131-138

3. Юсубова, С.М. Динамическое кручение трансверсально – изотропной сферической оболочки // Y.Əmənzadənin 100 illiyinə həsr olunmuş konfrans "Mexanikanın klassik və müasir problemləri", -Bakı: -2014, s.156-160.
4. Мехтиев, М.Ф. Ахмедов, Н.К. Юсубова, С.М. Асимптотическое поведение решения осесимметричной динамической задачи теории упругости для трансверсально – изотропного сферического слоя малой толщины // Известия Высших Учебных Заведений Северо-Кавказский регион, Естественные науки, -2020. № 2, -с. 61-71.
5. Yusubova, S.M. Study of the stressed–deformed state of the transversal- isotropic sphere of small thickness with variable elasticity moduli // Proceedings of the 7th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, -Baku: -26-28 august -2020, v.2, -p.374-376.
6. Юсубова, С.М., Ахмедов, Н.К. Анализ напряженно- деформированного состояния радиально – неоднородной трансверсально – изотропной сферы с закрепленной боковой поверхностью // Вестник Донского Государственного Технического Университета, -2022. т. 22, №1, -с. 14-23
7. Юсубова, С.М. Исследование упругого равновесия радиально – неоднородной трансверсально–изотропной сферы малой толщины с закрепленной боковой поверхностью // "Российская наука в современной мире" XLIV Международная научно-практическая конференция, - Москва: -28 февраля, -2022,-с.32-36
8. Akhmedov, N.K., Yusubova S.M. Investigation of elasticity problem for the radially inhomogeneous transversely isotropic sphere. // Mathematical methods in the applied sciences. -2022. [https://doi.org/ 10.1002/ mma. 8360](https://doi.org/10.1002/ mma. 8360)
9. Юсубова, С.М. Анализ задачи кручения для радиально-неоднородной трансверсально-изотропной сферы с закрепленной боковой поверхностью // XIV Всероссийская научно-практическая конференция «Молодые ученые России» -Пенза: -23 августа, -2022,-с.8-11



Dissertasiyanın müdafiəsi **26 noyabr 2024-cü il** tarixində saat **15³⁰-da** Bakı Dövlət Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, Z. Xəlilov küçəsi, 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya işi və avtoreferatın elektron versiyasıları Bakı Dövlət Universiteti rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **22 oktyabr 2024-cü il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 01.10.2024

Kağızın formatı: 60x84^{1/16}

Həcmi: 39447

Tiraj: 100