AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

ÜÇÜNCÜ TƏRTİB ADİ DİFERENSİAL OPERATORLARA UYĞUN SPEKTRAL AYRILIŞLARIN YIĞILMASI

İxtisas: 1211.01- Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Elnarə Buxsay qızı Axundova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı-2021

Dissertasiya işi AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Funksional analiz" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: f.-r.e.d., professor **Vəli Məhərrəm oğlu Qurbanov**

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Məmməd Bayramoğlu

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent

Yaşar Topuş oğlu Mehralıyev

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

Elvin İbrahim oğlu Əzizbəyov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, professor

Misir Cumail oğlu Mərdanov

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.r.e.n., dosent

Tamilla Xavəran qızı Həsənova

Elmi seminarın sədri: akademik, f.r.e.d., professor

Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərərcəsi. Dissertasiya işi üçüncü tərtib adi diferensial operatorların məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sistemi üzrə spektral ayrılışların yığılmasının tədqiqinə həsr olunub.

Məlumdur ki, adi diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsi öz əsasını J.Liuvilin, Ş.Şturmun, həmçinin daha sonrakı dövrlərdə V.A.Steklovun, Y.D.Tamarkinin, D.Birqofun və başqa riyaziyyatşələrın klassik tədqiqatlarından götürür. Bu tədqiqatlarda müxtəlif sinif sərhəd məsələləri üçün spektral ayrılışların yığılması və məxsusi qiymətlərin asimptotikası məsələləri öyrənilmişdir.

Uzun müddət ərzində əsas araşdırma obyekti özü-özünə qoşma diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsi olmuşdur. Buna baxmayaraq son illərdə riyazi fizikanın bir sıra yeni məsələlərinin yaranması, özü-özünə qoşma olmayan diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsinə səbəb olmuşdur. Belə məsələyə nümunə olaraq istilikkeçirmə tənliyini üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləri ilə verilmiş Bitsadze-Samarski məsələsini göstərmək olar.

Özü-özünə qoşma olmayan sərhəd məsələlərinin öyrənilməsində aşkar olmuşdur ki , belə operatorların məxsusi funksiyalar sistemi, ümumiyyətlə desək, nəinki L_2 sinfində bazis təşkil etmir, həm də L_2 sindində tam olmaya bilər. Ona görə də belə sistemlər qoşulmuş funksiyalarla tamamlanmalıdır. Bu məsələlərdə məxsusi və qoşulmuş funksiyalar (kök funksiyaları)sistemi, ümumiyyətlə desək, L_2 fəzasında ortoqonal deyil, nə onun qapalılığı, nə də minimallığı bu fəzada bu sistemin bazis təşkil etməsini təmin etmir. Beləliklə, özü-özünə qoşma olmayan məsələlərin tədqiqi yeni yanaşmalar tələb edir. M.V. Keldış geniş sinif sərhəd məsələləri üçün xüsusi qurulmuş məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin L_2 -də tamlığını göstərmişdir.

Sonralar diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin müxtəlif məsələlərinin öyrənilməsi M.Stoun, M.V.Keldış, V.B.Lidskoy, M.A.Naymark, V.N.Vizitey, A.S.Markus, C.E.Allahverdiyev, M.Q.Qasımov, A.P.Kostyuçenko, A.P.Xromov, V.M.Mixaylov, Q.M.Keselman, A.M.Kroll, A.A.Şkalikov və digər riyaziyyatçılar tərəfindən davam etdirilmişdir.

Son dövrlərdə diferensial operatorların tədqiqi üçün V.A. İlin tərəfindən yaradılmışspektral üsul geniş tətbiq olunur. Onun tərəfindən aydınlaşdırılmışdır ki, sonsuz sayda qoşulmuş funksiyalar olduqda tamlıq xassəsindən fərqli olaraq bazislik və birgəyığılma xassələri 1) qoşulmuş funksiyaların seçilməsindən əsaslı asılıdır, 2) təkcə sərhəd şərti ilə təyin edilmir, bu xassələr həm də diferensial operatorun əmsallarının qiymətlərindən asılıdır və əmsalların verildiyi sinifdə onlara edilən kiçik dəyişiklik belə bu xassələrin dəyişməsinə səbə olur. Beləliklə, bu halda bazislik və birgəyığılma şərtlərini sərhəd şərti termini ilə ifadə etmək mümkün olmur.

Bununla əlaqədar olaraq V.A.İlin məxsusi və qoşulmuş funksiyaların yeni şərhini verməklə , bu funksiyaları sərhəd şərtlərindən asılı olmayan spektral parametrli uyğun tənliyin requlyar həlli kimi qəbul edir. Bu şərh ixtiyari sərhəd şərti ilə (həm lokal, həm də qeyri-lokal) doğrulmuş sistemlərə , heç bir sərhəd şərti ilə bağlanmayan funksiyalar sisteminə, həm də iki müxtəlif sərhəd məsələsinin məxsusi və qoşma funksiyalarının alt çoxluqlarının birləşməsindən alınan müəyyən sistemlərə baxmağa imkan verir.

V.A.İlin öz işlərində adi diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminə baxaraq müəyyən şərtlər daxilində birgəyığılma, bazislik və kompaktda bazislik (həmçinin komponent üzrə birgəyəğılma) teoremlərini isbat etmişdir. Sonralar adi diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin bu və ya digər məsələlərinin tədqiqi V.A.İlinin və onun davamçıları V.V.Tixomirovun, İ.S.Lomovun, N.B.Kərimovun, V.D.Budayevin, V.İ.Komornikin, L.V.Kritskovun, N. Lajetiçin, V.M.Qurbanovun və başqalarının işlərində davam etdirilmişdir.

Qeyd edək ki, Şredinger operatorunun komponenet üzrə müntəzəm birgəyığılması V.A.İlinin və V.M.Qurbanovun işlərində araşdırılıb. C və L_p metrikalarında komponenet üzrə birgəyığılma sürətinin tədqiqi isə V.M.Qurbanov tərəfindən aparılmışdır.

Şredinger operatoru üçün mütləq və müntəzəm yığılma məsələləri və yığılma sürətinin qiymətləndirilməsi N. Lajetiçin, V.M.Qurbanov və R.A.Səfərovun işlərində, Dirak operatoru üçün isə V.M.Qurbanov və A.İ.İsmayılovanın işlərində öyrənilmişdir.

Son dövrlər yığılma və birgəyığılma sürətinin müxtəlif xarakteristikadan asılılığı intensiv araşdırılırvə V.M.Qurbanov, R.A.Səfərov L.S.Lomov, A.C.Markov, A.T.Qarayeva tərəfindən bəzi mühüm nəticələr alınmışdır.

Yuxarıda qeyd olunan tədqiqatlara baxmayaraq yüksəktərtib diferensial opertorlar üçün kompaktda müntəzəm birgəyığılma sürəti və parçada müntəzəm yığılma sürəti məsələləri daha az tədqiq olunmuşdur.

Beləliklə, V.A.İlinin metodu ilə diferensial operatorlar üçün bu və ya digər sualların araşdırılması maraq kəsb edir

Bu dissertasiya işində üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə $W_p^1(G), p \geq 1$ sinfindən olan funksiyaların ortoqonal ayrılışlarının mütləq və müntəzəm yığılması, müntəzəm yığılma sürətinin qiymətləndirilməsi öyrənilir; $P_2(x)$ əmsalının kəsilməzlik modulunun triqonometrik Furye ayrılışı ilə biortoqonal ayrılışın müntəzəm birgəyığılma sürətinə təsiri araşdırılır Müxtəlif funksional fəzalardan olan funksiyalar üçün $\left(H_p^\omega(G), \quad B_{p,\theta}^\alpha(G)\right)$komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma sürəti tapılır. $W_2^1(G)$ sinfindən olan funksiyanın hamar əmsallı üçüncü tərtib diferensial operatorun kök funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması öyrənilir, bu biortoqonal ayrılışın müntəzəm yığılmasının sürəti tapılır.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Üçüncü tərtib adi diferensial operatorun kök funksiyaları üzrə spektral ayrılışların mütləq və müntəzəm yığılma və kompaktda müntəzəm birgəyığılma məsələlərini tədqiq etmək.

Tədqiqat metodları. İşdə diferensial operatorlar nəzəriyyəsinin, funksional analiz nəzəriyyəsinin və harmonik analiz nəzəriyyəsinin üsullarından istifadə olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

- $W_p^1(G),\ p>1,\ G=(0,1),$ Sobolev siniflərindən olan funksiyaların üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə spektral ayrılışlarının $\overline{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılmasının tədqiqinin nəticələri və bu parçada müntəzəm yığılma sürətləri qiymətləndirilməsi.
- $f(x)\in W_1^1(G), G=(0,1),$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışının parçada mütləq və müntəzəm yığılmasının tədqiqinin nəticələri və bu ayrılışın qalığı $C(\overline{G})$ metrikasında qiymətləndirilməsi.
- $L_p(G),\ p\geq 1,$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun kök funksiyaları üzrə spektral ayrılışının triqonometrik ayrılışla kompaktda müntəzəm birgəyığılmasının tədqiqinin nəticələri və $H_p^{\omega}(G),\ B_{p,\theta}^{\alpha}(G)$ siniflərindən olan funksiyalar üçün kompaktda müntəzəm birgəyığılma sürətinin qiymətləndirilməsi.
- $W_2^1(G),\ G=(0,1),$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib adi diferensial operatorun kök funksiyaları sistemi üzrə biortoqonal ayrılışının $\overline{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılmasının tədqiqinin nəticələri və bu parçada müntəzəm yığılma sürətinin qiymətləndirilməsi.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiyada aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır.

- $W_p^1(G),\ p>1,\ G=(0,1),$ Sobolev siniflərindən olan funksiyaların üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə spektral ayrılışlarının $\overline{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb və bu parçada müntəzəm yığılma sürətləri qiymətləndirilib.
- $f(x)\in W_1^1(G),\ G=(0,1),$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi

funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışının parçada mütləq və müntəzəm yığılması isbat olunub və bu ayrılışın qalığı $C(\overline{G})$ metrikasında qiymətləndirilib.

- $L_p(G), p \geq 1,$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun kök funksiyaları üzrə spektral ayrılışının triqonometrik ayrılışla kompaktda müntəzəm birgəyığılması haqqında teorem isbat olunub. $H_p^{\omega}(G), B_{p,\theta}^{\alpha}(G)$ siniflərindən olan funksiyalar üçün kompaktda müntəzəm birgəyığılma sürəti qiymətləndirilib.
- $W_2^1(G), G=(0,1),$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib adi diferensial operatorun kök funksiyaları sistemi üzrə biortoqonal ayrılışının $\overline{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılması haqqında teoremlər isbat olunub və bu parçada müntəzəm yığılma sürəti tapılıb.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınan nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. Alınan nəticələr diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsində; riyazi fizika məsələlərinin həlli zamanı Furye metodunun əsaslandırılmasında və funksiyaların akroksimasiyası nəzəriyyəsində istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın əsas nəticələri Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2013); AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransında (Bakı, 2014); Azərbaycan-Türkiyə-Ukrayna MADEA7 Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2015); Əməkdar elm xadimi, professor A.Ş.Həbibzadənin 100 illiyinə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı, 2016); AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Funksional analiz" (rəhbər, f.r.e.d., prof.H.İ.Aslanov) və "Diferensial tənlilər" şöbələrinin (rəhbər, f.r.e.d, prof.Ə.B.Əliyev) seminarlarında məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhvəsi. Alınmış bütün nəticə və təkliflər müəllifə aiddir.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiyanın tam məzmunu müəllifin 10 elmi işində dərc edilmişdir, əsərlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Azırbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Funksional analiz şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işinin ümumi həcmi–207693 işarə (titul səhifəsi–320 işarə, mündəricat – 2173 işarə, giriş – 50000 işarə, I fəsil –84000 işarə, II fəsil–70000, nəticə–1200 işarə). İstifadə olunan ədəbiyyat siyahısı 72 ədəbiyyatdan ibarətdir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

İşin giriş hissəsində mövzunun aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiyanın məzmunu ilə bağlı nəticələrin qısa xülasəsi verilir və əsas nəticələr şərh olunur.

Dissertasiya işi giriş hissədən, iki fəsil və ədədbiyyat siyahısından ibarətdir. Hər bir fəsil paraqraflara ayrılmışdır.

Birinci fəsildə cəmlənən əmsallı diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışa aid əsas nəticələr şərh olunur. $W_p^1(G), p \geq 1,$ sinfindən olan mütləq kəsilməz funksiyaların bu operatorun məxsusi funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılılarının mütləq və müntəzəm yığılması isbat olunur və bu ayrılışların müntəzəm yığılma sürətləri tapılır; müntəzəm yığılma sürətinə operatorun əmsallarının cəmlənmə dərəcələrinin təsiri və ayrılışı öyrənilən funksiyanın törəməsinin cəmlənmə dərəcəsinin təsiri tədqiq olunur.

Paraqraf 1.1-də kompleksqiymətli cəmlənən əmsallı

$$Lu = u^{(3)} + P_1(x)u^{(2)} + P_2(x)u^{(1)} + P_3(x)u, \quad x \in G = (0,1),$$

formal diferensial operatoruna baxılır. Burada $P_1(x) \in L_2(G), \quad P_l(x) \in L_1(G), \ l = 2,3.$

$D(G)$ ilə ikinci tərtibə qədər törəmələri (ikinci tərtib də daxil olmaqla) $\overline{G}=[0,1]$ qapalı parçasında mütləq kəsilməz funksiyalar sinfini işarə edək. L operatorunun λ məxsusi ədədinə uyğun məxsusi funksiyası eyniliklə sıfır olmayan və G-də sanki hər yerdə $Lu+\lambda u=0$ tənliyini ödəyən ixtiyari $u(x)\in D(G)$ funksiyasına deyilir.

Tutaq ki, $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ L operatorunun məxsusi funksiyalarından təşkil olunmuş və $L_2(G)$-də tam ortanormal sistem, $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ uyğun məxsusi ədədlər sistemidir və $Re\,\lambda_n=0$ (fərz olunur ki, L operatorunun əmsalları $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ sisteminin varlığına imkan verir).

$\mu_n=(\mp i\lambda_n)^{1/3}$, $\pm\, Im\,\lambda_n\geq 0$, işarə edək.

Əgər $f(x)$ funksiyası $\overline{G}$-də mütləq kəsilməzdirsə və $f'(x)\in L_p(G)$ olarsa, onda deyəcəyik ki, $f(x)$ funksiyası $W_p^1(G)$, $1\leq p\leq\infty$ sinfinə daxildir.

$f(x)\in W_p^1(G)$ funksiyasının $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ sistemi üzrə spektral ayrılışının xüsusi cəmini daxil edək:

$$\sigma_\nu(x,f)=\sum_{\mu_n\leq\nu} f_n u_n(x),\ \nu>0,\qquad f_n=(f,u_n)=\int_0^1 f(x)\overline{u_n(x)}\,dx.$$

$R_\nu(x,f)=f(x)-\sigma_\nu(x,f)$ işarələməsini daxil edək.

Bu paraqrafda aşağıdakı teoremlər isbat olunur.

Teorem 0.0.1. *Fərz edək ki,* $P_1(x)\equiv 0, P_l(x)\in L_1(G), l=2,3;$ $f(x)\in W_p^1(G),\quad p>1,$ *və*

$$\left| f(x)\overline{u_n^{(2)}(x)}\Big|_0^1\right|\leq C(f)\mu_n^{\alpha}\|u_n\|_\infty,\quad 0\leq\alpha<2,\ \mu_n\geq 1,\ (0.0.1)$$

şərti ödənir. Burada $C(f)>0$ *sabiti* $f(x)$ *funksiyasından asılıdır.*

Onda $f(x)$ *funksiyasının* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə spektral ayılışı* $\overline{G}=[0,1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və*

$$\sup_{x\in\overline{G}}\left|R_\nu(x,f)\right|\le const\left\{\ C(f)\nu^{\alpha-2}+\nu^{-\beta}\left\|f'\right\|_p+\right.$$
$$\left.+\nu^{-1}\left(\|f\|_\infty+\|f'\|_1\right)\sum_{r=2}^{3}\nu^{2-r}\|P_r\|_1\ \right\}, \tag{0.0.2}$$

qiymətləndirilməsi doğrudur. Burada $\beta=\min\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{q}\right\}$,

$p^{-1}+q^{-1}=1,\ \nu\ge 2,$ *const* $f(x)$*-dən asılı deyil* , $\|\cdot\|_p=\|\cdot\|_{L_p(G)}$

Nəticə 0.0.1 *Əgər 0.0.1. teoremində* $f(x)$ *funksiyası* $f(0)=f(1)=0$ *şərtini ödəyərsə, onda (0.0.1) şərti ödənir və*

$$\sup_{x\in\overline{G}}\left|R_\nu(x,f)\right|\le const\ \nu^{-\beta}\left\|f'\right\|_p,\ \ \nu\ge 2;$$

qymətləndirməsi ödənir. Əgər $C(f)=0$ *və ya* $0\le\alpha<2-\beta$ *olarsa, onda*

$$\sup_{x\in\overline{G}}\left|R_\nu(x,f)\right|=o\left(\nu^{-\beta}\right),\quad \nu\to+\infty.$$

qymətləndirməsi qoğrudur.

Teorem 0.0.2. *Fərz edək ki,* $P_1(x)\in L_2(G), P_l(x)\in L_1(G)$, $l=2,3;$ $f(x)\in W_2^1(G)$ *və (0.0.1) şərti ödənir. Onda* $f(x)$ *funksiyasının* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə spektral ayılışı* $\overline{G}=[0,1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və*

$$\sup_{x\in\overline{G}}\left|R_\nu(x,f)\right|\le const\left\{\ C(f)\nu^{\alpha-2}+\nu^{-\frac{1}{2}}\left(\left\|f\overline{P_1}\right\|_2+\left\|f'\right\|_2\right)+\right.$$
$$\left.+\nu^{-1}\|f\|_\infty\sum_{r=2}^{3}\nu^{2-r}\|P_r\|_1\ \right\},\ \nu\ge 2. \tag{0.0.3}$$

Nəticə 0.0.2. Əgər Teorem *0.0.2-də* $C(f)=0$ *və ya* $0\le\alpha<3/2$ *olarsa, onda*

$$\sup_{x\in\overline{G}}\left|R_\nu(x,f)\right|=o\left(\nu^{-\frac{1}{2}}\right),\quad \nu\to+\infty.$$

qiymıətləndirməsi doğrudur.

Teorem 0.0.3.*Fərz edək ki,* $P_1(x)\in L_2(G),\ P_l(x)\in L_1(G),$ $l=2,3;$ $f(x)\in W_p^1(G),$ $1<p<2,$ *(0.0.1) şərti ödənilir və* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi müntəzəm məhduddur. Onda* $f(x)$ *funksiyasının* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə spektral ayılışı* $\overline{G}=[0,1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:*

$$\sup_{x\in\overline{G}}\left|R_\nu(x,f)\right|\le const\left\{\ C(f)\nu^{\alpha-2}+\nu^{-\frac{1}{2}}\left\|f\overline{P_1}\right\|_2+\nu^{-\frac{1}{q}}\left\|f'\right\|_p+\right.$$

$$\left.+\nu^{-1}\left\|f\right\|_\infty\sum_{r=2}^{\infty}\nu^{2-r}\left\|P_r\right\|_1\ \right\},\ \mu\ge 2,\ \ p^{-1}+q^{-1}=1.$$

Nəticə 0.0.3. *Əgər teorem 0.0.3-də* $C(f)=0$ *və ya* $0\le\alpha<2-q^{-1}$ *olarsa, onda*

$$\sup_{x\in\overline{G}}\left|R_\nu(x,f)\right|=o\left(\nu^{-\frac{1}{q}}\right),\quad \nu\to+\infty$$

qiymətləndirməsi ödənir.

Qeyd edək ki, oxşar nəticələr $L_1=-\frac{d^2}{dx^2}+q(x)$ Şredinger operatoru üçün $q(x)\in L_r(G),\ r\ge 1$- həqiqiqiymətli potensial halı üçün N.L,Lajetiçin işlərində $f(x)\in W_p^1(G),\quad p>1,\quad f(0)=f(1)=0$ olduqda; V.M.Qurbanovun və R.A.Səfərovun işlərində $q(x)\in L_1(G)$ -həqiqi və ya kompleks potensial halında

$f(x) \in W_p^1(G)$, $p \geq 1$, $f(0) = f(1) = 0$ olduqda; V.M.Qurbanovun və A.T.Qarayevanın işlərində $Q(x)$-cəmlənən matris potensialı halında $f(x) \in W_{p,m}^1(G)$, $p \geq 1$, olduqda alınmışdır.

Paraqraf 1.2.-də L operatoruna $P_l(x) \equiv 0$ halında baxılır və $f(x) \in W_1^1(G), G = (0,1)$ funksiyasının bu operatorun məxsusi funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması tədqiq olunur.

Bu məqsədlə

$$\left| f(x) u_n^{(2)}(x) \Big|_0^1 \right| \leq C(f) \mu_n^{\alpha}, \quad 0 \leq \alpha < 2, \ \mu_n \geq 4\pi ; \qquad (0.0.4)$$

şərtini ödəyən $f(x) \in W_1^1(G)$ funksiyasının Furye əmsalları qiymətləndirilir. Bu qiymətləndirməyə əsaslanaraq bu paraqrafda aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 0.0.4. *Fərz edək ki, $f(x)$ funksiyası $W_1^1(G)$ sinfinə daxildir , $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ sistemi müntəzəm məhduddur və (0.0.4) və*

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^{-1} \omega_1\left(f', k^{-1}\right) < \infty \qquad (0.0.5)$$

şərtləri ödənir.

Onda $f(x)$ funksiyasının $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ sistemi üzrə spektral ayılışı $\overline{G} = [0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\sup_{x \in \overline{G}} \left| R_\nu(x, f) \right| \leq const \left\{ C(f) \nu^{\alpha - 2} + \sum_{k=[\nu]}^{\infty} \omega_1\left(f', k^{-1}\right) k^{-1} + \right. \qquad (0.0.6)$$

$$\left. \left(\|f'\|_\infty + \|f'\|_1 \right) \sum_{l=2}^{3} \nu^{1-l} \|P_l\|_1 + \nu^{-1} \|f'\|_1 \right\}, \quad \nu \geq 2,$$

Burada $\omega_1(g, \delta)$ ilə $g(x) \in L_1(G)$ funksiyasının inteqral kəsilməzlik modulududur. $\|P_l\|_1 = \int_0^1 |P_l(x)| dx$, const $f(x)$-dən asılı deyil .

Şturm-Liuvill operatoru üçün oxşar nəticələr əvəllər N.L.Lajetiçin, V.M.Qurbanov və R.A.Səfərovun, A.T.Qarayevanın işlərində isbat olunmuşlar.

Nəticə 0.0.4. *Əgər* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi müntəzəm məhduddursa,* $f(x) \in W_1^1(G)$, $f(0) = f(1) = 0$ *və* $f'(x) \in H_1^{\alpha}(G)$, $0 < \alpha < 1$, *(*$H_1^{\alpha}(G)$ *- Nikolski sinfidir), onda*

$$\sup_{x \in \overline{G}} |R_\nu(x, f)| \leq const\, \nu^{-\alpha} \|f'\|_1^{\alpha},$$

burada $\|g\|_1^{\alpha} = \|g\|_1 + \sup_{\delta > 0} \frac{\omega_1(g, \delta)}{\delta^{\alpha}}$.

Nəticə 0.0.5. *Əgər* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi müntəzəm məhduddursa,* $f(x) \in W_1^1(G)$, $f(0) = f(1) = 0$ *və müəyyən* $\beta > 0$ *üçün*

$$\omega_1(f', \delta) = O\left(\ln^{-(1+\beta)} \frac{1}{\delta} \right), \quad \delta \to +0$$

şərti ödənərsə, onda $\sup_{x \in \overline{G}} |R_\nu(x, f)| = O(ln^{-\beta} \nu)$, $\nu \to \infty$.

Paraqraf 1.3.-də $f(x) \in W_1^1(G)$ *spektral ayrılışının mütləq və müntəzəmn yığılmasına* $P_1(x)$ əmsalının təsiri öyrənilir və aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 0.0.5. *Fərz edək ki,* $f(x)$ *funksiyası* $W_1^1(G)$ *sinfinə daxilrdir.* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi müntəzəm məhduddur, (0.0.4) və*

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^{-1} \omega_1(f', k^{-1}) < \infty, \quad \sum_{k=1}^{\infty} k^{-1} \omega_1(f\, \overline{P}_1,\, k^{-1}) < \infty \qquad (0.0.7)$$

şərtləri ödənir.

Onda $f(x)$ *funksiyasının* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə spektral ayılışı* $\overline{G} = [0,1]$ *parçasında mütləq və müntəzəm yığılır və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:*

$$\sup_{x\in\overline{G}}\left|R_\nu(x,f)\right| \le const\Bigg\{ \; C(f)\nu^{\alpha-2} + \left(1+\|P_1\|_1\right)\times$$

$$\times\left[\;\sum_{k=[\nu]}^{\infty} k^{-1}\omega_1\left(f\overline{P}_1, k^{-1}\right) + \sum_{k=[\nu]}^{\infty}\omega_1\left(f', k^{-1}\right)k^{-1} + \nu^{-1}\left(\|f'\|_1 + \|f\overline{P}_1\|_1\right)\;\right]+$$

$$+\left(\|f'\|_1 + \|f\overline{P}_1\|_1 + \|f\|_\infty\right)\sum_{r=2}^{3}\nu^{1-r}\|P_r\|_1\Bigg\}, \quad \nu \ge 2, \qquad (0.0.8)$$

burada $\|P_l\|_1 = \int_0^1 \left|P_l(x)\right|dx$, *const* $f(x)$*-dən asılı deyil.*

Teorem 0.0.5-in isbatı aşağıdakı lemmaya əsaslanır.

Lemma 0.0.3. *Tutaq ki,* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi müntəzəm məhduddur* $f(x)\in W_1^1(G)$ *funksiyası və* $\{u_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ *sistemi (0.0.10) şərtini ödəyirlər. Onda* $f(x)$ *funksiyasının* f_n *Furye əmsalları üçün* $(\mu_n \ge 4\pi)$ *aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:*

$$\left|f_n\right| \le const\Bigg\{ \; C(f)\mu_n^{\alpha-3} + \mu_n^{-1}\left(1+\|P_1\|_1\right)\Bigg[\; \omega_1\left(f', \mu_n^{-1}\right)+$$

$$+\omega_1\left(f\overline{P}_1, \mu_n^{-1}\right) + \mu_n^{-1}\|f'\|_1 + \mu_n^{-1}\|f\overline{P}_1\|_1 \;\Bigg]+ \qquad (0.0.9)$$

$$+\mu_n^{-2}\left(\|f'\|_1 + \|f\overline{P}_1\|_1 + \|f\|_\infty\right)\sum_{r=2}^{3}\|P_r\|_1\mu_n^{2-r}\Bigg\}.$$

Dissertasiyanın ikinci fəslində $G=(0,1)$ intervalında kompleksqiymətli cəmlənən əmsallı üçüncü tərtib ad diferensial operatora baxılır.

$L_p(G), p\ge 1$ sifindən olan funksiyanın biortoqonal ayrılışının onun triqonometrik Furye ayrılışı ilə birgəyığılma sualları araşdırılır. Kompaktda müntəzəm birgəyığılma srəti qiymətləndilir, $P_2(x)$ əmsalının kəsilməzlik modulunun birgəyığılma sürətinə təsiri araşdırılır. Həmçinin $W_2^1(G)$ sinfindən olan funkiyanın bu operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışının $\overline{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılması tədqiq olunur.

Paraqraf 2.1.-də

$$Lu = u^{(3)} + P_1(x)u^{(2)} + P_2(x)u^{(1)} + P_3(x)u \qquad (0.0.10)$$

üçüncü tərtib adi diferensial operatoruna baxılır. Burada $P_i(x) \in L_1^{\ell oc}(G),\ i=\overline{1,3}$.

Bu operatorların kök funksiyaları üçün sürüşmə və orta qiymət düsturları çıxarılır. Bu düsturlar (0.0.10) operatorunun kök funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışının müntəzəm birgəyığılması və mütləq və müntəzəm yığılması suallarının araşdırılmasında əsas aparat rolunu oynayır.

Paraqraf 2.2-də $P_1(x) \equiv 0$ halında L adi adiferensial operatoruna baxılır. Bu operatorun kök funksiyaları üzrə spektral ayrılışının kompaktda triqonometrik ayrılışla birgəyığılma sualları tədqiq olunur. $P_2(x)$ əmsalının kəsilməzlik modulunun biortoqonal ayrılışla triqonometrik ayrılışın $G=(0,1)$ intervalına daxil olan kompaktda müntəzəm birgəyığılma sürətinə təsiri araşdırılır. Onun üçün VA.İlinin spektral metodu tətbiq olunur.

$G=(0,1)$ intervalında $Lu = u^{(3)} + P_2(x)u^{(1)} + P_3(x)u$ formal diferensial operatoruna baxaq. Burada $P_\ell(x) \in L_1(G)$, $\ell=\overline{2,3}$- kompleksqiymətli əmsallardır.

L operatorunun λ kompleks məxsusi ədədinə uyğun məxsusi funksiyası dedikdə eyniliklə sıfır olmayan, ixtiyari kompleksqiymətli $y_0(x) \in D(G)$ funksiyası başa düşülür ki, o G-də sanki hər yerdə $Ly_0 + \lambda y_0 = 0$ tənliyini ödəyir. Analoji olaraq L operatorunun həmin λ məxsusi ədədinə və $y_0(x)$ məxsusi funksiyasına uyğun m $(m \geq 1)$ tərtibli qoşulmuş funksiyası dedikdə, G-də sanki hər yerdə $Ly_m + \lambda y_m = y_{m-1}$ tənliyini ödəyən ixtiyari kompleksqiymətli $y_m(x) \in D(G)$ funksiyası başa düşülür.

Hər bir məxsusi funksiya tərtibi sıfır olan qoşulmuş funksiya hesab edilir. Verilmiş məxsusi funksiyaya uyğun kök (qoşulmuş) funksiyaların ən yüksək tərtibi bu məxsusi funksiyanın ranqı adlanır.

L operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarından təşkil olunmuş ixtiyari $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sisteminə baxaq. Fərz edək ki, $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ uyğun məxsusi ədədlər sistemidir və bu kök funksiyalar sistemi $\ell \geq 1$ tərtibli hər bir kök funksiya ilə yanaşı ona uyğun tərtibi ℓ-dən kiçik kök funksiyaları özündə saxlayır. Bundan əlavə məxsusi funksiyaların ranqları müntəzəm məhduddur. Bu o deməkdir ki, $u_k(x) \in D(G)$ və G-də sanki hər yerdə $Lu_k + \lambda_k u_k = \theta_k u_{k-1}$, tənliyi ödənir. Burada θ_k ya 0-a (bu halda $u_k(x)$ - məxsusi funksiyadır), ya 1-ə (bu halda $\lambda_k = \lambda_{k-1}$ olduğu tələb olunur və $u_k(x)$ - qoşulmuş funksiya adlanır) bərabərdir.

$$\mu_k = \begin{cases} (i\lambda_k)^{\frac{1}{3}}, & Im\,\lambda_k < 0 \\ (-i\lambda_k)^{\frac{1}{3}}, & Im\,\lambda_k \geq 0, \end{cases}$$

işarələməsini aparaq. Burada $\left(re^{i\varphi}\right)^{\frac{1}{3}} = r^{\frac{1}{3}} e^{\frac{i\varphi}{3}}$, $-\pi < \varphi \leq \pi$.

Fərz edək ki, $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sistemi A_p şərtlərini ödəyir (V.A.İlin şərti).

1) müəyyən qeyd olunmuş $p \geq 1$ üçün $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sistemi $L_p(G)$-də qapalı və minimaldır:

2) Karleman və "birlərin cəmi" şərtləri ödənir:

$$\left|\operatorname{Im}\mu_k\right| \leq const, \quad k = 1,2,...; \qquad \sum_{\tau \leq Re\,\mu_k \leq \tau+1} 1 \leq const, \quad \forall \tau \geq 0$$

3) Ixtiyari $K \subset G$ kompaktı üçün elə $C_0(K)$ sabiti var ki,

$$\|u_k\|_{p,K} \|\vartheta_k\|_q \leq C_0(K),$$

burada $\|\cdot\|_{p,K} = \|\cdot\|_{L_p,(K)}$, $\|\cdot\|_q = \|\cdot\|_{L_q(G)}$, $p^{-1} + q^{-1} = 1$, $(p = 1,\ q = \infty)$, $\{\vartheta_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sistemi $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sisteminə biortoqonal qoşmadır

$S_\nu(x, f)$ ilə $f(x) \in L_p(G)$ funksiyasının triqonometrik sırasının xüsusi cəmini işarə edək və $f(x)$ funksiyasının $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sistemi üzrə biortoqonal ayrılışının xüsusi cəmini daxil edək:

$$\sigma_\nu(x, f) = \sum_{\rho_k \le \nu} f_k u_k(x), \quad \rho_k = \operatorname{Re}\mu_k,\ \nu > 0,$$

burada $f_k = \int\limits_G f(x)\overline{\vartheta_k(x)}dx \cdot$

Aşağıdakı işarələmələri daxil edək:

$$\Delta_\nu(K, f) = \|\sigma_\nu(\cdot, f) - S_\nu(\cdot, f)\|_{C(K)};$$

$$\hat{f}_k = f_k\|\vartheta_k\|_q^{-1}, \quad \Omega\left(f, \frac{\nu}{2}, \alpha\right) = \nu^{-1} \sum_{1 \le \rho_k \le \frac{\nu}{2}} \left|\hat{f}_k\right| \rho_k^{-\alpha}, \quad 0 \le \alpha \le 1;$$

$$\Phi_p(f, \nu) = \nu^{-1}\|f\|_p + \max_{\rho_k \ge \frac{\nu}{2}}\left|\hat{f}_k\right|; \quad Q_p(f, \nu) = \nu^{-1}\|f\|_p + \max_{2\pi k \ge \frac{\nu}{2}}\left|\tilde{f}_k\right|,$$

burada $\tilde{f}_k$-lar $f(x)$ funksiyasının $L_q(G)$-də normallaşmış triqonometrik sistem üzrə Furye əmsallarıdır;

$$D(\nu) = \inf_{\substack{\alpha > 1 \\ n \ge 2}}\left\{\omega_1(P_2, n^{-1})\Omega\left(f, \frac{\nu}{2}, 0\right) + n^{2(1-\alpha^{-1})}\|P_2\|_1 \Omega\left(f, \frac{\nu}{2}, 1 - \alpha^{-1}\right)\right\} +$$
$$+ \|P_3\|_1 \Omega\left(f, \frac{\nu}{2}, 1\right)$$

$\omega_1(f, \delta)$ - $f(x)$ funksiyasının $L_1(G)$-də kəsilməzlik moduludur;

$$\Phi_p\left(f, \left[\frac{\nu}{2}\right], 1 - r^{-1}\right) = T\left(f, \left[\frac{\nu}{2}\right], 1 - r^{-1}\right) + \frac{1}{1 - r^{-1}}\|f\|_p;$$

$$\varphi_p(f,v)=\omega_1\left(f,v^{-1}\right)+v^{-1}\|f\|_p;$$

$$E(P_2,v)=\inf_{\substack{\alpha>1\\ n\geq 2}}\left\{\ \omega_1(P_2,n^{-1}\left(T\left(f,\left[\frac{v}{2}\right],0\right)+\ln v\|f\|_1\right)+\right.$$

$$\left.+\|P_2\|_1 n^{2(1-\alpha^{-1})}\left(T\left(f,\left[\frac{v}{2}\right],1-\alpha^{-1}\right)+\frac{1}{1-\alpha^{-1}}\|f\|_1\right)\right\};$$

$$T(f,\ell,\varepsilon)=\sum_{i=1}^{\ell} i^{-\varepsilon}\omega_1\left(f,i^{-1}\right),\ 0\leq\varepsilon<1\cdot$$

Tutaq ki, $\omega(t)$-$[0,\infty)$ aralığında azalmayan kəsilməz funksiyadır və

a) $\omega(0)=0,\ \omega(t)>0, t>0$; b) $t^{-1}\omega(t)$-artmayandır. $H_p^{\omega}(G),\ p\geq 1,$ ilə $L_p(G)$ fəzasından olan və $\omega_p(f,\delta)\leq C(f)\omega(\delta)$ şərtini ödəyən funksiyalar çoxluğunu işarə edək. Burada $C(f)$ $f(x)$-dən asılı sabitdir. $H_p^{\omega}(G)$-də norma $\|f\|_p^{\omega}=\|f\|_p+\sup\limits_{\delta>0}\frac{\omega_1(f,\delta)}{\omega(\delta)}$ bərabərliyi ilə təyin olunur. $B_{p,\theta}^{\alpha}(G),\ 0<\alpha<1,\ 1\leq\theta\leq\infty$ isə Bessov sinfini işarə edək. Bu fəzada norma

$$\|f\|_{B_{p,\theta}^{\alpha}(G)}=\|f\|_p+\left(\int_0^{h_0}\left(t^{-\alpha-\frac{1}{\theta}}\omega_p(f,t)\right)^{\theta}dt\right)^{\frac{1}{\theta}},\ h_0>0\cdot$$

bərabərliyi ilə təyin olunur.

Qeyd edək ki, $B_{p,\infty}^{\alpha}(G)\equiv H_p^{\alpha}(G);\quad H_p^{\omega}(G)\equiv H_p^{\alpha}(G)$ əgər $\omega(t)=t^{\alpha},\ 0<\alpha<1$ ($H_p^{\alpha}(G)$-Nikolski sinfidir).

Bu paraqrafın əsas nəticələri aşağıdakı teoremlərdə cəmləşir:

Teorem 0.0.6. *Fərz edək ki,* $P_2(x)\in L_r(G), r\geq 1,$ $P_3(x)\in L_1(G)$ *və* $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi* A_p *şərtini ödəyir.*

Onda $f(x)\in L_p(G)$ *funksiyasının* $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə biortoqonal ayrılışı ilə onun triqonometrik ayrılışı ixtiyari* $K\subset G$ *kompaktında müntəzəm birgəyığılır, yəni*

$$\Delta_\nu(K,f)\to 0,\ \ \nu\to+\infty, \tag{0.0.11}$$

və aşağıdakı qiymətləndirmər doğrudur

$$\Delta_\nu(K,f)\le C_1(K)\left\{\ \|P_2\|_r\,\Omega\left(f,\frac{\nu}{2},\ 1-r^{-1}\right)+\|P_3\|_1\,\Omega\left(f,\frac{\nu}{2},\ 1\right)+\right. \tag{0.0.12}$$

$$\left.+\Phi_p(f,\nu)+Q_p(f,\nu)\ \right\},\quad r>1;$$

$$\Delta_\nu(K,f)\le C_2(K)\{D(\nu)+\Phi_p(f,\nu)+Q_p(f,\nu)\},r=1, \tag{0.0.13}$$

burada $C_1(K)$, $C_2(K)$ sabitləri ν *-dən və* $f(x)$-dən asılı deyildirlər.

Teorem 0.0.7. *Fərz edək ki, Teorem 0.0.6 şərtləri* $p=1$ *olduqda ödənir və* $f(x)\in L_1(G)$*funksiyasının* $\hat{f}_k$ *Furye əmsalları üçün*

$$\left|\hat{f}_k\right|\le const\{\omega_1(f,\rho_k^{-1})+\rho_k^{-1}\|f\|_1\},\ \rho_k\ge 1\ , \tag{0.0.14}$$

şərti ödənir. Onda $r>1$ *olduqda*

$$\Delta_\nu(K,f)\le C_3(K)\nu^{-1}\left\{\ \|P_2\|_r\,\Phi_1\left(f,\left[\frac{\nu}{2}\right],\ 1-r^{-1}\right)+\right. \tag{0.0.15}$$

$$\left.+\|P_3\|_1\,\Phi_1\left(f,\left[\frac{\nu}{2}\right],\ 1\right)+\nu\varphi_1(f,\nu)\ \right\},$$

$r=1$ *olduqda isə*

$$\Delta_\nu(K,f)\le C_4(K)\nu^{-1}\left\{E(P_2,\nu)+\|P_3\|_1\,\Phi_1\left(f,\left[\frac{\nu}{2}\right],\ 1\right)+\nu\varphi_1(f,\nu)\right\} \tag{0.0.16}$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Burada $C_3(K)$, $C_4(K)$*sabitləri* ν *və* $f(x)$ *-dən asılı deyildirlər.*

Teorem 0.0.7 –dən aşağıdakı nəticələr alınır :

Nəticə 0.0.6. *Teorem 0.0.7 –nin şərtləri ödəndikdə aşağıdakı qiymətləndirlər doğrudur:*

$$\Delta_\nu(K,f)\le C_5(K)\nu^{-\alpha}\|f\|_{B^{\alpha}_{p,\theta}(G)},\quad r=1,\ f\in B^{\alpha}_{p,\theta}(G); \qquad (0.0.17)$$

$$\Delta_\nu(K,f)\le C_6(K)\omega\left(\nu^{-1}\right)\begin{cases}\|f\|_p^{\omega}, & r>1\\ (1+R(\nu))\|f\|_p^{\omega}, & r=1,\end{cases}\qquad f\in H_p^{\omega}(G) \qquad (0.0.18)$$

burada

$$R(\nu)=\inf_{m\ge 2}\left\{\omega_1(P_2,m^{-1})\ln\nu+\|P_2\|_1\ln m\right\}.$$

Nəticə 0.0.7. *Tutaq ki,* $r=1$ *və Teorem 0.0.7-nin şərtləri ödənir. Onda ixtiyari* $f(x)\in H_p^{\omega}(G)$ *funkdiyası üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur.*

$$\Delta_\nu(K,f)=O\left(\omega\left(\nu^{-1}\right)\ln\nu\right),\quad \nu\to+\infty, \qquad (0.0.19)$$

əgər əlaə olaraq $\omega_1(P_2,\delta)=O(\ln^{-\gamma}\delta^{-1})$, $\delta\to+0$, $\gamma>0$ *olduğunu tələb etsək onda* $\nu\to+\infty$ *olduqda*

$$\Delta_\nu(K,f)=O\left(\omega\left(\nu^{-1}\right)\ln^{\frac{1}{1+\gamma}}\nu\right)B(\gamma) \qquad (0.0.20)$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Burada «O» simvolu $f(x)$ *funksiyasından asılıdır,* $B(\gamma)=2^{\gamma}\gamma^{-\frac{\gamma}{1+\gamma}}+2\gamma^{-\frac{1}{1+\gamma}}$.

Xüsusi halda, $\gamma=1$, $p=1$, $f(x)\in W_1^1(G)$ *olduqda* $\Delta_\nu(K,f)=O\left(\nu^{-1}\ln^{\frac{1}{2}}\nu\right)$, $\nu\to+\infty$ *qiymətləndirməsi doğrudur.*

Qeyd edək ki, kompaktda müntəzəm yığılma müfəssəl olaraq V.A.İlin, V.M.Qurbanov və R.A.Səfərov, A.T.Qarayevanın işlərində öyrənilmişdir. Əmsalların cəmlənmə dərəcəsinin müntəzəm birgə-yığılma sürətinə təsiri V.S.Rıxlovun, V.M.Qurbanov və R.A.Səfə-rovun, A.T.Qarayevanın işlərində tədqiq olunmuşdur. V.M.Qurbanovun işlərində ayrılışı öyrənilən funksiyanın inteqral kəsilməzlik modulu terminində müntəzəm birgəyığılma sürətləri tapılmışdır.

Birölçülü Şredinger operatoru üçün müntəzəm birgəyığılma sürətinin potensialın kəsilməzlik modulundan asılılığı V.M.Qurbanovun və A.T.Qarayevanın işlərində araşdırılmışdır.

Dissertasiyanın sonuncu paraqrafında dissertasiyanın sonuncu paraqrafında

$$Lu = u^{(3)} + P_1(x)u^{(2)} + P_2(x)u^{(1)} + P_3(x)u \quad , x \in G = (0,1),$$

formal diferensial operatoruna baxılır. Burada $P_\ell(x) \in W_1^{3-\ell}(G)$, $\ell = \overline{1,3}$, $W_1^0(G) \equiv L_1(G)$,əmsalları kompleksqiymətli funksiyalardır. Bu paraqrafda $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ funksiyalar sisteminə və μ_k ədədlərinə müəyyən A şərtləri qoyulur və $W_2^1(G)$ sinfindən olan funksiyanın bu opertarun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışı üçün Teorem 0.0.2 –nin analoqu isbat olunur.

Sonda məsələlərin qoyuluşuna, müntəzəm diqqətinə və qiymətli məsləhətlərinə görə elmi rəhbərim professor V.M.Qurbanova öz dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

NƏTİCƏ

- $W_p^1(G),\ p>1,\ \ G=(0,1),$ Sobolev siniflərindən olan funksiyaların üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə spektral ayrılışlarının $\overline{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılıb və bu parçada müntəzəm yığılma sürətləri qiymətləndirilib.
- $f(x)\in W_1^1(G),\ G=(0,1),$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun məxsusi funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışının parçada mütləq və müntəzəm yığılması isbat olunub və bu ayrılışın qalığı $C(\overline{G})$ metrikasında qiymətləndirilib.
- $L_p(G), p\geq 1,$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib cəmlənən əmsallı adi diferensial operatorun kök funksiyaları üzrə spektral ayrılışının triqonometrik ayrılışla kompaktda müntəzəm birgəyığılması haqqında teorem isbat olunub. $H_p^{\omega}(G), B_{p,\theta}^{\alpha}(G)$ siniflərindən olan funksiyalar üçün kompaktda müntəzəm birgəyığılma sürəti qiymətləndirilib.
- $W_2^1(G), G=(0,1),$ sinfindən olan funksiyanın üçüncü tərtib adi diferensial operatorun kök funksiyaları sistemi üzrə biortoqonal ayrılışının $\overline{G}=[0,1]$ parçasında mütləq və müntəzəm yığılması haqqında teoremlər isbat olunub və bu parçada müntəzəm yığılma sürəti tapılıb.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı əsərlərdə çap olunmuşdur.

1. Akhundova, E.B. Representation for eigen functions of third order differential operator // Proc. of IMM of NAS of Azerbaijan, - Baku: - 2012. v.XXXVII (XLV), - p. 25-32.
2. Ахундова, Э.Б. О скорости сходимости разложения функции из класса $W_p^1(G),\ p>1$ по собственным функциям дифференциального оператора третьего порядка // Riyaziyyat və informatikanın aktual problemləri Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransın tezisləri, - Bakı: 29 – 31 May, - 2013. -s. 133-134.
3. Ахундова, Э.Б. Сходимости спектрального разложения функции из класса $W_1^1(G)$ по собственным функциям обыкновенного дифференциального оператора третьего порядка // - Баку: Известия Педагогического Университета, - 2014. № 3, - с. 17-22.
4. Ахундова, Э.Б.Скорость сходимости спектрального разложения по собственным функциям дифференциального оператора третьего порядка // "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransın materialları, - Bakı: 15 – 16 may, - 2014, -s. 67-68.
5. Kurbanov, V.M., Akhundova, E.B. Absolute convergence of spectral expansion in eigenfunctions of third order ordinary differential operator // - Baku: Proc. of the İMM of NAS of Azerbaijan, - 2014. v.40, special issue , - p.264-274.
6. Kurbanov, V.M., Akhundova, E.B. Convergence of spectral expansion of an absolutely continuous function eigenvalues of third order differential operator. // Madea -7 . Azerbaijan – Turkey - Ukrainian International conference . Mathematical Analysis , Differential Equations and their applications. - Baku: September -8-13, - 2015, - p.93-94.

7. Ахундова, Э.Б. Абсолютная и равномерная сходимость биортогонального разложения функции из класса $W_2^1(G)$ по корневым функциям дифференциального оператора третьего порядка // - Баку: Известия Педагогического Университета, - 2015, № 2, - с. 18-23.

8. Курбанов, В.М., Ахундова, Э.Б. О скорости равносходимости спектрального разложения с тригонометрическим рядом для дифференциального оператора третьего порядка // “Funksional analiz və onun tətbiqləri” adlı Əməkdar elm xadimi, professor Əmir Şamil oğlu Həbibzadənin anadan olmasının 100-cü ildönümünə həsr olunmuş respublika elmi konfransının materialları. - Bakı: - 2016. - s.157-158.

9. Kurbanov, V.M., Akhundova, E.B. Absolute and uniform convergence of spectral expansion of the function from the class $W_p^1(G)$, $p>1$, in eigen functions of third order differential operator //-Serbia (Beograd): Publications De’L Institut Mathematique, - 2017. v.101, № 115, - p.169-182.

10. Garayeva, A.T., Akhundova , E. On dependence of uniform equiconvergence rate on modulus of continuity of coefficient of third order differential operator //- Baku: Transactions of Pedaqogical University, - 2017. v.65. №2, - p.61-71.

Dissertasiyanın müdafiəsi 23 aprel 2021-ci il tarixində 14^{00}-da AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç, 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 09 mart 2021-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 09.03.2021
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 80000
Tiraj: 50