

# AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

*Əlyazması hüququnda*

## MÜHİTLƏ TƏMASDA OLAN DÜZBUCAQLI MÜSTƏVİ VƏ MÖHKƏMLƏNDİRİLMİŞ SİLİNDRİK LÖVHƏLƏRİN RƏQSLƏRİ

İxtisas: 2002.01 - Deformasiya olunan bərk cisim mexanikası

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Aytən Hafiz qızı Mövsümov**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi  
almaq üçün təqdim olunmuş dissertasiyanın

### AVTOREFERATI

**Bakı - 2024**

Dissertasiya işi Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Tətbiqi riyaziyyat" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

**Vaqif Camal oğlu Hacıyev**

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

**Fuad Seyfəddin oğlu Lətifov**

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

**Qabil Qəribxan oğlu Əliyev**

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

**Asəf Dağbəyi oğlu Zamanov**

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

**Yusif Məmmədli oğlu Sevdimaliyev**



Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri: AMEA-nın həqiqi üzvü,  
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

*Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev* **Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

*Z. Rəcəbov* **Zakir Fərman oğlu Xankişiyyev**

Elmi seminarın sədri: riyaziyyat elmləri doktoru, professor  
*Natiq Qarakişi oğlu Əhmədov* **Natiq Qarakişi oğlu Əhmədov**



## İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

**Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi.** Texnikanın bir çox sahələrində o cümlədən, tikinti komplekslərinin inşasında, maşınqayırmada, magistral boru kəmərlərinin çəkilişində, gəmiqayırmada və s. sahələrdə müxtəlif konfigurasiyalı lövhələr və örtüklər, geniş istifadə olunur. Belə konstruksiyaların hesabında ən mühüm məsələlərdən biri konstruksiya elementinin mexaniki xassələrini maksimum düzgün qiymətləndirmək, onların istismarı zamanı iş rejimini və təmasda olduqları mühitin təsirini nəzərə almaqdır. Mexaniki və termiki emaldan, texnologiyanın növündən, materialın tərkibindən asılı olaraq konstruksiyaların materiallarında bircinslik və anizotropluq xüsusiyyəti yaranır. Digər tərəfdən belə konstruksiyalar müxtəlif təbiətli mühitlərlə kontaktda olurlar. Aparılan nəzəri-eksperimental tədqiqatlar göstərir ki, dinamik məsələlərin həllində mühitin müqavimətinin nəzərə alınması vacib məsələdir. Bir çox hallarda belə nazikdivarlı konstruksiyaların işlək qabiliyyətini artırmaq üçün möhkəmləndirməyə ehtiyac yaranır. Möhkəmləndirilmə millərin, halqaların və ya mil və halqaların köməyi ilə həyata keçirilir. Mil və halqaları müxtəlif üsullarla möhkəmləndirirlər. Birinci üsulda hesab olunur ki, mil və halqalar kifayət qədər sıx yerləşir. Bu üsulda konstruksiyanın statik və dinamik qüvvələrin təsirindən gərginlik-deformasiya vəziyyətinin tədqiq olunması ekvivalent hamar silindrik örtüyün qurulmasına gətirilir. İkinci üsulda konstruksiyanın deformasiya prosesini xarakterizə edən tənliklər sistemi qabırğaların diskret yerləşməsinə nəzərə almağa əsaslanır.

Bir çox istehsal sahələrində, o cümlədən, maşınqayırmada, gəmiqayırmada dəşiklərlə zəiflədilmiş nazikdivarlı düzbucaqlı və silindrik formalı lövhələr geniş tətbiq olunur. Dinamik təsirlərə məruz qalan belə konstruksiyaların işlək qabiliyyətinə dəşiklərin ölçülərinin təsirinin öyrənilməsinin böyük əhəmiyyəti var.

Qeyd edək ki, meşə massivlərinin dağılmasının, torpaq sürüşməsinin qarşısını almaq məqsədi ilə armatur və sement məhlulunun köməyi ilə düzbucaqlı və silindrik formalı lövhələrdən

ibarət sədlər qurulur. Belə lövhələrdə anizotrop luq xassəsi özünü qabarıq şəkildə biruzə verir. Odur ki, dinamik təsirə məruz qalan belə sədlərin hesabatında anizotrop luq xassəsinin nəzərə alınmasının zərurəti yaranır.

Dissertasiya işi məhz belə məsələlərin, özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan anizotrop, qeyri-bircins, möhkəmləndirilmiş və ya hamar düzbucaqlı, silindrik formalı hamar və ya deşiklərlə zəiflədilmiş lövhələrin gərginlik-deformasiya vəziyyətinin tədqiqinə həsr olunduğundan aktualdır.

Qabırğalarla möhkəmləndirilmiş və ya hamar düzbucaqlı, silindrik formalı lövhələrin dinamik sərtlik xarakteristikalarının tədqiqində görkəmli alimlərdən N.P.Abovskinin, İ.Y.Amirovun, M.B.Axundovun, A.N.Əlizadənin, Y.Sevdimalıyevin, M.F.Mehdiyevin, İ.T.Pirməmmədovun, F.S.Lətifovun, A.İ.Luryenin, R.Ə.İsgəndərovun, S.R.Timoşenkonun, V.Z. Vlasovun, A.S.Volmirin, V.A.Zaruskinin, V.C.Hacıyevin, V.A.Bajenovun, J.J. Qoldenblatın, V.V. Moskvitin, J.V. Qorşkovun və s. xidmətlərini qeyd etmək olar.

**Tədqiqatın obyekt və predmeti.** Dissertasiya işi texnikanın bir çox sahələrində istifadə olunan, özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan anizotrop, qeyri-bircins, düzbucaqlı lövhənin, möhkəmləndirilmiş düzbucaqlı profilli bütöv və ya deşiklə zəiflədilmiş silindrik lövhələrin rəqslərinin tədqiqindən ibarətdir.

**Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri.** Özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan anizotrop, qeyri-bircins, möhkəmləndirilmiş və ya hamar düzbucaqlı, hamar və ya deşiklə zəiflədilmiş silindrik formalı lövhələrin sərbəst və səthində müntəzəm paylanmış qüvvənin təsirindən baş verən məcburi rəqslərini tədqiq etmək, sərbəst rəqs halında rəqs tezliklərini, məcburi rəqs halında silindrik lövhənin nöqtələrinin yerdəyişmələrini tapmaq, bu tezliklərə və yerdəyişmələrə konstruksiyayı xarakterizə edən parametrlərin təsirini öyrənməkdən ibarətdir.

**Tədqiqat metodları.** Qoyulan məsələlər elastikiyyat və örtüklər nəzəriyyəsi, riyazi-fizika tənliklərinin nəzəri fundamental qanunları və metodları əsasında həll edilmişdir. Nöqtədən nöqtəyə hesablanmış qiymətlərinə görə işarə dəyişməsinin tapılmasına əsaslanan üsuldan istifadə olunmuşdur.

### **Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.**

1. Özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan anizotrop, qeyri-bircins düzbucaqlı müstəvi və möhkəmləndirilmiş düzbucaqlı profilli silindrik lövhələrin sərbəst rəqs tezliklərini tapmaq üçün məsələnin fiziki və riyazi modelinin qurulması;
2. Düzbucaqlı müstəvi lövhənin sərbəst rəqs tezliklərini hesablamaq üçün tezlik tənliyinin qurulması, köklərinin tapılması, bu tezliklərə lövhəni, xarici mühiti xarakterizə edən fiziki, mexaniki, həndəsi və qeyri-bircinslik, özlülük parametrlərinin təsirinin öyrənilməsi;
3. Möhkəmləndirilmiş, özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan düzbucaqlı profilli zədələnməmiş silindrik lövhələrin sərbəst rəqs tezliklərini hesablamaq üçün tezlik tənliyinin qurulması, köklərinin tapılması, bu tezliklərə silindrik lövhəni, xarici mühiti, mil və qövsvari halqaları xarakterizə edən fiziki, mexaniki, həndəsi və qeyri-bircinslik, özlülük parametrlərinin təsirinin öyrənilməsi;
4. Möhkəmləndirilmiş, dəşiklərlə zəiflədilmiş özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan düzbucaqlı profilli silindrik lövhələrin sərbəst rəqs tezliklərini hesablamaq üçün tezlik tənliyinin qurulması, köklərinin tapılması, bu tezliklərə silindrik lövhəni, xarici mühiti, mil və halqaları xarakterizə edən fiziki, mexaniki, həndəsi və qeyri-bircinslik, özlülük parametrlərinin, dəşiklərin həndəsi ölçülərinin təsirinin öyrənilməsi;

### **Tədqiqatın elmi yeniliyi.**

1. Dissertasiyada ilk dəfə olaraq özlü-elastiki mühitlə təmasda olan anizotrop, qeyri-bircins düzbucaqlı lövhələrin sərbəst rəqs tezliklərini tapmaq üçün məsələnin riyazi və fiziki modeli qurulmuşdur;
2. Özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan anizotrop, qeyri-bircins, diskret paylanmış mil və halqalarla möhkəmləndirilmiş, dəşiklə zədələnməmiş və zədələnməmiş düzbucaqlı profilli silindrik lövhələrin sərbəst rəqs tezliklərini tapmaq üçün məsələnin riyazi və fiziki modelləri qurulmuşdur. Dissertasiya işində silindrik lövhənin möhkəmləndirilməsinin üç halına baxılmışdır: doğuranı boyu yerləşdirilmiş millərlə; doğuranına perpendikulyar müstəvidə yerləşən halqavari çubuqlarla; ortoqonal şəbəkə əmələ gətirən mil və halqavari çubuqlarla;

3. Hər üç möhkəmləndirilmə halında sistemin sərbəst rəqs tezliklərini tapmaq üçün tezlik tənliyi qurulmuş, kökləri tapılmış və tapılmış tezliklərə sistemi xarakterizə edən həndəsi, mexaniki və qeyri-bircinslik, özlülük parametrlərinin təsiri öyrənilmişdir;
4. Özlü-elastiki əsas üzərində yerləşən qeyri-bircins anizotrop düzbucaqlı lövhənin əyintisinin tapılması düsturu alınmışdır. Ortotrop lövhənin qalınlığı boyu qeyri-bircinslik parametrinin qiyməti artdıqca lövhənin əyintisinin artdığı müəyyən olunmuşdur;
5. Özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan anizotrop qeyri-bircinslik xassəsi xətti və eksponensial qanunla dəyişən silindrik örtüyün rəqs tezliklərini hesablamaq üçün ifadələr alınmışdır.

**Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.** Dissertasiyada alınmış nəticələrdən dinamik qüvvənin təsirinə məruz qalan, möhkəmləndirilmiş kəmərlərin, hidrotexniki qurğu elementlərinin, sənaye və mülki tikintidə istifadə olunan konstruksiyaların və konstruksiya elementlərinin, bərkidilmədə qurulan lövhələrin rəqslərinin tədqiqində istifadə etmək olar.

**Aprobasiyası və tətbiqi.** Dissertasiya işinin əsas elmi nəticələri mütəmadi olaraq Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Tətbiqi-riyaziyyat" şöbəsində (2018-2022), AzMİU-nun "Ali riyaziyyat", BDU-nun «Nəzəri və bütöv mühit mexanikası» kafedralarının (2020-2022) seminarlarında, Ulu öndər Heydər Əliyevin 95 illik yubileyinə həsr olunmuş "Nailiyyətlərimizin əsası Heydər Əliyevin islahatları ilə bağlıdır" (2018), "Modern Problem of Mathematics and Mechanics" Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 60 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (2019), "Building innovations-2021" IV Ukrayna-Azərbaycan Beynəlxalq elmi-praktiki konfransında (2021), XVII-ci «Technical and Physical Problems of Engineering» Beynəlxalq konfransında (2021), XI "Implementation of modern science practice" Beynəlxalq elmi konfransda (2021) müzakirə edilmiş və bəyənilmişdir.

**Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.** Dissertasiya işi Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Tətbiqi riyaziyyat" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

**Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.** Dissertasiya işi mündəricat, giriş, üç fəsil, nəticə və istifadə olunan ədəbiyyat siyahısından ibarət olamaqla 134 səhifədir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi 230862 işarədir (titul səhifəsi-343 işarə, mündəricat - 4116 işarə, giriş - 21704 işarə, birinci fəsil - 54289 işarə, ikinci fəsil – 84912 işarə, üçüncü fəsil - 65498 işarə). Dissertasiyada 8 şəkil, 4 cədvəl, 27 qrafik, 74 adda ədəbiyyat mövcuddur.

**Girişdə mövzunun** aktuallığı, tədqiqatın məqsədi, tədqiqat üsulları, elmi yeniliklər, alınmış nəticələr və onların praktiki əhəmiyyəti şərh edilmiş, dissertasiya işinin mövzusunə yaxın işlərin qısa xülasəsi əks edilmişdir.

**Birinci fəsil** anizotrop, özlü-elastiki, qeyri-bircins, mühitlə dinamik kontaktda olan düzbucaqlı formalı müstəvi lövhələrin rəqsləri məsələsinin tədqiqinə həsr olunmuşdur.

**İkinci fəsil** özlü-elastiki əsas üzərində yerləşən, müxtəlif şəkildə möhkəmləndirilmiş, qalınlığı boyu qeyri-bircins olan, bütün kənarları oynaqla bərkidilmiş düzbucaqlı profilli silindrik lövhənin sərbəst rəqsləri haqqında məsələnin tədqiqinə həsr edilmişdir.

**Üçüncü fəsildə** özlü-elastiki əsas üzərində yerləşən, müxtəlif şəkildə möhkəmləndirilmiş, qalınlığı boyu qeyri-bircins olan, kənarları oynaqla bərkidilmiş, düzbucaqlı profilli deşiklə zədələnmiş ortotrop silindrik lövhənin sərbəst rəqsləri haqqında məsələ tədqiq edilmişdir.

İş nəticələr və istifadə olunan ədəbiyyat siyahısı ilə başa çatır.

## İŞİN ƏSAS MƏZMUNU

**Birinci fəsil** beş paraqrafdan ibarətdir. Birinci paraqrafda özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan, xarici qüvvənin təsirinə məruz qalan, qalınlığı boyu qeyri-bircins düzbucaqlı formalı lövhələrin əyintisinin tapılması məsələsi həll edilmişdir. Bütün tərəfləri oynaqlarla bağlanmış qalınlığı boyu qeyri-bircins düzbucaqlı lövhənin mərkəzində əyinti tapılmış, əyintinin qeyri-bircinslik parametrindən asılılıq qrafiki qurulmuşdur. Müasir dövrdə mühəndis qurğularını, körpüləri, estakadaları qurduqda və digər sahələrdə qalınlığı boyu

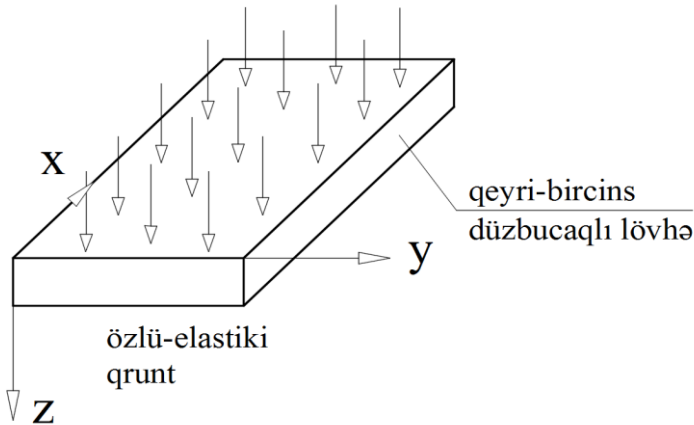
qeyri-bircins təbii və süni materiallardan hazırlanmış düzbucaqlı lövhələrdən geniş istifadə olunur. Çox hallarda düzbucaqlı lövhənin qeyri-bircinsliyi texnoloji hazırlama, mexaniki və termik emal proseslərində, tərkibində müxtəlif qarışıqların olması və sair səbəblərdən yaranır.

Qeyd edək ki, yuxarıda sadalanan xassələrin, xarici mühitin təsirinin nəzərə alınması məsələnin riyazi həllini kifayət qədər çətinləşdirir, nəzərə alınmaması isə nəzərəçarpan dərəcədə xətalara gətirib çıxarır.

Fərz edilmişdir ki, qalınlığı boyu qeyri-bircins düzbucaqlı lövhə Pasternak tipli əsas üzərində yerləşir. Bu modelə əsasən mühit tərəfindən düzbucaqlı lövhəyə təsir edən  $R$  reaksiya qüvvəsi düzbucaqlı lövhənin əyintisi  $W(x, y)$  ilə aşağıdakı münasibətlə ifadə olunur:

$$R = K_v W - K_p \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

Burada  $K_v \left( \frac{N}{m^3} \right)$  Vinkler əmsalı,  $K_p \left( \frac{N}{m} \right)$  Pasternak əmsalıdır.



Qəbul edilmişdir ki, qalınlığı boyu qeyri-bircins düzbucaqlı lövhə aşağıdakı tip eninə qüvvənin təsiri altındadır:

$$P(x, y) = P_0 \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \sin \frac{\pi}{b} y \quad (2)$$



Burada  $a$  və  $b$  qalınlığı boyu qeyri-bircins düzbucaqlı lövhənin ölçüləridir.

Qalınlığı boyu qeyri-bircins anizotrop düzbucaqlı lövhənin orta səthinin əyintisinə nəzərən diferensial tənliyi aşağıdakı kimidir:

$$\mu L(W) + K_v W - K_p \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) = P_0 \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \sin \frac{\pi}{b} y \quad (3)$$

Burada

$$\begin{aligned} L(W) = & a_{11}^0 \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + (a_{12}^0 + 2a_{12}^0 + a_{32}^0) \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ & + a_{22}^0 \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} + (a_{13}^0 + 2a_{31}^0) \frac{\partial^4 W}{\partial x^3 \partial y} + (2a_{32}^0 + a_{13}^0) \frac{\partial^4 W}{\partial x \partial y^3} \end{aligned} \quad (4)$$

$a_{ij}^0 (i, j = 1, 2, 3)$  – bircins anizotrop materiala aid olan sabitlərdir,

$$\begin{aligned} A_3 = & \int_{-h/2}^{+h/2} f(z) z^2 dz; \quad \mu = A_2^2 \cdot A_1^{-1} - A_3, \\ A_1 = & \int_{-h/2}^{+h/2} f(z) dz; \quad A_2 = \int_{-h/2}^{+h/2} f(z) z dz \end{aligned}$$

Kənarları oynaqlarla bərkidilmiş, qalınlığı boyu qeyri-bircins anizotrop düzbucaqlı lövhənin  $W(x, y)$  əyintisi aşağıdakı sərhəd şərtlərini ödəməlidir:

$$W = 0; \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \quad x = 0; \quad x = a \text{ olduqda} \quad (5)$$

$$W = 0; \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0 \quad y = 0; \quad y = b \text{ olduqda}$$

(3) tənliyinin (5) sərhəd şərtlərini ödəyən həllini aşağıdakı kimi almışıq:

$$W(x, y) = W_0 \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \sin \frac{\pi}{b} y \quad (6)$$

(6) həllini (3)-də nəzərə alsaq,  $W_0$  və  $P_0$  arasındakı əlaqəni tapa bilərik:

$$W_0 = \frac{P_0}{\mu(-a_{11}^0 \lambda^4 - a_{22}^0 \beta^4 - \lambda\beta(D_1 \lambda^2 + D_2 \beta^2) + D_3 \lambda^2 \beta^2) + K_v + K_p(\lambda^2 + \beta^2)} \quad (7)$$

Burada

$$D_1 = a_{13}^0 + 2a_{31}^0; D_2 = 2a_{32}^0 + a_{13}^0; D_3 = a_{12}^0 + 2a_{12}^0 + a_{32}^0$$

$$\lambda = \frac{\pi}{a}; \quad \beta = \frac{\pi}{b}; \mu_0 = \frac{W_0}{P_0}$$

Kvadrat lövhə halında  $\lambda = \beta$  olduğunu nəzərə alsaq,(7)-dən alırıq:

$$W_{0,k} = \frac{P_0}{\lambda^4(-a_{11}^0 - a_{22}^0 - D_1 - D_2 + D_3) + K_v + 2\lambda^2 K_p} \quad (8)$$

(8) ifadəsinin köməyi ilə  $\mu_0$  kəmiyyəti ədədi hesablanmışdır. Hesablamada ortotrop, qeyri-bircins lövhəni və mühiti xarakterizə edən parametrlər üçün aşağıdakı qiymətlər götürülmüşdür:

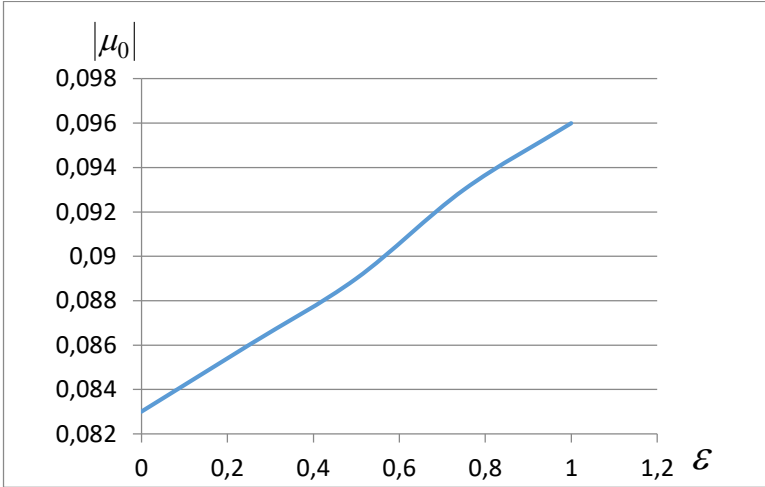
$$f(z) = 1 + \varepsilon \left( \frac{z}{h} \right)^2; \quad \varepsilon \in [0,1]; \quad (9)$$

$$E_1/E_2 = 10; \quad \nu_1 = 0,25; \quad \left( \frac{a}{b} \right) = 1; K_g = 10^6 N/m^3, \quad K_p = 10^4 N/m$$

Hesablamaların nəticəsi cədvəl 1 və qrafik 1-də verilmişdir. Qrafik 1-dən görüldüyü kimi ortotrop lövhənin qalınlığı boyu qeyri-bircinslik parametrinin qiyməti artdıqca lövhənin əyintisi artır.

Cədvəl 1.

$\varepsilon$	$\overline{A_1}$	$\overline{A_2}$	$\overline{A_3},  \overline{\mu_0} $
0	1	0	0,083
0,25	1	0	0,086
0,5	1	0	0,089
0,75	1	0	0,093
1	1	0	0,096



**Qrafik 1. Lövhnin əyintisinin qalınlığı boyu qeyri-bircinslik parametrindən asılılığı**

İkinci paraqrafda özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan qeyri-bircinslik xassəsi eksponensial qanunla dəyişən düzbucaqlı formalı lövhələrin sərbəst rəqsləri öyrənilmişdir. Düzbucaqlı lövhənin materialının elastikiyyət modulu, sıxlığı qalınlığı və uzunluğu istiqamətlərində koordinatların kəsilməz funksiyası olduğu fərz olunur. Məsələnin həllində dəyişənlərinə ayrılma və Bubnov-Qalyorkin üsullarından istifadə olunmuşdur. Birinci yaxınlaşmada rəqs tezliyini hesablamaq üçün analitik ifadə alınmışdır.

Müasir texnikanın müxtəlif sahələrində, o cümlədən, maşınqayırmada, gəmiqayırmada, mülki və sənaye sahələrində və digər nəhəng mühəndis qurğularının tikintisində düzbucaqlı lövhələrdən geniş istifadə olunur. Belə lövhələr adətən müxtəlif kompozit, polimer, şüşə plastik materiallardan hazırlanır. Tərkibində qarışıqların olması, hazırlanma texnologiyasından asılı olaraq lövhələrdə qeyri-bircinslik xüsusiyyəti meydana gəlir.

Bu səbəblərdən lövhələrin sürüşmədə elastikiyyət modulu və sıxlığı bir, iki və ya üç fəza koordinatının funksiyası olur. Burada fərz olunur ki, lövhənin elastiki xassələri və sıxlığı iki  $(x, z)$

koordinatının funksiyasıdır. Koordinat oxları elə seçilmişdir ki,  $x$  və  $y$  düzbucaqlı lövhənin orta müstəvisində,  $z$  oxu bu müstəviyə perpendikulyar yerləşmişdir. Bu halda elastikiyyət sabitləri və sıxlıq aşağıdakı kimi götürülmüşdür:

$$a_{ij} = a_{ij}^0 f(z) \left(1 + \varepsilon e^{\bar{x}}\right), \quad \rho = \rho_0 \eta_1(z) \eta_2(x) \quad (10)$$

Burada  $a_{ij}^0$  və  $\rho_0$  bircins lövhəyə uyğun gələn sabitlərdir və  $\bar{x} = xa^{-1}$ . Hesab edilir ki, özlü-elastiki mühit tərəfindən düzbucaqlı lövhəyə təsir edən  $R$  reaksiya qüvvəsi düzbucaqlı lövhənin əyintisi  $W(x, y)$  ilə aşağıdakı münasibətlə ifadə olunur:

$$R = k_1 w + k_2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (11)$$

Burada  $k_1$  və  $k_2$  özlü-elastiki mühitin xarakteristikaları,  $t$  – zamandır. Bu halda qalınlığı boyu qeyri-bircins anizotrop düzbucaqlı lövhənin orta səthinin əyintisinə nəzərən diferensial tənliyi aşağıdakı kimidir:

$$L_1(w) + L_2(w) + L_3(w) + k_1 w + (\bar{\rho} \psi(x) + k_2) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (12)$$

Burada

$$L_1(w) = \left(1 + \varepsilon e^{\bar{x}}\right) \left[ a_{11}^0 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + a_{22}^0 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + (a_{12}^0 + a_{21}^0 + a_{31}^0) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y} + a_{13}^0 \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + a_{22}^0 \frac{\partial^4 w}{\partial y^3 \partial x} \right]$$

$$L_2(w) = 2\varepsilon a^{-1} e^{\bar{x}} \left( a_{11}^0 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + a_{12}^0 \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial x} + a_{13}^0 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right)$$

$$L_3(w) = \varepsilon a^{-2} e^{\bar{x}} \left( a_{11}^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + a_{12}^0 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + a_{13}^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)$$

(12) tənliyinin həllini  $w(x, y, t) = V_0 \varphi(y) \psi(x) e^{i\omega t}$  şəklində axtarır, Bubnov-Qalyorkinin ortoqonallaşdırma üsulundan istifadə etməklə  $\omega^2$ -ni tapmaq üçün aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$\omega^2 = \frac{\int_0^a \int_0^b (\bar{L}_1(\varphi, \psi) + \bar{L}_2(\varphi, \psi) + \bar{L}_3(\varphi, \psi) + k_1 \varphi_1 \cdot \psi_1) \rho_1 \psi_1 dx dy}{\int_0^a \int_0^b (k_2 + \bar{\rho} \varphi(x)) \rho_1^2(x) \psi_1^2(x) dx dy}$$

Üçüncü paraqrafda özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan qalınlığı boyu qeyri-bircins ortotrop silindrik örtüyün sərbəst rəqsləri tədqiq olunmuşdur. Hesab edilir ki, mühitin və örtüyün sıxlığı qalınlıq boyu koordinatın funksiyasıdır. Məsələnin həllində dəyişənlərinə ayrılma və Bubnov-Qalyorkin üsullarından istifadə olunmuşdur. Axtarılan rəqs tezliyinin kvadratı üçün örtüyün elastikiyyət modulundan, sıxlığından, mühiti xarakterizə edən parametrlərdən asılı analitik ifadə alınmış və ədədi hesablamalar aparılmışdır.

Dairəvi en kəsikli silindrik örtüklər ən geniş yayılmış ənənəvi və kompozit materialdan hazırlanmış konstruksiyaların əsas aparıcı hissələri olub, müxtəlif təyinatlı borular, təzyiqliq altında olan qaz balonları, təyyarə və gəmilərin hissələridir. Texnikada və sənaye sahələrində silindrik örtüklərin geniş tətbiqinə səbəb onun gərginlik-deformasiya vəziyyətini ifadə edən tənliklərin sadə olmasıdır. Bir çox hallarda termik və mexaniki emaldan, kompozit materiallardan hazırlanmasından asılı olaraq silindrik örtüyün materialı qeyri-bircinslik xassəsini daşıyır. Belə real xassələrin nəzərə alınması silindrik örtüyün möhkəmlik, dayanıqlıq və rəqs məsələlərinin həllində nəzərə çarpacaq dərəcədə xətalara gətirib çıxarır.

Məsələni həll etmək üçün yerdəyişmə vektorunun komponentlərinə nəzərən bircins tənliklər sistemi alınmışdır:

$$\begin{aligned}
L_1U + L_2V + L_3W &= 0 \\
L_4U + L_5V + L_6W &= 0 \\
L_7U + L_8V + L_9W &= 0
\end{aligned}
\tag{13}$$

(13) sisteminə daxil olan  $L_i = (1,2,\dots,9)$  operatorlarının ifadələri dissertasiyada verilmişdir.

(13) sistemi oxasimmetrik rəqs halında sadələşir. Bu halda hərəkət tənliyi aşağıdakı şəkildə düşür:

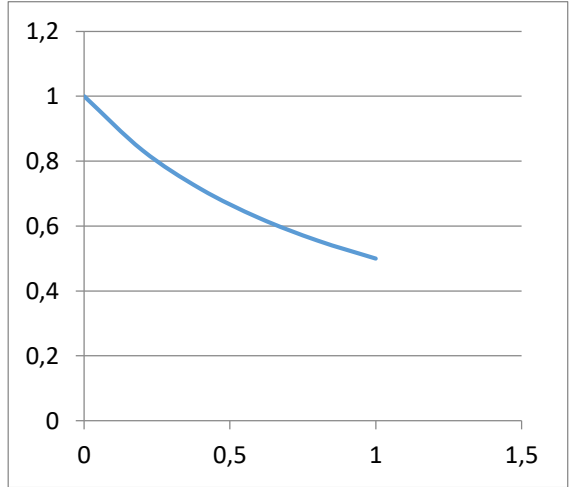
$$c_1 \frac{\partial^4 W}{\partial x_1^4} + c_2 \frac{\partial^2 W}{\partial x_1^2} + (c_3 + K_1)W + (K_2 + \rho) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 \tag{14}$$

Burada aşağıdakı işarəmələr qəbul edilmişdir:

$$\begin{aligned}
c_1 &= \frac{E_1^0}{1-\nu_1\nu_2} (A_2^2 - A_1); \quad c_2 = -\frac{E_2^0}{1-\nu_1\nu_2} \frac{A_2\nu_1}{R} (A_1 - 1); \\
c_3 &= -\frac{E_1^0}{1-\nu_1\nu_2} \frac{A_1^2\nu_1 - A_1\nu_2}{R^2} + K_1
\end{aligned}$$

Cədvəl 2

$\mu$	$\overline{\omega}^{*2}$
0	1
0,2	0,833333
0,4	0,714286
0,6	0,625
0,8	0,555556
1	0,5



Qrafik 2. Rəqs tezliyinin qeyr-bircinslik parametridən asılılığı.

(14) tənliyinin həllini  $T_1 = 0; W = 0; M_1 = 0$  ;  $x = 0, x = l$  sərhəd şərtləri üçün  $W = W_0 \sin \frac{m\pi}{l} x e^{i\omega t}$  şəklində axtarsaq, müəyyən çevirmələrdən sonra alırıq:

$$\left( \frac{\omega}{\omega_v^2} \right)^2 = \frac{1}{\mu + 1}; \quad \mu = K_2 \bar{\rho}^{-1}.$$

Hesablamaların nəticəsi cədvəl 2-də və qrafik 2-də verilmişdir. Cədvəl 2-dən görüldüyü kimi  $\mu$  parametrinin qiyməti artdıqca, rəqs tezliyi azalır. Qrafik 2 göstərir ki, mühitin qeyri-bircinslik parametrinin qiyməti artdıqca, rəqs tezliyi burada da azalır. Dördüncü paragrafda qeyri-bircinslik xassəsi eksponensial qanunla dəyişən silindrik örtüyün sərbəst rəqsləri tədqiq olunmuşdur. Məsələnin həlli gərginlik funksiyası və əyintiyə nəzərən iki xətti diferensial tənlikdən ibarət sistemə gətirilmişdir. Sonra gərginlik funksiyası aradan çıxarılaraq, hərəkətin diferensial tənliyi əyintiyə nəzərən diferensial tənliyə gətirilmişdir. Alınan tənlik dəyişənlərinə ayrılma və Bubnov-Qalyorkin üsulları vasitəsi ilə həll edilmişdir.

Məlumdur ki, dairəvi en kəsikli silindrik örtüklərdən müasir texnikada, energetika sahəsində, maşınqayırma, müxtəlif tikinti sahələrində geniş istifadə olunur. Bir çox hallarda hazırlanma texnologiyasından və müxtəlif səbəblərdən örtüyün doğurarı boyunca kəsilməz qeyri-bircinsliyi yaranır. Qeyd olunmuş bu iki faktor örtüyün amplitud-tezlik xarakteristikalarının təhlilində əhəmiyyətli rol oynayır. Qeyd edək ki, silindrik örtüyün materialının sıxlığının və elastikiyyət modulunun koordinatın funksiyası şəklində nəzərə alınması sistemin məxsusi rəqs tezliklərinə əhəmiyyətli dərəcədə təsir göstərir. Özlü-elastiki mühitin təsirinin nəzərə alınması məsələnin həllini bir az da çətinləşdirir.

Qəbul edilmişdir ki, silindrik örtüyün  $E$  elastikiyyət modulu,  $\rho$  sıxlığı və özlü-elastiki mühitin xarakteristikaları silindrik örtüyün doğurarı boyunca  $x$  koordinatının funksiyasıdır:

$$E = E_0(1 + \varepsilon e^{\bar{x}}), \quad \rho = \rho_0 \Psi(x), \quad q = K_1(x)W + K_2(x) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}.$$

Özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan doğuranı boyunca qeyri - bircins silindrik örtüyün hərəkət tənliyi aşağıdakı şəkildə alınmışdır:

$$\begin{aligned} D_0 \left[ \frac{\partial^6 W}{\partial x^6} + \varepsilon e^{\bar{x}} \left( \frac{\partial^6 W}{\partial x^6} + 4e^{-1} \frac{\partial^5 W}{\partial x^5} + 6e^{-2} \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 4e^{-3} \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + \varepsilon e^{-4} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) - \right. \\ \left. - \left( e^{-4} - \frac{hE_0}{R^2 D_0} \right) \right] - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{hE_0}{R^2 D_0} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + 2K_1'(x) \frac{\partial W}{\partial x} + K_2''(x)W + \\ + \left( K_2''(x) + h\rho_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + 2 \left( K_2'(x) + h\rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \frac{\partial^3 W}{\partial t^2 \partial x} + \\ + (K_2(x) + h\rho_0 \Psi(x)) \frac{\partial^4 W}{\partial t^2 \partial x^2} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$W(x,t)$  funksiyasını  $W(x,t) = e^{i\omega t} \sum_{i=1}^n C_i \theta_i(x)$  şəkildə axtararaq tezlik üçün alınmışdır:

$$\omega^2 = \frac{\int_0^l L_1(\theta_i) \theta_i dx}{\int_0^l L_2(\theta_i) \theta_i dx} \quad (16)$$

$\omega^2$  tapmaq üçün  $\theta_i(x)$  funksiyasının aproksimasiyası və  $K_1(x)$ ,  $K_2(x)$ ,  $\Psi(x)$  funksiyaları məlum olmalıdır. Aşağıdakı hallar nəzərdən keçirilmişdir:

$$\theta_i(x) = \sin \frac{\pi}{l} x; \quad K_1(x) = K_1^0(1 + \alpha \bar{x}); \quad K_2(x) = K_2^0(1 + \alpha \bar{x})$$

$$\Psi(x) = 1 + \mu \bar{x}; \quad \bar{x} = x \cdot l^{-1}; \quad \alpha \in [0,1]; \quad \mu \in [0,1]$$

Beşinci paragrafda özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan ortotrop, qeyri-bircins dairəvi en kəsikli silindrik örtüyün oxasimmetrik eninə sərbəst rəqsləri tədqiq edilmişdir. Ortotrop silindrik örtüyün materialının elastikiyyət modulu və sıxlığı qalınlıq boyu koordinatın kəsilməz funksiyası olduğu qəbul olunmuşdur. Ortotrop silindrik



örtüyün kənarları sərbəst olan halda konkret bircinslik halı üçün ədədi hesablama aparılmış, ölçüsüz tezlik parametri ilə qeyri-bircinslik parametri arasında cədvəl və qrafiki asılılıq qurulmuşdur.

$$C_1 = \frac{E_1^0}{1-\nu_1\nu_2} (A_2^2 - A_1), \quad C_2 = \frac{E_1^0}{1-\nu_1\nu_2} \frac{A_2}{R} ((A_1 - 1)\nu_1), \quad (17)$$

$$C_3 = \frac{E_1^0}{1-\nu_1\nu_2} \frac{A_1^2\nu_1 - A_1\nu_1}{R^2} + K_1$$

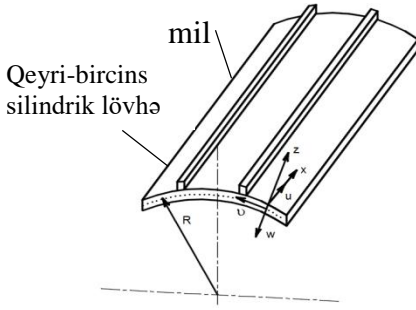
işarələmələri qəbul edilərək, hərəkət tənliyi aşağıdakı şəkildə alınmışdır:

$$C_1 \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + C_2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + (C_3 + K_1) \cdot W + (K_2 + \bar{\rho}) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 \quad (18)$$

$T_1 = 0$ ;  $W = 0$ ;  $M_1 = 0$ ;  $x = 0$ ,  $x = l$  sərhəd şərtləri daxilində (18) tənliyi inteqrallanaraq, tezlikləri hesablamaq üçün aşağıdakı ifadə alınmışdır:

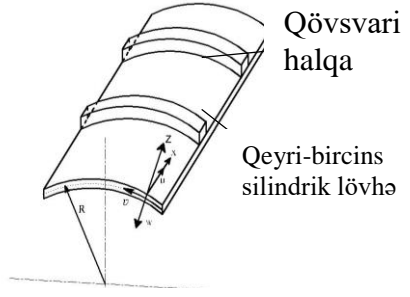
$$\omega^2 = \frac{c_3 - 0,25 c_2^2 \cdot c_1^{-1}}{K_2 + \bar{\rho}}$$

**İkinci fəsil** dörd paragrafdan ibarətdir. Birinci paragrafda özlü-elastici əsas üzərində yerləşən, möhkəmləndirilmiş (şəkil 1- millərlə, şəkil 2- qövsvari halqalarla, şəkil 3- millərlə və qövsvari halqalarla) qalınlığı boyu qeyri-bircins olan, bütün tərəfləri oynaqla bərkidilmiş silindrik lövhənin sərbəst rəqsləri haqqında məsələnin qoyuluşu verilmişdir. Mil və qövsvari halqaların silindrik lövhənin səthində örtüklə sərt birləşməsi qəbul edilmişdir. Özlü-elastici mühit, mil və qövsvari halqalarla anizotrop qalınlığı boyu qeyri-bircins olan, bütün tərəfləri oynaqla bərkidilmiş silindrik lövhə arasındakı kontakt, oynaqlı birləşmə şərtləri qeyd edilmişdir. Energetik üsulun tətbiq olunma üsulu verilmişdir.



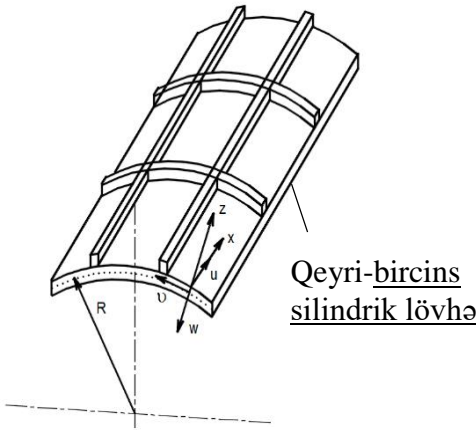
Özlü-elastiki əsas

Şəkil 1. Millərlə möhkəmləndirilmiş silindrik lövhə



Özlü-elastiki əsas

Şəkil 2. Qövsvari halqalarla möhkəmləndirilmiş silindrik lövhə



Özlü-elastiki əsas

Şəkil 3. Millərlə və qövsvari halqalarla möhkəmləndirilmiş silindrik lövhə

Məsələnin həllində Hamilton-Ostroqradskinin variasiya prinsipindən istifadə edilmişdir:

$$\delta W = 0 \quad (19)$$

Burada  $W = \int_{t'}^{t''} J dt$  – Hamilton təsiri,  $t'$  və  $t''$  -verilmiş

ixtiyari zaman anlarıdır.

Silindrik lövhədən, mil və halqalardan, özlü-elastiki əsasdan ibarət konstruksiyanın tam enerjisi aşağıdakı şəkildədir:

$$J = V + V_1 + V_2 + A_0 \quad (20)$$

Burada  $V$  silindrik lövhənin tam enerjisi:

$$V = \frac{R}{2} \iint_s \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_{11}\varepsilon_{11} + \sigma_{22}\varepsilon_{22} + \sigma_{12}\varepsilon_{12} + \rho(z) \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2) dx d\varphi dz$$

$V_1, V_2$ - uyğun olaraq, millərin və halqaların tam enerjisidir.

Özlü-elastiki əsas tərəfindən ortotrop silindrik lövhəyə təsir edən qüvvələrin potensial enerjisi, bu qüvvələrin lövhənin nöqtələrinin yerdəyişmələrində gördüyü işə əks işarə ilə bərabər olur:

$$A_0 = -R \int_0^l \int_0^{\phi_0} q_z w dx d\varphi$$

Mühit tərəfindən silindrik örtüyə təsir edən  $q_z$  qüvvəsi silindrik örtüyün  $w(x,y,z)$  əyintisi ilə aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$q_z = k_v w - k_p \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \int_0^t \Gamma(t - \tau) w(\tau) d\tau$$

Burada  $k_g$  Vinkler əmsalı,  $k_p$  - Pasternak əmsalı olub, təcrübə yolu ilə tapılır,  $t$  - zamandır,  $\Gamma(t - \tau)$  –özlülük nüvəsidir.

(20) enerji ifadəsinə sərhəd şərtləri də əlavə olunur. Oynaqlı birləşmə halında

$$u = v = w = M_x = 0 \quad x = 0; L \quad \text{üçün}$$

$$u = v = w = M_x = 0 \quad \varphi = 0; \varphi_0 \quad \text{üçün} \quad (21)$$

Beləliklə, özlü-elastiki əsas üzərində yerləşən, qalınlığı boyu qeyri-bircins olan, bütün kənarları oynaqla bərkidilmiş, möhkəmləndirilmiş silindrik lövhənin sərbəst rəqslərinin tədqiqi

(20) tam enerjisinin (21) sərhəd şərtləri daxilində inteqrallanmasına və Hamilton-Ostroqradskinin variyasiya prinsipinin tətbiqinə gətirilir.

İkinci paragrafda anizotrop, özlü-elastiki mühitlə dinamik kontaktda olan, millərlə möhkəmləndirilmiş, qalınlığı boyu qeyri-bircins olan, bütün tərəfləri oynaqla bərkidilmiş silindrik lövhənin sərbəst rəqsləri tədqiq olunmuşdur. Hamilton-Ostroqradski variyasiya prinsipindən istifadə etməklə özlü-elastiki əsas üzərində yerləşən qalınlığı boyu qeyri-bircins olan, bütün tərəfləri oynaqla bərkidilmiş silindrik lövhənin sərbəst rəqs tezliklərini hesablamaq üçün tezlik tənliyi qurulmuş, kökləri tapılmış və bu köklərə mühiti, milləri və örtüyü təyin edən fiziki və mexaniki xarakteristikaların təsiri öyrənilmişdir.

Silindrik lövhənin yerdəyişmələri aşağıdakı şəkildə axtarılmışdır:

$$u = u_0 \sin \frac{\pi mx}{l} \sin k \frac{\pi \varphi}{\varphi_0} \sin \omega t; \quad \vartheta = \vartheta_0 \sin \frac{\pi mx}{l} \sin k \frac{\pi \varphi}{\varphi_0} \sin \omega t;$$

$$w = w_0 \sin \frac{\pi mx}{l} \sin k \frac{\pi \varphi}{\varphi_0} \sin \omega t. \quad (22)$$

Burada  $u_0, \vartheta_0, w_0$ - naməlum sabitlər,  $m, k$  – uyğun olaraq, silindrik lövhənin uzunluğu və eni istiqamətlərindəki dalğa ədədləridir.

(22) ifadələrini (20)-də nəzərə almaqla ( $V_2 = 0$ ), Hamilton-Ostroqradskinin variyasiya prinsipi (19)-dan istifadə etməklə  $u_0, \vartheta_0, w_0$  dəyişənlərinə nəzərən bircins tənliklər sistemi alınmışdır. Alınan sistem bircins xətti tənliklər sistemi olduğundan onun trivial olmayan həllinin varlığı üçün zəruri və kafi şərt baş determinantının sıfıra bərabər olmasıdır. Nəticədə aşağıdakı tezlik tənliyi alınmışdır:

$$\det \|a_{ij}\| = 0, i, j = 1, 3 \quad (23)$$

(23) tənliyi  $\omega$  tezliyinə nəzərən transendent tənlikdir. Onun kökləri kompleks ədədlər olub, həqiqi hissəsi  $\omega_1 = Re \omega$  rəqsin tezliklərini, xəyali hissəsi rəqsin sönməsini xarakterizə edir. (23) tənliyinin kökləri ədədi üsulla tapılmışdır. Hesablamalarda lövhəni, mühiti, lövhənin qeyri-bircinsliyini xarakterizə edən fiziki, mexaniki və hündəsi parametrlər üçün aşağıdakı qiymətlər götürülmüşdür:

$$I_{kpi} = 0,23mm^4; I_{xi} = 5,1mm^4; k_v = 10^6 N / m^3, k_p = 10^4 N / m, \frac{l}{R} = 3, R = 1,6sm,$$

$$E_i^0 = 6,67 \cdot 10^9 N / m^2; I_{zi} = 1,3mm^4, \nu = 0,35; m = 1 \quad n = 8; h_i = 1,39sm;$$

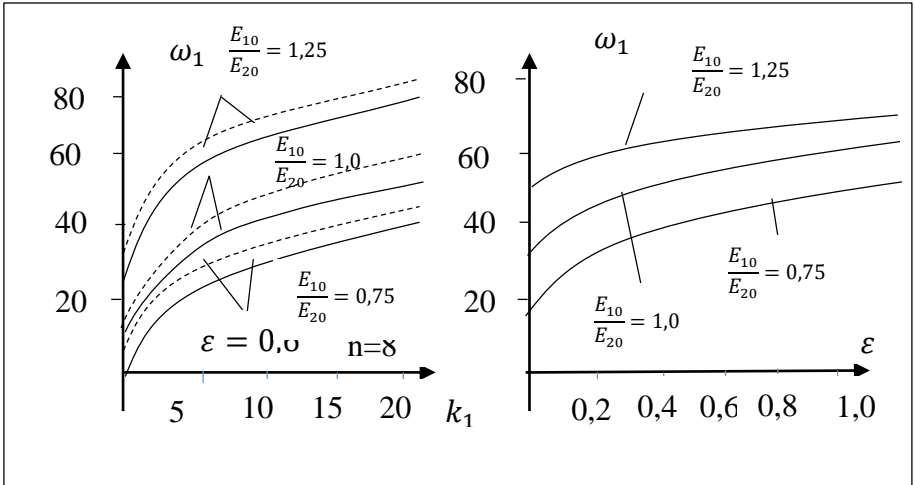
$$\rho_0 = \rho_i = 1850kg / m^3, \quad F_i = 5.2mm^2; A = 0,034; \psi = 0,05;$$

Qəbul edilmişdir ki, silindrik lövhənin elastikiyyət modulları  $z$  dəyişəninə nəzərən xətti qanunla dəyişir:

$$E_1(z) = E_{10}(1 + \beta z); \quad E_2(z) = E_{20}(1 + \beta z); G(z) = G_0(1 + \beta z)$$

Burada  $\beta$  – qeyri-bircinslik parametridir və  $\beta \in [-1; 1]$ .

Hesablamaların nəticələri qrafik 3-də  $\omega_1$  tezliyinin millərin sayından, qrafik 4-də qeyri-bircinslik parametri  $\varepsilon$  –dan asılılığı şəklində verilmişdir. Qrafik 3. göstərir ki, millərin sayı və silindrik lövhənin uzunluğu istiqamətindəki elastikiyyət modulu artdıqca sistemin məxsusi rəqs tezlikləri artır. Qrafik 4. göstərir ki, uyğun nəticə qeyri-bircinslik parametri  $\varepsilon$  artdıqda alınır.



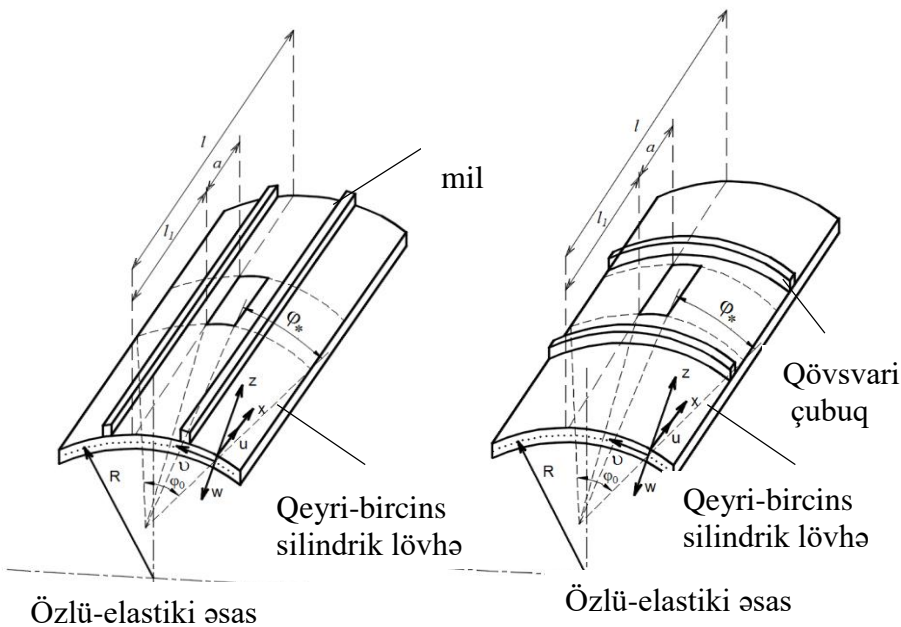
Qrafik 3.  $\omega_1$  tezliyinin millərin  $k_1$  sayından asılılığı

Qrafik 4.  $\omega_1$  tezliyinin qeyri-bircinslik parametri  $\varepsilon$  –dan asılılığı

Analoji məsələ üçüncü paraqrafda anizotrop, qövsvari halqalarla möhkəmləndirilmiş, dördüncü paraqrafda ortoqonal şəbəkə əmələ gətirən mil və qövsvari halqalarla möhkəmləndirilmiş özlü-elastiki əsas üzərində yerləşən, qalınlığı boyu qeyri-bircins, bütün tərəfləri oynaqla bərkidilmiş silindrik lövhə üçün yerinə yetirilmişdir.

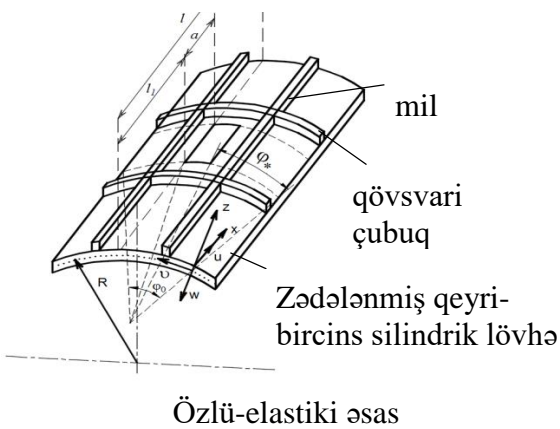
**Üçüncü fəsildə** özlü-elastiki əsas üzərində yerləşən, müxtəlif şəkildə möhkəmləndirilmiş, qalınlığı boyu qeyri-bircins olan, kənarları oynaqla bərkidilmiş, düzbucaqlı formalı dəşiklərlə zədələnmiş ortotrop silindrik lövhənin sərbəst rəqsləri haqqında məsələ tədqiq edilmişdir. Məsələnin həllində Hamilton-Ostrogradski variasiya prinsipindən istifadə etməklə qalınlığı boyu qeyri-bircins olan, bütün tərəfləri oynaqla bərkidilmiş özlü-elastiki əsas üzərində yerləşən silindrik lövhənin sərbəst rəqs tezliklərini hesablanması üçün tezlik tənliyi qurulmuş, kökləri tapılmışdır. Bu köklərə mühiti, halqanı və örtüyü təyin edən fiziki və mexaniki xarakteristikaların təsiri öyrənilmişdir.

Birinci yarımfəsildə özlü-elastiki əsas üzərində yerləşən, möhkəmləndirilmiş, qalınlığı boyu qeyri-bircins olan, bütün tərəfləri oynaqla bərkidilmiş, dəşiklərlə zədələnmiş düzbucaqlı profilli ortotrop silindrik lövhənin sərbəst rəqsləri haqqında məsələnin qoyuluşu verilmişdir. Silindrik lövhənin möhkəmləndirilməsinin üç halına baxılmışdır.



Şəkil 4. Millərlə möhkəmləndirilmiş zədələnmiş silindrik lövhə

Şəkil 5. Qövşşəkilli çubuqlarla möhkəmləndirilmiş zədələnmiş silindrik lövhə



Şəkil 6. Millərlə və qövşşəkilli çubuqlarla möhkəmləndirilmiş

Burada da analoji qayda ilə koordinat oxları verilmiş lövhənin baş əyrilik xətləri ilə üst-üstə düşdüyünü müşahidə etdik və çubuqlar bu xətlər boyunca örtük ilə sərt əlaqədə olur. Bu baxımdan, silindrik lövhə, mil və qövsvari çubuqlar arasında II fəsildə qeyd olunan şərtlər ödənilir.

Bu halda silindrik lövhənin tam enerjisi aşağıdakı şəkildədir:

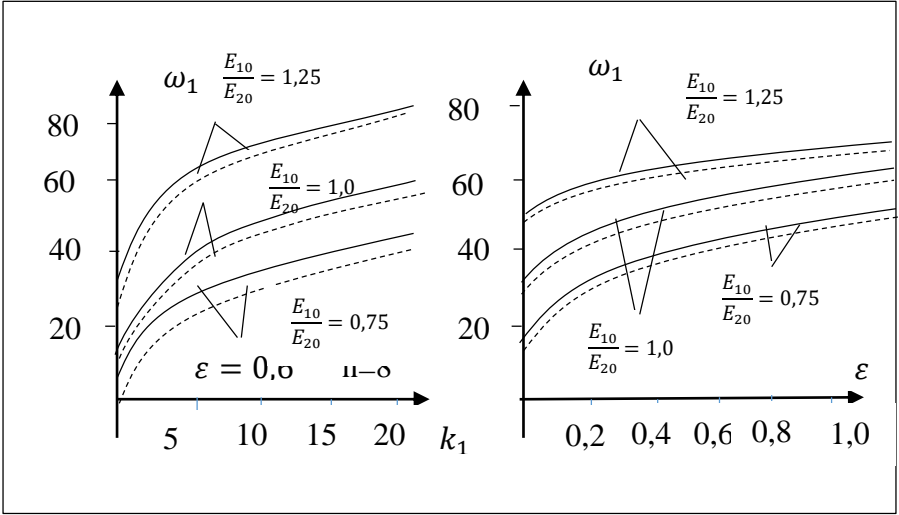
$$V = \frac{R}{2} \iint_{s-s_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_{11}\varepsilon_{11} + \sigma_{22}\varepsilon_{22} + \sigma_{12}\varepsilon_{12} + \rho(z) \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2) dx d\varphi dz$$

Düzbucaqlı formada deşiklə zəiflədilmiş silindrik lövhədən, mil və halqalardan, özlü-elastiki əsasdan ibarət konstruksiyanın tam enerjisinin ifadəsi formal şəkildə (20) ifadəsi ilə eynidir. Fərq ondan ibarətdir ki, (20) ifadəsində  $V$  və  $A_0$  – in ifadələrinin inteqrallanması  $S$  səthi üzrə deyil,  $S - S_*$  səthi üzrə aparılır. Burada  $S_*$  düzbucaqlı oblast olduğundan ( $l_1 \leq x \leq l_1 + a$ ,  $\varphi_* R \leq b \leq \frac{\varphi_0 R}{k_1 + 1} - \varphi_* R$ ). Qeyd edək ki, özlü-elastiki əsas üzərində yerləşən, qalınlığı boyu qeyri-bircins olan, bütün kənarları oynaqla bərkidilmiş deşiklə zəiflədilmiş silindrik lövhə yalnız millərlə möhkəmləndirilərsə  $V_2 = 0$ , yalnız qövsvari çubuqlarla möhkəmləndirilərsə  $V_1 = 0$  götürülür. İnteqrallanmanı yerinə yetirib, Hamilton-Ostroqradskinin variasiya prinsipi (19)-dan istifadə etməklə  $u_0, \vartheta_0, w_0$  dəyişənlərinə nəzərən bircins tənliklər sistemi və bu sistemin baş determinantını sıfıra bərabər etməklə tezlik tənliyi alınmışdır:

$$\det \| a_{ij} \| = 0, i, j = 1, 3 \quad (24)$$

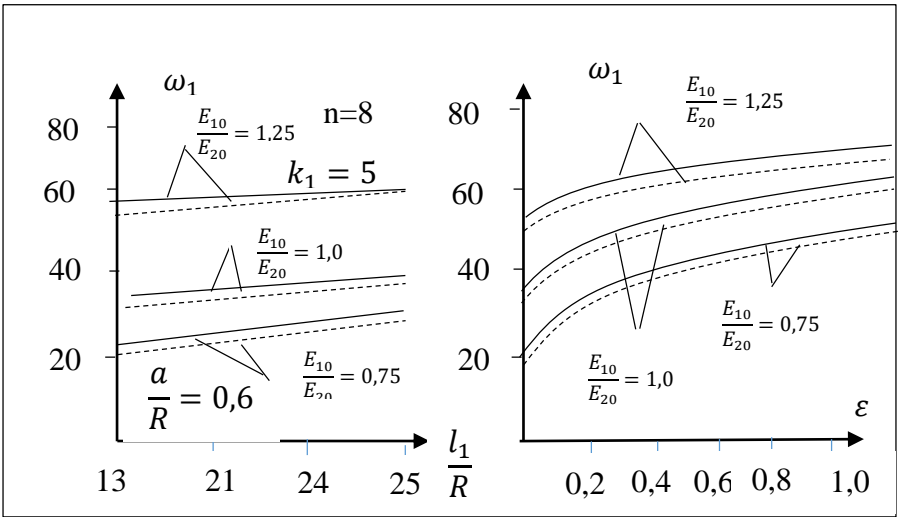
(24) tənliyinin kökləri ədədi üsulla hesablanmışdır.





Qrafik 5.  $\omega_1$  tezliyinin millərin  $k_1$  sayından asılılığı

Qrafik 6.  $\omega_1$  tezliyinin qeyri-bircinslik parametri  $\varepsilon$  –dan asılılığı



Qrafik 7.  $\omega_1$  tezliyinin  $\frac{l_1}{R}$  nisbətindən asılılığı

Qrafik 8.  $\omega_1$  tezliyinin  $\frac{a}{R}$  nisbətindən asılılığı

Hesablamaların nəticələri qrafik 5-də  $\omega_1$  tezliyinin millərin sayından, qrafik 6-da qeyri-bircinslik parametri  $\varepsilon$  –dan, qrafik 7-də  $\frac{l_1}{R}$  nisbətindən, qrafik 8-də  $\frac{a}{R}$  nisbətindən asılılığı şəklində verilmişdir.

Qrafiklərdə qırıq xətlərə deşiklə zədələnmiş silindrik örtük, mil və mühitdən ibarət sistemin məxsusi rəqs tezlikləri uyğundur.

Qrafik 5 göstərir ki, millərin sayı və silindrik lövhənin uzunluğu istiqamətindəki elastikiyyət modulu artdıqca sistemin məxsusi rəqs tezlikləri artır.

Qrafik 6 göstərir ki, uyğun nəticə qeyri-bircinslik parametri  $\varepsilon$  artdıqda alınır.

Qrafik 7 və qrafik 8 göstərir ki, kəsiyin yerləşməsinin və uzunluğunun verilmiş qiymətlər üçün sistemin məxsusi rəqs tezliklərinə təsiri olduqca zəifdir. Bu da praktikada, məsələn, sürüşmə zonalarında yağış sularının qruntdan kənarlaşdırılmasında istifadə etməyə imkan verir.

Analoji məsələ üçüncü paraqrafda anizotrop, qövsvari halqalarla möhkəmləndirilmiş, dördüncü paraqrafda ortoqonal şəbəkə əmələ gətirən mil və qövsvari halqalarla möhkəmləndirilmiş özlü-elastiki əsas üzərində yerləşən, qalınlığı boyu qeyri-bircins, bütün tərəfləri oynaqla bərkidilmiş, zədələnmiş silindrik lövhə üçün yerinə yetirilmişdir.

## NƏTİCƏLƏR

Dissertasiya işi özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan anizotrop, qeyri-bircins, möhkəmləndirilmiş və ya hamar düzbucaqlı, silindrik formalı hamar və ya dəşiklərlə zəiflədilmiş lövhələrin gərginlik-deformasiya vəziyyətinin tədqiqinə həsr olunmuşdur.

İşdə aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

1. Özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan anizotrop, qeyri-bircins düzbucaqlı müstəvi və möhkəmləndirilmiş düzbucaqlı profilli zədələnmiş və zədələnməmiş silindrik lövhələrin və örtüklərin sərbəst rəqs tezliklərini tapmaq üçün məsələnin fiziki və riyazi modeli qurulmuşdur;
2. Özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan qeyri-bircins anizotrop düzbucaqlı lövhənin əyintisinin hesablanma düsturu alınmışdır. Göstərilmişdir ki, ortotrop lövhənin qalınlığı boyu qeyri-bircinslik parametrinin qiyməti artdıqca lövhənin əyintisi artır;
3. Özlü-elastiki mühitlə kontaktda olan anizotrop qeyri-bircinslik xassəsi xətti və eksponensial qanunla dəyişən silindrik örtüyün rəqs tezliklərini hesablamaq üçün ifadələr alınmışdır. Göstərilmişdir ki, qeyri-bircinslik parametrinin qiyməti artdıqca rəqs tezliyi azalır;
4. Göstərilmişdir ki, millərin və halqavari çubuqların sayı və silindrik lövhənin uzunluğu istiqamətindəki elastikiyyət modulu artdıqca sistemin məxsusi rəqs tezlikləri artır;
5. Müəyyən edilmişdir ki, bir dəşikle zədələnmiş düzbucaqlı profilli silindrik lövhələrin sərbəst rəqs tezlikləri zədələnməmiş düzbucaqlı profilli silindrik lövhələrin sərbəst rəqs tezlikləri ilə müqayisədə praktiki olaraq dəyişmir.

**Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:**

1. Mövsümova, A.H. Şəbəkə əmələ gətirən çubuqlarla möhkəmləndirilmiş elastiki mühitlə kontaktda olan qeyri-bircins ortotrop silindrik lövhənin rəqsləri // İşğaldan azad olunmuş ərazilərdə mühəndis infrastrukturunun yenidən qurulma məsələləri, Respubilka elmi-praktiki konfransı, -10-11 mart -2021, -səh. 119-124.

2. Латифов, Ф.С., Мовсумова, А.Х. Колебания неоднородной по толщине подкрепленной ортотропной цилиндрической панели, ослабленными двумя отверстиями и лежащей на вязко-упругом основании // The XI International Science conference “Implementation of modern science practice”, -San Francisco, USA: - 29 November - 01 December, -2021, -pp.467-473.
3. Мовсумова, А.Х. Осесимметричная форма поперечной колебании неоднородной цилиндрической оболочки лежащий на вязко упругом основании // -Волгоград: “Актуальная наука”, Международный научный журнал, -2018. №10, -с..50-54.
4. Мовсумова, А.Х. О свободном колебании экспоненциальной неоднородной цилиндрической оболочки // “Nəzəri və tətbiqi mexanika”, -2018. №3-4, - с.117-120.
5. Мовсумова, А.Х. Об изгибе неоднородной анизотропной прямоугольной пластинки лежащей на двухконстанейном основании пастернака // -Bakı: Bakı Universitetinin Xəbərləri, Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, - 2019. №1, -с.105-110.
6. Мовсумова, А.Х. Колебания подкрепленные продольными ребрами неоднородной ортотропной цилиндрической панели при взаимодействии с вязко-упругой средой // «Building Innovations–2021» IV Междун. украинско-азербайджанская научно-практическая конференция -Украина: -20-21 май, -2021, -pp.58-62.
7. Hacıyev, V.C. Mirzayeva, G.R., Movsumova, A.H. Собственное колебание неоднородной ортотропной цилиндрической оболочки, с учетом вязкоупругого сопротивления // -Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mechanics, Series of Phys.-Technical and Mathematical Sciences. -2019, №7, -pp. 23-29.
8. Нагиева, Н.М., Мирзоева, Б.Д. Мовсумова, А.Х. О поперечном колебании экспоненциально неоднородно анизотропной прямоугольной пластинки лежащий на вязкоупругом основании // -Волгоград: “Актуальная наука” Международный научный журнал, -2019. №4, -с.31-35.
9. Movsumova, A.H. Free vibrations of inhomogeneous, orthotropic, medium-contacting cylindrical panel stiffened with annular ribs // -

Norveç: International Journal on “Technical and Physical Problems of Egnineering”, -2020. Iss.42, v.12, №1, -pp.40-43.

10. Movsumova, A.H. Vibrations reinforced by longitudinal ribs of an inhomogeneous orthotropic cylindrical panel contacting with a viscous-elastic medium // -Днепропетрoвск: Вісник Дніпропетровського університету, Серія «Механіка», -2020. -pp.144-155

11. Mirzayeva, G.R., Movsumova, A.H. Oscillations of anisotropic rectangular plate lying on non-homogeneous viscous elastic base // “Modern Problem of Mathematics” International conference devoted to the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics of the ANAS, -Baku: -23-25 October, -2019, -pp.23-25.

12. Movsumova, A.H. Vibrations reinforced by longitudinal ribs of an inhomogeneous orthotropic cylindrical panel contacting with a viscous-elastic medium // The 17-th International conference on “Technical and Physical Problems of Engineering” -İstanbul, Turkey: -18-19 October -2021, - pp.182-187

13. Latifov, F.S, Movsumova, A.H. Vibrations of reinforced inhomogeneous, weakened cylindrical panels in contact with a viscoelastic medium // Journal of Baku Engineering University Mathematics and Computer Science, -2022, №2, - pp.84-92.

14. Movsumova, A.H. Free vibrations of inhomogeneous, weakened cylindrical panels in contact with a viscoelastic medium, reinforced by shafts // An International conference "Modern Problems of Mathematics and Mechanics" dedicated to the 100-th anniversary of the great leader Heydar Aliyev, -Baku: -26-28 April, -2023, -p.289-290.

Dissertasiyanın müdafiəsi **26 noyabr 2024-cü il** tarixində saat **14<sup>00</sup>-da** Bakı Dövlət Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, Z. Xəlilov küçəsi, 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya işi və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universiteti rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **22 oktyabr 2024-cü il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 01.10.2024  
Kağızın formatı: 60x84 1/16  
Həcmi: 38311  
Tiraj: 100