AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

XƏTTİ TOPOLOJİ FƏZALARDA SİSTEMLƏRİN FREYMLİLİK XASSƏLƏRİ HAQQINDA

İxtisas: 1202.01 – Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Səbinə Rahib qızı Sadıqova**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı-2023

Dissertasiya işi Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi: AMEA–nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
Bilal Telman oğlu Bilalov

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Heybətqulu Səfər oğlu Mustafayev

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Daniyal Məhəmməd oğlu İsrafilov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Bəhram Əli oğlu Əliyev

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
Miqdad İmdad oğlu İsmayılov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:
AMEA–nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
_______________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f-r.e.n.
_______________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: f-r.e.d., professor
_______________ **Hidayət Məhəmməd oğlu Hüseynov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi.

Müasir harmonik analiz öz başlanğıcını klassik Furye sıralarından götürmüş və riyaziyyatın bir çox sahələrini, məsələn, yaxınlaşma nəzəriyyəsi, potensiallar nəzəriyyəsi, sinqulyar operatorlar nəzəriyyəsi, xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsi, abstrakt harmonik analiz və s. kimi sahələrini əhatə edir. Klassik Furye sıraları nəzəriyyəsinin qurulmasında triqonometrik sistemlərin ortoqonallığı əsas rol oynayır. Bununla yanaşı, sonralar ortoqonal olmayan sistemlərin doğurduğu harmonik analiz meydana gəldi. Bu cür nəzəriyyələr müxtəlif ehtiyaclardan yaranır. Belə ki, nümunə olaraq, riyaziyyat və mexanikanın bir çox sahələrində, o cümlədən idarəetmə nəzəriyyəsində sonsuz vibratorlar sisteminin idarə edilməsində istifadə olunan sanki ortoqonal (s.o.) funksiyalar nəzəriyyəsini göstərmək olar (bax, məsələn, [[1]]). Qeyd etmək lazımdır ki, s.o. funksiyalar nəzəriyyəsi Hilbert fəzalarında Riss bazislər nəzəriyyəsi ilə sıx bağlıdır. Başqa bir misal olaraq 1924-1926-cı illərdə H.Bor tərəfindən yaradılmış, sanki periodik (s.p.) funksiyalar nəzəriyyəsini göstərmək olar. Sonralar Bor nəzəriyyəsi S.Boxner, Q.Veyl, A.Besikoviç, J. Faber, J.Neyman, V.V.Stepanov, N.N.Boqolyubov və başqa bu kimi məşhur riyaziyyatçıların əsərlərində əhəmiyyətli dərəcədə inkişaf etdirildi. Bu nəzəriyyə qruplarda funksiyaların (s.p. funksiyalar, sıralar, qruplarda Furye inteqralları) harmonik analizinin yaranmasına və inkişafına güclü təkan verdi. Sonradan s.p. funksiyalar nəzəriyyəsi diferensial tənliklərin, dayanıqlıq nəzəriyyəsinin, dinamik sistemlərin və s. məsələləri ilə əlaqədar inkişaf etmişdir. Digər çox mühüm nümunə 1952-ci ildə Daffin və Şeffer tərəfindən həyəcanlanmış eksponent sistemlərinə nəzərən qeyri-harmonik Furye sıralarının bəzi məsələlərinin öyrənilməsi ilə əlaqədar yaradılmış freymlər nəzəriyyəsidir. Keçən əsrin 80-ci illərində təbiət elmlərinin müxtəlif

[1] А.Г.Бутковский, Методы управления системами с распределенными параметрами, Москва, Наука, 1975, 568 с.

sahələrində veyvletlərin tətbiqindən sonra freymlərə olan maraq artdı. Veyvletlər siqnalların, müxtəlif təbiətli təsvirlərin (nitq, peyk təsvirləri, daxili orqanların rentgen şəkilləri və s.) işlənməsi və kodlaşdırılmasında, obrazların tanınmasında, kristalların və nanoobyektlərin səthlərinin xassələrinin öyrənilməsində və bir çox başqa sahələrdə geniş tətbiq olunur.

Qeyri-harmonik analizin yaranma səbəblərindən biri də xüsusi törəməli tənliklərin Furye üsulu ilə həll edilməsidir. Belə ki, kompleks müstəvidə xüsusi oblastlarda qarışıq və ya elliptik tip bir çox tənlikləri Furye üsulu ilə həll edərkən aşağıdakı şəkildə həyəcanlanmış triqonometrik sistemlər meydana gəlir

$$\{\cos(nt+\alpha(t))\}_{n\in Z_+}, \tag{1}$$

($N-$ natural ədədlər və $Z_+=\{0\}\cup N$), burada $\alpha:[0,\pi]\to C-$ müəyyən, ümumiyyətlə desək, kompleks qiymətli funksiyadır ($C-$ kompleks müstəvi). Oxşar məsələlərlə bağlı, məsələn, S.M.Ponomarevin [[2]] , E.I.Moiseyevin [[3]] və başqalarının işlərinə baxmaq olar. Təbii ki, Furye metodunun əsaslandırılması (1) şəklində uyğun sistemin müvafiq funksiyaların Banax fəzasında bazislik xassələrinin (tamlıq, minimallıq, bazislik, Riss bazisliyi) öyrənilməsini tələb edir.

Dissertasiya işi ümumilikdə yuxarıda verilmiş istiqamətə və bu istiqamətlə bağlı məsələlərə həsr edilmişdir. Ona görə də hesab edirik ki, dissertasiyanın mövzusu aktualdır və xüsusi elmi maraq kəsb edir.

İndi isə aidiyyətli nəticələrin qısa xülasəsini verək. (1) şəklində sistemlərin bazislik xassələrinin öyrənilməsi zəngin tarixə malikdir. Oxşar sistemlərin approksimativ xassələri ilə bağlı sualların

---

[2] Билалов Б.Т., Гусейнов З.Г. Критерий базисности возмущенной системы экспонент в лебеговых пространствах с переменным показателем суммируемости // Доклады Академии Наук, 2011, т.436, №5, с.586-589.

[3] Билалов Б.Т., Гусейнов З.Г. Критерий базисности возмущенной системы экспонент в лебеговых пространствах с переменным показателем суммируемости // Доклады Академии Наук, 2011, т.436, №5, с.586-589.

öyrənilməsinə hələ 1930-cu ildə məşhur riyaziyyatçılar Runqe və Uolş diqqət yetirmişlər (bu nəticələrlə bağlı Uolşun [4] monoqrafiyasına baxmaq olar). Qeyd edək ki, (1) şəklində sistemlərin $L_p(0,\pi)$, $1<p<+\infty$ ($p=1$ və $p=+\infty$ hallarında, ümumiyytlə desək, bazislik ödənilmir) Lebeq fəzalarında bazisliyinin isbatı, ümumiyytlə desək, sadə deyil. Bu fikrə aydınlıq gətirmək üçün (1) sisteminin aşağıdakı ikiqat analoquna baxaq:

$$\left\{A(t)e^{int}; B(t)e^{-ikt}\right\}_{n\in Z_+;k\in N}, \tag{2}$$

burada $A(t)$, $B(t)$ $[-\pi,\pi]$ parçasında kompleks qiymətli funksiyalardır. B.T.Bilalovun [5;6] işlərində olduğu kimi (1) sisteminin $L_p(0,\pi)$ fəzasında bazisliyi (2) sisteminin $L_p \equiv L_p(-\pi,\pi)$ fəzasında oxşar xassəsindən istifadə etməklə isbat olunur. $\left\{e^{int}\right\}_{n\in Z_+}$, $\left\{e^{-int}\right\}_{n\in N}$ hissələrinin xətti örtüklərinin L_p, $1<p<+\infty$, fəzasında qapanmasını uyğun olaraq L_p^+ və ${}_{-1}L_p^-$ ilə işarə edək. Aşağıdakı düz cəm doğrudur

$$L_p = L_p^+ \dotplus {}_{-1}L_p^-,\ 1<p<+\infty. \tag{3}$$

Tutaq ki, $T^{\pm}: L_p \to L_p$

$$T^+ f = Af;\ T^- f = Bf,\ \forall f\in L_p,$$

ifadələri ilə təyin olunmuş vurma operatorlarıdır. Onda $A^{\pm 1}; B^{\pm 1} \in L_\infty(-\pi,\pi)$, şərti daxilində (2) sisteminin L_p fəzasında

---

[4] Уолш Дж. Л. Интерполяция и аппроксимация рациональными функциями в комплексной области. М.:, ИЛ, 1961

[5] Билалов Б.Т., Гусейнов З.Г. Критерий базисности возмущенной системы экспонент в лебеговых пространствах с переменным показателем суммируемости // Доклады Академии Наук, 2011, т.436, №5, с.586-589.

[6] Bilalov B.T., Guseynov Z.G. Basicity of a system of exponents with a piece-wise linear phase in variable spaces // Mediterr. J. Math., 2012, vol. 9 , no. 3, pp. 487–498

bazislik məsələsi aşağıdakı tənliyin korrekt həllolunanlığına gətirilir

$$\left(T^{+}P^{+}+T^{-}P^{-}\right)f=g\ ,\ g\in L_{p}\ , \qquad (4)$$

burada $P^{+}:L_{p}\rightarrow L_{p}^{+}$; $P^{-}:L_{p}\rightarrow_{-1}L_{p}^{-}$ – (3) ayrılışının doğurduğu proyektorlardır. Aşağıdakı hökm doğrudur.

Hökm 1. *Tutaq ki,* $A^{\pm 1};B^{\pm 1}\in L_{\infty}$. *(2) sistemi* L_{p} , $1<p<+\infty$, *fəzasında yalnız və yalnız (4) məsələsi* L_{p} *fəzasında korrekt həll olunduqda bazis təşkil edir.*

Sonrakı tədqiqat $A(\cdot)$ və $B(\cdot)$ əmsalları üzərinə (4) məsələsinin L_{p} fəzasında korrekt həllolunanlığını təmin edən şərtlərin tapılmasını tələb edir. (4) məsələsi öz növbəsində, $H_{p}^{+}=L_{p}^{+}$ və ${}_{-1}H_{p}^{-}={}_{-1}L_{p}^{-}$ (H_{p}^{+} və ${}_{-1}H_{p}^{-}$ Hardi siniflərini daha sonra müəyyən edəcəyik) eyniləşdirməklə analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin $H_{p}^{+}\times_{-1}H_{p}^{-}$ Hardi siniflərində Riman sərhəd məsələsinin həllinə gətirilir. İlk belə fikir 1950-ci ildə A.V.Bitsadzenin bir qeydində [7] meydana gəlmişdir. Bu ideya Lebeq fəzalarında həyəcanlanmış triqonometrik funksiyalar sisteminin bazislik xassələrinin öyrənilməsi üçün yeni metodun yaranmasına qapı açdı. Sonradan bu fikirdən S.M.Ponomarev qarışıq tip bir sıra tənliklərin Furye üsulu ilə həlli zamanı uğurla istifadə etmişdir.

L_{p} ,$1<p<+\infty$, fəzasında həyəcanlanmış triqonometrik sistemlərin tamlığı məsələsinin H_{p}^{+} Hardi siniflərində analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin bircins Hilbert məsələsinin trivial həllolunanlığına özünəməxsus şəkildə gətirilməsi A.N.Barmenkov və Yu.A.Kazminin işlərində verilmişdir. Oxşar məsələlər A.A.Şkalikov [8] işində öyrənilmişdir. Sərhəd məsələsi metodundan istifadə edərək E.İ.

---

[7] Бицадзе А.В. Об одной системе функций // УМН, 1950, т.5, в. 4(38), с. 150-151

[8] Шкаликов А.А. Об одной системе функций . Математические заметки, 1975, т. 18, в.6, с. 855-860

Moiseyev uyğun olaraq $L_p(0,\pi)$ və $L_p(-\pi,\pi)$, $1<p<+\infty$, fəzalarında $\{\sin[(n+\alpha)t+\beta]\}_{n\in N}$ sinus və $\{e^{i(n+\alpha\, sign\, n)t}\}_{n\in Z}$, eksponent sistemlərinin bazisliyi üçün meyar almışdır, burada $\alpha,\beta\in R-$ həqiqi parametrlərdir. Sonralar B.T.Bilalov bu metodu inkişaf etdirərək, (2) ikiqat eksponent sisteminin $L_p(-\pi,\pi)$ fəzasında və

$$\{a(t)e^{\mathrm{int}}+b(t)e^{-\mathrm{int}}\}_{n\in N},$$

şəkilli birqat sistemin $L_p(0,\pi)$, $1<p<+\infty$, fəzasında bazisliyi üçün meyar almışdır, burada $a;b:[0,\pi]\to C-$ kompleks qiymətli funksiyalardır. Bu nəticələrdən istifadə edərək o, həmçinin $L_p(a,b)$, $1\le p\le+\infty$ ($L_\infty(a,b)\equiv C[a,b]$) Lebeq fəzalarında ikiqat $\{A(t)W^n(t);B\overline{W}^n(t)\}_{n\in Z_+}$ qüvvət sistemlərinin və birqat $\{a(t)\varphi^n(t)+b(t)\overline{\varphi}^n(t)\}_{n\in Z_+}$ qüvvət sistemlərinin tamlığı və minimallığı üçün meyarlar tapmışdır.

Dissertasiya işində yuxarıda göstərilən metod abstrakt hala ümumiləşdirilir. Banax fəzasının alt fəzaların düz cəminə ayrılışına və bu ayrılışın doğurduğu ikiqat sistemə baxılır. Sərhəd məsələsi metodu baxılan abstrakt hala ümumiləşdirilir və bu metoddan istifadə etməklə həyəcanlanmış eksponent sisteminin Riss bazisliyi haqqında «$\frac{1}{4}$-Kadets» teoreminin abstrakt analoqu alınır. Sərhəd məsələsi metodu həyəcanlanmış ikiqat sistemin bazisliyinə tətbiq olunur. Bəzi vektorqiymətli Lebeq siniflərinə və Hardi siniflərinə baxılır. Bu siniflərdən olan vektor qiymətli funksiyaların bəzi xassələri və Koşi tipli vektor qiymətli inteqrallar üçün Soxotski-Plemel düsturlarının vektor qiymətli analoqları isbat edilir. Vektor qiymətli Riman sərhəd məsələsinə baxılır və onların həllolunanlığı öyrənilir. Bu yanaşma daha sonra abstrakt eksponent sisteminin abstrakt bazislik məsələlərinə tətbiq olunur.

Dissertasiya işində baxılan məsələlərdən biri də əmsallar fəzasıdır. Əmsallar fəzası anlayışı bazislər nəzəriyyəsində yaranmışdır. Onun mahiyyəti ondan ibarətdir ki, hər bir bazis skalyar ardıcıllıqların ilkin fəzaya izomorf olan uyğun Banax fəzasını doğurur. Sonralar B.T. Bilalovun işlərində Banax fəzasında hər bir cırlaşmayan (yəni sistemin hər bir həddi sıfırdan fərqlidir) sistemin kanonik bazisə malik uyğun Banax əmsallar fəzasını doğurduğu göstərilmişdir. Əmsallar fəzası yaxınlaşmalar nəzəriyyəsində müstəsna rol oynayır. N.K.Bari tərəfindən daxil edilən Bessel, Hilbert sistemləri və Riss bazisi kimi klassik anlayışlar əmsallar fəzasından istifadə etməklə müəyyən edilir. Burada əmsallar fəzası kimi l_2 iştirak edir. B-fəzasındakı ixtiyari cırlaşmayan sisteminin skalyar ardıcıllıqların müvafiq B-fəzasını əmələ gətirməsi faktına Ç.Heilin [9] işində diqqət edilmişdir. B.T.Bilalov və Z.Q.Hüseynovun [10;11] işində əmsallar fəzası anlayışından istifadə etməklə Bessel-Hilbert sistemləri və Riss bazisləri ilə bağlı N.K.Barinin bütün nəticələri baxılan fəzanın ümumi Banax halına köçürülmüşdür. Əmsallar fəzası anlayışı freymlər nəzəriyyəsində də xüsusi rol oynayır. Belə ki, atomar ayrılış və Banax (və ya Hilbert) freymi anlayışları skalyar ardıcıllıqların əmsallar fəzası vasitəsilə müəyyən edilir. Hilbert freymi halında əmsallar fəzası kimi l_2 fəzası götürülür.

Dissertasiya işində baxılan əsas məsələlərdən biri Banax fəzalarında freymlərdir. Təbiət elminin müxtəlif sahələrində çoxsaylı tətbiqlərlə əlaqədar olaraq freymlər nəzəriyyəsi sürətlə inkişaf edir və ona olan maraq hər gün artmaqdadır. Müxtəlif riyaziyyatçıların monoqrafiyaları və icmal məqalələri ona həsr edilmişdir. Bu istiqamətdə həyəcanlanmış ortonormal bazis haqqında Peli-Vinerin klassik teoremi kontekstində çoxlu nəticələr əldə edilmişdir. Bu

---

[9] Heil Ch. A Basis Theory Primer. Springer, 2011, 534 p.

[10] Билалов Б.Т., Гусейнов З.Г. Критерий базисности возмущенной системы экспонент в лебеговых пространствах с переменным показателем суммируемости // Доклады Академии Наук, 2011, т.436, №5, с.586-589.

[11] Bilalov B.T., Guseynov Z.G. Basicity of a system of exponents with a piece-wise linear phase in variable spaces // Mediterr. J. Math., 2012, vol. 9 , no. 3, pp. 487–498

nəticələr haqqında daha ətraflı məlumatı O.Kristensenin və Ç.Heylin monoqrafiyalarında tapmaq olar.

Dissertasiya işində Lebeq fəzası və Hardi siniflərinin cırlaşan eksponent sistemləri üzrə atomar ayrılışına baxılmışdır. Cırlaşan triqonometrik sistemlərin bazislik xassələrinin öyrənilməsi K.I. Babenkonun $\left\{|x|^{\alpha} e^{inx}\right\}_{n\in Z}$ sistemi ilə bağlı fundamental işindən qaynaqlanır. Çəkili fəzalarda triqonometrik sistemlərin bazislik xassələrinin tədqiqinə Makenhoupt B., Hunt R.A., Young W.S., Moiseyev E.I., Kazaryan K.S., Lizorkin P.I., Bilalov B.T., Puxov S.S., Sedletskiy A.M. və başqalarının əsərləri həsr edilmişdir. Bütün bu işlərdə çəki funksiyaları məlum Makenhoupt şərtini ödəyir. Təbii olaraq belə bir sual yaranır ki, cırlaşma əmsalı Makenhoupt şərtini ödəmədiyi halda baxılan sistemin bazislik xassələri haqqında nə demək olar? Görünür ilk dəfə oxşar hala $\left\{|x|e^{inx}\right\}_{n\in Z}$ sisteminə nəzərən E.S. Qolubeva tərəfindən $L_2(-\pi,\pi)$ fəzasında baxılmışdır. Bu istiqamət B.T.Bilalov, F.A.Quliyeva, S.R.Sadıqova, Z.V. Məmmədovanın işlərində inkişaf etdirilmişdir. Onlar tərəfindən $L_p(-\pi,\pi),\ 1<p<+\infty$, fəzasında sinus və eksponent sistemlərinə nəzərən qüvvət şəkilli ümumi çəkiyə baxılmışdır. Bu istiqamətdə mühüm nəticələr A.Ş. Şükürovun işlərində əldə edilmişdir. O, ixtiyari cıraşmaya malik triqonometrik sistemlərə baxmış və məlum nəticələri bu hala ümumiləşdirmişdir.

Dissertasiya işində baxılan digər bir sual Furye-Stiltyes çevirmələrinin yığılması məsələləridir. Bu məqsədlə əvvəlcə statistik yığılma anlayışı müxtəlif istiqamətlərdə kəsilməz hal üçün ümumiləşdirilir, sonra bu nöqteyi-nəzər Furye-Stiltyes çevirməsinin yığılması məsələsinə tətbiq edilir.

Tədqiqatın obyekt və predmeti.

Banax qiymətli funksiyaların Lebeq fəzası, Banax qiymətli Hardi sinifləri, Riman sərhəd məsələsinin abstrakt analoqları, xətti topoloji fəzalarda sistemlərin əmsallar fəzası, Hardi siniflərinin atomar ayrılışı, çəkili Lebeq fəzalarında Faber çoxhədlilərindən ibarət bazislər, çəkili Smirnov siniflərində Riman sərhəd məsələsi, statistik yığılmanın kəsilməz analoqu və onun Furye-Stiltyes çevirməsinə tətbiqi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin məqsəd və vəzifəsi elementlər sisteminin freymlik xassələrinin (bazislik xassəsi, atomar ayrılş olma, freymlilik) öyrənilməsi və müxtəlif xətti topoloji fəzalarda yeni yığılma üsullarının əldə edilməsidir**.**

Tədqiqat metodları. Əsas nəticələrin alınmasında funksional analiz, funksiyalar nəzəriyyəsi, analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin sərhəd məsələsi metodu, Faber çoxhədlilərindən ibarət sıralar nəzəriyyəsi, sinqulyar inteqral operatorlar nəzəriyyəsi, bazislər və freymlər nəzəriyyələri, ölçüyə malik çoxluqlar nəzəriyyəsinin metodlarından istifadə olunur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar. İşdə aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır.

- ikiqat bazislərin abstrakt ümumiləşməsi, məşhur "$\frac{1}{4}$-Kadets" teoreminin abstrakt analoqu;
- $H_p(X)$ Hardi vektor sinifləri və onların əsas xassələri;
- xətti topoloji fəzalarda elementlər sisteminin əmsallar fəzası anlayışı: sekvensial və ümumi hallar və onun xassələri;
- cırlaşma Makenhoupt şərtini ödədikdə Hardi siniflərində cırlaşan eksponent sistemlərin yarısının bazislik xassəsi;
- cırlaşma Makenhoupt şərtini ödəmədikdə Hardi siniflərinin cırlaşan eksponent sistemləri üzrə atomar ayrılışı;
- çəkili Smirnov siniflərində Riman sərhəd məsələlərinin həllolunanlıq sualları;
- çəki Makenhoupt şərtini ödədikdə çəkili Smirnov siniflərində Faber çoxhədlilərindən ibarət sistemlərin bazisliyi;
- Lebeq fəzalarında Lyapunov və ya Radon əyriləri üzərində Faber çoxhədlilərindən ibarət ikiqat sistemin bazisliyi;
- statistik yığılma anlayışının kəsilməz analoqu;
- μ-güclü Çezaro mənada yığılma, onun xassələri və Furye çevirməsinə tətbiqi.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. İşdə aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır.

- ikiqat eksponent sisteminin bazisliyinin abstrakt ümumiləşməsi verilmiş və məşhur "$\frac{1}{4}$-Kadets" teoreminin abstrakt analoqu alınmışdır;
- abstrakt $L_p(X)$ fəzasından istifadə etməklə $H_p(X)$ Hardi vektor sinifləri təyin olunmuş və onların əsas xassələri öyrənilmişdir;
- iki halda- sekvensial və ümumi hallarda xətti topoloji fəzalarda elementlər sisteminin əmsallar fəzası anlayışı təyin olunmuş və onun xassələri öyrənilmişdir;
- cırlaşma Makenhoupt şərtini ödədikdə Hardi siniflərində cırlaşan eksponent sistemlərin yarısının bazisliyi isbat edilmişdir;
- cırlaşma Makenhoupt şərtini ödəmədikdə Hardi siniflərinin cırlaşan eksponent sistemləri üzrə atomar ayrılışı öyrənilmişdir;
- çəkili Smirnov siniflərində Riman sərhəd məsələlərinin həllolunanlıq məsələləri öyrənilmişdir;
- çəki Makenhoupt şərtini ödədikdə çəkili Smirnov siniflərində Faber çoxhədlilərindən ibarət sistemlərin bazisliyi isbat edilmişdir;
- Lebeq fəzalarında Lyapunov və ya Radon əyriləri üzərində Faber çoxhədlilərindən ibarət ikiqat sistemin bazisliyi üçün şərtlər tapılmşıdır;
- statistik yığılma anlayışının kəsilməz analoqu tapılmış və bu nəzəriyyənin əsas müddəaları bu hala köçürülmüşdür;
- μ-güclü Çezaro mənada yığılma anlayışı daxil edilmiş, onun xassələri öyrənilmiş və Furye çevirməsinə tətbiqi verilmişdir;
- bir-biri ilə müəyyən münasibətlə əlaqəli olan ikiqat və birqat sistemlərin uyğun Lebeq fəzalarında atomar ayrılış olmaları arasında əlaqələr qurulmuşdur.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. İş nəzəri xarakter daşıyır. Alınan nəticələrdən yaxınlaşma nəzəriyyəsində, xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həlli üçün Furye metodunun əsaslandırılmasında, bazislər və freymlər nəzəriyyəsində, cəmləmə nəzəriyyəsində, statistik yığılma nəzəriyyəsində, Riman sərhəd məsələləri nəzəriyyəsində və s. istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işinin əsas nəticələri Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun ümuminstitut seminarında (rəhbər AMEA-nın müxbir üzvü, prof. Misir Mərdanov), "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsinin seminarında (rəhbər AMEA-nın müxbir üzvü, prof. Bilal Bilalov), eləcədə aşağıda adları qeyd olunan konfranslarda məruzə edilmişdir: International conference "Mathematical Analysis, Differential Equations and Their Applications" (Mersin 2012), International conference on "Actual Problems of Mathematics and Informatics" (Bakı 2013), IV Annual conference of the Georgian Mathematical Union (Tbilisi, Batumi 2014), Международная математическая конференция по "Теории функций" (Ufa 2017), "Современные методы теории краевых задач. Понтрягинские чтения – XXIX" (Moskva 2018), «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы» Международная научная конференция (Sterlitamak 2018), Международная научная конференция «Современные проблемы математики и механики» (Moskva 2019), 3-rd International conference on "Mathematical Advances and Applications" (İstanbul 2020), 4-th International conference on "Mathematical Advances and Application" (İstanbul 2021) və s.

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Dissertasiyada alınan bütün nəticələr şəxsən müəllifə məxsusdur.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiyanın əsas nəticələri 30 işdə çap olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.

Dissertasiya işi Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrı-ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.

Dissertasiya işinin ümumi həcmi–369139 işarə (Titul səhifə – 372 işarə, mündəricat – 3432 işarə, giriş – 90000 işarə, I fəsil – 64000 işarə, II fəsil – 28000 işarə, III fəsil –52000 işarə, IV fəsil–54000 işarə, V fə sil–76000 işarə, nəticə –1335 işarə). İstifadə olunan ədəbiyyat siyahısı 186 addan ibarətdir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya giriş, beş fəsil, nəticə və istifadə olunan ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə dissertasiya işinin mövzusunun aktuallığı əsaslandırılmış, aidiyyətli işlərin qısa tarixi, həmçinin dissertasiya işinin qısa xülasəsi verilmişdir.

I Fəsildə Banax fəzasının alt fəzalar üzrə düz cəminə və onun bu ayrılışın doğurduğu ikiqat bazisinə baxılmışdır. Sərhəd məsələləri metodu baxılan abstrakt hala ümumiləşdirilmiş və bu üsuldan istifadə etməklə həyəcanlanmış eksponent sisteminin Riss bazisliyi haqqında klassik "$\frac{1}{4}$-Kadets" teoreminin abstrakt analoqu alınmışdır. Sərhəd məsələləri metodu həyəcanlanmış ikiqat sistemin bazisliyinə tətbiq edilmişdir. Fəslin sonunda bəzi vektor qiymətli Lebeq və Hardi siniflərinə baxılmışdır. Bu siniflərdən olan vektor qiymətli funksiyaların bəzi xassələri isbat edilmiş və Koşi tipli vektor qiymətli inteqrallar üçün Soxotski-Plemel düsturlarının vektor qiymətli analoqları alınmışdır. Vektor qiymətli Riman sərhəd məsələlərinə baxılmış və onların həllolunanlığı öyrənilmişdir. Bu yanaşma daha sonra abstrakt eksponent sistemin bazisliyinin abstrakt suallarına tətbiq edilmişdir.

1.1 yarımfəslində zəruri anlayışlar və faktlar verilir. Bəzi standart işarələmələri daxil edək. B-fəza – Banax fəzası; H-fəza– Hilbert fəzası; $\|\cdot\|_X$ – X fəzasında norma (əgər heç bir anlaşılmazlıq yoxdursa, onda bəzən indeksi buraxacağıq); $I-$vahid operatordur.

İkiqat sistemin bazisliyi aşağıdakı mənada başa düşülür.

Tərif 1. *Əgər* $\forall x \in X$, $\exists! \{\lambda_n^{\pm}\}_{n\in N} \subset C$:

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{+} x_n^{+} + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{-} x_n^{-} ,$$

onda $\left\{x_n^+; x_n^-\right\}_{n\in N}$ *ikiqat sistemi* X *fəzasında bazis adlanır.*

Bizə həmçinin aşağıdakı anlayış lazım olacaqdır.

Əgər $\exists\delta > 0$:

$$\inf_{\forall u\in L\left[\{x_n\}_{n\neq k}\right]} \|x_k - u\|_X \geq \delta\|x_k\|_X \ , \ \forall k \in N \ , \tag{5}$$

olarsa, onda $\{x_n\}_{n\in N} \subset X$ *sistemi* X *fəzasında müntəzəm-minimal sistem adlanır.*

1.2 yarımfəslində Hilbert fəzalarında ikiqat sistemlərin Riss bazisliyinin isbatı üçün bir abstrakt üsul təklif edilmişdir. $\left\{e^{i(nt+\alpha(t)sign\, n)}\right\}_{n\in Z}$, konkret halına baxılmışdır, burada $\alpha \in L_\infty$ – müəyyən ölçülən funksiyadır. Xüsusi halda, $\alpha(t) \equiv \alpha t$ olduqda $\left\{e^{i(n+\alpha sign\, n)t}\right\}_{n\in Z}$, sistemin L_2 fəzasında Riss bazisliyi ilə bağlı əvvəl məlum olan yekun nəticə alınır. Onlardan bəzilərini daxil edək.

Tutaq ki, X B-fəzası

$$X = X^+ \dot{+} X^-, \tag{6}$$

X^+ və X^- alt fəzaları üzrə düz ayrılışa malikdir. Tutaq ki, $T^\pm \in L(X)$– müəyyən avtomorfizmlərdir. Məlumdur ki, $\exists m > 0$:

$$\|x^+\| + \|x^-\| \leq m\|x\|, \ \forall x \in X \ . \tag{7}$$

inf {m: (7) bərabərsizliyini ödəyən} $\theta(X^+; X^-)$ *ilə işarə edək və (6) ayrılışının düz norması adlandıraq.*

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 1. *Tutaq ki,* X B*-fəzası* $X = X^+ \dot{+} X^-$ *ayrılışına malikdir,* $\left\{x_n^\pm\right\}_{n\in N} \subset X^\pm$ *sistemi* $X^\pm$ *fəzasında bazis təşkil edir və* $\theta(X^+; X^-)$ *(6) ayrılışının düz normasıdır. Əgər* $\eta < \dfrac{1}{\theta(X^+; X^-)}$, *onda* $\left\{T^{+}x_n^{+};T^{-}x_n^{-}\right\}_{n\in N}$ *sistemi* X *fəzasında bazis təşkil edir, burada* $\eta=\max\left\{\left\|\Delta T^{+}\right\|;\left\|\Delta T^{-}\right\|\right\}$, $\Delta T^{\pm}=I-T^{\pm}$.

Konkret hallar. X fəzası kimi L_p, $1<p<+\infty$, $X^{\pm}=H_p^{\pm}$, fəzasını götürək, burada $H_p^{\pm}-$uyğun olaraq daxildə və xaricdə (sonsuzluqda sıfıra çevrilən) analitik funksiyaların adi Hardi sinifləridir. Tutaq ki, $T^{\pm}f=A^{\pm}(t)\cdot f(t)-L_p$ fəzasında vurma operatorudur və $\theta\left(H_p^{+};H_p^{-}\right)$ $L_p=H_p^{+}\dot{+}H_p^{-}$ ayrılışının düz normasıdır. Teorem 1-dən bilavasitə alırıq:

Nəticə 1. *Tutaq ki,*

$$\max\left(\left\|1-A^{+}(t)\right\|_{\infty};\left\|1-A^{-}(t)\right\|_{\infty}\right)<\frac{1}{\theta\left(H_p^{+};H_p^{-}\right)},$$

bərabərsizliyi ödənilir. Onda

$$\left\{A^{+}(t)e^{int};A^{-}(t)e^{-ikt}\right\}_{n\geq 0;k\geq 1}, \tag{8}$$

sistemi L_p *fəzasında* $\left\{e^{int}\right\}_{n\in Z}$ *sisteminə izomorf bazis təşkil edir, burada* $\|\cdot\|_{\infty}-$ $L_{\infty}(-\pi,\pi)$ *fəzasında adi normadır.*

Xüsusi halda $p=2$ olduqda aydındır ki, $\theta\left(H_2^{+};H_2^{-}\right)=\sqrt{2}$ və nəticədə alırıq:

Nəticə 2. *Tutaq ki,*

$$\max\left(\left\|1-A^{+}(t)\right\|_{\infty};\left\|1-A^{-}(t)\right\|_{\infty}\right)<\frac{1}{\sqrt{2}},$$

bərabərsizliyi ödənilir. Onda (8) sistemi $L_2(-\pi,\pi)$ *fəzasında Riss bazisi təşkil edir.*

Xüsusi hallara baxaq: $A(t)\equiv e^{i\alpha(t)}$, $B(t)\equiv e^{-i\alpha(t)}$. Bu halda dəqiq nəticə əldə etmək mümkündür.

Hökm 2. *Tutaq ki,* $\|\alpha\|_\infty < \frac{\pi}{4}$. *Onda* $\left\{e^{i(nt+\alpha(t)sign\, n)}\right\}_{n\in Z}$ *eksponent sistemi* L_2 *fəzasında Riss bazisi təşkil edir.*

$\alpha \in R -$ həqiqi parametr olduqda, $\alpha(t) = \alpha\, t$, halında L_2 fəzasında $\left\{e^{i(n+\alpha sign\, n)t}\right\}_{n\in Z}$ sisteminin bazisliyi ilə bağlı əvvəl məlum olan yekun nəticə alırıq.

1.3 yarımfəslində X Banax fəza olduqda vektor qiymətli $L_p(X)$ Lebeq sinfinə və $H_p(X)$ Hardi sinfinə baxılır. Onlar skalyar hala analoji olan Lebeq və Hardi fəzalarının ümumiləşmələridir. Hardi sinfi üçün iki tərif təklif edilir və onların ekvivalentliyi isbat olunur. Müxtəlif qoyuluşlarda Riman sərhəd məsələsinə baxılır. Müəyyən şərtlər daxilində onların korrekt həllolunanlığı isbat edilir. Eləcə də $L_p(X)$ fəzasında alt fəzalardan olan bazislərin suallarına baxılır.

Tutaq ki, X müəyyən B-fəzadır. Əgər $\forall x \in X$, $\exists! \left\{x_n^{\pm}\right\}_{n\in N}$, $x_n^{\pm} \in X_n^{\pm}$:

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} x_n^+ + \sum_{n=1}^{\infty} x_n^- ,$$

onda $\left\{X_n^+; X_k^-\right\}_{n,k\in N} \subset X$ alt fəzasından olan sistem X fəzasında bazis adlanır. Tutaq ki, X separabel B-fəzadır. $L_p(X)$ ilə ölçülən (X fəzasının separabelliyi daxilində güclü və ya zəif, fərq etmir) funksiyalar sinfini işarə edək və hansı ki,

$$\|\vartheta\|_p^p = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \|\vartheta(t)\|_X^p\, dt < +\infty, 1 \le p < +\infty,$$

burada $\|\cdot\|_X -$ X fəzasında normadır. Normanın bu tərifinə görə $L_p(X)$ fəzası separabel B-fəzaya çevrilir. $L_p(X)$ fəzasından olan sanki hər yerdə üst-üstə düşən funksiyalar (Lebeq ölçüsünə görə) eyniləşdirilir. $L_p^{(k)}(X)$ ilə $L_p(X)$ fəzasının $e^{ikt}a,\ a \in X$, şəklində funksiyaların doğurduğu alt fəzasını işarə edək, burada $k \in Z -$ tam ədəddir. $\forall f \in L_p(X)$ götürək. Tutaq ki,

$$f_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(t)e^{-ikt}dt \in X \; , \; \forall k \in Z \; .$$

Baxaq

$$P_k : L_p(X) \to L_p^{(k)}(X), \; k \in Z : \; P_k f = e^{ikt} f_k \; .$$

Asanlıqla görmək olur ki,

$$P_i P_j = \delta_{ij} P_j \; , \; \forall i, j \in Z \, ,$$

doğrudur, burada δ_{ij} $-$Kroneker simvoludur. Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 3. *$\{P_n\}_{n\in Z}$ proyektorlar ailəsi $L_p(X)$, fəzasında güclü bazis təşkil edir, daha doğrusu*

$$I = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} P_n \Leftrightarrow L_p(X) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{+} L_p^{(n)}(X).$$

Fərz edək

$$L_p^{+}(X) \equiv \left\{ f \in L_p(X) : P_n f = 0, \; \forall n < 0 \right\}.$$

$L_p^{+}(X)$ fəzası $L_p(X)$ fəzasının alt fəzasıdır. $P_r(\cdot)-$ ilə dairə üçün Puasson nüvəsini işarə edək

$$P_r(t) = \frac{1 - r^2}{1 - 2r\cos t + r^2} \; .$$

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 4. *Tutaq ki, X X^* separabel qoşma fəzaya malik separabel B-fəzadır və $f \in L_p(X)$, $1 < p < +\infty$. Onda*

$$F(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\partial\omega}\frac{f(\tau)d\tau}{\tau-z},$$

ifadəsi ilə təyin olunan $F(z)$, *Koşi tip inteqrala nəzərən aşağıdakı Soxotski-Plemel düsturları doğrudur*

$$F^{\pm}(\tau)=\pm\frac{1}{2}f(\tau)+[Sf](\tau),\ \text{s.h.y.}\ \tau\in\partial\omega.$$

Əlavə olaraq, əgər $f\in L_p^+(X)$, *onda*

$$\lim_{r\to 1-0}\left\|[T_r(f)](t)-f(t)\right\|_p=0,\ \left\|T_r(f)\right\|_p\le M\|f\|_p,$$

doğrudur, burada $T_r=P_r$ *ya Puasson operatoru*

$$[P_r(f)](t)\equiv\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}P_r(t-s)f(s)ds,$$

ya da $T_r=\mathscr{K}_r$ *Koşi operatorudur*

$$[\mathscr{K}_r(f)](t)\equiv\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}\frac{f(\tau)d\tau}{\tau-re^{it}},$$

$r:0\le r<1$ *və* $M-$ f *-dən asılı olmayan sabitdir.*

Analoji olaraq $L_p^-(X)$ sinfi təyin olunur*:*

$$L_p^-(X)\equiv\left\{f\in L_p(X):P_nf=0,\ \forall n\ge 0\right\}.$$

$H_p^+(X)$ (${}_{-1}H_p^-(X)$) ilə aşağıdakı münasibətlə təyin olunan Hardi sinfini işarə edəcəyik:

$$H_p^+(X)=\left\{F:\exists f\in L_p^+(X)\Rightarrow F(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}\frac{f(z)}{\xi-z}d\xi,z\in\omega\right\}$$

$$({}_{-1}H_p^-(X) = \left\{ F : \exists f \in {}_{-1}L_p^+(X) \Rightarrow F(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{f(z)}{\xi - z} d\xi, z \in C \setminus \omega \right\}).$$

Fərz edək ki,

$$H_p^{+,0}(X) \equiv \{F \in H_p^+(X) : F(0) = 0\},$$

və tutaq ki, $L_p^{+,0}(X) \equiv H_p^{+,0}(X)/_{\partial\omega}$. İşarə edək

$$\hat{L}_p^{+,0}(X) \equiv \{g : \hat{g}(t) = g(-t) \in L_p^{+,0}(X)\}.$$

$\widetilde{H}_p^+(X)$ ilə ω -da analitik X -qiymətli f funksiyalar sinfini işarə edək, hansı ki

$$\| f \|_{\widetilde{H}_p^+}^p \equiv \sup_{0<r<1} \int_{-\pi}^{\pi} \| f(re^{it}) \|^p dt < +\infty \cdot$$

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 5. *Tutaq ki, $X-$ X^* separabel qoşmaya malik separabel B-fəzadır. Onda yuxarıda təyin olunan $H_p^+(X)$ və $\widetilde{H}_p^+(X)$ fəzaları izometrik izomorfdurlar.*

Bu fəsildə müxtəlif qoyuluşlarda Riman sərhəd məsələsinə baxılır. Onlardan birini nəzərdən keçirək.

Operator əmsallı qoşma məsəslə. $\mathscr{L}_p$ ilə $L_p(X)$-dan $L_p(X)$-a təsir edən məhdud operatorların Banax fəzasını işarə edək, daha doğrusu $\mathscr{L}_p \equiv L(L_p(X); L_p(X))$. Tutaq ki, $A, B \in \mathscr{L}_p(X)-$ müəyyən operatorlardır. $g \in L_p(X)$ götürək və

$$AF^+(\tau) + BF^-(\tau) = g(\tau), \text{ s.h.y. } \tau \in \partial\omega, \qquad (9)$$

tənliyinə baxaq, burada $F^\pm \in L_p^\pm(X)$, daha doğrusu (9) münasibətini ödəyən $(F^+; F^-) \in L_p^+(X) \times L_p^-(X)$ cütü axtarılır. Aşağıdakı düz ayrılış doğrudur

$$L_p(X) = L_p^+(X) \dotplus L_p^-(X), \ 1 < p < +\infty . \qquad (10)$$

Fərz edək ki, $\theta_X^{+,-} = \theta_X\left(L_p^+; L_p^-\right)$. Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 6. *Tutaq ki,* X B*-fəzası Teorem 5-in şərtlərini,* A *və* B *operatorları isə* $\eta(A;B) < \left(\theta_X^{+,-}\right)^{-1}$ *bərabərsizliyini ödəyir, burada*

$$\eta(A;B) = \max\{\|I - A\|; \|I - B\|\}.$$

Onda (9) tənliyinin $\forall g \in L_p(X)$, $1 < p < +\infty$ *üçün həlli və üstəlik yeganə həlli var. Bundan əlavə,* $\exists M > 0$:

$$\left\|F_g^{\pm}\right\|_p \le M\|g\|_p, \ \forall g \in L_p(X),$$

burada $F_g^{\pm}$ *– (9) tənliyinin* g *-yə uyğun həlləridir.*

Aşağıdakı teorem həmçinin doğrudur.

Teorem 7. *Tutaq ki, Teorem 6-nın bütün şərtləri ödənilir. Onda* $\left\{AL_p^{(n)}(X); BL_p^{(-k)}(X)\right\}_{n\ge 0,\ k\ge 1}$ *alt fəzalardan ibarət sistem* $L_p(X)$ *fəzasında bazis təşkil edir.*

X $(\cdot;\cdot)$ skalyar hasilə malik H-fəza olduğu hala baxaq. Bu halda $L_2(X)$ fəzası da

$$(f;g)_{L_2(X)} = \int_{-\pi}^{\pi} (f(t); g(t))dt, \ \forall f, g \in L_2(X), \qquad (11)$$

skalyar hasilinə malik H-fəza olur. Asanlıqla görmək olar ki, $L_2^+(X)$ və $L_2^-(X)$ alt fəzaları ortoqonaldır və nəticədə $\theta_X^{+,-} = \sqrt{2}$. Aşağıdakı nəticəni alırıq.

Nəticə 3. *Tutaq ki,* X *separabel* H*-fəzadır və* A, B *operatorları*

$$\eta_\infty(A;B) = \max\left\{\|I - A\|_\infty; \|I - B\|_\infty\right\} < \frac{1}{\sqrt{2}} ,$$

şərtini ödəyir. Onda $\left\{AL_p^{(n)}(X); BL_p^{(-k)}(X)\right\}_{n\geq 0,\ k\geq 1}$ *sistemi* $L_2(X)$ *fəzasında bazis təşkil edir.*

İkinci fəsil bütövlükdə əmsallar fəzası anlayışına həsr olunmuşdur.

2.1 yarımfəslində bu fəsildə istifadə olunan zəruri anlayışlar və faktlar verilmişdir. Bizə lazım olan bəzi anlayışları daxil edək. $(X;\tau)$ xətti topoloji fəza (qısaca XTF) dedikdə, F ($F \equiv R$ və ya $F \equiv \mathbb{C}$) meydanı üzərində xətti əməliyyatların kəsilməz olduğu və hər bir nöqtəsinin bu fəzada qapalı çoxluq təşkil etdiyi τ topologiyasına mailk X xətti fəzasını başa düşəcəyik.

Tutaq ki, $(X;\tau)$ $\mathcal{K}$ meydanı üzərində müəyyən XTF-dır. $M \subset X$ çoxluğunun xətti örtüyünü $L[M]$, onun τ topologiyasına görə qapanmasını $\overline{M}$ ilə işarə edək.

Aşağıdakı anlayışdan istifadə edəcəyik.

Tərif 2. *Əgər* $x_n \neq 0$, $\forall n \in N$ *, onda* $\{x_n\}_{n\in N} \subset X$ *sistemi cırlaşmayan sistem adlanır.*

2.2 yarımfəsli Hausdorf xətti topoloji fəzalarında cırlaşmayan sistemin doğurduğu əmsallar fəzasının topoloji xassələrinin öyrənilməsinə həsr edilmişdir. Sekvensial tam xətti topoloji fəzalarda ixtiyari cırlaşmayan sistemin kanonik bazisə malik oxşar tam xətti topoloji əmsallar fəzasını doğurduğu isbat olunmuşdur. Əmsal operatoru dilində bu cür fəzalarda sistemlərin bazislik meyarı verilmişdir.

Tutaq ki, $(X;\tau)$ sekvensial tam xətti topoloji fəza və $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}} \subset X$ müəyyən cırlaşmayan sistemdir. Fərz edək ki,

$$\mathcal{K}_{\overline{X}} \equiv \left\{\{\lambda_n\}_{n\in N} \subset F : \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n x_n \ \textit{sırası } X \textit{ fəzasında yığılır}\right\}.$$

Aydındır ki, adi hədbəhəd toplama və skalyara vurma əməliyyatlarına nəzərən $\mathcal{K}_{\overline{X}}$ xətti fəzaya çevrilir. X fəzasında sıfırın ixtiyari O_ε ətrafı $\mathcal{K}_{\overline{X}}$ fəzasında sıfırın $O_\varepsilon^{\mathcal{K}}$ ətrafını doğurur:

$$O_{\varepsilon}^{\mathcal{K}} \equiv \left\{ \bar{\lambda} \equiv \{\lambda_n\}_{n\in N} \in \mathcal{K}_{\bar{x}} : \sum_{n=1}^{m} \lambda_n x_n \in O_{\varepsilon}, \forall m \in N \right\}.$$

$\mathcal{K}_{\bar{x}}$ fəzasında sıfırın $O_{\varepsilon}^{\mathcal{K}}$ ətraflar çoxluğu $\mathcal{K}_{\bar{x}}$-da uyğun $\tau_{\mathcal{K}}$ topologiyasını doğurur.

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 8. *$\mathcal{K}_{\bar{x}}$ fəzası onun $\tau_{\mathcal{K}}$ topologiyası ilə : 1) o, sekvensial tamdır; 2) hər bir birnöqtəli çoxluq bu fəzada qapalıdır; 3) xətti əməliyyatlar bu fəzada sekvensial kəsilməzdir-xassələrinə malikdir.*

Fərz edək ki, $X \quad F-$fəzadır (yəni Freşe fəzasıdır) və

$$T\bar{\lambda} = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n x_n, \bar{\lambda} \equiv \{\lambda_n\}_{n\in N} \in \mathcal{K}_{\bar{x}},$$

ifadəsi ilə təyin olunan $T: \mathcal{K}_{\bar{x}} \to X$, operatoruna baxaq. $T: \mathcal{K}_{\bar{x}} \to X$ operatorunu $\{x_n\}_{n\in N} \subset X$ sisteminin əmsal operatoru adlandıracağıq.

Əmsallar fəzası dilində aşağıdakı bazislik meyarı doğrudur.

Teorem 9. *Tutaq ki, $(X;\tau)$ $F-$fəza, $\{x_n\}_{n\in N} \subset X$ cırlaşmayan sistem, $\left(\mathcal{K}_{\bar{x}};\tau_{\mathcal{K}_{\bar{x}}}\right)$ ona uyğun əmsallar fəzası və T: $\mathcal{K}_{\bar{x}} \to X$ uyğun əmsal operatordur. $\{x_n\}_{n\in N}$ sistemi yalnız və yalnız aşağıdakı şərtlər ödəndikdə X fəzasında bazis təşkil edir: 1) sistem X - da tamdır; 2) sistem ω -xətti asılı deyil; 3) $ImT = \overline{ImT}$.*

2.3 yarımfəslində xətti topoloji fəzalarda ümumi halda sistemlərin əmsallar fəzası anlayışı müəyyən edilmiş və bu fəzalarda da oxşar nəticələr alınmışdır.

III fəsil cırlaşan eksponent sistemləri üzrə Lebeq fəzalarının və Hardi siniflərinin atomar ayrılışına həsr edilmişdir. Bu fəsildə cırlaşan əmsallı eksponent sisteminin hissələrinə baxılır. Lebeq fəzalarının və Hardi siniflərinin bu sistemlər üzrə atomar ayrılışı məsələləri öyrənilir. Bu sistemlərin defekt indeksləri hesablanır.

3.1 yarımfəslində bu fəslin nəticələrinin əldə edilməsində istifadə olunan zəruri anlayışlar və faktlar verilmişdir.

Tərif 3. *Əgər* $\exists A; B > 0$:

$$A\|f\|^2 \le \sum_{k=1}^{\infty} |(f; f_k)|^2 \le B\|f\|^2, \forall f \in X,$$

onda $\{f_k\}_{k \in N} \subset X$ *ardıcıllığı* $(\cdot;\cdot)$ *skalyar hasilə malik* X H*-fəzasında freym adlanır (və ya* H*-freymi təşkil edir) , burada* $\|\cdot\| = \sqrt{(\cdot;\cdot)}$.

Hilbert fəzasındakı freym anlayışının Banax halına bilavasitə ümumiləşməsi atomar ayrılışdır. Onun tərifini verək.

Tərif 4. *Tutaq ki,* X B*-fəza və* $\mathcal{K}$ *skalyar ardıcıllıqların* B*-fəzasıdır. Tutaq ki,*

$$\{f_k\}_{k \in N} \subset X, \{g_k\}_{k \in N} \subset X^*.$$

Onda əgər aşağıdakı şərtlər ödənərsə :

(i) $\{g_k(f)\}_{k \in N} \in \mathcal{K}, \forall f \in X$*;*

(ii) $\exists A, B > 0$*:*

$$A\|f\|_X \le \left\| \{g_k(f)\}_{k \in N} \right\|_{\mathcal{K}} \le B\|f\|_X, \quad \forall f \in X;$$

(iii) $f = \sum_{k=1}^{\infty} g_k(f) f_k, \ \forall f \in X,$

$\left(\{g_k\}_{k \in N}, \{f_k\}_{k \in N}\right)$ $\mathcal{K}$ *-ya nəzərn* X *fəzasının atomar ayrılışı olur.*

Qeyd edək ki, Hilbert fəza halında $\mathcal{K}$ fəzası olaraq l_2 fəzası götürülür və Tərif 4-də (i) və (iii) xassələri (ii) xassəsinin nəticələri olur.

3.2 yarımfəslində bu fəsildə istifadə olunan bazislər və freymlər nəzəriyyəsindən lazımi işarələmələr, anlayışlar və bəzi faktlar verilir. İndeksin müsbət qiymətinə uyğun cırlaşan əmsallı eksponent sisteminin hissələrinə baxılır. İsbat edilir ki, əgər əmsallar Makenhoupt şərtini ödəyirsə, bu hissələr analitik funksiyaların uyğun

H_p^+ Hardi siniflərində bazis təşkil edir. Əmsal, ümumiyyətlə desək, Makenhoupt şərtini ödəmədikdə, indeksin müsbət qiymətlərinə uyğun olan hissənin freymlilik xassələri (freymlilik, atomar ayrılış) öyrənilir.

H_p^+ və ${}_mH_p^-$ siniflərinin vahid $\partial\omega$ çevrəsinə daralmasını uyğun olaraq L_p^+ və ${}_mL_p^-$ ilə işarə edək.

Bazislik. $E_+^{(k)}(\rho) \equiv \left\{\rho(t)e^{int}\right\}_{n\geq k}$ sisteminə baxaq. Fərz edəcəyik ki, cırlaşan ρ əmsalı qüvvət şəklindədir

$$\rho(t) = \left(e^{it} - 1\right)^{\alpha_0} \prod_{k=1}^{r} \left(e^{it} - e^{it_k}\right)^{\alpha_k},$$

burada $\{t_k\}_1^r \subset (-\pi, \pi] \setminus \{0\}$ – müxtəlif nöqtələrdir və $\{\alpha_k\}_0^r \subset R$. Fərz edəcəyik ki, $\rho(\cdot)$ çəki funksiyası R-bütün ədəd oxunda periodik (2π periodu ilə) davam olunub.

$\mathscr{A}_p$ ilə

$$\sup_{I\subset[-\pi,\pi]} \left(\frac{1}{|I|}\int_I \nu(t)\,dt\right)\left(\frac{1}{|I|}\int_I [\nu(t)]^{-\frac{1}{p-1}}\,dt\right)^{p-1} < +\infty,$$

Makenhoupt şərtini ödəyən $\nu(t)$ çəkilər sinfini işarə edəcəyik, burada $\sup$ bütün $I \subset R$ intervalı üzrə götürülür və $|I|$ I-nin Lebeq ölçüsüdür. Qeyd edək ki, $|\rho|^{\frac{1}{p}} \in \mathscr{A}_p$ yalnız və yalnız aşağıdakı bərabərsizlik ödəndikdə doğru olur:

$$-\frac{1}{p} < \alpha_k < 1 - \frac{1}{p},\ k = \overline{0,r}. \tag{12}$$

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 10. *Tutaq ki, (12) bərabərsizlikləri ödənilir. Onda* $E_{+}^{(0)}(\rho)$ *sistemi* L_p^+, $1 < p < +\infty$, *fəzasında bazis təşkil edir.*

Defekt halı. $|\rho|^{\frac{1}{p}} \notin \mathscr{A}_p$ olan hala baxacağıq. Tutaq ki, aşağıdakı bərabərsizliklər ödənilir

$$1 - \frac{1}{p} \le \alpha_0 < 2 - \frac{1}{p}\,,\ -\frac{1}{p} < \alpha_k < 1 - \frac{1}{p},\ k = \overline{1, r}\ .$$

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 11. *Tutaq ki,*

$$m - \frac{1}{p} \le \alpha_0 < m + \frac{1}{q},\ -\frac{1}{p} < \alpha_k < \frac{1}{q},\ k = \overline{1, r}\ ,$$

bərabərsizlikləri ödənilir. Onda $E_{+}^{(0)}(\rho)$ *sistemi* L_p^+ *fəzasında* m *-ə bərabər defektə malikdir. Bu halda* $E_{+}^{(k)}(\rho)$ *sistemi* L_p^+ *fəzasında tam və minimaldır, lakin bu fəzada müntəzəm minimal deyil və nəticədə bazis təşkil etmir.*

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 12. $E_{+}^{(0)}(\rho)$ *sistemi* L_p^+, $1 < p < +\infty$, *fəzasında yalnız və yalnız cırlaşan* $\rho(\cdot)$ *əmsalı (12) Makenhoupt şərtini ödədikdə atomar ayrılış olur.*

3.3 yarımfəslində cırlaşan əmsallı eksponent sisteminin digər hissəsinə baxılır. Əmsal Makenhoupt şərtini ödəmədiyi halda bu sistemin ${}_{-1}H_p^-$ Hardi siniflərində freymlilik (tamlıq, minimallıq, bazislik, atomar ayrılış kimi) xassələri öyrənilir.

Bazislik. Tutaq ki, $E_{\pm}^{(k)}(\rho) \equiv \left\{\rho(t)e^{\pm int}\right\}_{n \ge k}$. Əvvəlki yarımfəsildə olduğu kimi, aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 13. *Tutaq ki,*

$$-\frac{1}{p} < \alpha_k < 1 - \frac{1}{p}, k = \overline{0, r}\,,$$

bərabərsizlikləri ödənilir. Əgər $\sum_{k=0}^{r}\alpha_k < 1$, *onda* $E_{-}^{(1)}(\rho)$ *sistemi* ${}_{-1}L_p^{-}$, $1 < p < +\infty$, *fəzaında bazis təşkil edir.*

Aşağıdakı teorem həmçinin doğrudur.

Teorem 14. *Tutaq ki,*

$$\alpha_0 > -\frac{1}{p},\ -\frac{1}{p} < \alpha_k < 1-\frac{1}{p},\ k=\overline{1,r},$$

bərabərsizlikləri ödənilir. Onda $E_{-}^{(1)}(\rho)$ *sistemi* $\overline{span E_{-}^{(1)}(\rho)}$ *-da tam və minimaldır. Bundan əlavə, bu sistem yalnız və yalnız*

$$-\frac{1}{p} < \alpha_0 < 1-\frac{1}{p},$$

olduqda $\mathcal{K}_\rho^{-}$ *əmsallar fəzasına nəzərən* $\overline{span\left(E_{-}^{(1)}(\rho)\right)}$ *-nın atomar ayrılışı olur.*

IV Fəsil çəkili Smirnov və Lebeq fəzalarında ümumiləşmiş Faber çoxhədlilərindən ibarət sistemlərin bazisliyinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur.

4.1 yarımfəslində ümumiləşmiş Faber çoxhədliləri haqqında bəzi zəruri məlumatlar verilir.

$F_{p,n}^{+}$ və $F_{p,n}^{-}$ ümumiləşmiş p-Faber çoxhədlilərinin tərifini verək. Tutaq ki, D Γ sərhəddinə malik və birrabitəli $D^{-} = C \setminus \overline{D}$ tamamlayıcılı ($\overline{D}$ – D-nin qapanmasıdır) məhdud oblastdır. $w=\varphi(z)$ ilə D^{-} oblastını $C\setminus\overline{O_1(0)} \equiv O_1^{-}(0)$-yə konform və birqat inikas etdirən funksiyanı işarə edək: $\varphi(\infty)=\infty$, $\varphi'(\infty)=\gamma>0$. $\varphi(z)$ funksiyası $z=\infty$ nöqtəsi ətrafında Loran sırasına malikdir

$$\varphi(z) = \gamma z + \gamma_0 + \gamma_1 z^{-1} + \dots .$$

$\sqrt[p]{\varphi'(z)}$ funksiyasının elə birqiymətli budağını götürək ki, $\sqrt[p]{\varphi'(\infty)} > 0$ şərti ödənilsin. Sonsuz uzaqlaşmış nöqtə $z=\infty$ ətrafında

$[\varphi(z)]^n \sqrt[p]{\varphi'(z)}$ funksiyasının Loran sırasına ayrılışının baş hissəsini $F_{p,n}^{+}$ ilə işarə edək, daha doğrusu

$$[\varphi(z)]^n \sqrt[p]{\varphi'(z)} \equiv F_{p,n}^{+}(z) + E_{p,n}^{+}(z),\ z \in D^{-},$$

burada $E_{p,n}^{+}(\infty) = 0$.

Oxşar üsulla $F_{p,n}^{-}$ p -Faber çoxhədlisi təyin olunur.

Adəti üzrə $L_p(\Gamma;\omega)$ ilə $\|\cdot\|_{p,\omega}$ normasına malik funksiyaların çəkili Lebeq fəzasını işarə edəcəyik:

$$\| f \|_{L_p(\Gamma;\omega)} = \left(\int_{\Gamma} | f(\xi)|^p \omega(\xi) |d\xi| \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Tutaq ki, $A(\xi) \equiv |A(\xi)| e^{i\alpha(\xi)}$, $B(\xi) \equiv |B(\xi)| e^{i\beta(\xi)}$ – Γ əyrisi üzərində verilmiş kompleks qiymətli funksiyalardır. Aşağıdakı əsas şərtlərin ödəndiyini fərz edəcəyik.

i) $|A|^{\pm 1}, |B|^{\pm 1} \in L_{\infty}(\Gamma)$;

ii) $\alpha(\xi),\ \beta(\xi)$ – Γ *əyrisi üzərində hissə-hissə kəsilməz funksiyalardır və fərz edək ki,* $\{\xi_k, k = \overline{1,r}\} \subset \Gamma$ – $\theta(\xi) \equiv \beta(\xi) - \alpha(\xi)$ *funksiyasının kəsilmə nöqtələridir.*

Γ əyrisinin aşağıdakı şərti ödədiyini tələb edəcəyik.

iii) Γ *– ya Lyapunov, ya da Radon əyrisidir (daha doğrusu qayıtma nöqtəsi olmayan, məhdud fırlanmaya malik əyridir).* Γ *əyrisi üzrə istiqaməti müsbət hesab edəcəyik, yəni bu istiqamət üzrə hərəkət zamanı* D *oblastı solda qalacaqdır. Tutaq ki,* $a \in \Gamma$ Γ *əyrisinin baçlanğıc (eyni zamanda son) nöqtəsidir. Hesab edəcəyik ki,* $\xi \in \Gamma$ *nöqtəsi* $\tau \in \Gamma$ *nöqtəsindən sonra gəlir, yəni* $\tau \prec \xi$, *əgər* $\Gamma \setminus a$, *əyrisi üzrə saat əqrəbinin hərəkətinin əksi istiqamətində hərəkətdə* ξ *nöqtəsi* τ *nöqtəsindən sonra gəlir,* *burada* $a \in \Gamma$ *iki* $a^+ = a^-$, *nöqtələrindən ibarətdir, harada ki,* $a^+ -$ Γ *əyrisinin baçlanğıc,* $a^- -$ *son nöqtəsidir.*

iii) şərtini ödəyən əyrilər çoxuğunu $\mathscr{LR}$ *ilə işarə edək.*

Bələliklə, ümumiliyi pozmadan hesab edəcəyik ki, $a^+ \prec \xi_1 \prec ... \prec \xi_r \prec b = a^-$. $g(\xi)$ funksiyasının $\xi_0 \in \Gamma$ nöqtəsində bu nizamın doğurduğu $\lim\limits_{\substack{\xi \to \xi_0 \pm 0 \\ \xi \in \Gamma}} g(\xi)$ birtərəfli limitləri müvafiq olaraq $g(\xi_0 \pm 0)$ ilə işarə edəcəyik. $\theta(\xi)$ funksiyasının $\xi_k, k = \overline{1,r}$, nöqtələrində sıçrayışlarını h_k ilə işarə edək: $h_k = \theta(\xi_k + 0) - \theta(\xi_k - 0)$, $k = \overline{1,r}$. Sıçrayışlara nəzərən aşağıdakı şərtin ödəndiyini fərz edəcəyik:

iv) $\left\{ h_k - \dfrac{2\pi}{p} : k = \overline{0,r} \right\} \cap Z = \varnothing$, *burada* $h_0 = \theta(a+0) - \theta(a-0)$, $p \in (1,+\infty) -$ *müəyyən ədəddir.*

Tutaq ki, $D^+ \subset C -$ $\Gamma = \partial D^+$ sərhəddinə malik məhdud oblastdır, hansı ki, ona nəzərən iii) şərti ödənilir. $E_p(D^+), 1 < p < \infty$, ilə D^+ oblastında analitik funksiyaların $\|\cdot\|_{E_p(D^+)}$ normalı Smirnov Banax fəzasını işarə edəcəyik:

$$\|f\|_{E_p(D^+)} =: \|f^+\|_{L_p(\Gamma)}, \forall f \in E_p(D^+), \qquad (13)$$

burada $f^+ = f/_{\Gamma} -$ f funksiyasının Γ-də toxunmayan sərhəd qiymətləridir.

(13) norması əsasında çəkili Smirnov sinfi təyin edilir. Tutaq ki, $\rho \in L_1(\Gamma) -$ müəyyən çəki funksiyasıdır. $E_{p,\rho}(D^+)$ çəkili Smirnov sinfini təyin edək:

$$E_{p,\rho}(D^+) \equiv \left\{ f \in E_1(D^+) : \|f^+\|_{L_{p,\rho}(\Gamma)} < +\infty \right\},$$

və qəbul edək

$$\|f\|_{E_{p,\rho}(D^+)} = \|f^+\|_{L_{p,\rho}(\Gamma)}.$$

Analoji olaraq qeyri-məhdud oblastlarda Smirnov sinifləri müəyyən edilir.

4.2 yarımfəslində çəkili Smirnov siniflərində analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin bircins Riman sərhəd məsələsinə baxılır və çəki funksiyası, məsələnin əmsalı və oblastın sərhəddi üzərinə müəyyən şərtlər qoymaqla bu məsələnin ümumi həlli qurulur.

Çəkili $E_{p,\rho}(D^+)\times_m E_{p,\rho}(D^-)$ siniflərində aşağıdakı bircins Riman məsələsinə baxaq

$$A(\xi)F^+(\xi)+B(\xi)F^-(\xi)=0,\ \text{s.h.y. } \xi\in\Gamma. \qquad (14)$$

(14) məsələsinin həlli olaraq toxunmayan sərhəd qiymətləri $F^{\pm}(\xi)$ Γ-də s.h.y. (14) bərabərliyini ödəyən $(F^+;F^-)\in E_{p,\rho}(D^+)\times {}_mE_{p,\rho}(D^-)$ analitik funksiyalar cütü başa düşülür. Çəkisiz halda bu məsələ yaxşı öyrənilmiş və onun nəzəriyyəsi İ.İ.Danilyukun monoqrafiyasında işıqlandırılmışdır.

Tutaq ki, $S-\Gamma$ əyrisinin uzunluğudur və $z=z(s)$, $0\le s\le S$, Γ əyrisinin s qövsünün uzunluğuna nəzərən parametrik göstərilişidir. Fərz edək ki,

$$\Omega(s)\equiv\theta(z(s)),\ 0\le s\le S,$$

və

$$h_k=z(s_k+0)-z(s_k-0), k=\overline{1,r};$$

$$h_0=\Omega(+0)-\Omega(S-0).$$

Hissə-hissə holomorf funksiyalara baxaq:

$$Z_{(1)}(z)=\exp\left\{\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma}\ln|D(s)|\frac{dz(s)}{z(s)-z}\right\},$$

$$\tilde{Z}(z) = \exp\left\{\frac{1}{2\pi}\int_{\Gamma}\Omega(s)\frac{dz(s)}{z(s)-z}\right\}.$$

Bu funksiyaların hasilini Z_{Ω} ilə işarə edək:

$$Z_{\Omega}(z) \equiv Z_{(1)}(z)\tilde{Z}(z).$$

$Z_{\Omega}(\cdot)$-i (14) bircins məsələnin $\Omega(\cdot)$ arqumentinə uyğun kanonik həlli adlandıracağıq.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 15. *Tutaq ki, $A(\xi), B(\xi)$ kompleksqiymətli funksiyalara və Γ əyrisinə nəzərən i)-iii) şərtləri ödənilir. Fərz edək ki, $\{h_k\}$ sıçrayışları və $\rho(\xi)$ çəki funksiyası üçün aşağıdakı şərtlər ödənir:*

$$\frac{h_k}{2\pi} < 1,\ k = \overline{0,r}\ ;$$

$\exists p_1; p_2 \in (1,+\infty)$

$$\int_0^S \sigma^{pp_1}(s)\rho^{p_1}(z(s))ds < +\infty\ ,$$

$$\int_0^S \sigma^{-qp_2}(s)\rho^{-\frac{q}{p}p_2}(z(s))ds < +\infty\ . \tag{15}$$

Onda (14) bircins məsələsinin $E_{p,\rho}(D^+) \times {}_mE_{p,\rho}(D^-)$ siniflərində ümumi həlli

$$F(z) \equiv Z_{\Omega}(z)P_m(z), \tag{16}$$

şəklindədir, burada $Z_{\Omega}(\cdot)$ kanonik həll, $P_m(z)$ isə dərəcəsi $k \le m$ olan ixtiyari çoxhədlidir.

ρ çəki funksiyasına nəzərən bəzi xüsusi hallara baxaq.

Misal 1. Tutaq ki, $\rho(\cdot)$ çəkisi

$$\rho(z(s)) = \prod_{k=1}^{m} |s - t_k|^{\alpha_k} \quad , \tag{17}$$

qüvvət şəklindədir, burada $\{t_k\}_1^m \subset (0, S) -$ müxtəlif nöqtələr, $\{\alpha_k\}_1^m \subset R -$ müəyyən ədədlərdir. $\{s_k\}_0^r$ və $\{t_k\}_1^m$ çoxluqlarının birləşməsini $\{\tau_k\}_1^l : \{\tau_k\}_1^l \equiv \{s_k\}_0^r \cup \{t_k\}_1^m$ ilə işarə edək. Tutaq ki, $\chi_A(\cdot) - A$ çoxluğunun xarakteristik funksiyasıdır. $\{\tau_k\}, k = \overline{1, l}$, birnöqtəli çoxluğunu $T_k : T_k \equiv \{\tau_k\}, k = \overline{1, l}$; ilə işarə edək. Fərz edək ki,

$$\beta_k = -\frac{p}{2\pi} \sum_{i=1}^{r} h_i \chi_{T_k}(s_i) + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \chi_{T_k}(t_i), k = \overline{1, l} \ . \tag{18}$$

Tutaq ki, aşağıdakı bərabərsizliklər ödənilir:

$$-1 < \beta_k < \frac{p}{q}, \ k = \overline{1, l} \ . \tag{19}$$

Asanlıqla göstərmək olar ki, (19) bərabərsizlikləri ödənildiyi halda (15) münasibəti və nəticədə Teorem 15 doğrudur.

4.3 yarımfəslində sağ tərəfi çəkili Lebeq fəzasından olan qeyri-bircins məsələyə baxılır və eyni şərtlər daxilində onun çəkili Smirnov siniflərində həllolunanlığı öyrənilir.

Qüvvət şəkilli çəki. Qeyri-bircins Riman sərhəd məsələsinə baxaq

$$F^+(z(s)) - D(s) F^-(z(s)) = g(z(s)), s \in (0, S), \tag{20}$$

burada $g \in L_{p,\rho}(\Gamma) -$ verilən funksiyadır. (20) məsələsinin həlli olaraq $F^{\pm}$ sərhəd qiymətləri Γ-də s.h.y. (20) münasibətini ödəyən

$$\left(F^+(z); F^-(z)\right) \in E_{p,\rho}\left(D^+\right) \times_m E_{p,\rho}\left(D^-\right),$$

funksiyalar cütü başa düşülür.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 16. *Tutaq ki, kompleksqiymətli* $A(\xi), B(\xi)$ *funksiyaları və* Γ *əyrisi i)-iii) şərtlərini ödəyir.* ρ *çəkisini (17) şəklində götürək və* $\{\beta_k\}_1^l$ *ədədlərini (18) ifadəsindən təyin edək. Tutaq ki, (19) bərabərsizliyi ödənir və*

$$\alpha_k < \frac{q}{p}, k = \overline{1,m}.$$

Onda (20) məsələsinin $E_{p,\rho}(D^+) \times {}_mE_{p,\rho}(D^-)$ *siniflərində ümumi həlli*

$$F(z) = F_0(z) + F_1(z),$$

şəklindədir, burada $F_0(z)$ *– uyğun bircins məsələnin ümumi həlli,* $F_1(z)$ *isə*

$$F_1(z) \equiv \frac{Z_\Omega(z)}{2\pi i} \int_\Gamma \frac{g(\xi)d\xi}{Z^+(\xi)(\xi - z)},$$

düsturu ilə ifadə olunur, hansı ki, $Z_\Omega(z)$ *– kanonik həlldir,* $m \geq 0$ *isə tam ədəddir.*

Ümumi çəki. Ümumi çəkiyə malik çəkili Smirnov siniflərində analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin hissə-hissə Hölder əmsallı qeyri-bircins Riman sərhəd məsələsinə baxılır. Baxılan Koşi tipli inteqralın bu məsələnin xüsusi həlli olması üçün məsələnin əmsalı və çəki funksiyası üzərinə kafi şərtlər tapılmışdır.

4.4 yarımfəslində əldə edilən nəticələr çəkili Lebeq fəzalarında ümumiləşmiş Faber çoxhədlilərindən ibarət ikiqat sistemlərin bazisliyinin isbatında tətbiq edilir. Bu yarımfəsildə çəki və konform inikas etdirən funksiyanın sərhəd qiymətləri müəyyən Makenhoupt sinfinə daxil olduqda çəkili Smirnov siniflərində ümumiləşdirilmiş Faber çoxhədlilərindən ibarət sistemin bazisliyi göstərilir.

Tutaq ki, $\rho : \Gamma \to R_+$ – müəyyən çəki funksiyasıdır və

$$\varphi : D^- \to O_1^-(0) : \varphi(\infty) = \infty\,,\ \varphi'(\infty) = \gamma > 0\,,$$

və

$$\psi : D^+ \to O_1^-(0) : \psi(0) = \infty, \lim_{z\to 0} z\psi(z) = \alpha > 0\,,$$

$D^- = ext\,\Gamma$ və $D^+ = \operatorname{int}\Gamma$ oblastlarının $O_1^-(0)$ vahid dairənin xaricinə konform inikasdır. $z = \varphi_{-1}(w)$ ($\psi_{-1}(w)$) ilə $w = \varphi(z)$ ($w = \psi(z)$) funksiyasına tərs funksiyanı işarə edək. Fərz edək

$$\rho_+(w) = \rho[\varphi_{-1}(w)];\ \rho_-(w) = \rho[\psi_{-1}(w)],\ w \in \partial\omega. \tag{21}$$

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 17. *Tutaq ki, Γ requlyar əyridir və $0 \in \operatorname{int}\ \Gamma$. Əgər*

$$\rho_\pm(\cdot) \in A_p(\partial\omega),\ \ \rho(\cdot) \in A_p(\Gamma),\ 1 < p < +\infty\,,$$

onda ümumiləşmiş p-Faber çoxhədlilərindən ibarət $\left\{F_{p,n}^+\right\}_{n\in Z_+}$ və $\left\{F_{p,n}^-\right\}_{n\in N}$ sistemləri uyğun olaraq $E_{p,\rho}(D^+)$ və ${}_{-1}E_{p,\rho}(D^-)$ çəkili Smirnov siniflərində bazis təşkil edirlər.

$A(\cdot)$ və $B(\cdot)$ kompleksqiymtli əmsallı p-Faber çoxhədlilərindən ibarət ikiqat sistemə baxaq

$$\left\{A(\xi)F_{p,n}^+(\xi); B(\xi)F_{p,k}^-(\xi)\right\}_{n\geq 0,\, k\geq 1}. \tag{22}$$

Həmçinin aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 18. *Tutaq ki, Γ əyrisi $\mathscr{LR}$ sinfinə məxsusdur, $0 \in \operatorname{int}\ \Gamma$ və $A(\cdot)$, $B(\cdot)$ funksiyaları i)-iii) şərtlərini ödəyir və $\rho : \Gamma \to R_+$ – çəki funksiyasıdır. Tutaq ki, $\rho_\pm(\cdot)$ çəki funksiyaları $\partial\omega$-da (21) ifadəsi ilə təyin olunub. Əgər $\rho(\cdot)$ və $\rho_\pm(\cdot)$ çəkilərinə nəzərən (15) şərti və*

$$\rho_\pm(\cdot) \in A_p(\partial\omega);\ \rho(\cdot) \in A_p(\Gamma),\ 1 < p < +\infty,$$

ödənirsə, onda (22) ümumiləşmiş p -Faber çoxhədlilərindən ibarət ikiqat sistem $L_{p;\rho}(\Gamma)$, $1 < p < +\infty$, fəzasında bazis təşkil edir.

Tutaq ki,

$$F_{p,n}(\xi) = \begin{cases} F^{+}_{p,n}(\xi), n \in Z_{+}, \\ \\ F^{-}_{p,n}(\xi), \ -n \in N, \end{cases}$$

və

$$\left\{e^{i\alpha \arg \xi \, signn} \, F_{p,n}(\xi)\right\}_{n \in Z}, \qquad (23)$$

sisteminə baxaq, burada $\alpha \in R -$ həqiqi parametrdir. Teorem 18-dən bilavasitə alırıq:

Nəticə 4. *Tutaq ki, Γ əyrisi $\mathscr{LR}$ sinfinə məxsusdur; $0 \in \operatorname{int} \Gamma$ və $\rho(\cdot)$; $\rho_{\pm}(\cdot)$ çəki funksiyaları Teorem 18-in bütün şərtlərini ödəyir. Əgər $-\dfrac{1}{2q} < \alpha < \dfrac{1}{2p}$, bərabərsizlikləri doğrudursa, onda (23) sistemi $L_{p;\rho}(\Gamma)$ fəzasında bazis təşkil edir.*

V Fəsil funksiyaların Lebeq fəzalarında statistik yığılma və yaxınlaşma nəzəriyyəsinin bəzi qarışıq suallarına həsr edilmişdir.

5.1 yarımfəslində həqiqi oxda ölçüyə malik ölçülən fəzaya baxılır. Nöqtədə ölçülən funksiyanın μ -statistik limiti anlayışı daxil edilir. Nöqtədə uyğun statistik fundamentallıq anlayışı da verilir və onların ekvivalentliyi isbat olunur. Bu anlayış ardıcıllığın oxşar statistik yığılması anlayışını ümumiləşdirir.

Qeyd etmək lazımdır ki, statistik yığıma anlayışı Furye sıralarının nöqtəvi yığılması, daha dəqiq Luzin hipotezi ilə əlaqədar Hardi və Littlvud tərəfindən daxil edilmişdir və sanki yığılma (almost convergence) kimi adlandırılmışdır. Bu haqda ətraflı məlumatla [12] monoqrafiyasında tanış olmaq olar.

---

[12] А.Зигмунд. Тригонометрические ряды. Москва, т. 2, 1965

μ**-statistik yığılma.** Tutaq ki, $\mathscr{B}$ $E \equiv [a, +\infty)$ aralığının Borel altçoxluqlarının σ -cəbridir və $(\mathscr{B}; \mu)$, $\mu : \mu(E) = +\infty$, σ -sonlu ölçüyə malik ölçülən fəzadır. $\mathscr{B}$ ölçülən $f : E \to R$ funksiyasına baxaq. $e \in \mathscr{B}$ çoxluğunun ölçüsünü $|e|$ ilə işarə edəcəyik, daha doğrusu $|e| = \mu(e)$. Tutaq ki, $M \in \mathscr{B}$ müəyyən çoxluqdur.

Tərif 5. *Əgər*

$$\lim_{x\to\infty} \frac{|M \cap I_x|}{I_x} = 1, \textit{ burada } I_x \equiv [a, x],$$

onda deyəcəyik ki, sonsuz uzaqlaşmış nöqtə M çoxluğu üçün μ -statistik (μ -stat) sıxlıq nöqtəsidir .

Tutaq ki, $\varepsilon > 0 -$ixityari ədəddir və fərz edək ki,

$$A_\varepsilon^f \equiv \{x \in E : |f(x) - A| \geq \varepsilon\},$$

burada $A \in R -$ müəyyən ədəddir.

Tərif 6. *Əgər*

$$\lim_{x\to\infty} \frac{|A_\varepsilon^f \cap I_x|}{|I_x|} = 0, \ \forall \varepsilon > 0,$$

onda deyəcəyik ki, f funksiyasının sonsuzluqda A-ya bərabər μ -st (μ -statistik) limiti var və bu limiti μ -st$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A$ kimi işarə edəcəyik.

Sonsuzluqda μ -*st* $\lim$ limitə malik $\mathscr{B}$ ölçülən funksiyalar xətti fəza təşkil edir və bu fəzanı $\mathscr{B}_{st}$ ilə işarə edəcəyik. E çoxluğunun sonsuzluq μ -*stat* sıxlıq nöqtəsi olan bütün altçoxluqlar çoxluğunu E_{st}^∞ ilə işarə edək.

μ**-statistik fundamentallıq.** Sonsuzluqda μ -statistik fundamentallıq anlayışını təyin edək.

Tərif 7. *Əgər* $\forall \varepsilon > 0$, $\exists x_\varepsilon \in E$ *üçün:*

$$\lim_{x\to\infty}\frac{|X_\varepsilon \cap I_x|}{|I_x|}=0,$$

onda deyəcəyik ki, $f : E \to R$ *funksiyası sonsuzluqda* μ*-stat fundamentaldır, burada*

$$X_\varepsilon \equiv \{x\in E : |f(x)-f(x_\varepsilon)|\geq \varepsilon\}.$$

Aşağıdakı tərifi də qəbul edək.

Tərif 8. *Əgər* $E_{f,g}\in E_{st}^{\infty}$*, onda* $f; g : E \to R$ *funksiyası sonsuzluqda* μ*-stat ekvivalent adlanır, burada* $E_{f,g}=\{x\in E : f(x)=g(x)\}$*, və bunu* $f \overset{st}{\sim} g$ *ilə işarə edəcəyik.*

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 19. *Tutaq ki,* $\mu(E)=+\infty$*. Onda* $\mathscr{B}$*-ölçülən* $f : E\to R$ *funksiyası üçün aşağıdakı xassələr ekvivalentdir:*

a) $\exists\mu$*-st* $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$*;*

b) f *sonsuzluqda* μ*-stat fundamentaldır;*

v) $\exists g : f \overset{st}{\sim} g$ *və* $\exists\lim\limits_{x\to\infty} g(x)$.

Bu anlayışdan istifadə edərək x_0 nöqtəsində μ-stat kəsilməzlik anlayışı müəyyən edilir və bu anlayışla bağlı faktlar isbat olunur.

5.2 yarımfəslində sonsuzluqda lokal inteqrallanan funksiyalar üçün μ-güclü Çezaro cəmləmə anlayışı daxil olunur. Sonsuz uzaqlaşmış nöqtədə μ-statistik yığılma anlayışına da baxılır və bu anlayışlar arasında əlaqələr qurulur. Bu yanaşma Furye-Stiltyes çevrilməsinin yığılmasının öyrənilməsinə tətbiq edilir.

Tutaq ki, $(I;\mathscr{B};\mu)$ ölçülən fəzadır, $I=[a,+\infty)$, burada $\mu:\mathscr{B}\to R_+$ – I-də σ-sonlu ölçüdür. $L_p(\mu)$, $0<p<+\infty$, ilə adəti üzrə ($(\mathscr{B};\mu)$ mənada) ölçülən $f: I \to R$ funksiyalar fəzasını işarə edəcəyik, bu funksiyalar üçün $\|f\|_p < +\infty$, ödənilir, burada

$$\|f\|_p = \begin{cases} \int_I |f(t)|^p d\mu(t) \ , & 0 < p < 1, \\ \left(\int_I |f(t)|^p d\mu \right)^{\frac{1}{p}}, & 1 \le p < +\infty. \end{cases}$$

Fərz edək ki, $I_x = [a,x]$, $\forall x \ge a$. Aşağıdakı tərifi qəbul edək.

Tərif 9. *Tutaq ki,* $|f|^p$, $0 < p < +\infty$, $[a,+\infty)$*-da lokal inteqrallanan funksiyadır.*

Əgər

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{\mu(I_x)} \int_{I_x} |f(t) - A|^p d\mu = 0\,,$$

olarsa, f *funksiyası sonsuzluqda* A *ədədinə bərabər Çezaro mənada* $\mu[p]$*- güclü limitə malikdir deyilir.*

Bu limiti

$$\mu[p]\text{-}\lim_{x\to\infty} f(x) = A,$$

kimi işarə edəcəyik.

Diskret halda p -Çezaro yığılma aşağıdakı şəkildədir

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^{n} |x_k - \xi|^p = 0,\ 0 < p < +\infty.$$

Növbəti teorem diskret halın μ -analoqudur.

Teorem 20. *i) Tutaq ki,* f *funksiyası müəyyən* $p \in (0,+\infty)$ *üçün sonsuzluqda* A *ədədinə Çezaro mənda yığılır. Onda* $\exists\ \mu\text{-}st\lim_{x\to\infty} f(x)$ $\mu\text{-}st\lim_{x\to\infty} f(x) = A;$

ii) Əgər $\exists\ \mu\text{-}st\lim_{x\to\infty} f = A$ *və* f μ*-s.h.y. məhduddursa, onda* $\exists\ \mu[p]\text{-}\lim_{x\to\infty} f(x)$ *və bu limit* A *ədədinə bərabərdir.*

5.3 yarımfəslində freym təşkil etmək üsullarından biri təklif edilir. Məhz bir-biri ilə müəyyən münasibətlə əlaqəli olan ikiqat və birqat funksiyalar sistemlərinə baxılır. Bu münasibətlər müəyyən dərəcədə eksponent, sinuslar və kosinuslar sistemləri arasında olan analoji münasibətləri ümumiləşdirir. Lebeq fəzalarında ikiqat və birqat sistemlərin atomar ayrılışları arasında əlaqələr qurulur.

$\vec{y}$ ilə $\vec{y} \equiv \{y_n\}_{n\in N}$ ardıcıllığını işarə edəcəyik. Tutaq ki, $L_p(a,b)$ funksiyaların (a,b) intervalında

$$\|f\|_{L_p(a,b)} \equiv \left(\int_a^b |f(t)|^p dt\right)^{\frac{1}{p}},$$

normasına malik adi Lebeq fəzasıdır. $q-$ p ədədinə qoşma ədəddir: $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$.

$$x_n^{\pm}(t) \equiv \varphi_n(t) \pm \psi_n(t), \ \ n \in N \ ,$$

şəklində birqat sistemə baxacağıq, burada $\varphi_n; \psi_n : [0,a] \to C-$ kompleksqiymətli funksiyalardır. φ_n və ψ_n funksiyalarının vasitəsilə $[-a,a]$ parçasında yeni sistem təyin edəcəyik. Sonra isə bu sistemlərin atomar ayrılışı və freymliliyi arasında əlaqə quracağıq.

Beləliklə, yeni

$$\Phi_n(t) \equiv \begin{cases} \varphi_n(t), t \in [0,a], \\ \\ \psi_n(-t), t \in [-a,0), \end{cases}$$

sistemini quraq və fərz edək ki,

$$\Psi_n(t) = \Phi_n(-t), \ \forall t \in [-a,a].$$

Tutaq ki, $\{\vartheta_n^{\pm}\} \subset L_q(0,a) -$ müəyyən sistemlərdir. Analoji olaraq

$$\Omega_k^{\pm}(t) \equiv \begin{cases} \vartheta_k^{\pm}(t), t \in (0,a), \\ \\ \pm \vartheta_k^{\pm}(-t), t \in (-a,0), \end{cases}$$

sistemini təyin edək və fərz edək ki,

$$h_k^{\pm}(t) \equiv \frac{1}{2}\left[\Omega_k^{+}(t) \pm \Omega_k^{-}(t)\right],\ \forall t \in (-a,a)\ .$$

Asanlıqla görmək olar ki, aşağıdakı münasibət doğrudur

$$h_k^{+}(-t) = h_k^{-}(t),\ h_k^{-}(-t) = h_k^{+}(t)\ ,\ \forall t \in (-a,a).$$

Bu münasibətdən əsas nəticələrin alınmasında istifadə edəcəyik.

$\{\vec{\Phi};\vec{\Psi}\}$ ikiqat sisteminə baxacağıq və bu sistem ilə birqat $\{\vec{x}^{\pm}\}$ sisteminin freymlilik xassələri arasında L_p fəzasında əlaqə quracağıq.

Fərz edək ki, $\left((\vec{h}^{+};\vec{h}^{-});(\vec{\Phi};\vec{\Psi})\right)$ $L_p(-a,a)$ fəzasının $\mathcal{K}$ fəzasına nəzərən atomar ayrılışıdır. Fərz edək ki,

$$\vartheta_n^{\pm}(t) \equiv \frac{1}{2}\left(h_n^{+}(t) \pm h_n^{-}(t) \pm h_n^{+}(-t) + h_n^{-}(-t)\right). \qquad (24)$$

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 21. *Tutaq ki,* $\left((\vec{h}^{+};\vec{h}^{-});(\vec{\Phi};\vec{\Psi})\right)$ $L_p(-a,a)$ *fəzasının* $\mathcal{K}$ *fəzasına nəzərən atomar ayrılışıdır. Onda* $\vec{\vartheta}^{\pm}$ *sistemi* $L_p(0,a)$ *fəzasında* $\mathcal{K}$ *-Bessel sistemidir və* $L_p(0,a)$ *fəzasından olan istənilən funksiya* $(\vec{\vartheta}^{\pm};\vec{x}^{\pm})$ *cütü üzrə ayrılışa malikdir, burada* $\vec{\vartheta}^{\pm}$ *(24) ifadəsi ilə təyin olunur. Bundan əlavə, əgər* $h_n^{\pm}(f) = \vartheta_n^{+}(f^{+}) \pm \vartheta_n^{-}(f^{-}),\ \forall n \in N$ *münasibəti doğrudursa, onda* $(\vec{\vartheta}^{\pm};\vec{x}^{\pm})$ *cütü* $L_p(0,a)$ *fəzasının* $\mathcal{K}$ *fəzasına nəzərən atomar ayrılışıdır.*

Sonda müəllif elmi məsləhətçisi AMEA-nın müxbir üzvü, prof. Bilal Bilalova işə olan daimi diqqət və dəstəyinə görə öz dərin minnətdarlığını bildirir.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi elementlər sisteminin freymlilik xassələrinin (bazislik xassələri, atomar ayrılış olma xassəsi, freymlilik) tədqiqinə və müxtəlif xətti topoloji fəzalarda yeni cəmləmə və yığılma üsullarının əldə edilməsinə həsr edilmişdir.

Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

1. ikiqat eksponent sisteminin bazisliyinin abstrakt ümumiləşməsi verilmiş və məşhur "$\frac{1}{4}$-Kadets" teoreminin abstrakt analoqu alınmışdır;

2. abstrakt $L_p(X)$ fəzasından istifadə etməklə $H_p(X)$ Hardi vektor sinifləri təyin olunmuş və onların əsas xassələri öyrənilmişdir;

3. iki halda- sekvensial və ümumi hallarda xətti topoloji fəzalarda elementlər sisteminin əmsallar fəzası anlayışı təyin olunmuş və onun xassələri öyrənilmişdir;

4. cırlaşma Makenhoupt şərtini ödədikdə Hardi siniflərində cırlaşan eksponent sistemlərin yarısının bazisliyi isbat edilmişdir;

5. cırlaşma Makenhoupt şərtini ödəmədikdə Hardi siniflərinin cırlaşan eksponent sistemləri üzrə atomar ayrılışı öyrənilmişdir;

6. çəkili Smirnov siniflərində Riman sərhəd məsələlərinin həllolunanlıq məsələləri öyrənilmişdir;

7. çəki Makenhoupt şərtini ödədikdə çəkili Smirnov siniflərində Faber çoxhədlilərindən ibarət sistemlərin bazisliyi isbat edilmişdir;

8. Lebeq fəzalarında Lyapunov və ya Radon əyriləri üzərində Faber çoxhədlilərindən ibarət ikiqat sistemin bazisliyi üçün şərtlər tapılmşıdır;

9. statistik yığılma anlayışının kəsilməz analoqu tapılmış və və bu nəzəriyyənin əsas müddəaları bu hala köçürülmüşdür;

10. μ-güclü Çezaro mənada yığılma anlayışı daxil edilmiş, onun xassələri öyrənilmiş və Furye çevirməsinə tətbiqi verilmişdir.

11. bir-biri ilə müəyyən münasibətlə əlaqəli olan ikiqat və birqat sistemlərin uyğun Lebeq fəzalarında atomar ayrılış olmaları arasında əlaqələr qurulmuşdur.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Muradov, T.R., Sadigova, S.R. On basicity of double systems in Banach spaces.// Journal of Contemporary Applied Mathematics, dedicated to Abdeljalil Nachoui, Expert in inverse problems, -2012. v. 2, №1,-p. 8-14.
2. Sadigova, S.R. On frame properties of degenerate system of exponents in Hardy classes// -Baku: Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics, -2013. v. 1, № 1, -p. 97-103
3. Sadigova, S.R., Kasumov, Z.A. On atomic decomposition for Hardy classes with respect to degenerate exponential systems //-Baku: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, -2014. v. 40, №1, -p. 55-67
4. Sadigova, S.R. The general solution of the homogeneous Riemann problem in the weighted Smirnov classes // -Baku: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, -2014. v. 40, №2, -p. 115–124
5. Bilalov, B.T., Sadigova, S.R. On μ-statistical convergence // -Providence: Proceedings of the American Mathematical Society, -2015. v. 143, №9, -p. 3869–3878.
6. Sadigova, S.R., Nazarova, T.Y. Statistical type Lebesgue and Riesz theorems //-Ruse: International Journal of Mathematical Analysis, -2015. v. 9, No. 34, -p.1669 – 1683.
7. Najafov, T.I., Sadigova, S.R. On some Lebesgue and Hardy vector classes //-Ruse: Mathematica Aeterna, -2015. v. 5, №5, -p. 971 - 992.
8. Bilalov, B.T., Sadigova, S.R., Frame properties of the part of a system of exponents with degenerate coefficient in Hardy classes // -Berlin: Georgian Mathematical Journal, -2017. v. 24, issue 3, -p. 325–338.

9. Guliyeva, F.A., Sadigova, S.R. Bases of the perturbed system of exponents in generalized weighted Lebesgue space with a general weight // -Heidelberg: Afrika Matematika, -2017. v. 28, issue 5–6, -p. 781–791.
10. Sadigova, S.R., Guliyeva, A.E. On the solvability of Riemann problem in the weighted Smirnov classes //-Cham: Analysis Mathematica, -2018. v. 44, issue 4, -p. 587-603.
11. Sadigova, S.R., Hasanli, R.R., Karacam C. On a space of μ -statistical continuous functions // -Baku: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, -2018. v. 44, №1, -p. 70–80.
12. Sadigova, S.R., Mammadova, N.G., Mammadova, Z.V. Bases from generalized Faber polynomials in weighted Smirnov spaces // -Baku: Transactions of National Academy of Sciences of Azerbaijan, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences, Issue Mathematics, -2018. v.38, No. № 4, -p. 124-133.
13. Guliyeva, F.A., Sadigova, S.R. On some properties of convolution in Morrey type spaces //-Baku: Azerbaijan Journal of Mathematics, -2018. v. 8, №1, -p. 140-150.
14. Sadigova, S.R. On the particular solution of the non-homogeneous Riemann problem in the weighted Smirnov classes with the general weight //-Baku: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, -2020. v. 46, № 2, -p. 272–283.
15. Bilalov, B.T., Sadigova, S.R., Seyidova, F.Sh. On the solvability of the homogeneous Riemann problem in the Morrey-Hardy classes //-Baku: The Reports of National Academy of Sciences of Azerbaijan, -2020. v. LXXVI, №1-2, -p. 14-17.
16. Sadigova, S.R. μ-statistical convergence and the space of functions μ-stat continuous on the segment// - Ivano-Frankivsk: Carpathian Mathematical Publications, -2021. v. 13, № 2, -p. 433-451.
17. Bilalov, B.T., Sadigova, S.R., Guliyeva, A.E. On Riemann problem in weighted Smirnov classes with general weight// -Tertu:

Acta Et Commentationes Universitatis Tartuensis De Mathematica, -2021. v. 25, №1, -p. 33-56.
18. Sadigova, S.R. On Riemann problem in üeighted Smirnov classes with power weight //-Tempe: Rocky Mountain Journal of Mathematics,-2021. v. 51, № 3, -p. 1007–1026.
19. Sadigova, S.R., Guliyeva, A.E. Bases of the perturbed system of exponents in weighted Lebesgue space with a general weight //- Kragujevac: Kragujevac Journal of Mathematics, -2022. v. 46, №3, -p 477–486.
20. Bilalov, B.T., Guliyeva, F.A., Sadigova, S.R. On the space of coefficients in the intuitionistic fuzzy normed spaces // International conference "Mathematical Analysis, Differential Equations and Their Applications", -Mersin: -04-09 September, -2012, - p. 27.
21. Ahmedov, T.M., Sadigova, S.R. On Exponential Bases In $L_{p,\mu}(R)$// International conference on "Actual Problems of Mathematics and Informatics", -Baku: -29-31 May, -2013, - p. 4.
22. Sadigova, S.R., Gasanova, T.X. On Frames of Double and Unary Systems in Lebesgue Spaces // Caucasian Mathematics conference CMC I, Tbilisi: -05-06 September, -2014, -p. 88-89.
23. Sadigova, S.R., Karacam, C. Hasanli, R.R. On μ-strong Cesaro summability at infinity and its application to the Fourier Stieltjes transforms // International Mathematical conference on "Function Theory", dedicated to the 100th anniversary of corresponding member of the USSR A.F.Leontyev, -Ufa: -24– 27 May,- 2017, - p. 201.
24. Guliyeva, F.A., Sadigova, S.R. On some properties of convolution in Morrey type spaces // Дифференциальные уравнения и смежные проблемы. Международная научная конференция, -Стерлитамак: -25 – 29 июня, -2018, -с. 292-294.
25. Гусейнли, А.А., Садыгова, С.Р. Базисы из обобщенных многочленов Фабера в весовых пространствах Смирнова и Лебега // Дифференциальные уравнения и смежные проблемы. Международная научная конференция, -Стерлитамак: -25 – 29 июня, -2018, -с. 295-297.

26. Садыгова, С.Р., Касумов, З.А. Атомарные разложения из двойных и одинарных систем в лебеговых пространствах // Дифференциальные уравнения и смежные проблемы. Международная научная конференция, -Стерлитамак: -25 – 29 июня, -2018, -с. 313-316.
27. Guliyeva, F.A., Sadigova, S.R. On approximation by shift operators in Morrey type spaces // Международная научная конференция «Современные проблемы математики и механики», посв. 80-летию академика В. А. Садовничего, -Москва: -13-15 мая, -2019, -с. 188-189.
28. Huseynli, A.A., Sadigova, S.R. Double bases from generalized Faber polynomials with complex-valued coefficients in weighted Lebesgue spaces with general weight // 3-rd International conference on "Mathematical Advances and Applications", -Istanbul: -24-27 June, -2020, - p. 180.
29. Sadigova, S.R. On Riemann problem in weighted Smirnov classes with power weight // 9th International Online conference on "Mathematical Analysis, Differential Equation & Applications MADEA 9", Bishkek: -21-25 June, -2021, -p. 68.
30. Bilalov, B.T., Sadigova, S.R. On solvability "in small" of higher order elliptic equations in grand-Sobolev spaces // 4th International conference on "Mathematical Advances and Applications" (ICOMAA2021), Istanbul: -26-29 May, -2021, -p. 6.

Dissertasiyanın müdafiəsi **«22» dekabr 2023**-cü il tarixində saat **14^{00}**-da Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron variantları Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **13 noyabr 2023-cü il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 06.11.2023
Kağızın formatı: 60x841/16
Həcmi: 78700
Tiraj: 30