

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

MÜƏYYƏN SİNİF XÜSUSİ TÖRƏMƏLİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN QEYRİ-LOKAL ŞƏRTLİ TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİ

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Elvin İbrahim oğlu Əzizbəyov**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı - 2024

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin "Diferensial və integral tənliklər" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçilər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Qalina Yuryevna Mehdiyeva
riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Yaşar Topuş oğlu Mehraliyev

Rəsmi opponətlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Nihan Əlipənah oğlu Əliyev
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Nazim Baxış oğlu Kərimov
riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
Rafiq Əbdülməli oğlu Rəsulov
riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
İlqar Qurbət oğlu Məmmədov



Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

akademik, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
[Signature] **Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Dissertasiya şurasının elmi katibi:

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
[Signature] **Zakir Fərman oğlu Xankişiyev**

Elmi seminarın sədri:

[Signature] **Yaqub Əmiyar oğlu Sərifov**
SCIENTIFIC SECRETARY

İmzanı təsdiq edirəm: *[Signature]*

"22" 02 (B.A.A.) 20 24

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Bir çox hallarda mexanika, fizika, geologiya, astronomiya, tibbi biologiya və digər təbiət elmləri sahələrində aparılan təcrübələr və tədqiqatlar zamanı elə məsələlər meydana çıxır ki, bu məsələlərin həllinin riyazi modelləşdirilməsi riyazi fizika tənlikləri üçün müxtəlif xətti və qeyri-xətti tərs məsələlərin həllinə gətirilir. Xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün tərs məsələ dedikdə baxılan tənliyin sağ tərəfinin və ya tənlikdə iştirak edən naməlum əmsalların tapılması məsələsi başa düşülür. Başqa sözlə desək, müəyyən verilənlər daxilində diferensial tənliyin sağ tərəfinin təyin olunması və ya naməlum əmsalların bərpa olunması məsələsi riyazi fizika tənlikləri nəzəriyyəsində tərs sərhəd məsələsi adlanır.

Riyaziyyatın tarixinə nəzər saldıqda məlum olur ki, tərs məsələlər nəzəriyyəsinin yaranması 17-ci əsrə təsadüf edir. Belə ki, Nyuton tərəfindən planetlərin Kepler qanunlarına uyğun hərəkət etməsi nəticəsində yaranan qüvvələrin müəyyən edilməsi məsələsi mexaniki sistemlər dinamikasının ilk tərs məsələlərindən biri hesab oluna bilər. Tərs məsələlər nəzəriyyəsinin ilkin tədqiqat obyektləri isə fırlanan mayenin tarazlıq fiqurunun tapılması məsələsi, seysmologiyada kinematika məsələsi, tərs Şturm-Liuvil məsələsi və s. kimi məsələlər olmuşdur. Potensialının məlum qiymətinə əsasən cismin vəziyyətinin, onun formasının və sıxlığının müəyyən edilməsi məsələsi də potensial nəzəriyyəsinin ilk tərs məsələləri hesab olunur. Həmçinin, elektromaqnit sahələrindən istifadə edərək yer qabığının daxili quruluşunun tədqiq olunması məsələsi elektromaqnit nəzəriyyəsinin tərs məsələləri adlanır.

Ümumiyyətlə, klassik nöqtəyi-nəzərdən xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün qoyulmuş tərs sərhəd məsələləri qeyri-korrekt məsələlər hesab olunur. Müasir qeyri-korrekt və şərti korrekt məsələlər nəzəriyyəsinin öyrənilməsi riyazi fizikanın bəzi məsələlərinə müxtəlif requlyarlaşdırma üsullarının tətbiqi ilə bağlıdır. Bir çox hallarda belə məsələlərə diferensial tənliyin strukturu, onun əmsallarının tipi və bəzi digər parametrlər haqqında köməkçi məlumatlar daxil olur və tərs

məsələlərin birqıymətli həlli bu cür məlumatların tamlığı ilə təmin edilir.

Tərs məsələlərin tədqiq olunmasının elmi və nəzəri əsasları A.N.Tixonov, M.M.Lavrentyev, V.K.İvanov, A.İ.Prilepko və s. kimi tanınmış alimlərin işlərində qoyulmuş və inkişaf etdirilmişdir. Tərs məsələlərin nəzəri və tətbiqi əhəmiyyətinin böyük olması bu sahənin öyrənilməsinə diqqəti artırmış, ona görə də bu sahədə həm nəzəri, həm də konkret praktiki məsələlərə həsr olunmuş işlərin sayı əhəmiyyətli dərəcədə çoxdur.

Ümumiyyətlə, xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün tərs məsələlərin müxtəlif aspektlərdən öyrənilməsində, həmçinin müəyyən tərs məsələlərin variasiya qoyuluşlarına gətirilərək tədqiq olunmasında Ə.Y.Axundov, O.M.Alifanov, A.M.Denisov, A.X.Əmirov, A. Hazanee, K.İ.Xudaverdiyev, V.M.İsakov, N.Ş.İsgəndərov, A.D.İskəndərov, A.İ.İsmayılov, M.İ.İsmailov, N.İ.İvançov, S.İ.Kabanixin, F. Kanca, N.B.Kərimov, Y.S.Qasimov, H.F.Quliyev, D.Lesnic, Y.T. Mehraliyev, Q.K.Namazov, E.S.Pənahov, Y.Ə.Şərifov, R.Q. Tağıyev, I.Tekin və s. kimi riyaziyyatçılar böyük əmək sərf etmişlər. K.R. Aida-zadə, C.Ashyralyyev, D.Baleanu, M.Dehqan, M.Huntul, A.B. Rəhimov və s. kimi müəlliflərin işlərində isə xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün müxtəlif tərs sərhəd məsələlərinin ədədi aspektləri tədqiq edilmişdir.

Müxtəlif tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün tərs sərhəd məsələlərinin həllinin varlığı və yeganəliyinin öyrənilməsinə ədəbiyyatda çoxsaylı işlərə rast gəlmək olar. Bu məsələlərin tədqiq olunmasında maraq, ilk növbədə, fiziki hadisələrin bir çox riyazi modellərinin xüsusi törəməli diferensial tənliklərlə təsvir olunması ilə əlaqədardır. Ümumiyyətlə, ikinci tərtib xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün tərs məsələlər istilikkeçirmə məsələlərinin, diffuziya proseslərinin, məsaməli mühitlərdə elektromaqnit sahələrinin yayılmasının, özlü mayenin hərəkətinin, akustikanın, optikanın, kompüter tomoqrafiyasının və bir çox digər fiziki proseslərin öyrənilməsi zamanı prosesin baş verdiyi mühitin fiziki xüsusiyyətlərindən asılı olaraq birbaşa ölçmələrin aparılması mümkün olmadıqda, lakin prosesin özünün xüsusiyyətləri haqqında əlavə məlumat əldə etmək mümkün olduğu halda meydana çıxır.

İkinci tərtib xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün baxılan tərs məsələlər arasında parabolik tip tənliklər üçün qoyulmuş tərs sərhəd məsələləri xüsusi yer tutur. Parabolik tənliklər üçün tərs sərhəd məsələlərinin həllolunanlığının öyrənilməsinə A.İ.Prilepko, Yu.Ya. Belov, V.M. İsakov, İ.A.Vasin, A.İ. Kojanov, Yu.E.Anikonov, J.R. Cannon, M. Yamamoto, N.İ.İvançov, G. Eskin, G.Nakamura, A.Yu. Şeqlov, S.G.Pyatkov, A.Lorenzi, D.Lesnic, A.B.Kostin, V.V. Solov-yev, D.S.Tkaçenko, V.L.Kamının, G.A.Kirillov, İ.V.Frolenkov, M.V. Neşadim, Y.P.Lin, M.S.Hussein, M.V. Klibanov, A.R.Zaynullov və digər müəlliflərin işlərində geniş yer verilmişdir.

Bu sahədə aparılan tədqiqatlar arasında sərhəd şərtlərinə qeyri-lokallıq daxil olan tərs məsələlər xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. “Qeyri-lokal şərtlər” termini ilk dəfə olaraq A.A.Dezin tərəfindən daxil edilmişdir. Qeyri-lokal sərhəd məsələlərində sərhədin qeyd olunmuş hissəsində həllin və ya onun törəmələrinin qiymətlərinin verilməsi əvəzinə, həmin qiymətlərlə funksiyaların digər daxili və ya sərhəd çoxobrazlılarındakı qiymətlərinin əlaqəsi verilir. Sərhəd şərtlərinin qeyri-lokal şəkildə verilməsi isə prosesin ayrı-ayrı nöqtələrində və ya anı zamanda ölçmələr aparmanın praktik cəhətdən qeyri-mümkünlüyü ilə əlaqədardır. Xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün qeyri-lokal məsələlərin sistemli tədqiqatı isə A.V.Bitsadze və A.A.Samarski tərəfindən çap olunan “Elliptik məsələlərin bəzi sadə ümumiləşməsi” adlı məqalə ilə başlamışdır. Sonralar bu sinif məsələlər V.A.İlyinin, A.A.Dezinin, E.I.Moiseyevin, A.K.Quşinin, V.N.Vraqovun, L.İ. Kamınınin, A.L.Skubaçevskinin, A.M.Naxuşevin, T.Ş.Kalmenovun, N.İ.İonkinin, İ.S.Lomovun, A.İ.Kojanovun, L.Bişevskinin, J.R. Cannonun və digər bir sıra müəlliflərin əsərlərində geniş tədqiq olunmuşdur. Dissertasiya işində isə yuxarıda qeyd olunan işlərdən fərqli olaraq birölçülü və ikiölçülü parabolik tənlik üçün həm zaman dəyişəninə, həm də fəza dəyişəninə görə qeyri-lokal sərhəd şərtli tərs sərhəd məsələləri araşdırılmış və bəzi ədədi nümunələr verilmişdir.

Sərhəd şərtlərinin qeyri-lokal şəkildə verilməsi prosesin baş verdiyi mühitin ayrı-ayrı nöqtələrində və ya anı zamanda ölçmələr aparmanın praktik cəhətdən qeyri-mümkünlüyü ilə əlaqədardır. Qeyri-lokal (integral) şərtli məsələlər plazmada baş verən hadisələrin, istiliyin yayılması proseslərinin, kapilyar-məsaməli mühitlərdə rütubətin

keçiriciliyinin öyrənilməsi, eləcə də silisium örtüyün qatışıqlardan kimyəvi təmizlənməsi prosesinin riyazi modelləşdirilməsi, riyazi biologiya, demoqrafiya və bir çox başqa məsələlərdə istifadə olunur.

Tərs məsələlər nəzəriyyəsinə hiperbolik tip tənliklər üçün tərs sərhəd məsələlərinin öyrənilməsi də nəzəri və praktiki nöqtəyi nəzərdən böyük əhəmiyyət kəsb edir. Hiperbolik tip tənliklər üçün tərs və qeyri-korrekt qoyulmuş məsələlər insan fəaliyyətinin müxtəlif sahələrində - akustikada, seysmologiyada, geologiyada, elektromaqnetkada, hidrodinamikada, məsafədən zondlama işlərində və bir çox başqa sahələrdə geniş tətbiq olunur. Hazırkı dövrdə müasir riyazi ədəbiyyatda hiperbolik tənliklər üçün tərs sərhəd məsələləri kifayət qədər öyrənilmişdir. Belə ki, hiperbolik tənliklər üçün müxtəlif qoyuluşlu qeyri-xətti tərs sərhəd məsələləri M.M.Lavrentyev, V.Q.Romanov, Yu.E.Anikonov, B.A.Bubnov, S.İ. Prilepko, A.X.Əmirov, A.M.Denisov, M.Qrasseli, M.Klibanov, M.Yamamoto və bir çox digər müəlliflərin işlərində geniş tədqiq edilmişdir. Lakin sərhəd şərtlərinə zaman dəyişəninə görə qeyri-lokal şərtlər daxil olan və Adamar mənadı qeyri-korrekt məsələlər kimi tanınan tərs sərhəd məsələlərini hələ də az öyrənilmiş məsələlər hesab etmək olar. Təqdim olunan dissertasiya işinin ikinci fəslində birölcülü və ikiölcülü hiperbolik tənliklər üçün zaman və fəza dəyişənlərinə görə qeyri-lokal sərhəd şərtlili və müxtəlif əlavə şərtlili tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi məsələləri tədqiq olunmuş və müxtəlif uyğun ədədi nümunələr həll edilmişdir.

Həmçinin ədəbiyyatdan məlum olduğu kimi təbiətdə psevdohiperbolik tənliklərlə təsvir olunan çoxsaylı fiziki proseslər də mövcuddur. Məsələn, özlü qazın qeyri-sabit axını, məsaməli mühitdə duzların konvektiv diffuziyası, özlü qazda ilkin sıxlaşmaların yayılması və s. Lakin psevdohiperbolik tənliklər üçün tərs məsələlər ikinci tərtib xüsusi törəməli tənliklərə nisbətən daha az tədqiq olunmuşdur. Buna səbəb psevdohiperbolik tənliklər üçün düz məsələlərin də az tədqiq olunması göstərilə bilər. Psevdohiperbolik tənliklər üçün düz məsələlər - S.Ya.Kiriçenko, V.A.Vodaxov, İ.V.Suveyka, G.B.Whitham, K.Longren, H.İkezi və başqaları tərəfindən öyrənilmişdir. Psevdohiperbolik tənliklər üçün tərs məsələlərlə bağlı bir sıra nəticələr A.İ.Kojanov, B.S.Ablabekov, A.R.Asanov, E.R.Atamanov, S.A.Ab-

lakimov, A.Lorenzi, E.Paparoni, T.K.Yuldaşev, A.O.Bulov, G.V. Namsaraeva, A.İ.Qriqoryeva, I.Tekin və s. kimi müəlliflərin işlərində əldə olunmuşdur.

Məlumdur ki, mexanikada elastik tirin hərəkətinin riyazi modelinin öyrənilməsi də aktual məsələlərdəndir. Elastik bünövrə üzərində elastik tirin hərəkətinin riyazi modeli Yu.A.Mitropolski və B.İ.Moseenkov, V.Z.Vlasov, N.N.Leontyev, J.M.T.Tompson, H.B. Stewart, B.S.Bardin, S.D.Furta, Q.S.Pisarenko və başqalarının əsərlərində tədqiq edilmişdir. Qeyd edək ki, bircins tirin hərəkəti üçün ən sadə qeyri-xətti model

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + k \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha w + w^3 = 0$$

tənliyi ilə təsvir olunur, burada w -tirin əyilməsidir. Onu da qeyd edək ki, oxşar tənlik kristallar nəzəriyyəsində də meydana çıxır.

Yuxarıda qeyd olunan işlərin ideyasına əsaslanaraq, dissertasiyanın sonuncu fəslində bircins tirin xəttləşdirilmiş hərəkət tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləli tərs sərhəd məsələləri tədqiq olunmuşdur. Lakin əvvəlki işlərdən fərqli olaraq təqdim olunan dissertasiyanın dördüncü fəslində baxılan tərs sərhəd məsələlərində sərhəd şərtlərinə həm zaman, həm də fəza dəyişənlərinə görə qeyri-lokal şərtlər daxil olur. Digər tərəfdən də burada tətbiq olunan tədqiqat üsulları digər işlərdə istifadə olunan üsullardan tamamilə fərqi üsullardır.

Tədqiqatın obyekt və predmeti. Dissertasiya işinin əsas obyekti müxtəlif ölçülü parabolik və hiperbolik tənliklər, eyni zamanda, uzununa yayılan dalğa və bircins tirin hərəkət tənlikləri üçün tərs sərhəd məsələləridir. Tədqiqatın predmeti isə parabolik və hiperbolik tənliklər üçün eləcə də, müxtəlif ölçülü uzununa yayılan dalğa tənlikləri və bircins tirin hərəkət tənlikləri üçün qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllolunanlığının öyrənilməsindən ibarətdir.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin əsas məqsədi və vəzifəsi müxtəlif ölçülü parabolik və hiperbolik tənliklər üçün zaman və fəza dəyişənlərinə görə qeyri-lokal sərhəd şərtləli qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi məsələlərinin tədqiqi, müxtəlif ölçülü uzununa yayılan dalğa tənlikləri və bircins tirin hərəkət tənlikləri üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləli qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllolunanlığının öyrənilməsi və

alınan nəticələrin mümkün tətbiq sahələrinin araşdırılmasından ibarətdir.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, funksional analiz, spektral nəzəriyyənin və hesablama riyaziyyatının üsullarından istifadə olunmuşdur. Əsas tədqiqat vasitəsi Furiye üsulu, sıxılmış inikas prinsipi, sonlu fərqlər üsulu və Tixonovun requlyarlaşdırma üsuludur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar:

1. İkinci tərtib birölçülü parabolik tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləli və əlavə inteqral şərtləli öz-özünə qoşma tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyinin tədqiqi.
2. İkinci tərtib birölçülü parabolik tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləli öz-özünə qoşma olmayan tərs sərhəd məsələsinin klassik həllolunanlığının tədqiqi.
3. İkiölçülü parabolik tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləli tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyinin öyrənilməsi.
4. Düzbucaqlı oblastda ikinci tərtib birölçülü hiperbolik tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləli və əlavə inteqral şərtləli öz-özünə qoşma tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyinin tədqiqi.
5. İkinci tərtib birölçülü hiperbolik tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləli öz-özünə qoşma olmayan tərs sərhəd məsələsinin klassik həllolunanlığının tədqiqi.
6. İkiölçülü hiperbolik tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləli tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyinin araşdırılması.
7. Birölçülü uzununa yayılan dalğa tənliyi üçün tərs sərhəd məsələsində tənliyin naməlum əmsallarının və sağ tərəfinin təyin olunması.
8. Birölçülü uzununa yayılan dalğa tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləli öz-özünə qoşma olmayan tərs sərhəd məsələsinin klassik həllolunanlığının öyrənilməsi.
9. Üçölçülü uzununa yayılan dalğa tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləli tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyinin araşdırılması.

10. Bircins tirin birölçülü xəttiləşdirilmiş hərəkət tənliyi üçün tərs sərhəd məsələsində müxtəlif əlavə şərtlərdən istifadə etməklə tənliyin naməlum əmsallarının bərpası və sağ tərəfinin təyin olunması.
11. Bircins tirin birölçülü hərəkət tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyinin öyrənilməsi.
12. Bircins tirin ikiölçülü xəttiləşdirilmiş hərəkət tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli qeyri-xətti tərs sərhəd məsələsinin klassik həll-olunurluğunun tədqiqi.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

1. Birölçülü və ikiölçülü parabolik tənliklər üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli (həm zaman, həm də fəza dəyişənlərinə görə) və müxtəlif əlavə şərtli öz-özüə qoşma və öz-özüə qoşma olmayan qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllolunurluğu öyrənilmiş və bəzi ədədi nümunələr qurulmuşdur.
2. Birölçülü və ikiölçülü hiperbolik tənliklər üçün zaman və fəza dəyişənlərinə görə qeyri-lokal sərhəd şərtli və müxtəlif əlavə şərtli öz-özüə qoşma və öz-özüə qoşma olmayan qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi məsələləri tədqiq olunmuş və müxtəlif uyğun ədədi nümunələr həll edilmişdir.
3. Birölçülü uzununa yayılan dalğa tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli (həm zaman, həm də fəza dəyişənlərinə görə) və müxtəlif əlavə şərtli öz-özüə qoşma qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi öyrənilmişdir.
4. Üçölçülü uzununa yayılan dalğa tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı yeganəliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.
5. Bircins tirin birölçülü xəttiləşdirilmiş hərəkət tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli (həm zaman, həm də fəza dəyişənlərinə görə) və müxtəlif əlavə şərtli qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərində eyni zamanda naməlum əmsalların və sağ tərəfinin təyin olunması məsələsi araşdırılmışdır.

6. Bircins tirin ikiölçülü hərəkət tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli qeyri-xətti tərs sərhəd məsələsinin klassik həllolunanlığı öyrənilmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya işi əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Lakin alınan nəticələr qeyri-lokal şərtli tərs sərhəd məsələlərinin tədqiqatının sonrakı mərhələsində, həmçinin təbiətşünaslığın bir çox praktiki məsələlərinin öyrənilməsində (məsələn, istilikkeçirmə nəzəriyyəsində, dalğa tənlikləri ilə xarakterizə olunan proseslərdə, uzununa yayılan dalğaların tədqiq olunmasında, bircins tirin hərəkətinin öyrənilməsində, plazmada baş verən hadisələrin araşdırılmasında, kapilyar-məsaməli mühitlərdə rütubət keçiriciliyinin öyrənilməsi zamanı, silisium örtüyün qatışıqlardan kimyəvi təmizlənməsi prosesinin riyazi modelləşdirilməsində, riyazi biologiyada, demoqrafiyada, diffuziya proseslərində və s.) tətbiq oluna bilər.

İşin aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın əsas nəticələri müxtəlif vaxtlarda Bakı Dövlət Universitetinin Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin ümumi seminarında (rəhbər r.e.d., prof. Z.S.Əliyev), Bakı Dövlət Universitetinin Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin ümumi seminarında (rəhbər f.-r.e.d., prof. N.Ş İsgəndərov), Bakı Dövlət Universitetinin Diferensial və integral tənliklər kafedrasının seminarında (rəhbər r.e.d., prof. Y.T.Mehrəliyev), Bakı Dövlət Universitetinin Riyazi fizika tənlikləri kafedrasının seminarında (rəhbər akademik Y.Ə.Məmmədov), Azərbaycan Respublikasının Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun ümumi seminarında (rəhbər AMEA-nın müxbir üzvü, prof. M.C.Mərdanov), Azərbaycan Respublikasının Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Qeyri-harmonik analiz (rəhbər AMEA-nın müxbir üzvü, prof. B.T.Bilalov) şöbəsinin seminarında, Türkiyə Cümhuriyyəti, Cümhuriyyət Universitetinin Riyaziyyat kafedrasının seminarında (rəhbər f.-r.e.d., prof.R.X.Əmirov), Türkiyə Cümhuriyyəti, Qəbzə Universitetinin Riyaziyyat kafedrasının seminarında (rəhbər f.-r.e.n., prof. M.İ.İsmayılov), həmçinin Akademik M.Kravçukun yubileyinə həsr olunmuş XIII Beynəlxalq elmi konfransda (Kiyev, 2010), “Diferensial tənliklər və dinamik sistemlər” adlı Beynəlxalq elmi konfransda (Moskva, 2010), Yaroslav Lopatinskiyə həsr olunmuş Gənc Riyaziyyatçılar üçün “Diferensial Tənliklər və Tətbiqlər” adlı III

Beynəlxalq elmi konfransda (Lvov, 2010), “Dinamik sistemlərin modelləşdirilməsi və dayanıqlığın tədqiqi” adlı XV Beynəlxalq elmi konfransda (Kiyev, 2011), “Diferensial tənliklər və onların tətbiqləri” adlı Beynəlxalq elmi konfransda (Samara, 2011), Stefan Banaxın anadan olmasının 120-ci ildönümünə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfransda (Lvov, 2012), H.A. İsxanlının anadan olmasının 70-ci ildönümünə həsr olunmuş “Riyazi fizikada operatorlar, funksiyalar və sistemlər” adlı Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2018), “Riyazi fizikada operatorlar, funksiyalar və sistemlər” adlı Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2019), Akademik Mirabbas Qasimovun anadan olmasının 80-ci ildönümünə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2019), “Elm və texnologiya” adlı 2-ci IEEE Beynəlxalq elmi konfransında (Tayland, 2018), “Diferensial tənliklər və onların riyazi modelləşdirmədə tətbiqləri” adlı XIII Beynəlxalq elmi konfransda (Saransk, 2017), Akademik M.L.Rəsulovun anadan olmasının 100-cü ildönümünə həsr olunmuş “Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktual problemləri” adlı Beynəlxalq elmi konfransda (Şəki, 2016), AMEA-nın müxbir üzvü, prof. Y.C. Məmmədovun anadan olmasının 85-ci ildönümünə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2015), “Müasir elmin problemləri və perspektivləri” adlı VIII Beynəlxalq elmi konfransda (Moskva, 2016), “Təbiət və sosial elmlərinin problemlərin modelləşdirilməsinin analitik və ədədi üsulları” adlı XIII Beynəlxalq elmi konfransda (Penza, 2015), “Dinamik sistemlərin modelləşdirilməsi və dayanıqlığın tədqiqi” adlı XVIII Beynəlxalq elmi konfransda (Kiyev, 2017), “Riyaziyyat elmləri və tətbiqləri” adlı VIII Avrasiya Beynəlxalq elmi konfransında (Bakı, 2019), Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 60 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın müasir problemləri” adlı Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2019), “Təbiət və sosial elmlərinin problemlərin modelləşdirilməsinin analitik və ədədi üsulları” adlı XIV Beynəlxalq elmi konfransda (Penza, 2019), Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 97-ci ildönümünə həsr olunmuş Respublika elmi konfransında (Bakı, 2020), “Sənaye tətbiqli idarəetmə və optimallaşdırma” adlı 7-ci Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2020), “Riyazi nailiyyətlər və tətbiqlər” üzrə 4-cü Beynəlxalq elmi konfransında (İstanbul, 2021), Texniki və təbiət elmlərində

riyaziyyatın tətbiqini təşviq etmək üçün Avro-Amerika konsorsiumunun on üçüncü konfransında (Albena, 2021), “Sənaye tətbiqli idarəetmə və optimallaşdırma” adlı 8-ci Beynəlxalq elmi konfransda (Bakı, 2022), Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş Respublika elmi konfransında (Bakı, 2022).

Müəllifin şəxsi töhfəsi tədqiqatın məqsədini göstərməkdən və istiqamətinin seçilməsindən ibarətdir. Bundan əlavə, alınan bütün nəticələr və tədqiqat üsulları müəllifə məxsusdur.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiyanın əsas nəticələri Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK-ın tövsiyə etdiyi jurnallarda 24 məqalə, 13 konfrans materialı və 11 tezis şəklində nəşr olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Diferensial və integral tənliklər kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın strukturu və həcmi (işarə ilə, bölmələrin hər birinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla). Dissertasiya işinin ümumi həcmi - 476730 işarədir (titul səhifəsi – 455 işarə, mündəricat – 2275 işarə, giriş – 68000 işarə, birinci fəsil – 118000 işarə, ikinci fəsil – 104000 işarə, üçüncü fəsil – 84000 işarə, dördüncü fəsil – 100000 işarə). İstifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısı 223 adda ədəbiyyatdan ibarətdir.

DISSERTASIYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya giriş, dörd fəsil, nəticə və istifadə olunan ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Hər bir fəsil isə dörd yarım fəsilə bölünmüşdür.

Giriş hissədə dissertasiya mövzusunun aktuallığı əsaslandırılmış, onun işlənmə dərəcəsi göstərilmiş, tədqiqatın məqsəd və vəzifələri, işin elmi yeniliyi, nəzəri və praktiki əhəmiyyəti qeyd edilmiş, həmçinin işin aprobeasiyası haqqında məlumat verilmiş və alınan əsas nəticələr təqdim olunmuşdur.

Dissertasiya işinin dörd yarım fəsildən ibarət birinci fəsilində ikinci tərtib parabolik tənlik üçün birölçülülük və ikiölçülülük qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi məsələsi araşdırılmış və bəzi ədədi nümunələr verilmişdir.

Birinci fəslin birinci yarım fəslində

$c(t)u_t(x,t) = u_{xx}(x,t) + a(t)u(x,t) + b(t)g(x,t) + f(x,t)$ $(x,t) \in D_T$, (1)
parabolik tənliyi üçün $D_T = \{(x,t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ düzbucaqlı-
sında

$$u(x,0) + \delta u(x,T) + \int_0^T p(t)u(x,t)dt = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

$$u(0,t) = u(1,t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

$$\int_0^1 u(x,t)dx = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

$$u(x_i,t) = h_i(t), \quad i=1,2; \quad 0 \leq t \leq T, \quad (5)$$

şərtlə tərs sərhəd məsələsinə baxılır, burada $T > 0$ - qeyd olunmuş zaman anı, $\delta \geq 0$ və $x_i \in (0,1)$, $i=1,2$, $x_1 \neq x_2$ - qeyd olunmuş ədədlər, $c(t) > 0$, $f(x,t)$, $g(x,t)$, $p(t) \geq 0$, $\varphi(x)$, $h_i(t)$, $i=1,2$ - verilmiş funksiyalar, $u(x,t)$, $a(t)$ və $b(t)$ - isə axtarılan funksiyalardır.

Tərif 1.1. Aşağıdakı şərtləri ödəyən $u(x,t)$, $a(t)$ və $b(t)$ funksiyalarından ibarət olan $\{u(x,t), a(t), b(t)\}$ üçlüyünə (1)-(5) məsələsinin klassik həlli deyilir:

- i) $u(x,t)$ funksiyası və onun $u_t(x,t)$, $u_x(x,t)$, $u_{xx}(x,t)$ törəmələri D_T oblastında kəsilməzdirlər;
- ii) $a(t)$ və $b(t)$ funksiyaları $[0,T]$ parçasında kəsilməz funksiyalardır;
- iii) $u(x,t)$, $a(t)$ və $b(t)$ funksiyaları üçün (1) tənliyi və (2)-(5) şərtləri adi mənada ödənilir.

Qeyd edək ki, dissertasiya işində baxılan digər məsələlərin klassik həllinin tərfi tənliklərin tərtibi və uyğun şərtləri nəzərə alınmaqla bu tərifə analogi olaraq verilmişdir.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1.1. Tutaq ki, $0 < c(t) \in C[0,T]$, $0 \leq p(t) \in C[0,T]$,

$$f(x,t), g(x,t) \in C(D_T), \quad \int_0^1 f(x,t)dx = \int_0^1 g(x,t)dx = 0, \quad \varphi(x) \in C[0,1],$$

$$h(t) \equiv h_1(t)g(x_2,t) - h_2(t)g(x_1,t) \neq 0, \quad h_i(t) \in C^1[0,T], \quad i=1,2 \text{ və}$$

$$\int_0^1 \varphi(x) dx = 0, \quad (6)$$

$$h_i(0) + \delta h_i(T) + \int_0^T p(t) h_i(t) dt = \varphi(x_i), \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

uzlaşma şərtləri ödənilir. Onda (1)-(5) məsələsinin klassik həllinin tapılması (1) tənliyini, (2), (3) və

$$u_x(0, t) = u_x(1, t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (8)$$

$$c(t)h'_i(t) = u_{xx}(x_i, t) + a(t)h_i(t) + b(t)g(x_i, t) + f(x_i, t), \quad i = 1, 2, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (9)$$

şərtlərini ödəyən $u(x, t) \in C^{2,1}(D_T)$ və $a(t), b(t) \in C[0, T]$ funksiyalarının tapılması məsələsinə ekvivalentdir.

D_T oblastında

$$u(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_{1k}(t) \cos \lambda_k x + \sum_{k=1}^{\infty} u_{2k}(t) \sin \lambda_k x, \quad \lambda_k = 2k\pi$$

şəklində olan funksiyalar çoxluğunu $B_{2,T}^3$ ilə işarə edək, burada $u_{1k}(t)$ ($k = 0, 1, \dots$) və $u_{2k}(t)$ ($k = 1, 2, \dots$) funksiyaları $[0, T]$ parçasında kəsilməz funksiyalardır və bu funksiyalar üçün

$$\|u_{10}(t)\|_{C[0,T]} + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \left(\lambda_k^3 \|u_{1k}(t)\|_{C[0,T]} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \left(\lambda_k^3 \|u_{2k}(t)\|_{C[0,T]} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} < +\infty$$

münasibəti ödənilir. Bu çoxluqda norma

$$\|u(x, t)\|_{B_{2,T}^3} = \|u_{10}(t)\|_{C[0,T]} + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \left(\lambda_k^3 \|u_{1k}(t)\|_{C[0,T]} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \left(\lambda_k^3 \|u_{2k}(t)\|_{C[0,T]} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

kimə təyin olunur.

$z(x, t) = \{u(x, t), a(t), b(t)\}$ vektor funksiyasından ibarət olan və norması

$$\|z(x, t)\|_{E_{2,T}^3} = \|u(x, t)\|_{B_{2,T}^3} + \|a(t)\|_{C[0,T]} + \|b(t)\|_{C[0,T]}$$

kimi təyin olunan $B_{2,T}^3 \times C[0,T] \times C[0,T]$ fəzasını isə E_T^3 ilə işarə edək. Məlumdur ki, bu cür qurulan $B_{2,T}^3$ və E_T^3 funksional fəzalar Banax fəzalarıdır.

Qeyd edək ki, dissertasiya işinin müxtəlif hissələrində daxil edilmiş bu cür fəzalar fərqli struktura malik olsalar da bu fəzalar üçün eyni formada işarələmələrdən istifadə olunmuşdur.

Fərz edək ki, (1)-(3), (8) və (9) məsələsinin verilənləri üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir:

$$1.1. \varphi(x) \in C^2[0,1], \varphi'''(x) \in L_2(0,1), \varphi(0) = \varphi(1),$$

$$\varphi'(0) = \varphi'(1), \varphi''(0) = \varphi''(1);$$

$$1.2. f(x,t), f_x(x,t), f_{xx}(x,t) \in C^2[0,1], f_{xxx}(x,t) \in L_2(D_T),$$

$$f(0,t) = f(1,t), f_x(0,t) = f_x(1,t), f_{xx}(0,t) = f_{xx}(1,t) = 0, 0 \leq t \leq T;$$

$$1.3. g(x,t), g_x(x,t), g_{xx}(x,t) \in C^2[0,1], g_{xxx}(x,t) \in L_2(D_T),$$

$$g(0,t) = f(1,t), g_x(0,t) = f_x(1,t), g_{xx}(0,t) = g_{xx}(1,t) = 0, 0 \leq t \leq T;$$

$$1.4. p(t) \in C[0,T], h_1(t), h_2(t) \in C^1[0,T],$$

$$h_1(t)g(x_2,t) - h_2(t)g(x_1,t) \neq 0, 0 \leq t \leq T.$$

Teorem 1.2. Tutaq ki, 1.1-1.4 şərtləri ödənilir və

$$(B(T)(A(T)+2)+C(T)+D(T))(A(T)+2) < 1 \quad (10)$$

bərabərsizliyi doğrudur, burada $R = A(T) + 2$. Onda (1)-(3), (8), (9) məsələsinin $K = K_R \subset E_T^3$ kürəsində yeganə həlli var.

Qeyd edək ki, teoremdəki $A(T)$, $B(T)$, $C(T)$ və $D(T)$ -nin ifadələri dissertasiyanın 1.1 yarımfəslində göstərilmişdir.

Teorem 1.3. Əgər teorem 1.2-nin bütün şərtləri, (6), (7) uzlaşma şərtləri və əlavə olaraq

$$\int_0^1 f(x,t) dx = \int_0^1 g(x,t) dx = 0, 0 \leq t \leq T$$

bərabərliyi ödənirsə, onda (1)-(5) məsələsinin $K = K_R \subset E_T^3$ kürəsində yeganə klassik həlli var.

Birinci fəslin ikinci yarımfəslində

$$c(t)u_t(x,t) = u_{xx}(x,t) + a(t)u(x,t) + b(t)g(x,t) + f(x,t) \quad (x,t) \in D_T, \quad (11)$$

tənliyi üçün $D_T = \{(x,t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ oblastında

$$u(x,0) + \delta u(x,T) + \int_0^T p(t)u(x,t)dt = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (12)$$

$$u(0,t) = \beta u(1,t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (13)$$

$$\int_0^1 u(x,t)dx = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (14)$$

$$u(x_i,t) = h_i(t), \quad i=1,2; \quad 0 \leq t \leq T, \quad (15)$$

şərtlə tərs sərhəd məsələsi tədqiq olunur, burada $T > 0$ - qeyd olunmuş zaman anı, $\beta > 0$, $\delta \geq 0$ və $x_i \in (0,1)$ ($i=1,2$; $x_1 \neq x_2$) - qeyd olunmuş ədədlər, $c(t) > 0$, $f(x,t)$, $g(x,t)$, $\varphi(x)$, $p(t) \geq 0$, $h_1(t)$ və $h_2(t)$ - verilmiş funksiyalar, $u(x,t)$, $a(t)$ və $b(t)$ -isə axtarılan funksiyalardır.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1.4. Tutaq ki, $0 < c(t) \in C[0,T]$, $0 \leq p(t) \in C[0,T]$,

$$f(x,t), g(x,t) \in C(D_T), \quad \int_0^1 f(x,t)dx = \int_0^1 g(x,t)dx = 0, \quad \varphi(x) \in C[0,1],$$

$$h_i(t) \in C^1[0,T], \quad i=1,2, \quad h(t) \equiv h_1(t)g(x_2,t) - h_2(t)g(x_1,t) \neq 0, \quad t \in [0,T]$$

və

$$\int_0^1 \varphi(x)dx = 0, \quad (16)$$

$$h_i(0) + \delta h_i(T) + \int_0^T p(t)h_i(t)dt = \varphi(x_i), \quad i=1,2 \quad (17)$$

uzlaşma şərtləri ödənilir. Onda (11)-(15) məsələsinin klassik həllinin tapılması (11) tənliyini, (12), (13) və

$$u_x(0,t) = u_x(1,t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (18)$$

$$c(t)h'_i(t) = u_{xx}(x_i,t) + a(t)h_i(t) + b(t)g(x_i,t) + f(x_i,t), \quad i=1,2; \quad 0 \leq t \leq T. \quad (19)$$

şərtlərini ödəyən $u(x,t) \in C^{2,1}(D_T)$, $a(t) \in C[0,T]$ və $b(t) \in C[0,T]$ funksiyalarının tapılması məsələsinə ekvivalentdir.

Fərz edək ki, (11)-(13), (18) və (19) məsələsinin verilənləri üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir:

$$1.5. \quad \varphi(x) \in C^2[0,1], \quad \varphi'''(x) \in L_2(0,1), \quad \varphi(0) = \beta\varphi(1), \quad \varphi'(0) = \varphi'(1),$$

$$\varphi''(0) = \beta \varphi''(1), \quad \beta \neq \pm 1;$$

$$1.6. f(x, t) \in C_{x,t}^{2,0}(D_T), \quad f_{xxx}(x, t) \in L_2(D_T), \quad f(0, t) = \beta f(1, t),$$

$$f_x(0, t) = f_x(1, t), \quad f_{xx}(0, t) = \beta f_{xx}(1, t), \quad \beta \neq \pm 1, \quad 0 \leq t \leq T;$$

$$1.7. g(x, t) \in C_{x,t}^{2,0}(D_T), \quad g_{xxx}(x, t) \in L_2(D_T), \quad g(0, t) = \beta g(1, t),$$

$$g_x(0, t) = f_x(1, t), \quad g_{xx}(0, t) = \beta g_{xx}(1, t) = 0, \quad \beta \neq \pm 1, \quad 0 \leq t \leq T;$$

$$1.8. c(t), p(t) \in C[0, T], \quad h_i(t) \in C^1[0, T], \quad i = 1, 2,$$

$$h(t) = h_1(t)g(x_2, t) - h_2(t)g(x_1, t) \neq 0, \quad 0 \leq t \leq T.$$

Teorem 1.5. Tutaq ki, 1.5-1.8 şərtləri,

$$\int_0^1 \varphi(x) dx = 0, \quad h_i(0) + \delta h_i(T) + \int_0^T p(t) h_i(t) dt = \varphi(x_i), \quad i = 1, 2$$

uzlaşma şərtləri ödənilir və

$$R(B(T)R + C(T) + D(T)) < 1$$

bərabərsizliyi doğrudur, burada $R = A(T) + 2$. Onda (11)-(15) məsələsinin $K \subset E_T^3$ kürəsində yeganə klassik həlli var.

Qeyd edək ki, teoremdəki $A(T)$, $B(T)$, $C(T)$, $D(T)$ -nin ifadələri və E_T^3 fəzasının strukturu dissertasiyanın 1.2 yarımfaslında göstərilmişdir.

Birinci fəslin üçüncü yarımfaslı

$$a_1(t)u_t(x, t) + a_0(t)u(x, t) = u_{xx}(x, t) + f(x, t) \quad (x, t) \in D_T, \quad (20)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (21)$$

$$u(1, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (22)$$

$$\int_0^1 u(x, t) dx = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (23)$$

$$u(0, t) = h(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (24)$$

tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur, burada $a_0(t)$, $f(x, t)$, $\varphi(x)$ və $h(t)$ - funksiyaları verilmiş funksiyalar, $u(x, t)$ və $a_1(t)$ funksiyaları isə axtarılan funksiyalardır. Bu yarımfaslin əsas nəticələrini (20)-(24) tərs sərhəd məsələsinin klassik həlli üçün varlıq və yeganəlik teoremləri təşkil edir. Burada baxılan məsələ müəyyən şərtlər daxilində ekvivalent məsələyə gətirilmiş, ekvivalent məsələnin həlli integral tənliklər

sistemi şəklində göstərilmiş, sonra isə ardıcıl yaxınlaşmalar üsulundan istifadə edərək köməkçi ekvivalent məsələnin həllinin varlığı və yeganəliyi isbat edilmişdir. Daha sonra isə ekvivalentlik faktından istifadə etməklə baxılan məsələnin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi göstərilmişdir.

1.4 yarımfəsləli

$$\begin{aligned} & u_t(x, y, t) - c(t)(u_{xx}(x, y, t) + u_{yy}(x, y, t)) = \\ & = a(t)u(x, y, t) + b(t)g(x, y, t) + f(x, y, t) \quad (x, y, t) \in D_T, \end{aligned} \quad (25)$$

ikiölçülü parabolik tənliyi üçün $D_T = \overline{Q}_{xy} \times [0, T]$ paralepipedində

$$u(x, y, 0) + \delta u(x, y, T) + \int_0^T p(t)u(x, y, t)dt = \varphi(x, y) \quad (x, y) \in \overline{Q}_{xy}, \quad (26)$$

qeyri-lokal şərtli

$$u(0, y, t) = u_x(1, y, t) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (27)$$

$$u_y(x, 0, t) = u(x, 1, t) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T \quad (28)$$

sərhəd şərtli və

$$u(1, 0, t) = h_1(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (29)$$

$$u(x_0, y_0, t) = h_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad x_0, y_0 \in Q_{xy} \quad (30)$$

əlavə şərtli tərs sərhəd məsələsində $u(x, y, t) \in C^{2,2,1}(D_T)$ və $a(t), b(t) \in C[0, T]$ funksiyalarının təyin olunmasına həsr olunmuşdur, burada $Q_{xy} = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$ -kimi düzbucaqlı oblast, $T > 0$ və $\delta \geq 0$ - qeyd olunmuş ədədlər, $c(t) > 0$, $p(t) \geq 0$, $f(x, y, t), g(x, y, t), \varphi(x, y), h_1(t)$ və $h_2(t)$ - isə verilmiş funksiyalardır.

Teorem 1.6. Fərz edək ki, $\delta \geq 0$, $0 < c(t) \in C[0, T]$, $0 \leq p(t) \in C[0, T]$, $f(x, y, t), g(x, y, t) \in C(D_T)$, $\varphi(x, y) \in C(\overline{Q}_{xy})$, $h_1(t), h_2(t) \in C^1[0, T]$, $h(t) \equiv h_1(t)g(x_0, y_0, t) - h_2(t)g(1, 0, t) \neq 0$, $0 \leq t \leq T$ və

$$\begin{aligned} & h_1(0) + \delta h_1(T) + \int_0^T p(t)h_1(t)dt = \varphi(1, 0), \\ & h_2(0) + \delta h_2(T) + \int_0^T p(t)h_2(t)dt = \varphi(x_0, y_0) \end{aligned} \quad (31)$$

uzlaşma şərtləri ödənilir. Onda (25)-(30) məsələsinin klassik həllinin tapılması (25) tənliyini, (26)-(28) və

$$\begin{aligned} h_1'(t) - c(t)(u_{xx}(1,0,t) + u_{yy}(1,0,t)) = \\ = a(t)h_1(t) + b(t)g(1,0,t) + f(1,0,t), \quad 0 \leq t \leq T, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} h_2'(t) - c(t)(u_{xx}(x_0, y_0, t) + u_{yy}(x_0, y_0, t)) = \\ = a(t)h_2(t) + b(t)g(x_0, y_0, t) + f(x_0, y_0, t), \quad 0 \leq t \leq T \end{aligned} \quad (33)$$

şərtlərini ödəyən $u(x, y, t) \in C^{2,2,1}(D_T)$ və $a(t), b(t) \in C[0, T]$ funksiyalarının tapılması məsələsinə ekvivalentdir.

D_T oblastında

$$u(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u_{k,n}(t) \sin \lambda_k x \cos \gamma_n y,$$

$$\lambda_k = \frac{\pi}{2}(2k-1), \quad \gamma_n = \frac{\pi}{2}(2n-1), \quad k, n = 1, 2, \dots$$

şəklində olan funksiyalar çoxluğunu $B_{2,T}^3$ ilə işarə edək, burada sonuncu ikiqat cəmə daxil olan $u_{k,n}(t)$ ($k, n = 1, 2, \dots$) funksiyaları $[0, T]$ parçasında kəsilməz diferensiallanan funksiyalardır və bu çoxluqda norma

$$\|u(x, y, t)\|_{B_{2,T}^3} = \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (\mu_{k,n}^3 \|u_{k,n}(t)\|_{C[0,T]})^2 \right\}^{\frac{1}{2}} < +\infty$$

kimi təyin olunur.

$z = \{u, a, b\}$ vektor funksiyasından ibarət olan və norması

$$\|z\|_{E_T^3} = \|u(x, y, t)\|_{B_{2,T}^3} + \|a(t)\|_{C[0,T]} + \|b(t)\|_{C[0,T]}$$

kimi təyin olunan $B_{2,T}^3 \times C[0, T] \times C[0, T]$ topoloji hazilindən ibarət fəzanı isə E_T^3 ilə işarə edək. Məlumdur ki, bu cür qurulan $B_{2,T}^3$ və E_T^3 funksional fəzaları Banax fəzalarıdır.

Fərz edək ki, (25)-(28), (32) və (33) məsələsinin verilənləri üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir:

1.9. $\varphi(x, y), \varphi_x(x, y), \varphi_{xx}(x, y), \varphi_y(x, y), \varphi_{xy}(x, y), \varphi_{yy}(x, y) \in C(\overline{Q}_{xy}),$

$$\varphi_{xxy}(x, y), \varphi_{xyy}(x, y), \varphi_{xxx}(x, y), \varphi_{yyy}(x, y) \in L_2(Q_{xy}),$$

$$\begin{aligned}\varphi(0, y) &= \varphi_x(1, y) = \varphi_{xx}(0, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \\ \varphi_y(x, 0) &= \varphi(x, 1) = \varphi_{yy}(x, 1) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1.10. \quad & f(x, y, t), f_x(x, y, t), f_{xx}(x, y, t), f_y(x, y, t), f_{xy}(x, y, t), f_{yy}(x, y, t) \in C(D_T), \\ & f_{xxy}(x, y, t), f_{xyy}(x, y, t), f_{xxx}(x, y, t), f_{yyy}(x, y, t) \in L_2(D_T), \\ & f(0, y, t) = f_x(1, y, t) = f_{xx}(0, y, t) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \\ & f_y(x, 0, t) = f(x, 1, t) = f_{yy}(x, 1, t) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1.11. \quad & g(x, y, t), g_x(x, y, t), g_{xx}(x, y, t), g_y(x, y, t), g_{xy}(x, y, t), g_{yy}(x, y, t) \in C(D_T), \\ & g_{xxy}(x, y, t), g_{xyy}(x, y, t), g_{xxx}(x, y, t), g_{yyy}(x, y, t) \in L_2(D_T), \\ & g(0, y, t) = g_x(1, y, t) = g_{xx}(0, y, t) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \\ & g_y(x, 0, t) = g(x, 1, t) = g_{yy}(x, 1, t) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1.12. \quad & \delta \geq 0, p(t) \in C[0, T], \quad 0 < c(t) \in C[0, T], \quad h_i(t) \in C^1[0, T] \quad (i=1,2), \\ & h(t) \equiv h_1(t)g(x_0, y_0, t) - h_2(t)g(1, 0, t) \neq 0, \quad 0 \leq t \leq T.\end{aligned}$$

Teorem 1.7. Tutaq ki, 1.9-1.12 şərtləri,

$$\begin{aligned}h_1(0) + \delta h_1(T) + \int_0^T p(t)h_1(t)dt &= \varphi(1, 0), \\ h_2(0) + \delta h_2(T) + \int_0^T p(t)h_2(t)dt &= \varphi(x_0, y_0)\end{aligned}$$

uzlaşma şərtləri ödənilir və

$$(B(T)(A(T) + 2) + C(T) + D(T))(A(T) + 2) < 1$$

bərabərsizliyi doğrudur. Onda (25)-(30) məsələsinin $K = K_R \subset E_T^3$, $R = A(T) + 2$ kürəsində yeganə klassik həlli var.

Qeyd edək ki, teoremdəki $A(T)$, $B(T)$, $C(T)$ və $D(T)$ -nin ifadələri dissertasiyanın 1.4 yarımfəslində göstərilmişdir.

Fəslin sonunda baxılan tərs sərhəd məsələlərinə uyğun bəzi nümunə misallar qurulmuş, onların ədədi həlləri tapılmış, tapılan ədədi həllər cədvəl şəklində verilmiş və MatLab riyazi proqram paketindən istifadə etməklə qrafiklər vasitəsi ilə təsvir olunmuşdur.

Dörd yarımfəsildən ibarət ikinci fəsilə birölçülü və ikiölçülü hiperbolik tənliklər üçün zaman və fəza dəyişənlərinə görə qeyri-lokal sərhəd şərtlili və müxtəlif əlavə şərtlili öz-özünə qoşma və öz-özünə qoşma olmayan qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllinin

varlığı və yeganəliyi məsələləri tədqiq olunmuş və müxtəlif uyğun ədədi nümunələr həll edilmişdir.

İkinci fəslin birinci yarımfəslə

$$u_{tt}(x,t) - u_{xx}(x,t) = a(t)u(x,t) + b(t)g(x,t) + f(x,t) \quad (x,t) \in D_T, \quad (34)$$

hiperbolik tənliyi üçün $D_T = \{(x,t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ oblastında

$$u(x,0) = \int_0^T P_1(t)u(x,t)dt + \varphi(x), \quad (35)$$

$$u_t(x,0) = \int_0^T P_2(t)u(x,t)dt + \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$u(0,t) = u(1,t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (36)$$

$$\int_0^1 u(x,t)dx = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (37)$$

$$u(x_i,t) = h_i(t), \quad i=1,2; \quad 0 \leq t \leq T \quad (38)$$

şərtlə tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi tədqiq olunmuşdur, burada $T > 0$ və $x_i \in (0,1)$, $i=1,2$; $x_1 \neq x_2$ - ədədləri qeyd olunmuş ədədlər, $f(x,t)$, $g(x,t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$, $h_1(t)$ və $h_2(t)$ - verilmiş funksiyalar, $u(x,t)$, $a(t)$ və $b(t)$ - isə məchul funksiyalardır.

Tərif 2.1. (34)-(38) tərs sərhəd məsələsinin klassik həlli dedikdə D_T oblastında (34) tənliyini, $[0,1]$ parçasında (35) qeyri-lokal şərtlərini, $[0,T]$ parçasında isə (36)-(38) şərtlərini adi mənada ödəyən $u(x,t) \in C^2(D_T)$, $a(t) \in C[0,T]$ və $b(t) \in C[0,T]$ funksiyalarından ibarət $\{u(x,t), a(t), b(t)\}$ üçlüyü başa düşülür.

(34)-(38) məsələsini tədqiq etmək üçün əvvəlcə aşağıdakı kimi köməkçi tərs məsələyə baxaq: elə $u(x,t) \in C^2(D_T)$, $a(t) \in C[0,T]$ və $b(t) \in C[0,T]$ funksiyaları tapmaq tələb olunur ki, bu funksiyalar üçün (34)-(36) və

$$u_x(0,t) = u_x(1,t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (39)$$

$$h''_i(t) - u_{xx}(x_i,t) = a(t)h_i(t) + f(x_i,t) + b(t)g(x_i,t), \quad i=1,2; \quad 0 \leq t \leq T \quad (40)$$

şərtləri adi mənada ödənsin.

Teorem 2.1. Fərz edək ki, $\varphi(x), \psi(x) \in C[0,1]$, $P_i(t) \in C[0,T]$,

$$h_i(t) \in C^2[0,T], \quad i=1,2, \quad f(x,t), g(x,t) \in C(D_T), \quad \int_0^1 f(x,t)dx = \int_0^1 g(x,t)dx = 0,$$

$$h(t) \equiv h_1(t)g(x_2,t) - h_2(t)g(x_1,t) \neq 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad \forall$$

$$\int_0^1 \varphi(x)dx = \int_0^1 \psi(x)dx = 0, \quad (41)$$

$$h_i(0) = \int_0^T p_1(t)h_i(t)dt + \varphi(x_i), \quad h'_i(0) = \int_0^T p_2(t)h_i(t)dt + \psi(x_i), \quad i=1,2 \quad (42)$$

uzlaşma şərtləri ödənilir. Onda

- i) (34)-(38) məsələsinin hər bir $\{u(x,t), a(t), b(t)\}$ klassik həlli (34)-(36), (39), (40) köməkçi məsələnin də həllidir;
- ii) eyni zamanda (34)-(36), (39), (40) məsələsinin

$$\left(T \|P_2(t)\|_{C[0,T]} + \|P_1(t)\|_{C[0,T]} + \frac{T}{2} \|a(t)\|_{C[0,T]} \right) T < 1 \quad (43)$$

şərtini ödəyən hər bir $\{u(x,t), a(t), b(t)\}$ həlli (34)-(38) məsələsinin klassik həllidir.

D_T oblastında

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_{1k}(t) \cos \lambda_k x + \sum_{k=1}^{\infty} u_{2k}(t) \sin \lambda_k x, \quad \lambda_k = 2\pi k$$

şəklində olan funksiyalar çoxluğunu $B_{2,T}^\alpha$ ilə işarə edək, burada α -hər hansı mənfi olmayan ədəd, $u_k(t)$ ($k=0,1,2,\dots$) funksiyaları isə

$$J(u) \equiv \|u_0(t)\|_{C[0,T]} + \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left(\lambda_k^\alpha \|u_{1k}(t)\|_{C[0,T]} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} +$$

$$+ \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left(\lambda_k^\alpha \|u_{2k}(t)\|_{C[0,T]} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} < +\infty$$

münasibətini ödəyən və $[0,T]$ parçasında kəsilməz funksiyalardır.

$B_{2,T}^\alpha$ çoxluğunda norma

$$\|u(x, t)\|_{B_{2,T}^\alpha} = J(u)$$

kimi təyin olunur.

$z(x, t) = \{u(x, t), a(t), b(t)\}$ vektor funksiyasından ibarət olan və norması

$$\|z(x, t)\|_{E_T^\alpha} = \|u(x, t)\|_{B_{2,T}^\alpha} + \|a(t)\|_{C[0,T]} + \|b(t)\|_{C[0,T]}$$

kimi təyin olunan $B_{2,T}^\alpha \times C[0, T] \times C[0, T]$ topoloji hazilindən ibarət fəzanı isə E_T^α ilə işarə edək. Məlumdur ki, bu cür qurulan $B_{2,T}^\alpha$ və E_T^α funksional fəzaları Banax fəzalarıdır.

Fərz edək ki, (34)-(36), (39), (40) məsələsinin verilənləri üçün aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$2.1. \varphi(x) \in C^2[0, 1], \varphi'''(x) \in L_2(0, 1), \varphi(0) = \varphi(1),$$

$$\varphi'(0) = \varphi'(1), \varphi''(0) = \varphi''(1);$$

$$2.2. \psi(x) \in C^2[0, 1], \psi''(x) \in L_2(0, 1), \psi(0) = \psi(1), \psi'(0) = \psi'(1);$$

$$2.3. f(x, t), f_x(x, t) \in C(D_T), f_{xx}(x, t) \in L_2(D_T),$$

$$f(0, t) = f(1, t), f_x(0, t) = f_x(1, t), 0 \leq t \leq T;$$

$$2.4. g(x, t), g_x(x, t) \in C(D_T), g_{xx}(x, t) \in L_2(D_T),$$

$$g(0, t) = g(1, t), g_x(0, t) = g_x(1, t), 0 \leq t \leq T;$$

$$2.5. h_i(t) \in C^2[0, T], i = 1, 2, h(t) \equiv h_1(t)g(x_2, t) - h_2(t)g(x_1, t) \neq 0.$$

Teorem 2.2. Tutaq ki, 2.1-2.5 şərtləri, həmçinin

$$\int_0^1 \varphi(x) dx = \int_0^1 \psi(x) dx = 0, \int_0^1 f(x, t) dx = \int_0^1 g(x, t) dx = 0, 0 \leq t \leq T,$$

$$h_i(0) = \int_0^T p_1(t) h_i(t) dt + \varphi(x_i), h_i'(0) = \int_0^T p_2(t) h_i(t) dt + \psi(x_i), i = 1, 2,$$

$$\left(T \|P_2(t)\|_{C[0,T]} + \|P_1(t)\|_{C[0,T]} + \frac{T}{2} (A(T) + 2) \right) T < 1,$$

şərtləri ödəyir və

$$(A(T) + 2)(B(T)(A(T) + 2) + C(T) + D(T)) < 1 \quad (44)$$

bərabərsizliyi doğrudur. Onda (34)-(38) məsələsinin E_T^α fəzasının

$K = K_R \left(\|z\|_{E_T^3} \leq R \leq A(T) + 2 \right)$ kürəsində yeganə klassik həlli var.

Qeyd edək ki, teoremdəki $A(T)$, $B(T)$, $C(T)$ və $D(T)$ -nin ifadələri dissertasiya işinin 2.1 yarımfəslində göstərilmişdir.

İkinci fəslin ikinci yarımfəslində aşağıdakı tərs sərhəd məsələsi tədqiq olunur:

$$u_{tt}(x, t) - u_{xx}(x, t) = a(t)u(x, t) + f(x, t) \quad (x, t) \in D_T, \quad (45)$$

$$u(x, 0) + \delta_1 u(x, T) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) + \delta_2 u_t(x, T) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (46)$$

$$u_x(0, t) = u(1, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (47)$$

$$\int_0^1 w(x)u(x, t)dx = H(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (48)$$

burada $D_T = \{(x, t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ - düzbucaqlı oblast, $T > 0$ və $\delta_1, \delta_2 \geq 0$ - ədədləri qeyd olunmuş ədədlər, $f(x, t)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $w(x)$ və $H(t)$ - verilmiş funksiyalar, $u(x, t)$ və $a(t)$ -isə naməlum funksiya-lardır. Baxılan məsələnin klassik həllolunanlığını tədqiq etmək üçün əvvəlcə baxılan məsələ müəyyən şərtlər daxilində ekvivalent məsələyə gətirilir, sonra Furrye üsulunun köməyi ilə alınan ekvivalent məsələ integral tənliklər sistemi şəklində göstərilir. Daha sonra isə, sıxılmış inikas prinsipindən istifadə edərək alınan integral tənliklər sisteminin həllinin varlığı və yeganəliyi isbat olunur. Sonda ekvivalentlik faktından istifadə etməklə baxılan məsələnin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi göstərilir.

İkinci fəslin üçüncü yarımfəslində isə aşağıdakı tərs sərhəd məsələsi tədqiq olunur:

$$u_{tt}(x, t) - u_{xx}(x, t) = a(t)u(x, t) + f(x, t) \quad (x, t) \in D_T, \quad (49)$$

$$u(x, 0) + \delta_1 u(x, T) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) + \delta_2 u_t(x, T) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (50)$$

$$u(0, t) = \beta u(1, t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (51)$$

$$\int_0^1 u(x, t)dx = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (52)$$

$$u\left(\frac{1}{2}, t\right) = h(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (53)$$

burada $D_T = \{(x, t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ - düzbucaqlı oblast, $T > 0$, $\delta_1, \delta_2 \geq 0$ və $\beta \neq \pm 1$ - ədədləri verilmiş ədədlər, $f(x, t)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$ və $h(t)$ -verilmiş funksiyalar, $u(x, t)$ və $a(t)$ - isə naməlum funksiyalardır. Tədqiqatın məqsədi müəyyən şərtlər daxilində baxılan məsələnin həllinin və naməlum əmsalin eyni zamanda təyin olunmasından ibarətdir. Baxılan məsələni həll etmək üçün əvvəlcə məsələ müəyyən ekvivalent məsələyə gətirilir, sonra sıxılmış inikas prinsipinin köməyi ilə köməkçi məsələnin həllinin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem isbat olunur. Daha sonra isə ekvivalentlik faktından istifadə etməklə baxılan məsələnin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi göstərilir.

İkinci fəsilin dördüncü yarım fəslində ikiölçülü hiperbolik tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli qeyri-xətti tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi məsələsi tədqiq olunmuş və müxtəlif uyğun ədədi nümunələr həll edilmişdir. Bu yarım fəsil

$$u_{tt}(x, y, t) = u_{xx}(x, y, t) + u_{yy}(x, y, t) + a(t)u(x, y, t) + b(t)u_t(x, y, t) + f(x, y, t) \quad (x, y, t) \in D_T, \quad (54)$$

ikiölçülü hiperbolik tənliyi üçün $D_T = \overline{Q_{xy}} \times \{0 \leq t \leq T\}$ oblastında

$$u(x, y, 0) = \varphi(x, y), \quad u_t(x, y, 0) = \psi(x, y), \quad 0 \leq x, y \leq 1, \quad (55)$$

$$u_x(0, y, t) = u(1, y, t) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (56)$$

$$u(x, 0, t) = u_y(x, 1, t) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (57)$$

$$u(0, 1, t) = h_1(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (58)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 u(x, y, t) dx dy = h_2(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (59)$$

əlavə şərtli tərs sərhəd məsələsində $u(x, y, t) \in C^2(D_T)$ və $a(t)$, $b(t) \in C[0, T]$ funksiyalarının təyin olunmasına həsr olunmuşdur, burada $T > 0$ - qeyd olunmuş ədəd, $Q_{xy} = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$ - düzbucaqlı oblast, $f(x, y, t)$, $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ və $h_i(t)$ ($i = 1, 2$) - isə verilmiş funksiyalardır.

Teorem 2.3. Tutaq ki, $\varphi(x, y), \psi(x, y) \in C(Q_{xy})$, $f(x, y, t) \in C(D_T)$,

$$h_1(t), h_2(t) \in C^2[0, T], \quad h(t) \equiv h_1(t)h_2'(t) - h_2(t)h_1'(t) \neq 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad \text{və} \quad \varphi(0, 1) = h_1(0), \quad \psi(0, 1) = h_1'(0), \quad (60)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \varphi(x, y) dx dy = h_2(0), \quad \int_0^1 \int_0^1 \psi(x, y) dx dy = h_2'(0) \quad (61)$$

uzlaşma şərtləri ödənilir. Onda (54)-(59) məsələsinin klassik həllinin tapılması (54)-(57) və

$$h_1''(t) = u_{xx}(0,1,t) + u_{yy}(0,1,t) + a(t)h_1(t) + b(t)h_1'(t) + f(0,1,t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (62)$$

$$h_2''(t) = \int_0^1 u_x(1,y,t) dy - \int_0^1 u_y(x,0,t) dx + a(t)h_2(t) + b(t)h_2'(t) + \int_0^1 \int_0^1 f(x,y,t) dx dy, \quad 0 \leq t \leq T \quad (63)$$

şərtlərini ödəyən $u(x,y,t) \in C^2(D_T)$ və $a(t), b(t) \in C[0,T]$ funksiyalarının tapılması məsələsinə ekvivalentdir.

D_T oblastında

$$u(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} u_{k,n}(t) \cos \lambda_k x \sin \gamma_n y$$

şəklində olan funksiyalar çoxluğunu $B_{2,T}^{3,2}$ ilə işarə edək, burada sonuncu ikiqat cəmə daxil olan $u_{k,n}(t)$ ($k, n = 1, 2, \dots$) funksiyaları $[0, T]$ parçasında kəsilməz diferensiasillanan funksiyalardır və bu funksiyalar üçün

$$\left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (\mu_{k,n}^3 \|u_{k,n}(t)\|_{C[0,T]})^2 \right\}^{\frac{1}{2}} + \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (\mu_{k,n}^2 \|u'_{k,n}(t)\|_{C[0,T]})^2 \right\}^{\frac{1}{2}} < +\infty$$

münasibəti ödənilir. $B_{2,T}^{3,2}$ çoxluğunda norma

$$\|u(x, y, t)\|_{B_{2,T}^{3,2}} = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (\mu_{k,n}^3 \|u_{k,n}(t)\|_{C[0,T]})^2 \right\}^{\frac{1}{2}} + \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (\mu_{k,n}^2 \|u'_{k,n}(t)\|_{C[0,T]})^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

kimi təyin olunur.

$z = \{u, a, b\}$ vektor funksiyasından ibarət olan və norması

$$\|z\|_{E_T^{3,2}} = \|u(x, y, t)\|_{B_{2,T}^{3,2}} + \|a(t)\|_{C[0,T]} + \|b(t)\|_{C[0,T]}$$

kimi təyin olunan $B_{2,T}^{3,2} \times C[0, T] \times C[0, T]$ topoloji hazilindən ibarət fəzanı isə $E_T^{3,2}$ ilə işarə edək. Məlumdur ki, bu cür qurulan $B_{2,T}^{3,2}$ və $E_T^{3,2}$ funksional fəzaları Banax fəzalarıdır.

Fərz edək ki, (54)-(57), (62), (63) məsələsinin verilənləri üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir:

$$2.6. \varphi(x, y), \varphi_x(x, y), \varphi_{xx}(x, y), \varphi_y(x, y), \varphi_{xy}(x, y), \varphi_{yy}(x, y) \in C(\overline{Q_{xy}}),$$

$$\varphi_{xxy}(x, y), \varphi_{xyy}(x, y), \varphi_{xxx}(x, y), \varphi_{yyy}(x, y) \in L_2(Q_{xy}),$$

$$\varphi_x(0, y) = \varphi(1, y) = \varphi_{xx}(1, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1,$$

$$\varphi(x, 0) = \varphi_y(x, 1) = \varphi_{yy}(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

$$2.7. \psi(x, y), \psi_x(x, y), \psi_y(x, y) \in C(\overline{Q_{xy}}), \quad \psi_{xx}(x, y), \psi_{yy}(x, y) \in L_2(Q_{xy}),$$

$$\psi_x(0, y) = \psi(1, y) = 0, \quad \psi(x, 0) = \psi_y(x, 1) = 0, \quad 0 \leq x, y \leq 1.$$

$$2.8. f(x, y, t) \in C(D_T), f_x(x, y, t), f_y(x, y, t) \in L_2(D_T),$$

$$f_x(0, y, t) = f(1, y, t) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T,$$

$$f(x, 0, t) = f_y(x, 1, t) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T.$$

$$2.9. h_1(t), h_2(t) \in C^2[0, T], \quad h(t) \equiv h_1(t)h_2'(t) - h_2(t)h_1'(t) \neq 0, \quad 0 \leq t \leq T.$$

Teorem 2.4. Tutaq ki, 2.6-2.9 şərtləri ödənilir və

$$(A(T) + 2)^2 B(T) < 1$$

bərabərsizliyi doğrudur. Onda (54)-(57), (62), (63) məsələsinin $E_T^{3,2}$ fəzasının $K = K_R$ kürəsində yeganə həlli var.

Qeyd edək ki, teoremdəki $A(T)$ və $B(T)$ -nin ifadələri dissertasiyanın 2.4 yarım-fəslində göstərilmişdir.

Teorem 2.5. Əgər teorem 2.4-ün bütün şərtləri və (60), (61) uzlaşma şərtləri ödənilirsə, onda (54)-(59) məsələsinin $E_T^{3,2}$ fəzasının

$$K = K_R \left(\|z\|_{E_T^{3,2}} \leq R = A(T) + 2 \right) \text{ kürəsində yeganə klassik həlli var.}$$

Fəslin sonunda baxılan tərs sərhəd məsələlərinə uyğun bəzi nümunə misallar qurulmuş, onların ədədi həlləri tapılmış, tapılan ədədi

həllər cədvəl şəklində verilmiş və MatLab riyazi proqram paketindən istifadə etməklə qrafiklər vasitəsi ilə təsvir olunmuşdur.

Üçüncü fəsil uzununa yayılan dalğa tənliyi üçün öz-özünə qoşma və öz-özünə qoşma olmayan sərhəd şərtlə tərs sərhəd məsələlərinin həll olunabilirliyinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Tədqiqatın əsas məqsədi baxılan tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyinin göstərilməsindən ibarətdir.

Üçüncü fəslin birinci yarımfəslində Sobolev tipli tənlik - uzununa yayılan dalğa tənliyi üçün qoyulmuş qeyri-lokal sərhəd şərtlə tərs sərhəd məsələsində tənliyin sağ tərəfinin təyin olunması məsələsinə baxılır. Məsələnin qoyuluşunda

$$u_{tt}(x, t) - u_{ttxx}(x, t) - u_{xx}(x, t) = a(t)u(x, t) + f(x, t) \quad (x, t) \in D_T, \quad (64)$$

tənliyi üçün $D_T = \{(x, t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ düzbucaqlısında

$$u(x, 0) = \int_0^T P_1(x, t)u(x, t)dt + \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (65)$$

$$u_t(x, 0) = \int_0^T P_2(x, t)u(x, t)dt + \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (66)$$

$$u_x(0, t) = u(1, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (67)$$

$$u(0, t) = h(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (68)$$

şərtlə tərs sərhəd məsələsində $u(x, t)$ və $a(t)$ funksiyalarının tapılması tələb olunur, burada $f(x, t)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $P_1(x, t)$, $P_2(x, t)$ və $h(t)$ – funksiyaları verilmiş funksiyalardır.

(64) tənliyini və (65)-(68) şərtlərini adi mənada ödəyən $u(x, t) \in \tilde{C}^{2,2}(D_T)$ və $a(t) \in C[0, T]$ funksiyalarından ibarət $\{u(x, t), a(t)\}$ cütü (64)-(68) məsələsinin klassik həlli adlanır, burada

$$\tilde{C}^{2,2}(D_T) = \{u(x, t) : u(x, t) \in C^2(D_T), u_{ttxx}(x, t) \in C(D_T)\}.$$

(64)-(68) məsələsini tədqiq etmək üçün əvvəlcə aşağıdakı kimi köməkçi tərs məsələyə baxaq: elə $u(x, t) \in \tilde{C}^{2,2}(D_T)$ və $a(t) \in C[0, T]$ funksiyaları tapmaq tələb olunur ki, bu funksiyalar üçün (64) tənliyi, (65)-(67) şərtləri və

$$h''(t) - u_{ttxx}(0, t) - u_{xx}(0, t) = a(t)h(t) + f(0, t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (69)$$

şərti adi mənada ödənsin.

Teorem 3.1. Fərz edək ki, $\varphi(x), \psi(x) \in C[0,1]$, $h(t) \in C^2[0,T]$,
 $h(t) \neq 0$, $0 \leq t \leq T$, $f(x,t), P_1(x,t), P_2(x,t) \in C(D_T)$ və

$$h(0) = \int_0^T P_1(0,t)h(t)dt + \varphi(0), \quad h'(0) = \int_0^T P_2(0,t)h(t)dt + \psi(0)$$

uzlaşma şərtləri ödənilir. Onda

- i) (64)-(68) məsələsinin hər bir $\{u(x,t), a(t)\}$ klassik həlli (64)-(67),
 (69) köməkçi məsələnin də həllidir;
- ii) eyni zamanda (64)-(67), (69) məsələsinin

$$\left(T \|P_2(0,t)\|_{C(D_T)} + \|P_1(0,t)\|_{C(D_T)} + \frac{T}{2} \|a(t)\|_{C(D_T)} \right) T < 1$$

şərtini ödəyən hər bir $\{u(x,t), a(t)\}$ həlli (64)-(68) məsələsinin klassik həllidir.

Məsələnin verilənləri - $\varphi, \psi, f, P_1, P_2$ və h funksiyaları üzərinə aşağıdakı şərtlər qoyulur:

- 3.1. $\varphi(x) \in C^2[0,1]$, $\varphi'''(x) \in L_2(0,1)$ və $\varphi'(0) = \varphi(1) = \varphi''(1) = 0$;
- 3.2. $\psi(x) \in C^2[0,1]$, $\psi'''(x) \in L_2(0,1)$ və $\psi'(0) = \psi(1) = \psi''(1) = 0$;
- 3.3. $f(x,t) \in C(D_T)$, $f_x(x,t) \in L_2(D_T)$, $f(1,t) = 0$, $0 \leq t \leq T$;
- 3.4. $P_1(x,t), P_{1x}(x,t), P_{1xx}(x,t), P_{1xxx}(x,t) \in C(D_T)$,
 $P_{1x}(0,t) = P_{1x}(1,t) = 0$, $0 \leq t \leq T$;
- 3.5. $P_2(x,t), P_{2x}(x,t), P_{2xx}(x,t), P_{2xxx}(x,t) \in C(D_T)$,
 $P_{2x}(0,t) = P_{2x}(1,t) = 0$, $0 \leq t \leq T$;
- 3.6. $h(t) \in C^2[0,T]$, $h(t) \neq 0$, $0 \leq t \leq T$.

Teorem 3.2. Tutaq ki, 3.1-3.6 şərtləri,

$$h(0) = \int_0^T P_1(0,t)h(t)dt + \varphi(0), \quad h'(0) = \int_0^T P_2(0,t)h(t)dt + \psi(0)$$

uzlaşma şərtləri ödənilir və

$$(B(T)(A(T) + 2) + C(T))(A(T) + 2) < 1,$$

$$\left(T \|P_2(0,t)\|_{C(D_T)} + \|P_1(0,t)\|_{C(D_T)} + \frac{T}{2} (A(T) + 2) \right) T < 1$$

bərabərsizlikləri doğrudur. Onda (64)-(68) məsələsinin $K = K_R \subset E_T^3$,

$R = A(T) + 2$ kürəsində yeganə klassik həlli var.

Qeyd edək ki, teoremdəki $A(T)$, $B(T)$ və $C(T)$ -nin ifadələri və E_T^3 fəzasının strukturu dissertasiyanın 3.1 yarımfəslində göstərilmişdir.

3.2 yarımfəslində $D_T = \{(x, t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ düzbucaqlı oblastında aşağıdakı tərs sərhəd məsələsi tədqiq olunur:

$$u_{tt}(x, t) - u_{ttxx}(x, t) - u_{xx}(x, t) = q(t)u(x, t) + f(x, t) \quad (x, t) \in D_T, \quad (70)$$

$$u(x, 0) = \int_0^T P_1(t)u(x, t)dt + \varphi(x), \quad (71)$$

$$u_t(x, 0) = \int_0^T P_2(t)u(x, t)dt + \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$u(0, t) = \beta u(1, t), \quad u_x(0, t) = u_x(1, t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (72)$$

$$u\left(\frac{1}{2}, t\right) = h(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (73)$$

burada T və β - qeyd olunmuş müsbət ədədlər, $f(x, t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $h(t)$ - verilmiş funksiyalar, $u(x, t)$ və $q(t)$ - isə axtarılan funksiyalardır. Bu yarımfəslidə tədqiqatın məqsədi psevdohiperbolik tipli uzununa yayılan dalğa tənliyi üçün qeyri-xətti tərs sərhəd məsələsinin həllolunanlığının öyrənilməsindən ibarətdir. Başqa sözlə desək, burada baxılan tənliyin həlli ilə birlikdə zaman dəyişənindən asılı naməlum əmsalın təyin olunması məsələləri öyrənilir. Baxılan məsələnin fərqli xüsusiyyətlərindən biri naməlum əmsalın yalnız zaman dəyişənindən asılı funksiya olması və əlavə şərt kimi final müəyyənləşmə (müşahidə) şərtindən istifadə edilməsidir. İşdə əvvəlcə baxılan məsələ müəyyən verilənlər daxilində ekvivalent məsələyə gətirilir və ekvivalent məsələnin həllinin varlığı və yeganəliyi isbat olunur. Sonra məsələlərin ekvivalentliyinə əsaslanaraq qoyulmuş məsələnin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi göstərilir.

Üçüncü fəslin üçüncü yarımfəslində isə

$$u_{tt}(x, t) - u_{ttxx}(x, t) - u_{xx}(x, t) = a(t)u(x, t) + f(x, t) \quad (x, t) \in D_T, \quad (74)$$

tənliyi üçün $D_T = \{(x, t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ - düzbucaqlısında

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (75)$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (76)$$

$$qu(1,t) + \int_0^1 u(x,t)dx = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (77)$$

$$u(0,t) = h(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (78)$$

şərtli tərs sərhəd məsələsinin klassik həllolunanlığı tədqiq olunur, burada $T > 0$ və $q > 0$ - qeyd olunmuş ədədlər, $f(x,t)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$ və $h(t)$ - verilmiş funksiyalar, $u(x,t)$ və $q(t)$ - isə naməlum funksiyalardır.

3.4 yarımfəslində $D_T = \overline{Q}_{xyz} \times \{0 \leq t \leq T\}$ oblastında

$$\begin{aligned} u_{tt}(x,y,z,t) - \Delta u_{tt}(x,y,z,t) - \Delta u(x,y,z,t) = \\ = a(t)u(x,y,z,t) + f(x,y,z,t) \quad (x,y,z,t) \in D_T, \end{aligned} \quad (79)$$

üçölçülü uzununa yayılan dalğa tənliyi üçün

$$u(x,y,z,0) + \delta_1 u(x,y,z,T) = \varphi(x,y,z), \quad (80)$$

$$u_t(x,y,z,0) + \delta_2 u_t(x,y,z,T) = \psi(x,y,z), \quad 0 \leq x,y,z \leq 1, \quad (81)$$

$$u_x(0,y,z,t) = u(1,y,z,t) = 0, \quad 0 \leq y,z \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (82)$$

$$u(x,0,z,t) = u_y(x,1,z,t) = 0, \quad 0 \leq x,z \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (83)$$

$$u(x,y,0,t) = u(x,y,1,t) = 0, \quad 0 \leq x,y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (84)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 w(x,y,z)u(x,y,z,t)dx dy dz = h(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (84)$$

şərtli tərs sərhəd məsələsinin klassik həllolunanlığı tədqiq olunur, burada $Q_{xyz} = \{(x,y,z) : 0 < x < 1, 0 < y < 1, 0 < z < 1\}$, $\delta_1, \delta_2 \geq 0$ - ədədləri qeyd olunmuş ədədlər, $f(x,y,z,t)$, $\varphi(x,y,z)$, $\psi(x,y,z)$, $w(x,y,z)$ və $h(t)$ - verilmiş funksiyalar, $u(x,y,z,t)$ və $a(t)$ - isə məchul funksiyalardır. Qeyd edək ki, tənliyə daxil olan Δ - operatoru

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \text{ kimi təyin olunur.}$$

(79)-(84) məsələsinin klassik həlli dedikdə, (79) tənliyini və (80)-(84) şərtlərini adi mənada ödəyən $u(x,y,z,t) \in \tilde{C}^2(D_T)$ və $a(t) \in C[0,T]$ funksiyalarından ibarət $\{u(x,y,z,t), a(t)\}$ cütü başa düşülür, burada

$$\tilde{C}^2(D_T) = \{u(x, y, z, t) : u(x, y, z, t) \in C^2(D_T), \\ u_{ttxx}(x, y, z, t), u_{ttyy}(x, y, z, t), u_{ttzz}(x, y, z, t) \in C(D_T)\}.$$

(79)-(84) məsələsini tədqiq etmək üçün əvvəlcə aşağıdakı kimi köməkçi tərs məsələyə baxaq: elə $u(x, y, z, t) \in \tilde{C}^2(D_T)$ və $a(t) \in C[0, T]$ funksiyaları tapmaq tələb olunur ki, bu funksiyalar üçün (79) tənliyi, (80)-(83) şərtləri və

$$\begin{aligned} h''(t) - \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 v(x, y, z) \Delta u_{tt}(x, y, z, t) dx dy dz + \\ + \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 v(x, y, z) \Delta u(x, y, z, t) dx dy dz = \\ = h(t)a(t) + \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 v(x, y, z) f(x, y, z, t) dx dy dz, \quad 0 \leq t \leq T \end{aligned} \quad (85)$$

şərti adi mənada ödənsin.

Teorem 3.3. Fərz edək ki, $\varphi(x, y, z), \psi(x, y, z) \in C(\overline{Q_{xyz}})$, $h(t) \in C^2[0, T]$, $h(t) \neq 0$ ($0 \leq t \leq T$), $f(x, y, z, t) \in C(D_T)$ və

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \varphi(x, y, z) dx dy dz = h(0) + \delta_1 h(T), \\ \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \psi(x, y, z) dx dy dz = h'(0) + \delta_2 h'(T) \end{aligned} \quad (86)$$

uzlaşma şərtləri ödənilir. Onda

- i) (79)-(84) məsələsinin hər bir $\{u(x, y, z, t), a(t)\}$ klassik həlli (79)-(83), (85) köməkçi məsələnin də həllidir;
- ii) eyni zamanda (79)-(83), (85) məsələsinin

$$\frac{(1 + 2\delta_1 + 3\delta_2 + \delta_1\delta_2)T^2}{2(1 + \delta_1)(1 + \delta_2)} \|a(t)\|_{C[0, T]} < 1 \quad (87)$$

şərtini ödəyən hər bir $\{u(x, y, z, t), a(t)\}$ həlli (79)-(84) məsələsinin klassik həllidir.

Tutaq ki, (79)-(83), (85) məsələsinin verilənləri üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir:

3.7. $\delta_1, \delta_2 \geq 0$, $1 + \delta_1\delta_2 \geq \delta_1 + \delta_2$;

$$\begin{aligned}
3.8. \quad & \varphi(x, y, z) \in C^2[\overline{Q_{xyz}}], \varphi_{xxx}(x, y, z), \varphi_{xxy}(x, y, z), \varphi_{xxz}(x, y, z), \varphi_{xyy}(x, y, z), \\
& \varphi_{yyy}(x, y, z), \varphi_{yyz}(x, y, z), \varphi_{xzz}(x, y, z), \varphi_{yzz}(x, y, z), \varphi_{zzz}(x, y, z) \in L_2(0, 1), \\
& \varphi_x(0, y, z) = \varphi(1, y, z) = \varphi_{xx}(1, y, z) = 0, \quad 0 \leq y, z \leq 1, \\
& \varphi(x, 0, z) = \varphi_y(x, 1, z) = \varphi_{yy}(x, 0, z) = 0, \quad 0 \leq x, z \leq 1, \\
& \varphi(x, y, 0) = \varphi(x, y, 1) = \varphi_{zz}(x, y, 0) = \varphi_{zz}(x, y, 1) = 0, \quad 0 \leq x, y \leq 1;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3.9. \quad & \psi(x, y, z) \in C^2[\overline{Q_{xyz}}], \psi_{xxx}(x, y, z), \psi_{xxy}(x, y, z), \psi_{xxz}(x, y, z), \psi_{xyy}(x, y, z), \\
& \psi_{yyy}(x, y, z), \psi_{yyz}(x, y, z), \psi_{xzz}(x, y, z), \psi_{yzz}(x, y, z), \psi_{zzz}(x, y, z) \in L_2(Q_{xyz}), \\
& \psi_x(0, y, z) = \psi(1, y, z) = \psi_{xx}(1, y, z) = 0, \quad 0 \leq y, z \leq 1, \\
& \psi(x, 0, z) = \psi_y(x, 1, z) = \psi_{yy}(x, 0, z) = 0, \quad 0 \leq x, z \leq 1, \\
& \psi(x, y, 0) = \psi(x, y, 1) = \psi_{zz}(x, y, 0) = \psi_{zz}(x, y, 1) = 0, \quad 0 \leq x, y \leq 1;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3.10. \quad & f(x, y, z, t) \in C(D_T), f_x(x, y, z, t), f_y(x, y, z, t), f_z(x, y, z, t) \in L_2(D_T), \\
& f(1, y, z, t) = 0, \quad 0 \leq y, z \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \\
& f(x, 0, z, t) = 0, \quad 0 \leq x, z \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \\
& f(x, y, 0, t) = f(x, y, 1, t) = 0, \quad 0 \leq x, y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3.11. \quad & w(x, y, z) \in L_2(Q_{xyz}), \quad h(t) \in C^2[0, T], \quad h(t) \neq 0, \quad 0 \leq t \leq T. \\
& D_T \text{ oblastında}
\end{aligned}$$

$$u(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} u_{k,n,m}(t) \cos \lambda_k x \sin \gamma_n y \sin \eta_m z$$

şəklində olan funksiyalar çoxluğunu $B_{2,T}^3$ ilə işarə edək, burada sonuncu üçqat cəmə daxil olan $u_{k,n,m}(t)$ ($k, n, m = 1, 2, \dots$) funksiyaları $[0, T]$ parçasında kəsilməz funksiyalardır və bu funksiyalar üçün

$$J_T(u) \equiv \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\mu_{k,n,m}^3 \|u_{k,n,m}(t)\|_{C[0,T]} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} < +\infty$$

münasibəti ödəyir. $B_{2,T}^3$ çoxluğunda norma

$$\|u(x, y, z, t)\|_{B_{2,T}^3} = J_T(u)$$

kimi təyin olunur.

$z = \{u, a\}$ vektor funksiyasından ibarət olan və norması

$$\|z\|_{E_T^3} = \|u(x, y, z, t)\|_{B_{2,T}^3} + \|a(t)\|_{C[0,T]}$$

kimi təyin olunan $B_{2,T}^3 \times C[0, T]$ topoloji hasilindən ibarət fəzanı isə E_T^3 ilə işarə edək. Göstərmək olar ki, bu cür qurulan $B_{2,T}^3$ və E_T^3 funksional fəzaları Banax fəzalarıdır.

Teorem 3.4. Tutaq ki, 3.7-3.11 şərtləri ödənilir və

$$(A(T) + 2)^2 B(T) < 1$$

bərabərsizliyi doğrudur. Onda (79)-(81), (85) məsələsinin E_T^3 fəzasının $K = K_R$ kürəsində yeganə həlli var.

Qeyd edək ki, teoremdəki $A(T)$ və $B(T)$ -nin ifadələri dissertasiyanın 3.4 yarımfəslində təyin olunmuşdur.

Teorem 3.5. Əgər teorem 3.4-ün bütün şərtləri, həmçinin

$$\frac{(1 + 2\delta_1 + 3\delta_2 + \delta_1\delta_2)T^2(A(T) + 2)}{2(1 + \delta_1)(1 + \delta_2)} < 1$$

və (86) uzlaşma şərtləri ödənilirsə, onda (79)-(84) məsələsinin E_T^3 fəzasının $K = K_R \left(\|z\|_{E_T^3} \leq R = A(T) + 2 \right)$ kürəsində yeganə klassik həlli var.

Dördüncü fəsildə bircins tirin hərəkət tənliyi üçün birölçülü və ikiölçülü tərs sərhəd məsələlərinin həllolunanlığı öyrənilir.

Dördüncü fəslin birinci yarımfəslində bircins tirin xəttiləşdirilmiş hərəkət tənliyi

$$u_{tt}(x, t) + u_{xxxx}(x, t) + \beta u_{xx}(x, t) = p(t)u(x, t) + f(x, t) \quad (x, t) \in D_T, \quad (88)$$

üçün

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (89)$$

$$u(0, t) = u(1, t) = u_{xx}(0, t) = u_{xx}(1, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (90)$$

$$\int_0^1 g(x)u(x, t)dx = h(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (91)$$

şərtli tərs sərhəd məsələsində $u(x, t)$ və $p(t)$ funksiyalarının təyin olunması məsələsi tədqiq olunmuşdur, burada $T > 0$ və $\beta > 0$ - ədədləri qeyd olunmuş ədədlər, $D_T = \{(x, t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ -düzbu-

caqlı oblast, $f(x,t)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $g(x)$, $h(t)$ - isə verilmiş funksiyalardır.

Burada (88)-(91) məsələsinin klassik həlli dedikdə, (88) tənliyini və (89)-(91) şərtlərini adi mənada ödəyən $u(x,t) \in \tilde{C}^{2,4}(D_T)$ və $p(t) \in C[0,T]$ funksiyalarından ibarət $\{u(x,t), p(t)\}$ cütü başa düşülür.

Teorem 4.1. Tutaq ki, $f(x,t) \in C(D_T)$, $\varphi(x), \psi(x) \in C[0,1]$, $g(x) \in L_2(0,1)$, $h(t) \in C^2[0,T]$ və

$$\int_0^1 g(x)\varphi(x)dx = h(0), \quad \int_0^1 g(x)\psi(x)dx = h'(0)$$

uzlaşma şərtləri ödənilir. Onda (88)-(91) məsələsinin klassik həllinin tapılması (88)-(90) və

$$\begin{aligned} h''(t) + \int_0^1 g(x)u_{xxxx}(x,t)dx + \beta \int_0^1 g(x)u_{xx}(x,t)dx = \\ = p(t)h(t) + \int_0^1 g(x)f(x,t)dx, \quad 0 \leq t \leq T \end{aligned} \quad (92)$$

şərtlərini ödəyən $u(x,t) \in \tilde{C}^{2,4}(D_T)$ və $p(t) \in C[0,T]$ funksiyalarının tapılması məsələsinə ekvivalentdir.

Fərz edək ki, (88)-(90), (92) məsələsinin verilənləri üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir:

4.1. $\varphi(x) \in C^4[0,1]$, $\varphi^{(5)}(x) \in L_2(0,1)$,

$$\varphi(0) = \varphi(1) = \varphi''(0) = \varphi''(1) = \varphi^{(4)}(0) = \varphi^{(4)}(1) = 0;$$

4.2. $\varphi(x) \in C^4[0,1]$, $\psi'''(x) \in L_2(0,1)$, $\psi(0) = \psi(1) = \psi''(0) = \psi''(1) = 0$;

4.3. $f(x,t)$, $f_x(x,t)$, $f_{xx}(x,t) \in C(D_T)$, $f_{xxx}(x,t) \in L_2(D_T)$ və
 $f(0,t) = f(1,t) = f_{xx}(0,t) = f_{xx}(1,t) = 0$, $0 \leq t \leq T$;

4.4. $0 < \beta < \frac{\pi^2}{2}$, $g(x) \in L_2(0,1)$, $0 \neq h(t) \in C^2[0,T]$, $0 \leq t \leq T$.

Teorem 4.2. Tutaq ki, 4.1-4.4 şərtləri,

$$\int_0^1 g(x)\varphi(x)dx = h(0), \quad \int_0^1 g(x)\psi(x)dx = h'(0)$$

uzlaşma şərtləri ödənilir və

$$B(T)(A(T)+2)^2 < 1$$

bərabərsizliyi doğrudur. Onda (88)-(91) məsələsinin $K = K_R \subset E_T^5$, $R = A(T) + 2$ kürəsində yeganə klassik həlli var.

Qeyd edək ki, teoremdəki $A(T)$ və $B(T)$ -nin ifadələri və E_T^5 fəzasının strukturu dissertasiyanın 4.1 yarımfəslində göstərilmişdir.

4.2 yarımfəslində

$$\begin{aligned} & u_{tt}(x, t) + u_{xxxx}(x, t) + \beta u_{xx}(x, t) = \\ & = a(t)u(x, t) + b(t)u_t(x, t) + c(t)g(x, t) + f(x, t) \quad (x, t) \in D_T, \end{aligned} \quad (93)$$

tənliyi üçün

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x) \quad (0 \leq x \leq 1), \quad (94)$$

$$u(0, t) = u(1, t), \quad u_x(0, t) = u_x(1, t), \quad u_{xx}(0, t) = u_{xx}(1, t) \quad (0 \leq t \leq T), \quad (95)$$

$$\int_0^1 u(x, t) dx = 0 \quad (0 \leq t \leq T), \quad (96)$$

$$U_i(u) \equiv u(x_i, t) + \int_0^1 \omega_i(x) u(x, t) dx = h_i(t) \quad (i = 1, 2, 3; 0 \leq t \leq T), \quad (97)$$

şərtlə birölcürlü tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi məsələləri öyrənilmişdir, burada $T, \beta > 0$ və $x_i \in (0, 1)$ ($i = 1, 2, 3$; $x_1 \neq x_2 \neq x_3$) - qeyd olunmuş ədədlər, D_T - $0 \leq x \leq 1$ və $0 \leq t \leq T$ bərabərsizlikləri ilə təyin olunan düzbucaqlı oblast, $f(x, t)$, $g(x, t)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $\omega_i(x)$ və $h_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) - verilmiş funksiyalar, $u(x, t)$, $a(t)$, $b(t)$ və $c(t)$ isə axtarılan funksiyalardır. Bu yarımfəslidə bircins tirin hərəkət tənliyi üçün əlavə inteqral şərtlə tərs sərhəd məsələsinə baxılmış və baxılan məsələnin müəyyən verilənlər daxilində ekvivalent məsələyə gətirilməsi üsulu ilə klassik həllinin varlığı və yeganəliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

4.3 yarımfəslində $D_T = \{(x, t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ düzbucaqlısının bircins tirin

$$\begin{aligned} & u_{tt}(x, t) + u_{xxxx}(x, t) + \beta u_{xx}(x, t) + \alpha u(x, t) + u^3(x, t) = \\ & = p(t)g(x, t) + f(x, t) \quad (x, t) \in D_T \end{aligned} \quad (98)$$

hərəkət tənliyi üçün

$$u(x, 0) + \delta u(x, T) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) + \delta u_t(x, T) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (99)$$

$$u_x(0,t) = u_x(1,t) = u_{xxx}(0,t) = u_{xxx}(1,t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (100)$$

$$u(0,t) = h(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (101)$$

şərtli tərs sərhəd məsələsində $u(x,t)$ funksiyasının və zamandan asılı $p(t)$ əmsalının birqiymətli təyin olunması məsələsi öyrənilmişdir, burada $\delta \geq 0$, $\alpha > 0$ və $\beta > 0$ - ədədləri $\beta < 4\alpha$ şərtini ödəyən verilmiş ədədlər, $f(x,t)$, $g(x,t)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$ və $h(t)$ - isə məlum funksiyalardır.

Dördüncü fəslin dördüncü yarımfəsli bircins tirin

$$\begin{aligned} & u_{tt}(x,y,t) + \Delta^2 u(x,y,t) + \beta \Delta u(x,y,t) = \\ & = a(t)u(x,y,t) + b(t)g(x,y,t) + f(x,y,t) \quad (x,y,t) \in D_T \end{aligned} \quad (102)$$

iki ölçülü hərəkət tənliyi üçün $D_T = Q_{xy} \times \{0 \leq t \leq T\}$ paralepipedində

$$u(x,y,0) = \int_0^T p_1(t)u(x,y,t)dt + \varphi(x,y), \quad (103)$$

$$u_t(x,y,0) = \int_0^T p_2(t)u(x,y,t)dt + \psi(x,y) \quad (0 \leq x,y \leq 1),$$

$$\begin{aligned} & u_x(0,y,t) = u(1,y,t) = \\ & = u_{xxx}(0,y,t) = u_{xxx}(1,y,t) = 0 \quad (0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T), \end{aligned} \quad (104)$$

$$\begin{aligned} & u(x,0,t) = u_y(x,1,t) = \\ & = u_{yy}(x,0,t) = u_{yyy}(x,1,t) = 0 \quad (0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T), \end{aligned} \quad (105)$$

$$u(0,1,t) = h_1(t) \quad (0 \leq t \leq T), \quad (106)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 u(x,y,t) dx dy = h_2(t) \quad (0 \leq t \leq T) \quad (107)$$

şərtli tərs sərhəd məsələsində $u(x,y,t) \in C^{2,4,4}(D_T)$, $a(t) \in C[0,T]$ və $b(t) \in C[0,T]$ funksiyalarının təyin olunması məsələsinə həsr olunmuşdur, burada $T > 0$ və $\beta > 0$ - qeyd olunmuş ədədlər, $Q_{xy} = \{(x,y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$ - düzbucaqlı oblast, $f(x,y,t)$, $g(x,y,t)$, $\varphi(x,y)$, $\psi(x,y)$, $h_1(t)$ və $h_2(t)$ - verilmiş funksiyalardır və

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

(102)-(107) tərs sərhəd məsələsini tədqiq etmək üçün əvvəlcə aşağıdakı kimi köməkçi tərs məsələyə baxılır: elə $u(x, y, t) \in C^{2,4,4}(D_T)$, $a(t) \in C[0, T]$ və $b(t) \in C[0, T]$ funksiyaları tapmaq tələb olunur ki, bu funksiyalar üçün (102)-(104) və

$$h_1''(t) + u_{xxx}(0,1,t) + 2u_{xyy}(0,1,t) + u_{yyy}(0,1,t) + \beta(u_{xx}(0,1,t) + u_{yy}(0,1,t)) = \\ = a(t)h_1(t) + b(t)g(0,1,t) + f(0,1,t) \quad (0 \leq t \leq T), \quad (108)$$

$$h_2''(t) + \int_0^1 u_{xxx}(1,y,t)dy - \int_0^1 u_{yyy}(x,0,t)dx - \\ - 2u_{xy}(1,0,t) + \beta\left(\int_0^1 u_x(1,y,t)dy - \int_0^1 u_y(x,0,t)dx\right) = \\ = a(t)h_2(t) + b(t)\int_0^1 \int_0^1 g(x,y,t)dxdy + \int_0^1 \int_0^1 f(x,y,t)dxdy \quad (0 \leq t \leq T) \quad (109)$$

şərtləri adi mənada ödənsin.

Teorem 4.3. Fərz edək ki, $\varphi(x, y), \psi(x, y) \in C(\overline{Q_{xy}})$, $f(x, y, t), g(x, y, t) \in C(\overline{D_T})$, $h_1(t), h_2(t) \in C^2[0, T]$,

$$h(t) \equiv h_1(t)\int_0^1 \int_0^1 g(x,y,t)dxdy - h_2(t)g(0,1,t) \neq 0 \quad (0 \leq t \leq T)$$

və

$$\varphi(0,1) = h_1(0) - \int_0^T p_1(t)h_1(t)dt, \quad \psi(0,1) = h_1'(0) - \int_0^T p_2(t)h_1(t)dt, \quad (110)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \varphi(x,y)dxdy = h_2(0) - \int_0^T p_1(t)h_2(t)dt, \\ \int_0^1 \int_0^1 \psi(x,y)dxdy = h_2'(0) - \int_0^T p_2(t)h_2(t)dt \quad (111)$$

uzlaşma şərtləri ödənilir. Onda

- i) (102)-(107) məsələsinin hər bir $\{u(x, y, t), a(t), b(t)\}$ klassik həlli (102)-(105), (108), (109) köməkçi məsələnin də həllidir;
- ii) həmçinin, (102)-(105), (108), (109) məsələsinin

$$\left(T\|p_2(t)\|_{C[0,T]} + \|p_1(t)\|_{C[0,T]} + \frac{T}{2}\|a(t)\|_{C[0,T]} \right) T < 1 \quad (112)$$

şərtini ödəyən hər bir $\{u(x, y, t), a(t), b(t)\}$ həlli (102)-(107) məsələsinin klassik həllidir.

D_T oblastında

$$u(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} u_{k,n}(t) \cos \lambda_k x \sin \gamma_n y$$

şəklində olan funksiyalar çoxluğunu $B_{2,T}^5$ ilə işarə edək, burada $u_{k,n}(t)$ ($k, n = 1, 2, \dots$) funksiyaları

$$\left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\mu_{k,n}^5 \|u_{k,n}(t)\|_{C[0,T]} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} < +\infty$$

münasibətini ödəyən və $[0, T]$ parçasında kəsilməz funksiyalardır və

$$\mu_{k,n}^5 = (\lambda_k^4 + \gamma_n^4) \sqrt{\lambda_k^2 + \gamma_n^2}.$$

$B_{2,T}^5$ çoxluğunda norma

$$\|u(x, y, t)\|_{B_{2,T}^5} = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\mu_{k,n}^5 \|u_{k,n}(t)\|_{C[0,T]} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

kimə təyin olunur.

$$\|z\|_{E_T^5} = \|u(x, y, t)\|_{B_{2,T}^5} + \|a(t)\|_{C[0,T]} + \|b(t)\|_{C[0,T]}$$

kimə norma təyin olunan $B_{2,T}^5 \times C[0, T] \times C[0, T]$ topoloji hazilindən ibarət fəzanı isə E_T^5 ilə işarə edək. Məlumdur ki, bu cür qurulan $B_{2,T}^5$ və E_T^5 funksional fəzalar Banax fəzalarıdır.

Tutaq ki, (102)-(105), (108), (109) məsələsinin verilənləri üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir:

$$\begin{aligned} 4.5. \quad & \varphi(x, y), \varphi_x(x, y), \varphi_{xx}(x, y), \varphi_y(x, y), \varphi_{xy}(x, y), \varphi_{yy}(x, y), \varphi_{xxx}(x, y), \\ & \varphi_{xxy}(x, y), \varphi_{xyy}(x, y), \varphi_{yyy}(x, y), \varphi_{xxxx}(x, y), \\ & \varphi_{xxxy}(x, y), \varphi_{xxyy}(x, y), \varphi_{xyyy}(x, y), \varphi_{yyyy}(x, y) \in C(\overline{Q_{xy}}), \end{aligned}$$

$$\varphi_{xxxxy}(x, y), \varphi_{xyyyy}(x, y), \varphi_{xxxxx}(x, y), \varphi_{yyyyy}(x, y) \in L_2(Q_{xy}),$$

$$\varphi_x(0, y) = \varphi(1, y) = \varphi_{xx}(1, y) = \varphi_{xxx}(0, y) = \varphi_{xxxx}(1, y) = 0 \quad (0 \leq y \leq 1),$$

$$\varphi(x, 0) = \varphi_y(x, 1) = \varphi_{yy}(x, 0) = \varphi_{yyy}(x, 1) = \varphi_{yyyy}(x, 0) = 0 \quad (0 \leq x \leq 1).$$

$$4.6. \psi(x, y), \psi_x(x, y), \psi_y(x, y), \psi_{xx}(x, y), \psi_{xy}(x, y), \psi_{yy}(x, y) \in C(\overline{Q}_{xy}),$$

$$\psi_{xxx}(x, y), \psi_{xyy}(x, y), \psi_{xxy}(x, y), \psi_{yyy}(x, y) \in L_2(Q_{xy}),$$

$$\psi_x(0, y) = \psi(1, y) = \psi_{xx}(1, y) = 0 \quad (0 \leq y \leq 1),$$

$$\psi(x, 0) = \psi_y(x, 1) = \psi_{yy}(x, 0) = 0 \quad (0 \leq x \leq 1).$$

$$4.7. f(x, y, t), f_x(x, y, t), f_y(x, y, t), f_{xx}(x, y, t), f_{xy}(x, y, t), f_{yy}(x, y, t) \in C(D_T),$$

$$f_{xxx}(x, y, t), f_{xxy}(x, y, t), f_{xyy}(x, y, t), f_{yyy}(x, y, t) \in L_2(D_T),$$

$$f_x(0, y, t) = f(1, y, t) = f_{xx}(1, y, t) = 0 \quad (0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T),$$

$$f(x, 0, t) = f_y(x, 1, t) = f_{yy}(x, 0, t) = 0 \quad (0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T).$$

$$4.8. g(x, y, t), g_x(x, y, t), g_y(x, y, t), g_{xx}(x, y, t), g_{xy}(x, y, t), g_{yy}(x, y, t) \in C(D_T),$$

$$g_{xxx}(x, y, t), g_{xxy}(x, y, t), g_{xyy}(x, y, t), g_{yyy}(x, y, t) \in L_2(D_T),$$

$$g_x(0, y, t) = g(1, y, t) = g_{xx}(1, y, t) = 0 \quad (0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T),$$

$$g(x, 0, t) = g_y(x, 1, t) = g_{yy}(x, 0, t) = 0 \quad (0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T).$$

$$4.9. \quad 0 < \beta < \frac{\pi^2}{4}, \quad h_i(t) \in C^2[0, T] \quad (i = 1, 2) \quad \forall$$

$$h(t) \equiv h_1(t) \int_0^1 \int_0^1 g(x, y, t) dx dy - h_2(t) g(0, 1, t) \neq 0 \quad (0 \leq t \leq T).$$

Teorem 4.4. Əgər 4.5-4.9 şərtləri ödənilirsə və

$$(A(T) + 2)(B(T)(A(T) + 2) + C(T) + D(T)) < 1$$

bərabərsizliyi doğrudursa, onda (102) - (105), (108), (109) məsələsinin E_T^5 fəzasının $K = K_R$ kürəsində yeganə həlli var.

Qeyd edək ki, teoremdəki $A(T)$, $B(T)$, $C(T)$ və $D(T)$ -nin ifadələri dissertasiya işinin 4.4 yarıməfslində göstərilmişdir.

Teorem 4.5. Tutaq ki, teorem 4.4-ün bütün şərtləri, həmçinin

$$\left(T \|p_2(t)\|_{C[0, T]} + \|p_1(t)\|_{C[0, T]} + \frac{T}{2} (A(T) + 2) \right) T < 1$$

və (110), (111) uzlaşma şərtləri ödənilir. Onda (102)-(107) məsələsinin E_T^5 fəzasının $K = K_R \left(\|z\|_{E_T^5} \leq R = A(T) + 2 \right)$ kürəsində yeganə klassik həlli var.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi müəyyən sinif xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün qoyulmuş qeyri-lokal şərtlə tərs sərhəd məsələlərinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. İşdə müxtəlif ölçülü parabolik və hiperbolik tənliklər üçün, eyni zamanda uzununa yayılan dalğa tənliyi və bircins tirin hərəkət tənliyi üçün öz-özünə qoşma və öz-özünə qoşma olmayan qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi tədqiq olunmuşdur.

Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

1. Birölçülü parabolik tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtlə (həm zaman, həm də fəza dəyişənlərinə görə) və müxtəlif əlavə şərtlə öz-özünə qoşma və öz-özünə qoşma olmayan qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi göstərilmişdir.
2. İkiölçülü parabolik tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtlə (həm zaman, həm də fəza dəyişənlərinə görə) qeyri-xətti tərs sərhəd məsələsinin klassik həllolunanlığı öyrənilmiş və bəzi ədədi nümunələr qurulmuşdur.
3. Birölçülü hiperbolik tənlik üçün zaman və fəza dəyişənlərinə görə qeyri-lokal sərhəd şərtlə və fərqli əlavə şərtlə öz-özünə qoşma və öz-özünə qoşma olmayan qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi tədqiq olunmuşdur.
4. İkiölçülü hiperbolik tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtlə (zaman və fəza dəyişənlərinə görə) qeyri-xətti tərs sərhəd məsələsinin klassik həll olunanlığı araşdırılmış və müxtəlif uyğun ədədi nümunələr həll edilmişdir.
5. Birölçülü uzununa yayılan dalğa tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtlə (həm zaman, həm də fəza dəyişənlərinə görə) və müxtəlif əlavə şərtlə öz-özünə qoşma qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi öyrənilmişdir.

6. Üçölçülü uzununa yayılan dalğa tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli tərs sərhəd məsələsinin klassik həllinin varlığı yeganəliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.
7. Bircins tirin birölçülü xəttiləşdirilmiş hərəkət tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli (həm zaman, həm də fəza dəyişənlərinə görə) və müxtəlif əlavə şərtli qeyri-xətti tərs sərhəd məsələlərində eyni zamanda naməlum əmsalların bərpası və sağ tərəfinin təyin olunması məsələsi araşdırılmışdır.
8. Bircins tirin ikiölçülü hərəkət tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli qeyri-xətti tərs sərhəd məsələsinin klassik həllolunanlığı öyrənilmişdir.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:

1. Азизбеков, Э.И. О разрешимости одной обратной краевой задачи для уравнения движения однородной балки // Ученые записки Лянкяранского Государственного Университета, Серия Математика и естествознание, -2019. №2, -с.109-121.
2. Азизбеков, Э.И., Мегралиев, Я.Т. Нелокальная краевая задача с интегральными условиями для гиперболического уравнения второго порядка // Международная конференция «Дифференциальные уравнение и их приложения», -Самара: 26-30 июня, -2011, -с.14-15.
3. Мегралиев, Я.Т., Азизбеков, Э.И. Об одной краевой задачи для псевдогиперболического уравнения четвертого порядка типа Соболева с несамосопряженными граничными условиями // Материалы XIII Международная научная конференция им. акад. М. Кравчука, -Киев: 13-15 мая, -2010, с.269.
4. Мегралиев, Я.Т., Азизбеков, Э.И. Решение одной краевой задачи для гиперболического уравнения второго порядка с интегральными условиями // Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам, Москва: 2-7 июля, -2010, с.130-131.

5. Мегралиев, Я.Т., Азизбеков, Э.И. Решение одной нелокальной краевой задачи для псевдогиперболического уравнения четвертого порядка // Журнал Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук, -2010, №4, -с.11-17.
6. Мегралиев, Я.Т., Азизбеков, Э.И., Аббасова, Х.Э. О разрешимости одной обратной краевой задачи для линеаризованного уравнения движения однородной балки // Сборник статей XIV Международной научно-технической конференции «Аналитические и численные методы моделирования естественно-научных и социальных проблем», -Пенза: 3-6 декабря, -2019, -с.24-28.
7. Abbasova, Kh.E., Mehraliyev, Y.T., Azizbayov, E.I. Inverse boundary-value problem for linearized equation of motion of a homogeneous elastic beam // International Journal of Applied Mathematics, -2020. 33(1), -pp.157-170. **(Scopus, Elsevier)**
8. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. A time-nonlocal boundary value problem for the equation of motion of a homogeneous bar motion // Bulletin of Kyiv National University, Series Mathematics, Mechanics, -2012. 27, -pp.20-24.
9. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. Inverse boundary-value problem for the equation of longitudinal wave propagation with non-self-adjoint boundary conditions // Filomat, -2019. 33(16), -pp.5259-5271. **(Web of Science, SCIE, IF:0.988, Q2)**
10. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. A boundary value problem for the equation of motion of a homogeneous bar with periodic conditions // American Journal of Applied Mathematics and Statistics, -2015. 3(6), -pp.252-256.
11. Azizbayov, E.I. A non-local boundary value problem for a pseudohyperbolic equation of the fourth order // Proceedings of International Conference “120th anniversary of Stefan Banach”, - L’viv: September 17-21, -2012, -pp.177-178.
12. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. A non-local boundary value problem with integral conditions for a fourth order pseudohyperbolic equation // International Journal of Mathematical Archive, -2012. 3(2), -pp.519-527.

13. Azizbayov, E.I. A time non-local inverse coefficient problem for the longitudinal wave propagation equation // News of Baku State University, Series of Physico-Mathematical Sciences, -2019. (4), -pp.39-51.
14. Azizbayov, E.I. Inverse coefficient identification problem for a hyperbolic equation with nonlocal integral condition // Turkish Journal of Mathematics, -2022. 46(4), -pp.1243-1255. **(Web of Science, SCIE, IF:0.954, Q3)**
15. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. Inverse problem for a parabolic equation in a rectangle domain with integral conditions // European Journal of Pure and Applied Mathematics, -2017. 10(5), -pp.981-994. **(Web of Science, ESCI, Q3)**
16. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. Simultaneous determination of the right-hand side and the coefficient of the lowest derivative in a two-dimensional parabolic equation // Proceedings of the Regional Conference on “Actual Trends and Problems of Mathematics and Mechanics” dedicated to the 99-th anniversary of National Leader Heydar Aliyev, -Baku: May 11-13, -2022, pp. 355-356.
17. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. Nonlocal inverse boundary-value problem for a 2D parabolic equation with integral overdetermination condition // Carpathian Mathematical Publications, -2020. 12(1), -pp.23-33. **(Web of Science, ESCI, Q3)**
18. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. Nonlocal inverse problem for determination of time derivative coefficient in a second-order parabolic equation // Advances in Differential Equations and Control Processes, -2018. 19(1), -pp.15-36. **(Web of Science, ESCI, Q4)**
19. Azizbayov, E. On an inverse boundary-value problem for the equation of motion of a homogeneous beam // Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economic, -2019. 7(2), -pp. 20-33.
20. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. On a nonlocal inverse problem with the integral overdetermination condition for a parabolic equation of second order // International Journal of Pure and Applied Mathematics, -2017. 116(3), -pp.601-616. **(Scopus, Elsevier)**

21. Azizbayov, E.I. On the unique recovery of time-dependent coefficient in a hyperbolic equation from nonlocal data // University Politehnica of Bucharest Scientific Bulletin-Series A, - 2020. 82(4), -pp.171-182. **(Web of Science, SCIE, IF:0.943, Q3)**
22. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. Solvability of nonlocal inverse boundary-value problem for a second-order parabolic equation with integral conditions // Electronic Journal of Differential Equations, -2017. 2017(125), -pp.1-14. **(Web of Science, SCIE, IF:0.831, Q2)**
23. Azizbayov, E.I. The nonlocal inverse problem of the identification of the lowest coefficient and the right-hand side in a second-order parabolic equation with integral conditions // Boundary Value Problems, -2019. 2019(11), -pp.1-19. **(Web of Science, SCIE, IF:1.794, Q1)**
24. Azizbayov, E.I. The unique solvability of a nonlocal inverse boundary-value problem for the pseudo-hyperbolic equation of fourth order // Advances in Differential Equations and Control Processes, -2021. 24(1), -pp.79-100. **(Web of Science, ESCI, Q4)**
25. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. A non-local boundary problem for an equation of motion of a homogeneous bar with Neumann conditions // 7th International Scientific Mykhailo Kravchuk Conference, -Kyiv: May 19-20, -2016, -pp.15-18.
26. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. A time nonlocal inverse boundary-value problem for a second-order hyperbolic equation with integral conditions // Proceedings of XIII International scientific conference “Differential equations and their applications in mathematical modeling”, -Saransk: July 12-16, -2017, -p.153-161.
27. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. Determination of the coefficient of the higher derivative in a parabolic equation of the second order with the integral condition // Proceedings of the Conference “The actual problems of theoretical and applied mathematics” dedicated to the 100th anniversary of academician M.L.Rasulov, -Sheki: October 28-29, -2016, -pp.220-222.
28. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. Investigation of a boundary value problem for an equation of motion of a homogeneous bar

- with periodic conditions // 10th International Conference “Analytical and Numerical Methods of Modeling of Natural Science and Social Problems”, -Penza: October 28-30, -2015, -pp.3-8.
29. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. Nonlinear inverse boundary value problem for the second-order hyperbolic equation with nonlocal conditions // Thirteenth Conference of the Euro-American Consortium for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, -Albena: June 24-29, -2021, -p.10.
 30. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. On a nonlinear inverse problem for a two-dimensional hyperbolic equation with integral observation // Proceedings of the 8th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, -Baku: August 24-26, -2022. vol. II, -pp.129-131.
 31. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. On a nonlocal inverse boundary-value problem for a fourth-order pseudo-hyperbolic equation with integral conditions // International Conference “Operators, Functions, and Systems of Mathematical Physics” dedicated to the 70th anniversary of prof. Hamlet Isaxanli, Baku: May 21-24, -2018, -pp.70-72.
 32. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. On an inverse coefficient problem for a longitudinal wave propagation equation with non-self-adjoint boundary conditions // International Workshop “Spectral Theory and its Applications” dedicated to the 80th anniversary of academician M.G.Gasymov, Baku: June 7-8, -2019, -pp.51-53.
 33. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. On an inverse problem for a two-dimensional heat equation with integral overdetermination condition // International Conference “Operators, Functions, and Systems of Mathematical Physics”, -Baku: June 10-14, -2019, -pp.27-29.
 34. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. On classical solvability for a non-linear 1D parabolic equation with integral conditions // The 2nd IEEE International Conference on Science and Technology, Pathum Thani, Thailand: December 7-8, -2017, -pp.513-519.
 35. Azizbayov, E.I., Mehraliyev, Y.T. On solvability of an inverse problem for determination of higher derivative coefficient in a

- parabolic equation with Neumann and integral conditions // XVIII International Conference “Dynamical System Modeling and Stability Investigations”, -Kiev: May 24-26, -2017, pp.17-18.
36. Azizbekov, E.I. A boundary value problem with integral conditions for second order hyperbolic equation in the rectangle // International Conference “Theory of Approximation of Functions and its Applications”, dedicated to the 70th Anniversary of Corresponding Member of National Academy of Sciences of Ukraine, Professor A.I.Stepanets, -Kamianets-Podilsky: May 28 - June 3, -2012, -pp.115.
 37. Azizbekov, E.I., Mehraliyev, Y.T. Solution of a boundary value problem for a fourth order pseudohyperbolic equation with non-classical boundary conditions // Abstracts of Third International Conference for Young Mathematicians on “Differential Equations and Applications” dedicated to Y.Lopatynsky, -L’viv: November 3-6, -2010, -pp.11-12.
 38. Mehdiyeva, G.Yu., Mehraliyev, Y.T., Azizbayov, E.I. Nonlinear inverse problem for identifying a coefficient of the lowest term in hyperbolic equation with nonlocal conditions / Miskolc Mathematical Notes, -2023. 24(1), -pp.263-278. **(Web of Science, SCIE, IF:1.085, Q2)**
 39. Mehraliyev, Y.T., Azizbekov, E.I. A non-local boundary value problem with integral conditions for a second order hyperbolic equation // Journal of Quality Measurement and Analysis, -2011. 7(1), -pp.27-40.
 40. Mehraliyev, Y.T., Azizbayov, E.I. A time-nonlocal inverse problem for a hyperbolic equation with an integral overdetermination condition // Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations, -2021. 2021(29), -pp.1-12. **(Web of Science, SCIE, IF:1.827, Q1)**
 41. Mehraliyev, Y.T., Azizbayov, E.I. Inverse boundary-value problem for a two-dimensional longitudinal wave propagation equation with integral overdetermination condition // 4th International E-Conference on Mathematical Advances And its Applications, -Istanbul: May 26-29, -2021, p.80.

42. Mehraliyev, Y.T., Azizbayov, E.I. Investigation of a time-nonlocal inverse boundary value problem for the second order hyperbolic equation // Proceedings of the Regional Conference on “Mathematics, Mechanics and their Applications” dedicated to the 97-th anniversary of National Leader Heydar Aliyev, -Baku: May 20-21, -2020, pp. 46-48.
43. Mehraliyev, Y.T., Yang, He, Azizbayov, E.I. Recovery of the unknown coefficients in a two-dimensional hyperbolic equation // Mathematical Methods in the Applied Sciences, -2023. 46(2), - pp.1723-1739 .(**Web of Science, SCIE, IF: 3.007, Q1**)
44. Mehraliyev, Y.T., Huntul, M.J., Azizbayov, E.I. Simultaneous identification of the right-hand side and time-dependent coefficients in a two-dimensional parabolic equation // Mathematical Modelling and Analysis, -2023, 29(1), -pp.1-19. (**Web of Science, SCIE, IF:1.474, Q1**)
45. Mehraliyev, Y.T., Azizbayov, E.I. A time nonlocal inverse problem for the longitudinal wave propagation equation with integral conditions // 8th International Eurasian Conference on “Mathematical Sciences and Applications”, Baku: August 27-30, -2019, - p.186.
46. Mehraliyev, Y.T., Azizbayov, E.I. Nonlinear inverse boundary-value problem for the longitudinal wave propagation equation // International Conference “Modern Problems of Mathematics and Mechanics” dedicated to the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics, Baku: October 23-25, -2019, - pp.370-371.
47. Mehraliyev, Y.T, Azizbayov, E.I. On a nonlinear inverse boundary value problem for the linearized equation of motion of a homogeneous elastic beam with periodic and integral conditions // Proceedings of the 7th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, -Baku:August 26-28, -2020, vol. II, -pp.266-268. (**Web of Science -Proceeding Paper**)
48. Mehraliyev, Y.T., Azizbayov, E.I. Simultaneous determination of time-dependent coefficients in the linearized equation of motion of a homogeneous beam // Proceedings of the 8th International

Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, -Baku August 24-26, -2022, vol. II, -pp.336-338.

Dissertasiyanın müdafiəsi **02 aprel 2024**-cü il tarixində saat **14⁰⁰**-da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, Z.Xəlilov küç., 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **28 fevral 2024**-cü il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 20.02.2024
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 79542
Tiraj: 30