AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

YÜKSƏK TƏRTİBLİ CIRLAŞAN PARABOLİK TƏNLİKLƏRİN HƏLLƏRİNİN KEYFİYYƏT XÜSUSİYYƏTLƏRİ

İxtisas: 1211.01-Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: Könül Nizami qızı Məmmədova

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

BAKI – 2024

Dissertasiya işi Naxçıvan Dövlət Universitetinin "Ümumi riyaziyyat" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Tahir Sədi oğlu Hacıyev

Rəsmi opponentlər:

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Yaşar Topuş oglu Mehrəliyev

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Vaqif Yusif oğlu Məstəliyev

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Elşad Vəliqulu oğlu Ağayev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri: akademik, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev

Dissertasiya şurasının elmi katibi: fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Zakir Fərman oğlu Xankişiyev

Elmi seminarın sədri: riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Yaqub Əmiyar oğlu Şərifov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Qeyri-xətti diferensial tənliklər müasir fizika, mexanika, biofizika, biologiya, ekologiya, biokimya kimi elmin bir çox sahələrində və bir çox məsələlərdə meydana gəlir. Onların tədqiqatı çox saylı proseslərin yüksək temperatur, böyük gərginlik və böyük deformasiya baş verdiyi müasir dövrdə xüsusilə əhəmiyyətlidir.

Sərhədi mürəkkəb həndəsi quruluşa malik məhdud və qeyri-məhdud oblastlarda ikinci tərtib, eləcə də istənilən tərtib qeyri-xətti elliptik və parabolik tənliklər nəzəriyyəsi müasir dövrdə xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin nisbətən fəal inkişaf etmiş istiqamətlərindən biridir. Hamar oblastlarda iknci tərtib qeyri-xətti elliptik və parabolik tənliklərin öyrənilməsi uzun bir tarixə malikdir və tədqiqatların əsas istiqamətləri aşağıdakılardır: həllin requlyarlığı, sərhəd məsələsinin həllolunanlığı. S.N.Bernstein, Lere, Şauder, Ç.Morri, E.Georgie, J.Neş, M.Miranda, Dzh. Serrina, E.Custi, G.Stampakkia, V.G.Mozer, O.Ladıjenskaya, N.N.Uraltseva və digər müəlliflərin tədqiqatları yalnız Hilbert probleminin həllinə deyil, həm də diferensial tənliklər nəzəriyyəsində, eləcə də riyaziyyatın digər sahələrində fundamental rol oynayan çoxlu üsulların yaranmasına gətirib çıxardı. Bu tədqiqatların əsas nəticələri E.A.Volkov və V.Q.Mazyanın araşdırmalarında öz əksini tapmışdır[1].

Bununla belə ikinci tərtib tənliklərin öyrənilməsinin zəngin təcrübəsi istənilən tərtib qeyri-xətti tənliklərin tədqiqi zamanı az əhəmiyyətli oldu. Məsələ burasındadır ki, yüksək tərtib tənliklər və sistemlər üçün M.Miranda, E.Gusti, V.G.Mozer və İ.V.Skrıpnik tərəfindən yeni effektlər aşkar edildi. Bu tənliklər $n > 2$ olduqda tənliyin verilənləri hamar funksiyalar olduqda belə hamar olmayan ümumiləşmiş həllə malik ola bilər. Yüksək tərtib qeyri-xətti elliptik tip tənliklər və hamar funksiyalar sisteminin sıfır ölçülü çoxluqlarda məxsusiyyətə malik həllinin olması ideyası çoxölçülü Plato məsələsi ilə əlaqədar olaraq əmələ gəldi. Plato məsələsinin "ümumiləşmiş

---

[1] Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М.: Наука, 1973, 576 с.

həlləri” olan sabun plyonkaları ilə fiziki təcrübələrin aparılması bu cür həllərin məxsusi nöqtəyə və hətta xəttə malik olmalarına işarə etdi. Bu isə istənilən tərtib qeyri-xətti tənliklər üçün yeni üsulların yaradılması zərurətinə gətirib çıxardı.

Qeyri-xətti elliptik və parabolik tənliklərə dair geniş tədqiqatlar M.İ.Vişik, E.Gyusti, M.Miranda, F.Brauder, J.Leray və J.Lions, İ.Neças, İ.V.Skripnik, Ç.Morri, S.İ.Poxojayev, Y.A.Dubinski və başqa müəlliflərin işlərində göstərilmişdir.

Sərhəd məsələlərinin həllinin varlığı və yeganəliyi, sonsuzluqda böyüyən funksiyalar siniflərində qeyri-məhdud sahələrdə həllərin özünü aparması məsələləri E.M.Landis, P.Laks, E.Hille, O.A.Oleynik, A.N.Tixonov, S.Teklinda, V.M.Miklyukov, V.G.Mazya, Q.İ.Baren-blatt, A.S.Kalaşnikov, V.A.Qalaktionov, S.P.Kurdyumov, A.A.Samarski, H.Bresis, M.A.Herrero, A.E.Şişkov, A.D.Tedeyev, T.S.Hacıyev və başqalarının tədqiqatlarında baxılmışdır. Eyni zamanda Azərbaycan alimlərindən Ə.Novruzovun, İ.Məmmədovun bu sahədə işlərini də qeyd etmək lazımdır.

Dissertasiya işi yüksək tərtib qeyri-xətti parabolik tənliklər üçün qoyulmuş başlangıc sərhəd məsələsinin requlyar olmayan oblastlarda həllinin tədqiqi və $C_{\omega}^{\lambda}(D)$ fəzasında yüksək tərtib qeyri-xətti tənliyə nəzərən kompaktın aradan qaldırılması üçün şərtlərin tapılmasına həsr olunmuşdur. Bu məsələ bir çox tədqiqatçılar tərəfindən araşdırılmışdır. Laplas tənliyi üçün uyğun nəticə L.Karleson tərəfindən əldə edilmişdir. Cırlaşan strukturlu ikinci tərtib elliptik tənliyə gəldikdə isə bu istiqamətdə Aqranoviç, Vişik, Avantaqqiati, Troisinin işlərini göstərə bilərik[2]. Kəsilməz funksiyalar fəzasında kompaktın aradan qaldırılması şərtinin tapıldığı Volkov, Vişik, Wigleyin işlərini də qeyd edək.

Dissertasiya işi sərhədi mürəkkəb həndəsi quruluşa malik qeyri-məhdud oblastlarda və hamar olmayan sərhəddə malik məhdud oblastlarda istənilən tərtib qeyri-xətti parabolik tənliyin həllinin hamarlığının və həllin özünü aparması məsələlərinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Bunun üçün keyfiyyət nəzəriyyəsində məlum olan

---

[2] Агранович М.С., Вишик М.И. Эллиптические задачи с параметром и параболические задачи общего вида. // УМН, 1964, Т.19, №3, с.53-161

E.M.Landisin “Artma haqqında lemma”nın inteqral analoqu olan Sen-Venan bərabərsizlikləri alınmışdır. Sen-Venan bərabərsizliklərindən və bir sıra köməkçi lemmalardan istifadə edərək məhdud qeyri-hamar oblastlarda sərhəd nöqtəsinin ətrafında qiymətləndirmələr alınmış, qeyri-kompakt sərhədli qeyri-məhdud oblastlarda həll üçün Fraqmen-Lindelyof tipli teoremlər alınmış və həllin məxsusiyyətlərinin aradan qaldırılması öyrənilmişdir. Bu səbəbdən dissertasiya işinin mövzusunu aktual hesab etmək olar[3].

Tədqiqatın obyekt və predmeti.

Dissertasiyada həm qeyri hamar məhdud, həm də qeyri-məhdud oblastların geniş sinfində cırlaşan divergent parabolik tənliklər üçün qarışıq məsələlərin ümumiləşdirilmiş həlləri öyrənilir. Mexanikada yaxşı məlum olan Sen-Venan prinsipinə bənzər, oblastın həndəsi quruluşundan asılı olaraq həllərin enerji aprior qiymətləndirmələri əldə etmək üçün müxtəlif üsullar təqdim olunur. Bu qiymətləndirmələr əsasında həllərin sonsuzluqdakı davranışının tədqiqi aparıldı və həm məhdud enerji inteqralı, həm də qeyri-məhdud həllər üçün oblastın sərhəd nöqtələri yaxınlığında enerji inteqralının davranışı üçün hesablamalar alındı.

Tədqiqatın məqsədi və vəzifələri. Yüksək tərtib qeyri-xətti parabolik tənliklər üçün qoyulmuş başlangıc sərhəd məsələsinin requlyar olmayan oblastlarda həllinin tədqiqi və $C_{\omega}^{\lambda}(D)$ fəzasında yüksək tərtib qeyri-xətti tənliyə nəzərən kompaktın aradan qaldırılması üçün şərtlərin tapılmasıdır.

Tədqiqatın metodları.

Əsas nəticələrin alınmasında funksional analizin, qeyri-xətti diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin metodlarından, eləcə də xüsusi törəməli tənliklər nəzəriyyəsinin metodlarından istifadə olunmuşdur.

---

[3] 1. Ландис Е.М. Необходимые и достаточные условия регулярности граничной точки для задачи Дирихле для уравнения теплопроводности. // ДАН СССР, 1969, Т.185, №3, с.517-520

2. Ландис Е.М. О поведении решений эллиптических уравнений высокого порядка в неограниченных областях. // Труды ММО, 1974, №31, с.35-58

Müdafiəyə təqdim edilən əsas müddəalar.

- Sen-Venan prinsipinin analoqu olan məhdud qeyri-hamar oblastların müxtəlif siniflərində enerji inteqrallarının aprior qiymətləndirmələri.
- Sərhəd nöqtəsinin ətrafında həllərin özünü aparmasının qiymətləndirilmələri.
- Müxtəlif oblastlara aid nümunələr verilir və həmin oblastlar üzrə dəqiq hesablamalar aparılır.
- Qeyri-kompakt sərhədləri olan qeyri-məhdud oblastların müxtəlif siniflərində qiymətləndirilmələrin alınması.
- Qeyri məhdud oblastlarda Fragmen-Lindelyof tipli teoremlərin alınması.
- Sen-Venan tipli enerji hesablamalarına əsasən, həll üçün məxsusiyyətin aradan qaldırılması şərtləri əldə edilir.
- Müxtəlif oblastların siniflərində həllərin özünü aparmasının qiymətləndirilməsinin düzgünlüyünə dair nümunələr göstərilir.
- Parabolik tənliklər üçün qarışıq sərhəd məsələlərinin ümumiləşmiş həllərinin özünü aparması.
- Alınan nəticələrin xətti tənliklər sinfi üçün də yeniliyi alınmışdır.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiyada aşağıdakı əsas nəticələr əldə edilmişdir :

- Sen-Venan prinsipinin analoqu olan məhdud qeyri-hamar oblastların müxtəlif siniflərində yüksək tərtib cırlaşan qeyri-xətti parabolik tənliklərin həlli üçün aprior qiymətləndirmələr;
- Sərhəd nöqtəsi ətrafında həllərin davranışı üzrə qiymətləndirmələr;
- Həllərin özünü aparmasının qiymətləndirmələrin dəqiq olduğu oblastlara nümunələr verilmişdir;
- Sen-Venan tipli bərabərsizliklər alınır ki, bunun əsasında sərhəddə həllərin məxsusiyyətlərinin aradan qaldırılması şərtləri alınır;
- Qeyri məhdud oblastlar üçün Sen-Venan tipli bərabərsizliklər alınır;

- Fraqmen-Lindelyof tipli teoremlər alınır;
- Müxtəlif oblastlarda nəticələrin düzgünlüyünə dair nümunələr göstərilir;
- Qarışıq sərhəd problemi tədqiq edilmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktik əhəmiyyəti. Nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. Onlardan xüsusi törəməli tənliklər nəzəriyyəsində, qeyri-xətti diferensial tənliklər nəzəriyyəsində, diferensial tənliklərin keyfiyyət nəzəriyyəsində istifadə oluna bilər.

İşin aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işinin əsas nəticələri: AMEA RMİ-nin «Funksional analiz» (rəhbər f.-r.e.d., prof. H.İ.Aslanov), «Diferensial tənliklər» (rəhbər f.-r.e.d., prof. Ə.B.Əliyev) şöbələrində, Naxçıvan Dövlət Universitetinin Riyazi analiz kafedrasında (rəhbər r.ü.f.d., dosent E.Agayev), IV beynəlxalq elmi konfrans (Bakı, 2011), Gürcüstan Elmlər Akademiyasının yaranmasının 70 illik yubileyi və Akademik Nikolas Mukeleşvilinin 120 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfrans (Batumi, 2011), Beynəlxalq elmi konfrans (Mersin, 2012), Akademik Viktor Kupradzenin 110 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfrans (Batumi, 2013) SDU-nun keçirdiyi elmi konfrans (Sumqayıt,2017), COİA-2024- Sənaye Tətbiqləri ilə Nəzarət və Optimallaşdırma üzrə 9-cu Konfransda (Türkiyə 2024) məruzə olunmuşdur.

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Dissertasiya işində öz əksini tapan elmi nəticələrin hamısı şəxsən iddiaçının fəaliyyətinin və elmi rəhbərin ideya istiqamətinin, məsələnin qoyuluşunun konkret tədqiqat obyektinə tətbiqinin nəticəsidir.

Müəllifin elmi nəşrləri. Dissertasiyanın əsas nəticələri müəllifin 18 elmi əsərində nəşr edilib. Bu əsərlərin siyahısı dissertasiyanın sonunda verilib.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Naxçıvan Dövlət Universitetinin "Ümumi riyaziyyat" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi giriş, mündəricat, üç fəsil, nəticə və istinad olunmuş 101 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi 224290 işarədir (başlıq səhifəsi - 334 simvol, mündəricat - 2040 simvol, giriş

- 58114 simvol, birinci fəsil 42153 simvol, ikinci fəsil 46211 simvol, üçüncü fəsil 44220 simvol). İstifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısı 101 addan ibarətdir.

DİSSERTASİYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, üç fəsil və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

I fəsil requlyar olmayan oblastlarda yüksək tərtib cırlaşan, qeyri xətti parabolik tip tənliklərin ümumiləşmiş həllinin özünü aparmasının öyrənilməsinə həsr olunmuşdur.

1.1-də sərhəd ətrafında cırlaşan divergent kvazi-xətti parabolik tip tənliklər üçün başlanğıc-sərhəd məsələsinin həllinin özünü aparması öyrənilmişdir.

Fərz edək ki, $Q=\Omega\times(0,T)$, $\Omega\subset R^n, n\ge 2$, $\partial Q=\Gamma_0\cup\Gamma_T\cup\Gamma$, $\Gamma_0=\partial Q\cap\{(x,t):t=0\}$, $\Gamma_T=\partial Q\cap\{(x,t):t=T\}$, Ω - qeyri-hamar oblastı var. $L_p\left(0,T,W^m_{q,\omega}(\Omega'_t)\right)$ fəzası $\left\{u(x,t):\int_0^T\left(\|u\|_{W^m_{q,\omega}(\Omega'_t)}\right)^p dt<\infty\right\}$ kimi təyin olunur, harada ki, Q' Q -nün məhdud alt oblastıdır, $\Omega'_t=Q'\cap\{(x,t):t=\tau\}$. $W^m_{q,\omega}(\Omega'_t)$ - $\|u\|_{W^m_{p,\omega}(\Omega)}=\left(\int_\Omega\omega(x)\sum_{|\alpha|\le m}\left|D^\alpha u\right|^p dx\,dt\right)^{\frac{1}{p}}$ normasına görə $C^m(\Omega'_t)$-dan olan funksiyaların qapanmasıdır.

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\sum_{|\alpha|\le m}(-1)^{|\alpha|}D^\alpha A_\alpha(x,t,u,\nabla u,\ldots,\nabla^m u)=$$
$$=\sum_{|\alpha|\le m}(-1)^{|\alpha|}D^\alpha F_\alpha(x,t)$$
$$u\big|_{t=0}=0\quad D^\alpha u\big|_\Gamma=0,\ |\alpha|\le m-1 \tag{1}$$

məsələsinin silindrik məhdud oblastda $L_p\left(0,T;W^m_{p,\omega}(\Omega)\right)\cap W^1_2\left(0,T;L_2(\Omega)\right)$ fəzasından olan ümumiləşmiş həllinə baxacağıq, harada ki

$$D^\alpha=\frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x_1^{\alpha_1}\partial x_2^{\alpha_2}\ldots\partial x_n^{\alpha_n}},\quad |\alpha|=\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n,\ m\ge 1.$$

Fərz edək ki, $A_\alpha(x,\xi)$ əmsalları $x\in\overline{\Omega}$-ə nəzərən ölçüləndir, $\xi\in R^m$ -ə nəzərən kəsilməzdir (m uzunluğu m -i aşmayan müxtəlif multiindekslərin sayıdır) və aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$\sum_{|\alpha|=m} A_\alpha(x,t,\xi)\xi_\alpha^m \ge \omega(x)\left|\xi^m\right|^p - c_1\omega(x)\sum_{i=1}^{m-1}\left|\xi_i\right|^p - f_1(x,t),$$

$$\left|A_\alpha(x,t,\xi)\right| \le c_2\omega(x)\sum_{i=0}^{m}\left|\xi^i\right|^{p-1} + f_2(x,t), \qquad (2)$$

burada

$$\xi=(\xi^0,...,\xi^m)\ ,\ \xi^i=(\xi_\alpha^i)\ ,\ |\alpha|=i\ ,\ c_1,c_2>0\ ,\ p>1\ ,$$

$$f_1(x,t)\in L_{p'}\left(0,T;L_{p,loc}(\Omega_t)\right),\ f_2(x,t)\in L_{1,loc}(Q)\,,\ \Omega_\tau=Q\cap\{(x,t):t=\tau\},$$

$$F_\alpha(x,t)\in L_{p',loc}(Q)\,,\ p'=\frac{p}{p-1}\,.$$

Fərz edək ki, $\omega(x), x\in\Omega-$ ölçülən, mənfi olmayan, $\omega\in L_{1,loc}(\Omega)$ şərtini ödəyən funksiyadır və hər bir $\rho>0$ və müəyyən $\sigma>1$ üçün

$$\int_{\Omega_\rho}\omega^{-1/(\sigma-1)}dx<\infty\ ,\ ess\sup_{x\in\Omega_\rho}\omega(x)\le c_3\rho^{n(\sigma-1)}\left(\int_{\Omega_\rho}\omega^{-\frac{1}{(\sigma-1)}}dx\right)^{1-\sigma} \qquad (3)$$

Burada $\Omega_\rho=\Omega\cap B_\rho$, $B_\rho=\{x:|x|<\rho\}$, c_i- yalnız məsələnin verilənlərindən asılı müsbət sabitlərdir.

Fərz edək ki, ixtiyari $s\ge h>0$ üçün

$$\frac{\omega(\Omega_s)}{\omega(\Omega_h)}\le c_6\left(\frac{s}{h}\right)^{n\mu}\ , \qquad (4)$$

$$\mu<1+p/n\ \text{, burada}\ \omega(\Omega_s)=\int_{\Omega_s}\omega(x)dx\,.$$

Tutaq ki, $0\in\partial\Omega\,,S_\rho=\Omega\cap\partial\Omega_\rho$. $K(\rho_1,\rho_2)\equiv\Omega_{\rho_2}\setminus\Omega_{\rho_1}$ $Q(\tau)=Q\cap\{B_\tau\times(0,T)\}$. Bizim əsas məqsədimiz ρ -nun kiçik qiymətlərində $I_\rho=\int_{\Omega_\rho}\omega(x)\left|\nabla^m u\right|^p dx$ enerji inteqralının özünü aparması üçün 0 nöqtəsinin ətrafında Ω oblastının həndəsi quruluşundan asılı qiymətləndirmənin alınmasıdır. $\partial\Omega$ sərhəddinin S_r kəsiyinin qeyri-xətti əsas tezliyini $\lambda_p^p(r)$ dilində xarakterizə edəcəyik.

$$\lambda_p^p(r) = \inf\left(\int_{S_r} |\nabla_S v|^p\, ds\right)\left(\int_{S_r} |v|^p\, ds\right)^{-1},$$

harada ki, inf $\partial\Omega$ üzərində sıfıra çevrilən S_r -in müəyyən ətrafında kəsilməz diferensiallanan funksiyalar üzrə götürülür. $\nabla_S v(x) - S_r$ -ə x nöqtəsində toxunan müstəvi üzərində $\nabla v(x)$ vektorunun proyeksiyasıdır.

Əgər ixtiyari $\varphi \in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}_{p,\omega}^{m}(\Omega_t')\right) \cap L_2(Q')$ funksiyası üçün

$$\int_Q \frac{\partial u}{\partial t}\varphi dxdt + \int_Q \sum_{|\alpha|\le m} A_\alpha(x,t,u,\dots,D^m u) D^\alpha \varphi dxdt = \int_\Omega \sum_{|\alpha|\le m} F_\alpha(x,t) D^\alpha \varphi dxdt$$

inteqral eyniliyi ödənərsə, onda

$$u(x,t) \in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}_{p,\omega,loc}^{m}(\Omega_t)\right) \cap W_2^1\left(0,T;L_{2,loc}(\Omega_t)\right) \tag{5}$$

funksiyasını (1) tənliyinin ümumiləşmiş həlli adlandıracağıq:

Aşağıdakı qiymətləndirmənin ödəndiyi oblastın o siniflərinə baxacağıq ki,

$$\int_{\sigma(r,\tau)} \omega(x)|u|^p dxdt \le \lambda_p^{-p}(r,\tau) \int_{\sigma(r,\tau)} \omega(x)|\nabla u|^p dxdt \tag{6}$$

(6) qiymətləndirilməsi ödənilsin.
(6) qiymətləndirməsi doğru olduğu halda oblast üzərinə zəruri və kafi şərtlər V.Q.Mazyanın işlərində verilmişdir.

1.2-də oblastın müxtəlif siniflərində oblastlarda enerji inteqralları üçün aprior qiymətləndirmələr alınmışdır. Qarşıda baxılan oblastları iki sinfə böləcəyik. Birinci sinif "dar" oblastlar- daha doğrusu tamalayıcısı 0 nöqtəsinin ətrafında kifayət qədər böyükdür. Tez-tez işlənən terminlər dilində bu sinifdən olan oblastlar

$$r\lambda_p(r) > d_1 > 0\ ,\ \forall r \in (0,r_0)\ ,\ r_0 > 0\ , \tag{A}$$

şərtini ödəyir. İkinci sinif "geniş" oblastlar - daha doğrusu, bu oblastlar 0 nöqtəsində "daxili sivriliyə" malikdirlər. Tez-tez işlənən terminlər dilində bu sinifdən olan oblastlar

$$r\lambda_p(r) < d_2 < \infty\ ,\ \forall r \in (0,r_0), \tag{B}$$

şərtini ödəyir. $(0,r_0)$ aralığında aşağıdakı bərabərsizliklə ifadə olunan $\psi(r)$ funksiyasını təyin edək:

$$\inf_{r\psi(r)<|x|<r} \lambda_p(|x|)(r-r\psi(r))\omega(x) \geq \mu > 0\,, \tag{7}$$

Burada μ elə seçilmişdir ki, $0<1-c_0<\psi(r)<1$. $\lambda_p(r)$ monoton azalan funksiyalar olduqda (7) bərabərsizliyi aşağıdakı şəkli alır

$$r\lambda_p(r)(1-\psi(r))\omega(x) \geq \mu\,,$$

$$\varphi(r) \equiv 1-\psi(r) \geq \mu\omega^{-1}(x)(r\lambda_p(r))^{-1} \text{ olduqda.}$$

Aşağıdakı işarələməni qəbul edək

$$J(r) = \int_{\Omega_r} \omega(x)\left|D^m u\right|^p dxdt\,,$$

$$G(r) = \int_{\Omega_r}\left(\sum_{|\alpha|\leq m}\omega(x)\left(|F_\alpha|+|f_2|\right)^{\frac{p}{p-1}}\lambda_p^{-\frac{m-|\alpha|}{p-1}p}(|x|)+|f_1|\right)dxdt\ .$$

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem1.Tutaq ki, $u(x,t)\in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega,loc}(\Omega_t)\right)\cap W_2^1\left(0,T;L_2\left(\Omega_t\right)\right)$ (1) məsələsinin ümumiləşmiş həllidir. Fərz edək ki, tənliyin əmsalları (2) şərtlərini, Ω oblastı (A) şərtini, $\omega(x)$ çəki funksiyası (3), (4) şərtlərini ödəyir. Tutaq ki, $\overline{\psi}$ -ixtiyari kəsilməz, $(0,r_0)$ aralığında artmayan, $0<1-c_0<\overline{\psi}(r)\leq\psi(r)<1$ bərabərsizliyini ödəyən funksiyadır, burada $\psi(r)$ (7) bərabərsizliyindən təyin olunur və fərz edək ki, $c_{13}>0, \theta<1-c_0$, $\beta=const<1$ olduqda

$$G\left(r\exp\left(-\frac{1-\overline{\psi}(r)}{1-c_0-\theta}\right)\right)<c_{13}\exp\left(-\theta\ln\beta^{-1}\int_r^{r_0}\frac{d\tau}{\tau(1-\overline{\psi}(\tau)}\right)G(r_0)$$

şərti ödənilir. Onda $\forall\nu>0$ olduqda $J(r)$ üçün

$$J\left(r\exp\left(-\frac{1-\overline{\psi}(r)}{1-c_0-\theta}\right)\right)< \ <c_{14}(c_{13},\nu)\exp\left(-\theta\ln(\beta+\nu)^{-1}\int_r^{r_0}\frac{d\tau}{\tau(1-\overline{\psi}(\tau)}\right)\left(J(r_0+G(r_0)\right)\ ,$$

qiymətləndirilməsi doğrudur.

Fərz edək ki, $\psi(r)\equiv d$, $0<d<1$. $\tilde{\lambda}_p(r)=\inf\limits_{dr<\tau<r}\lambda_p(\tau)$ işarə edək. $\lambda_p(r)$ artmayan funksiyadır və bu səbəbdən $\tilde{\lambda}_p(r)=\lambda_p(r)$.

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 2. Tutaq ki, $u(x,t)\in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega,loc}(\Omega_t)\right)\cap W_2^1\left(0,T;L_2(\Omega_t)\right)$ *(*1) məsələsi üçün ümumiləşmiş həlldir. Fərz edək ki, tənliyin əmsalları (2) şərtlərini, Ω oblastı (B) şərtini, $\omega(x)$ çəki funksiyası isə (3),(4)şərtlərini ödəyir. Tutaq ki, $\overline{\varphi}(r)$ $(0,r_0)$ aralığında ixtiyari azalmayan, $\overline{\varphi}(r)<\varphi(r)\equiv r\tilde{\lambda}_p(r)$ bərabərsizlyini ödəyən funksiyadır və fərz edək ki, aşağıdakı şərt ödənilir:

$$G(r)<c_{15}\exp\left(-\frac{(1-d)^m}{2c_{14}\ln d^{-1}}\int_r^{r_0}\frac{\overline{\varphi}^m(\tau)d\tau}{\tau}\right)G(r_0).$$

Onda $J(r)$ *üçün*

$$J(r)<c_{16}\exp\left(-\frac{(1-\nu)(1-d)^m}{2c_{14}\ln d^{-1}}\int_r^{r_0}\frac{\overline{\varphi}^m(\tau)d\tau}{\tau}\right)\left(J(r_0)+G(r_0)\right),\ \forall\nu>0$$

qiymətləndirməsi dogrudur.

1.3-də həllin qiymətləndirməsinə aid bəzi misallar verilmişdir. Məhz

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\sum_{|\alpha|\le m}a_\alpha(x,t)D^\alpha u=\sum_{|\alpha|\le m}D^\alpha F_\alpha(x,t),$$

$$c_1\omega(x)|\xi|^{2m}<\sum_{|\alpha|=m}a_\alpha\xi^\alpha<c_2\omega(x)|\xi|^{2m}\ ,\ \forall x\in\Omega\ ,\ \forall\sigma\in R^n\ ,c_1,c_2>0$$

tənliyi üçün başlanğıc sərhəd məsələsinə baxılır, burada $F_\alpha(x,t)\in L_{2,\omega}(\Omega)$, $a_\alpha(x)\in C^{|\alpha|-m}(\overline{\Omega})$, $|\alpha|>m$. $|\alpha|\le m$ olduqda $a_i(x)-$lər ölçülən, məhdud funksiyalardır. Ümumi həll $L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}^m_{2,\omega}(\Omega_t)\right)$ fəzasından axtarılır və uyğun qiymətləndirmələr qurulur.

1.4-də sərhəd nöqtəsinin ətrafında həllin qiymətləndirməsi alınmışdır.

Teorem 3. Tutaq ki, $u(x,t)\in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega,loc}(\Omega_t)\right)\cap W_2^1\left(0,T;L_2(\Omega_t)\right)$ (1) sərhəd məsələsi üçün sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllidir və $0\in\partial\Omega$. Ω oblastı 0 nöqtəsinin ətrafında elə sərhəddə malikdir ki, istənilən $r\in(0,r_0)$, $\lambda^{(0)}>0$ üçün $\lambda_p(r)>\lambda^{(0)}r^{-1}$ bərabərsizliyi ödənir.

Onda elə $\gamma_0 > 0$ var ki, əgər $G(r)$ üçün

$$G(r) < Ar^{\gamma_0+\varepsilon}G(r_0)\ ,\ \forall r \in (0,r_0)\ ,\ A > 0\ , \tag{8}$$

qiymətləndirməsi doğrudursa, onda kifayət qədər kiçik $\varepsilon > 0$ və ixtiyari $x \in \Omega_{\bar{r}_0}$, $\bar{r}_0 < r_0$ üçün $\delta > 0$ olduqda aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur

$$\omega(x)\left|D^j u(x)\right| < C|x|^{m-\frac{n}{p}-j+\gamma_0}(J(r)+G(r))^{1/p}\ j = 0,1,\ldots,\left[m-\frac{n}{p}\right] \tag{9}$$

burada $\delta = m - \frac{n}{p} - \left[m - \frac{n}{p}\right]$, $m - \frac{n}{p} \ge 0$, C - $u(x)$ -dən asılı olmayan sabitdir, $\Omega_R = \Omega$. $\delta = 0$ halında yalnız $j = 0,1,\ldots,\left[m-\frac{n}{p}\right]-1$ olduqda (9) qiymətləndirməsinin doğruluğu isbat olunur.

İkinci fəslin əsas məqsədi oblastın sərhədində cırlaşan qeyri-xətti parabolik tip tənliklər üçün həllin məxsusiyyətinin aradan qaldırılmasının öyrənilməsindən ibarətdir. Bunun üçün sərhəd nöqtəsi ətrafında artan ümumiləşmiş həllin öyrənilməsi üçün aprior energetik qiymətləndirmənin alınması üsulu tətbiq olunur.
Tətbiq edilən üsul xətti halda uyğun nəticələrin alınma texnikasından fərqlənir

2.1-də bəzi köməkçi təkliflər daxil edilmişdir. (2) şərtləri ilə bərabər (1) tənliyinə baxılmışdır.

2.2-də müxtəlif oblast sinifləri seçilmiş və həllin aprior qiymətləndirmələri alınmışdır.

x nöqtəsindən $\partial\Omega$ -ya olan məsafə funksiyasına baxaq: $g(x) = \rho(x,\partial\Omega)$. Məlumdur ki, $\exists\delta > 0$ var ki, $\Gamma_\delta = \{x:\ 0 < \rho(x,\partial\Omega) < \delta\}$-da $g(x) \in C^m$, $|\nabla g(x)| = 1$. Bundan başqa (7)-dən qiymətləndirməsi alınır.

$\Omega_r = \Omega \cap \{x : g(x) < r\}$ işarə edək. $\overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega}(\Omega,\Gamma)$ ilə ixtiyari $\Gamma \subset \partial\Omega$ üçün $W^m_{p,\omega}(\Omega)$ fəzasının normasına görə $C^\infty(\Omega)$ fəzasından olan, $\partial\Omega \setminus \Gamma$ yaxınlığında sıfıra çevrilən funksiyalar çoxluğunun qapanmasını işarə edək. $\Gamma \cap \partial\Omega' = \varnothing$ olduqda istənilən $\Omega' \subset \Omega$ altoblast üçün $u(x,t) \in \overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega}(\Omega',\partial\Omega' \setminus \partial\Omega)$ olarsa, deyəcəyik ki, $u(x) \in \overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega,loc}(\Omega,\Gamma)$.

2.3-də enerji inteqralları üçün aprior qiymətləndirmələr alınmışdır.

$$I(r) \equiv \int_{\Omega \setminus \Omega_r} \omega(x) \left| D^m u \right|^p dxdt$$

işarə edək.

$\psi(r) \equiv d$, $0 < d < 1$ və $\bar{\lambda}_p(r) = \inf_{dr<\tau<r} \lambda_p(\tau)$ işarələmələrini qəbul edək. Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 4. Tutaq ki, $u(x,t) \in L_p\left(0,T; \overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega,loc}(\Omega,\Gamma)\right) \cap W_2^1\left(0,T; L_2(\Omega)\right)$

(1) tənliyi üçün Dirixle məsələsinin ümumiləşmiş həllidir. Fərz edək ki, tənliyin əmsalları (2) şərtini, Ω oblastı isə (B) şərtini ödəyir. Tutaq ki, $\bar{\varphi}(r)$ $(0, r_0)$ aralığında $\bar{\varphi}(r) \le \varphi(r) \equiv r\bar{\lambda}_p(r)$ bərabərsizliyini ödəyən ixtiyari azalmayan funksiyadır. Onda $I(r)$ üçün aşağıdakı alternativ doğrudur:

1. Müəyyən $r_i \to 0$ ardıcıllığı üçün ya $I(r_i) < c_1(1 + G(r_i))$ bərabərsizliyi doğrudur, burada $c_1 < \infty$ – sabitdir,

2. ya da $r \to 0$ olduqda $I(r)$sürətlə böyüyür, yəni

$$I(r) > c_2(\gamma) \exp\left(-\frac{(1-d)^m (1-\gamma)}{\ln d^{-1}} \int_r^{r_0} \frac{\bar{\varphi}^m(\tau)\tau^{-1} d\tau}{A_2 + (1-d)^m \bar{\varphi}(\tau)} \right), \ \forall \gamma > 0 \qquad (10)$$

ödənilir və bundan başqa $r \to 0$ olduqda $\bar{\varphi}(r) \to 0$ olur və

(10) qiymətləndirməsi

$$I(r) > c_2(\gamma) \exp\left(-\frac{m(1-e^{-1})(1-\gamma)}{A_2} \int_r^{r_0} \frac{\bar{\varphi}(\tau)}{\tau} d\tau \right), \forall r < r_0(\gamma), \qquad (11)$$

qiymətləndirməsinə keçir.

2.4-də biz həllin məxsusiyyətinin aradan qaldırılmasını alırıq. Aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur.

Teorem 5. Tutaq ki, $u(x,t) \in L_p\left(0,T; \overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega,loc}(\Omega,\Gamma)\right) \cap W_2^1\left(0,T; L_2(\Omega)\right)$

(1) tənliyi üçün Dirixle başlanğıc sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllidir. Fərz edək ki, tənliyin əmsalları (2), Ω oblastı isə (A) şərtini ödəyir. $G(r)$-məhdud funksiyadır və müəyyən $\gamma > 0$ üçün Teorem 4-ün şərtləri daxilində

$$I(r) < c\exp\left(c_0\nu\ln(k_0+\gamma)^{-1}\int_r^{r_0}\frac{d\tau}{\tau(1-\psi(\tau))}\right), \forall r < r_0 . \qquad (12)$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Onda $u(x)$ həllinin Γ məxsusi çoxluğu aradan qaldırılır, daha doğrusu $u(x) \in \overset{\circ}{W}{}^{m}_{p,\omega}(\Omega)$.

Eləcə də aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 6. Tutaq ki, $u(x,t) \in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}^{m}_{p,\omega,loc}(\Omega,\Gamma)\right) \cap W_2^1(0,T;L_2(\Omega))$ (1) tənliyi üçün Dirixle başlanğıc sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllidir. Fərz edək ki, tənliyin əmsalları (2) şərtini, Ω oblastı isə (B) şərtini ödəyir. $G(r)$ -məhdud funksiyadır və müəyyən $\gamma > 0$ üçün Teorem 5-in şərtləri daxilində aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur

$$I(r) < c_8(\gamma)\exp\left(-\frac{(1-d)^m(1-\gamma)}{\ln d^{-1}}\int_r^{r_0}\frac{\overline{\varphi}^m(\tau)\tau^{-1}d\tau}{A_2+(1-d)^m\overline{\varphi}(\tau)}\right), \forall r < r_0 .$$

Onda $u(x)$ həllərinin Γ məxsusi çoxluğu aradan qaldırılır, daha doğrusu $u(x) \in \overset{\circ}{W}{}^{m}_{p,\omega}(\Omega)$.

III fəsildə qeyri-kompakt sərhədə malik qeyri-məhdud oblastlarda oblastın həndəsi quruluşundan asılı olaraq yüksək tərtib qeyri-xətti cırlaşan parabolik tip tənlik üçün sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllinin aprior qiymətləndirmələri alınmışdır. Alınmış qiymətləndirmələr əsasında qeyri-məhdud oblastlarda qeyri-məhdud enerji inteqralına malik həllin özünü aparması haqqında Fraqmen-Lindelyof tipli alternativ teoremlər alınmışdır.

3.1-də qeyri-kompakt $\partial\Omega$ sərhəddə malik qeyri-məhdud oblastda (1) tənliyi üçün $u(x,t) \in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}^{m}_{p,\omega,loc}(\Omega,\Gamma)\right) \cap W_2^1(0,T;L_2(\Omega))$ ümumiləşmiş həllinin özünü aparmasına baxılmışdır.

3.2-də aşağıdakı nəticələr alınmışdır. Məhdud oblast halında olduğu kimi gələcəkdə izoperimetrik şərtləri ödəyən oblastları iki sinfə böləcəyik. $\lambda_p(r), r \to \infty$ funksiyasının özünü aparması əsasında qeyri-məhdud oblastları iki sinfə ayıracağıq. Birinci sinif-"dar oblastlar" və çox rast gəlinən terminlər dilində bu siniflər aşağıdakı şərti ödəyir

$$r\lambda_p(r) > C > 0\,,\ \ \forall r > r_0 > 0\,. \qquad (A_1)$$

İkinci sinif-"geniş oblastlar" və çox rast gəlinən terminlər dilində bu siniflər aşağıdakı şərti ödəyir

$$r\lambda_p(r) \le C_1 < \infty,\ \ \forall r > r_0 > 0\,. \qquad (B_1)$$

$\psi(r)$ funksiyasını və $h_0 > 0$ sabitini aşağıdakı bərabərsizliklərlə təyin edək:

$$\inf_{r<\tau<r\psi(r)} r\lambda_p(\tau)(\psi(r)-1) \ge h_0\,,\ \ \psi(r) > 1,\ \forall r > r_0 \qquad (13)$$

İstənilən $h_0 < C$ üçün $\lambda_p(r)$ monoton azalmayan funksiya olduqda

$$\psi(r) \ge h_0\left(r\lambda_p(r)\right)^{-1} + 1 \qquad (14)$$

götürə bilərik. $r\lambda_p(r)$ funlsiyaları monoton azalmayan funksiya olduğu halda $\psi(r)$ funksiyasının

$$\psi(r) \ge 1 + h_0\left(r\lambda_p(r) - h_0\right)^{-1},\ \ h_0 < C\,, \qquad (15)$$

bərabərsizliyini ödəməsi kifayətdir. Aşağıdakı işarələməni aparaq.

$$J(r) = \int_{\Omega_r} \omega(x)\left|D^m u\right|^p dx\ ,\ \ G(r) = \int_{\Omega_r}\left(\sum_{|\alpha|\le m}\left(|F_\alpha| + |f_2|\right)^{\frac{p}{p-1}} \lambda_p^{-\frac{m-|\alpha|}{p-1}p}(g(x)) + |f_1|\right)dx\,.$$

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 7. Tutaqki, $u(x,t) \in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega,loc}(\Omega,\Gamma)\right) \cap W_2^1\left(0,T;L_2(\Omega_t)\right)$

(1) məsələsi üçün ümumiləşmiş həlldir. $\omega(x)$ çəki fuksiyası (3)-(4) şərtlə-rini ödəyir. Fərz edək ki, tənliyin əmsalları (15) şərtini, Ω oblastı izoperimetrik şərtləri və bundan əlavə Ω oblastı ixtiyari $r \in (0,\infty)$ üçün $\lambda_p(r) > \delta^{-1} > \delta_0^{-1}$ mənada kifayət qədər dardır. Tutaq ki, $\psi(r)$ (13) şərtini ödəyən ixtiyari funksiyadır. Onda məlum sabitlər-dən asılı $0 < \theta_0(h_0) < \theta < 1$ sabiti var ki, $I(r)$ üçün aşağıdakı alternativ-lər doğrudur.

1. Ya

$$\underline{\lim}_{r\to\infty}\left(I(r)G^{-1}(r)\right) < \infty\,; \qquad (16)$$

2. Ya da $\forall \nu \in (0,1)$ *və* $\forall r > r_0$ üçün r_0 kifayət qədər böyük olduqda

$$I\left(r\exp\left(\frac{\varphi_0(r)}{1-\nu}\right)\right) \geq \theta \exp\left(\nu \ln \theta^{-1} \int_{r_0}^{r} \frac{d\tau}{\tau\varphi_0(\tau)}\right) I(r_0) \qquad (17)$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Əgər əlavə olaraq $\varphi_0(r)$ funksiyası üçün (16) şərti ödənərsə, onda (17) qiymətləndirməsi ilə bərabər müəyyən $\gamma > 0$ sabiti üçün

$$I(r) \geq \theta \exp\left(\frac{\gamma}{1+\gamma} \ln \theta^{-1} \int_{r_0}^{r} \frac{d\tau}{\tau\varphi_0(\tau)}\right) I(r_0), \qquad (18)$$

qiymətləndirməsi də doğrudur.

3.3-də müxtəlif sinif oblastlarda həllin aprior qiymətləndirmələri üçün bəzi misallar daxil edilmişdir.

***Teorem* 8.** Tutaq ki, $u(x,t) \in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega,loc}(\Omega,\Gamma)\right) \cap W_2^1\left(0,T;L_2(\Omega_t)\right)$

(1) məsələsi üçün qarışıq sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllidir. $\omega(x)$ çəki funksiyası (3)-(4) şərtlərini ödəyir. Fərz edək ki, tənliyin əmsalları (2) şərtini, Ω oblastı isə izoperimetrik və (A_1) şərtini ödəyir. Bundan əlavə (1) tənliyi üçün əlavə olaraq

$$A_\alpha(x,\xi) = 0\ ,\ |\alpha| < m;\ C_2 = 0, \qquad (19)$$

şərti ödənir. Tutaq ki, $\psi(r), h_0 > 0$, funksiyası (13) şərtindən təyin olunur . Onda istənilən $r_0 > 0,\ 0 < \nu < 1$ üçün elə $0 < \theta_0 < 1$, sabiti var ki

$$I\left(r\exp\left(\frac{\varphi_0(r)}{1-\nu}\right)\right) \geq \theta_0 \exp\left(\nu \ln \theta_0^{-1} \int_{r_0}^{r} \frac{d\tau}{\tau\varphi_0(\tau)}\right) I(r_0), \quad \forall r > r_0, \qquad (20)$$

qiymətləndirməsi doğrudur.

Bu teorem (1) tənliyindən əmələ gələn funksiya üzərinə əlavə məhdudiyyətlər qoymaqla (17), (18) tip energetik qiymətləndirmələrin daha geniş sinif oblastlar üçün doğruluğunu göstərir.

Tutaq ki, d – istənilən ədəddir $0 < d < 1$. $0 < \varphi(r) < C_1$ funksiyasını aşağıdakı bərabərliklə təyin edək:

$$\varphi(r) = r\tilde{\lambda}_p(r),\quad \tilde{\lambda}_p(r) = \inf_{dr<\tau<r} \lambda_p(\tau), \qquad (21)$$

burada C_1 (B_1) şərtindəndir. Əlavələrdə (B_1) sinfindən olan oblastlarda $\lambda_p(r)$– adətən azalmayan funksiyadır və nəticədə $\tilde{\lambda}_p(r) = \lambda_p(r)$.

Teorem 9. Tutaq ki, $u(x,t) \in L_p\left(0,T; \overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega}(\Omega_t)\right) \cap W_2^1\left(0,T; L_p(\Omega_t)\right)$

(1) məsələsi üçün qarışıq sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllidir. Fərz edək ki, tənliyin əmsalları (2) şərtini, Ω oblastı isə izoperimetrik və (B_1) şərtini ödəyir. Əlavə olaraq (19) şərti ödənilir və tutaq ki, $\forall r > r_0$ üçün $\overline{\varphi}(r)$– $\overline{\varphi}(r) \le \varphi(r)$ şərtini ödəyən istənilən azalmayan funksiyadır, burada $\varphi(r)$ (21) şərtindən təyin olunan funksiyadır. Onda elə $\omega = \omega(d) \ge 0$ sabiti vardir ki, $I(r)$ üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur

$$I(r) \ge C \exp\left(\frac{(1-d)^m}{\ln d^{-1}} \int_{r_0}^{r} \frac{\overline{\varphi}^m(\tau)\tau^{-1} d\tau}{(1-d)^m \overline{\varphi}^m(\tau) + \omega(d)} \right) I(r_0), \tag{22}$$

burada $C > 0$ – müəyyən sabitdir.

3.4-də Fraqmen-Lindelyof tipli teoremlər alınmışdır.

3.5-də sərhədi $\partial\Omega = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ olan $\Omega \subset R^n$, $n \ge 2$, oblastında

$$\sum_{|\alpha| \le m} (-1)^{|\alpha|} D^\alpha A_\alpha\left(x, u, \ldots, D^m u\right) = \sum_{|\alpha| \le m} (-1)^{|\alpha|} D^\alpha F_\alpha(x), \tag{23}$$

tənliyi üçün sərhəd məsələsinə baxılır. Γ_1 üzərində Dirixle, Γ_2 üzərində isə Neyman şərti verilmişdir.

Tutaq ki $0 \in \overline{\Gamma_1} \cap \Gamma_2$. $\Omega_R = \Omega \cap B_R(0)$ işarə edək, burada $B_R(0) = \{x : |x| \le R\}$; $S(R) = \Omega \cap \partial\Omega_R$. $\partial\Omega$ sərhəddinin həndəsi quruluşunu xarakterizə edən $S(R)$ əsas kəsişmə anlayışını daxil edək:

$$\lambda_p^p(R) = \inf \left(\int_{S(R)} |\nabla_S \vartheta|^p ds \right) \left(\int_{S(R)} |\vartheta|^p ds \right)^{-1}, \tag{24}$$

burada aşağı sərhəd $S(R)$ -in müəyyən ətrafında bütün kəsilməz diferensiallanan, $\overline{S(R)} \cap \Gamma_1$ üzərində isə sıfıra çevrilən bütün funksiyalar üzrə götürülür;

Əmsallara nəzərən növbəti şərtlərin ödəndiyini fərz edəcəyik: $x \in \Omega$ $\xi = \{\xi_\alpha : |\alpha| \le m\} \in R^m$, m– uzunluğu m-i aşmayan multiindekslərin sayıdır, $A_\alpha(x,\xi)$ funksiyaları sanki bütün $x\in\overline{\Omega}$ üçün ξ -lər üzrə kəsilməzdir, bütün ξ -lər üçün x üzrə ölçüləndir və aşağıdakı bərabərsizliyi ödəyir

$$\sum_{|\alpha|=m} A_\alpha(x,\xi)\xi_\alpha > C_1\omega(x)\sum_{|\alpha|=m}|\xi_\alpha|^p - C_2\omega(x)\sum_{|\alpha|<m}|\xi_\alpha|^p - f_1(x), \quad (25)$$

$$|A_\alpha(x,\xi)| \le C_3\omega(x)\sum_{|\alpha|\le m}|\xi_\alpha|^{p-1} + f_2(x).$$

$(0,r_0)$ aralığında aşağıdakı bərabərsizliklə ifadə olunan $\psi(r)$ funksiyasını təyin edək:

$$\inf_{r\psi(r)<|x|<r} \lambda_p(\rho)(r-r\psi(r)) \ge \mu > 0, \quad (26)$$

burada μ elədir ki, $0<1-C_0<\psi(r)<1$ və $s=\|x\|$

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem 10. Tutaq ki, $u(x,t)\in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}_p^m(\Omega_t)\right)\cap W_2^1\left(0,T;L_p(\Omega_t)\right)$

(23) tənliyi üçün qarışıq sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllidir. Fərz edək ki, tənliyin əmsalları (25) şərtini, Ω oblastı izoperimetrik şərti və (A) şərtini ödəyir. $\omega(x)$ çəki funksiyası (3), (4) şərtlərini ödəyir. Tutaq ki, $\overline{\psi}$ - kəsilməz, $(0,r_0)$ aralığında azalmayan və $0<1-C_0<\overline{\psi}(r)\le\psi(r)<1$ bərabərsizliyini ödəyən funksiyadır, burada $\psi(r)$ funksiyası (26) bərabərsizliyindən təyin olunur və fərz edək ki,

$$G\left(r\exp\left(-\frac{1-\overline{\psi}(r)}{1-C_0-\theta}\right)\right) < C_1\exp\left(-\theta\ln\omega^{-1}\int_r^{r_0}\frac{d\tau}{\tau(1-\overline{\psi}(\tau))}\right)G(r_0), \quad (27)$$

bərabərsizliyi doğrudur, burada $C_1>0,\ \theta<1-C_0,\ \omega=const<1$. Onda $J(r)$ üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur

$$J\left(r\exp\left(-\frac{1-\overline{\psi}(r)}{1-C_0-\theta}\right)\right) < C_2(C_1,\nu)\times$$

$$\times\exp\left(-\theta\ln(\omega+\nu)^{-1}\int_r^{r_0}\frac{d\tau}{\tau(1-\overline{\psi}(\tau))}\right)\left(J(r_0)+G(r_0)\right),\ \forall\nu>0. \quad (28)$$

Eləcə də aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 11. Tutaq ki, $u(x,t)\in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}_{p,\omega}^m(\Omega_t)\right)\cap W_2^1\left(0,T;L_p(\Omega_t)\right)$

(23) tənliyi üçün sərhəd məsələsinin ümumiləşmiş həllidir. Fərz edək ki, tənliyin əmsalları (25) şərtlərini, Ω oblastı izoperimetrik şərti və (B) şərtini ödəyir. Tutaq ki, $\overline{\varphi}(r)$ $(0,r_0)$ aralığında azalmayan, $\overline{\varphi}(r)<\varphi(r)\equiv r\widetilde{\lambda}_p(r)$ bərabərsizliyini ödəyən funksiyadır. Fərz edək ki

$$G(r)<C_1\exp\left(-\frac{(1-d)^m}{2C_4\ln d^{-1}}\int_r^{r_0}\frac{\overline{\varphi}^m(\tau)d\tau}{\tau}\right)G(r_0)\,, \tag{29}$$

bərabərsizliyi ödənir. Onda $J(r)$ üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$J(r)<C_5\exp\left(-\frac{(1-\nu)(1-d)^m}{2C_4\ln d^{-1}}\int_r^{r_0}\frac{\overline{\varphi}^m(\tau)d\tau}{\tau}\right)\left(J(r_0)+G(r_0)\right),\ \forall\nu>0\,. \tag{30}$$

Alınan aprior qiymətləndirmələr əsasında sərhəd nöqtəsinin ətrafında həll üçün qiymətləndirmə almaq olar.

Teorem 12. Tutaq ki, $u(x,t)\in L_p\left(0,T;\overset{\circ}{W}{}^m_{p,\omega}(\Omega_t)\right)\cap W_2^1\left(0,T;L_p\left(\Omega_t\right)\right)$ (23) tənliyi üçün qarışıq sərhəd məsələsinin ümimiləşmiş həllidir və $0\in\overline{\Gamma_1}\cap\Gamma_2$. Ω oblastı izoperimetrik şərtləri ödəyir, bundan əlavə 0 nöqtəsinin ətrafında sərhəd o şəkildədir ki, $\forall r\in(0,r_0)$, $\lambda^{(0)}>0$ üçün $\lambda_p(r)>\lambda^{(0)}r^{-1}$ bərabərsizliyi ödənilir. Onda $\gamma_0>0$ var ki, əgər $G(r)$ üçün kifayət qədər kiçik $\varepsilon>0$ üçün

$$G(r)<Ar^{\gamma_0+\varepsilon}G(r_0)\ ,\ \forall r\in(0,r_0)\ ,\ A>0\,, \tag{31}$$

qiymətləndirməsi doğru olarsa, onda $\forall x\in\Omega_{\overline{r}_0}$, $\overline{r}_0<r_0$ üçün $\delta>0$ olduqda aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur.

$$\left|D^ju(x)\right|<C|x|^{m-\frac{n}{p}-j+\gamma_0}\left(J(R)+G(R)\right)^{\frac{1}{p}},\ j=0,1,...,\left[m-\frac{n}{p}\right]\,, \tag{32}$$

burada $\delta=m-\frac{n}{p}-\left[m-\frac{n}{p}\right]$, $m-\frac{n}{p}\geq 0$, $C-$sabiti $u(x)$-dən asılı deyil, $\delta=0$ olduğu halda yalnız $j=0,1,...,\left[m-\frac{n}{p}\right]-1$ üçün (32) qiymətləndirməsinin doğruluğu isbat olunur.

NƏTİCƏ

Dissertasiyada aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

Sen-Venan prinsipinin analoqu olan məhdud qeyri-hamar oblastların müxtəlif siniflərində enerji inteqrallarının apriori qiymətləndirmələri.

Sərhəd nöqtəsinin ətrafında həllərin özünü aparması üzrə qiymətləndirmələr.

Müxtəlif oblastlara aid nümunələr verilir və həmin oblastlar üzrə hesablamaların dəqiqliyi göstərilir.

Qeyri-kompakt oblastları olan qeyri-məhdud oblastların müxtəlif siniflərində qiymətləndirilmələr.

Qeyri-məhdud oblastlarda Fraqmen-Lindelyof tipli teoremlər.

Sen-Venan tipli enerji qiymətləndirmələrinə əsasən, həll üçün məxsusiyyətin aradan qaldırılması şərtləri.

Oblastların müxtəlif siniflərində həllərin özünü aparması qiymətləndirməsinin düzgünlüyünə dair nümunələr.

Parabolik tənliklər üçün qarışıq sərhəd məsələlərinin ümumiləşmiş həllərinin özünü aparması.

Alınan nəticələr xətti tənliklər sinfi üçün də yenidir.

Dissertasiyanın əsas məzmunu aşagıdakı işlərdə çap edilmişdir:

1. Gadjiev T.S., Sadigova N.R., Mamedova K.N. Behaviour of solution degenerate elliptic equations. / The 4th Congress of the Turkic World Mathematical Society (TÜMS) Baku, Azerbaijan, 1-3 July, 2011, p.56.
2. Gadjiev T.S., Mamedova K.N. On behavior of solutions of higher order degenerate parabolic equations // Visnyk of the Lviv Univ. Series Mech. Math. 2011. Issue 74. p.41-46.
3. Gadjiev T.S., Mamedova K. Behaviour of solution to Degenerate parabolic equationts / Dedicated to the 70 th Anniversary of the Georgian National Academy of Sciences the 120 th Birthday of its First President Academician Nikoloz (Niko) Muskhelishvili, September 15-19, 2011, Batumi, Georgia, p.95
4. Gadjiev T.S., Mamedova K.N. On behavior of solutions degenerate parabolic equations. // Transactions of NAS of Azer-baijan, 2012, vol. XXXII, No 4, pp. 43-50.
5. Mamedova K.N. On behavior of solutions of higer order degenerate parabolic equations in nonsmooth bounded domains. // Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, 2012, vol. XXXVI (XLIV), pp. 69-74.
6. Gadjiev T.S., Sadigova N.R., Mamedova K.N. Behavior of solution degenerate elliptic and parabolic equations. /International Conference Mathematical Analysis Diferenstial Equations and their Applications, 04-09 September, 2012,p.48, Mersin, Turkey.
7. Gadjiev T.S., Sadigova N.R., Mamedova K.N. The remo-vable of solution degenerate elliptic and parabolic equations. / IV annual conference of the Georgian Mathematical Union Dedicated to academican Victor Kupradze on his 110-th birthday anniversary and Georgian Mathematical Union on his 90-th year from founding September 9-15, 2013, in Tbilisi and Batumi, Georgia, p. 96.
8. Mamedova K.N. Removable singularity of solution dege-nerate

nonlinear parabolic equations.// Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, 2013, vol. XXXVIII (XLVI), pp. 99-102.
9. Mamedova K.N., Zülfəliyeva G. Elliptik parabolic tənlik-lərin həllərinin keyfiyyət xüsusiyyətləri. / Riyaziyyat Mexanika İnsti-tutu və SDU-nun keçirdiyi elmi konfrans. 2017. s.68
10. Məmmədova K. Qeyri xətti elliptik-parabolik tip tənlik-lərin həllərinin tətbiqi. Naxçıvan Dövlət Universiteti. Elmi əsərlər, № 8 (89), səh.29-31, 2017
11. Məmmədova K. Sərhəd nöqtəsi ətrafında qeyri-xətti para-bolik tənliyin həllinin tədqiqi. Naxçıvan Dövlət Universiteti. Elmi əsərlər, № 4(93), səh 62-64, 2018
12. Мамедова К. Поведение решений задачи Дирихле для некоторого класса недивергентных линейных уравнений. Нах-чыванский Государственный университет. Научные труды, № 8(97), стр. 20-25, 2018
13. Мамедова К. Теоремы типа Фрагмена-Линдельёфа для решений нелинейных параболических уравнений в неограни-ченных областях. Bakı Universitetinin xəbərləri (fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, № 4 səh 71-75, 2018
14. Mamedova K. Uniqueness classes of generalized solutions for degenerate parabolic equations in unbounded non-cylindrical do-mains. Trans. Nat. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys-Tech, Math Sci, İssue mech, 39 (7), pp. 18-22, 2019
15. Mamedova K. The behaviour of generalized solutions degenerate parabolic equations in nonregular domains. İnternational Conference Modern Problems of Mathematics and Mechanics, 23-25 October 2019, Baku
16. Mamedova K. T.Gadjiev. The behavior of solutions of nonlinear degenerate parabolic equations in nonregular domains and removabirty of singularity on boundary. Trans. Nat. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys-Tech, Math Sci, İssue math, 40 (4), pp. 1-9, 2020
17. T.S.Gadjiev, G.M.Zulfaliyeva, K.N.Mamedova. The solvability degenerate elliptic-parabolic problem with

nonlinear boundary conditions. Trans. Nat. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys-Tech, Math Sci, İssue math, 42 (1), 1-7 (2022).

18. Mamedova K. Removable of Compacts Sets of the solition of Nonlinear parabolic equations. // The 9th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, 27-29 August 2024, İstanbul, Türkiye.

Dissertasiyanın müdafiəsi "14" yanvar 2025-ci il tarixində saat 12^{00} Bakı Dövlət Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, Z. Xəlilov küçəsi, 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyası Bakı Dövlət Universiteti rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat "06" dekabr 2024-cü il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 03.12.2024
Kağızın formatı: 60x84 $^{1/16}$
Həcmi: 35174
Tiraj: 100