AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

DÖRDÜNCÜ TƏRTİB QEYRİ-XƏTTİ ŞTURM SİSTEMLƏRİNİN QLOBAL BİFURKASİYASININ TƏDQİQİ

İxtisas: 1202.01 – Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Radə Əlirza qızı Hüseynova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi

almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı - 2024

Dissertasiya işi Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Ziyatxan Seyfəddin oğlu Əliyev

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Həmidulla İsrafil oğlu Aslanov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent

Cavanşir Cavad oğlu Həsənov

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru

Elçin Camal oğlu İbadov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor

______________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.r.e.n.

______________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor

______________ **Bilal Telman oğlu Bilalov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəsəsi. Müasir analizin əsas bölmələrindən biri indefinit (işarəsi dəyişən) çəkiyə malik qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin bifurkasiyası nəzəriyyəsidir. Bu tip məsələlər ikinci tərtib diferensial tənliklər üçün yüksək qeyri-bircins mühitdə yaşayan populyasiyanın dinamikası və həmçinin populyasiya genetikasından modelləşdirilməsində meydana çıxır. Dördüncü tərtib diferensial tənliklər üçün belə məsələlər asma körpüdə hərəkət edən dalğaları, mayedə elastik lövhənin statik əyilməsi, təsvirin işlənməsi, barotropik qazın məsaməli mühit vasitəsi ilə filtrasiyası proseslərini təsvir edərkən yaranır.

Qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərin həllərinin bifurkasiyasını öyrənərkən uyğun xətti spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının ossilyasiya xassələri mühüm rol oynayır. Məlum olduğu kimi, Şturm-Liuvill məsələsinin məxsusi funksiyalarının ossilyasiya xassələri hələ XIX əsrin 30 illərində Şturm[1] tərəfindən ətraflı öyrənilmişdir. Xətti məxsusi qiymət məsələlərinin məxsusi funksiyalarının bu xassələri potensial mövcud olmadıqda dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün (daha dəqiq desək dördüncü tərtib tamam requlyar Şturm sistemləri üçün) Z.S.Əliyevin[2] işində ətraflı şəkildə öyrənilmişdir.

İndefinit çəki funksiyalı Şturm-Liuvill məsələsinin məxsusi funksiyalarının ossilyasiya xassələri Ayns[3] tərəfindən Şturmun müqayisə teoremlərinin və Pikone düsturlarının köməyi ilə öyrənilmişdir. Bundan əlavə Q.F. Afrouzi və K.C. Braun, V. Allegretto, K.C. Braun və S.S. Lin, C. Flekinger və M.L. Lapidus,

---

[1] Sturm, C. Sur une classe d'equations *a* derivee partielle // Journal de Mathematiques Pures et Appliquees, – 1836. v.1, – p. 373–444

[2] Алиев, З.С. О глобальной бифуркации решений некоторых нелинейных задач на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка // – Москва: Матем. сб., – 2016. т. 207, № 12, – с. 3–29.

[3] Ince, E.L. Ordinary differential equations / E.L. Ince. – New York: Dover, – 1926, – 558 p.

P. Hess və T. Katonun işlərində işarəsi dəyişən çəki funksiyasına malik ikinci və dördüncü tərtib xüsusi törəməli elliptik tənliklər üçün spektral məsələlərin baş məxsusi ədədlərinin (yəni müsbət və ya mənfi məxsusi funksiyalarına uyğun məxsusi ədədlərinin) mövcudluğu isbat olunmuşdur. Qeyd edək ki, xətti spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının ossilyasiya xassələri dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün indiyə qədər öyrənilməmişdir.

Adi diferensial tənliklər və sabit işarəli çəki funksiyasına malik ikinci və dördüncü tərtib xüsusi törəməli tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin sıfırdan və sonsuzluqdan lokal və qlobal bifurkasiyası P.G. Rabinoviç[4,5], C.F. Toland, K.A. Stuart, A. Berestitski[6], R. Ciappinelli, İ. Przjibiçin, B.P. Rinni, K. Şmidt və H.L. Smit, J. Cu, D.O. Reqan, R. Ma və B. Tompson, A.S. Lazer və P.C. Makennan və digərləri tərəfindən ətraflı öyrənilmişdir. Bu məsələlər işarəsi dəyişən çəki funksiyalı ikinci tərtib adi və xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün P. Hess və T. Kato, K.C. Braun, S.S. Lin və A. Tertikas, V. Allegretto və A. Minqarelli, K.C. Braun, B. Ko və K. Braun, R.S. Kantrel və K. Kosner, Z.S. Əliyev və Ş.M. Həsənova, Z.S. Əliyev və L.V. Nəsirova və başqalarının tədqiqat obyekti olmuşdur. Onlar tərəfindən həllərin populyasiya genetikasında mühüm rol oynayan bifurkasiyası haqqında qlobal nəticələr alınmışdır.

İndefinit çəki funksiyasına malik dördüncü tərtib adi və xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin xüsusi hallarda həllərinin bifurkasiyası M. Delqado and A. Suaresin, M.F. Furtado və J.P.P. da Silvanın, R.Ma, K.Gao və X. Hanın, E.D. Silva, X.K. de Albukerke və T.R. Kavalkantenin, J. Van və R.Manın işlərində tədqiq edilmişdir. Bu işlərdə müsbət və mənfi funksiyalar siniflərində olan həllərin qlobal kontinuumlarının

---

[4] Rabinowitz, P.H. Some global results for nonlinear eigenvalue problems // J. Function. Anal., – 1971. v.7, no.3, – p. 487–513.

[5] Rabinowitz, P.H. On bifurcation from infinity // J. Diff. Equat. – 1973. v.14, no. 3, – p. 462–475

[6] Berestycki, H. On some nonlinear Sturm-Liouville problems// J.Diff. Equat., – 1977. v. 26, no. 3, – p. 375–390.

mövcudluğu isbat olunmuşdur. İndefinit çəki funksiyalı dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün xətti spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının ossilyasiya xassələri (ümumi halda) hələ də öyrənilmədiyindən, indefinit çəki funksiyalı dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin lokal və qlobal bifurkasiyası da öyrənilməmişdir.

Beləliklə, dəyişən işarəli çəki funksiyalı xətti spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının ossilyasiya xassələrinin öyrənilməsi və dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün (yəni Şturm sistemləri üçün) qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin sıfırdan və sonsuzluqdan lokal və qlobal bifurkasiyasının tədqiq edilməsi məsələsi aktualdır.

Tədqiqatın obyekt və predmeti. Tədqiqatın obyekti indefinit çəkili dödüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün xətti və qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələləri, predmeti isə xətti məsələlərin məxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələri və qeyri-xətii məsələlərin trivial olmayan həlləri çoxluğunun sıfırdan və sonsuzluqdan qlobal bifurkasiyasıdır.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Bu dissertasiya işinin əsas məqsədi indefinit çəkili dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün xətti spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının və onların törəmələrinin ossilyasiya xassələrini öyrənmək, qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin sıfırdan və sonsuzluqdan bifurkasiyasının tədqiq etməkdir..

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində əsasən diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, operatorlar nəzəriyyəsinin, diferensial həndəsə və topologiyanın, diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin, bifurkasiya nəzəriyyəsinin, qeyri-xətti funksional analizin metodlarından istifadə edilmişdir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

Aşağıdakı əsas müddəalar müdafiəyə çıxarılır:

– indefinit çəki funksiyalı dördüncü tərtib xətti Şturm sistemlərinin uyğun olaraq sonsuz artan və sonsuz azalan müsbət və mənfi sadə məxsusi ədədlər ardıcıllıqlarının mövcudluğunu isbat etmək;

– indefinit çəki funksiyalı dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün xətti spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının ossilyasiya xassələrini öyrənmək;

– işarəsi dəyişən çəkili dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti xəttiləşdirilən məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin sıfırdan və sonsuzluqdan lokal və qlobal bifurkasiyasını öyrənmək;

– işarəsi dəyişən çəki funksiyalı dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti xəttiləşdirilə bilinməyən məxsusi qiymət məsələlərinin müsbət və mənfi həllərinin sıfırdan və sonsuzluqdan lokal və qlobal bifurkasiyasını öyrənmək.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işinin əsas nəticələri aşağıdakılardır:

– indefinit çəki funksiyalı dördüncü tərtib xətti Şturm sistemlərinin uyğun olaraq iki sonsuz artan və sonsuz azalan müsbət və mənfi sadə məxsusi ədədlər ardıcıllıqlarının mövcudluğu isbat edilmişdir;

– indefinit çəki funksiyalı dördüncü tərtib Şturm sistemlərinin həm müsbət, həm də mənfi məxsusi ədədlərinə uyğun məxsusi funksiyalarının ossilyasiya xassələri öyrənilmişdir;

– xəttiləşən qeyri-xətti Şturm sistemlərinin həllərinin trivial həllər əyrisinin və $R\times\{\infty\}$-un nöqtələrindən budaqlanan və uyğun xətti məsələlərin məxsusi funksiyalarının və onların törəmələrinin ossilyasiya xassələrinə malik funksiyalar sinfində yerləşən dörd qeyri-məhdud kontinuumlarının mövcudluğu göstərilmişdir;

– xəttiləşməyən qeyri-xətti Şturm sistemlərinin həlləri çoxluğunun trivial həllər əyrisinin və $R\times\{\infty\}$-un parçalarından budaqlanan və müsbət və mənfi funksiyalar siniflərində yerləşən dörd qeyri-məhdud komponentlərinin mövcudluğu isbat edilmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. İşdə alınan nəticələr əsasən nəzəri xarakter daşıyır. Bu nəticələr məsaməli mühitlə təsvirin işlənməsi və axını ilə bağlı reoloji mayelərin və digər hadisələrin modelləşdirilməsində, mayedə elastik lövhənin statik deformasiyasında tətbiq edilə bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işində alınmış nəticələr

Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Qeyri-harmonik analiz” (AMEA-nın müxbir üzvü, prof. Bilal Bilalov), “Diferensial tənliklər” (prof. Əkbər Əliyev) və “Funksional analiz” (prof. Həmidulla Aslanov) şöbələrinin seminarlarında, eləcədə “Riyazi analiz, diferensial tənliklər və onların tətbiqləri” MADEA-7 Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2015), “Qeyri-harmonik analiz və diferensial operatorlar” adlı Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2016), Gürcüstan Riyaziyyat Cəmiyyətinin illik VIII beynəlxalq konfransında (Batumi, Gürcüstan, 2017), İbrahim İbrahimovun 110 illik yubileyin həsr olunmuş Respublika elmi konfransında (Bakı, 2022) məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhfəsi tədqiqatın məqsədini formalaşdırmaqdır. Bundan əlavə, alınan bütün nəticələr müəllifə məxsusdur.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiyanın əsas nəticələri Azərbaycan Respublikası Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının tövsiyə etdiyi jurnallarda 5 elmi məqalə (onlardan 3-ü WOS, 2-i SCOPUS) və 4 beynəlxalq konfrans materiallarında (onlardan 1-i xaricdə keşirilmişdir) çap olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi müəssisənin adı. Dissertasiya işi Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun «Qeyri-harmonik analiz» şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiya işinin strukturu və həcmi (işarələrlə, hər bir struktur bölməsinin həcmini ayrı-ayrılıqda göstərməklə). Dissertasiya işinin ümumi həcmi – 212398 işarə (titul səhifəsi – 373 işarə, mündəricat – 2530 işarə, giriş – 58268 işarə, I fəsil – 48000 işarə, II fəsil– 52000 işarə, III fəsil – 50000 işarə, nəticə – 1227 işarə). 95 adda istifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

DİSSERTASİYA İŞİNİN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, 3 fəsil, nəticə və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Beş yarımfəsildən ibarət olan **I fəsil** indefinit çəki funksiyasına malik dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün spektral məsələlərin ossilyasiya xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur.

1.1-də məsələnin qoyuluşu verilmişdir.

Aşağıdakı kimi spektral məsələyə baxaq

$$(\tau(x)y''(x))'' = \lambda r(x)y(x),\ x \in (0,1), \tag{1}$$

$$y(0) = y(1) = y''(0) = y''(1) = 0, \tag{2}$$

burada $\lambda \in C-$spektral parametr, $\tau(x)$ funksiyasının $[0,1]$ parçasında mütləq kəsilməz törəməsi mövcuddur və bu funksiya $[0,1]$ parçasında müsbətdir, $r(x)$ çəki funksiyası $[0,1]$ parçasında kəsilməzdir və bu funksiya $[0,1]$ parçasında işarəsini dəyişir.

(1), (2) məxsusi qiymət məsələsi $r(x) > 0,\ x \in [0,1],$ olduqda S.N.Yançevski[7] tərəfindən tədqiq olunmuşdur. O isbat etmişdir ki, bu məsələnin bütün məxsusi ədədləri müsbətdirlər, sadədirlər və sonsuz artan $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$ ardıcıllığını əmələ gətirirlər. Bundan əlavə, $\mu_k - k$ -cı məxsusi məxsusi ədədə uyğun $\vartheta_k(x)$ məxsusi funksiyasının $(0,1)$ intervalında düz $k-1$ sayda sadə sıfrı mövcuddur.

Məlumdur ki, indefinit çəkili Şturm-Liuvill məsələsinin məxsusi funksiyalarının ossilyasiya xassələri Aynsın yuxarıda qeyd olunanan işində ətraflı tədqiq olunmuşdur. Spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının bu xassələri dördüncü tərtib adi diferensial operatorlar üçün hələ öyrənilməmişdir.

Bu fəslin əsas məqsədi tamam requlyar sərhəd şərtlərinə və işarəsi dəyişən çəki funksiyasına malik dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər üçün məxsusi qiymət məsələlərinin spektral xassələrinin öyrənilməsidir. İsbat edilir ki, bu spektral məsələlərin uyğun olaraq iki sonsuz artan müsbət və sonsuz azalan mənfi məxsusi ədədləri ardıcıllıqları mövcuddur. Burada ən kiçik müsbət və ən böyük mənfi məxsusi ədədlər sadədirlər və onlara uyğun məxsusi funksiyaların $(0,1)$ intervalında sıfırları yoxdur.

---

[7] Janczewsky, S.N. Oscillation theorems for the differential boundary value problems of the fourth order // Ann. Math., – 1928. v. 29, no. 2, – p. 521-542

1.2-də C^1 – çoxobrazlılarında hamar funksionalların kritik nöqtələri haqqında nəticələr verilmişdir.

1.3 yarımfəsli (1), (2) məsələsinin sonsuz artan müsbət və sonsuz azalan mənfi sadə məxsusi ədədlərinin mövcudluğunun isbatına həsr olunmuşdur.

Tutaq ki, $I=(0,1)$ və $W^{k,p,\tau}(I)-$ isə I-də təyin olunmuş bütün ölçülən həqiqi u funksiyalardan ibarət çəkili Sobolev fəzasıdır və

$$\|u\|_{k,p,\tau}=\left\{\sum_{m=0}^{k-1}\int_I |u^{(m)}(x)|^p\,dx+\int_I \tau(x)\,|u^{(k)}(x)|^p\,dx\right\}^{\frac{1}{p}}<+\infty.$$

Tutaq ki, $W_0^{1,p}(I)$ fəzası $C_0^{\infty}(I)$-in $W^{1,p}(I)=W^{1,p,1}(I)$ -də qapanmasıdır. $X=W_0^{1,2}(I)\bigcap W_0^{2,2,\tau}(I)$ ilə norması aşağıdakı kimi təyin olunan

$$\|u\|_X=\left\{\int_I \tau(x)\,|u''(x)|^2\,dx\right\}^{1/2}$$

və Fridrixsin çəki bərabərsizliyinə görə $W^{2,2,\tau}(I)$ fəzasının $\|u\|_{2,2,\tau}$ normasına ekvivalent olan fəzanı işarə edək. X^* ilə X fəzasına qoşma olan fəzanı işarə edək.

$L,H:X\to X^*$ xətti operatorlarını aşağıdakı kimi daxil edək:

$$\langle L(u),\vartheta\rangle=\int_I \tau u''\vartheta''dx,\quad \langle H(u),\vartheta\rangle=\int_I \tau u\vartheta\,dx,\;\; u,\vartheta\in X.$$

X fəzasında aşağıdakı funksionalları təyin edək:

$$F(u)=\frac{1}{2}\int_I \tau\,|u''|^2dx,\;\; G(u)=\frac{1}{2}\int_I r\,|u|^2dx.$$

Tutaq ki, $M=\{u\in X:2G(u)=1\}$. Onda (1), (2) məsələsini $\lambda>0$ olduqda aşağıdakı kimi ekvivalent şəkildə yazmaq olar:

$$F'(u)=\lambda G'(u),\; u\in \mathrm{M}, \tag{3}$$

və ya

$$L(u)=\lambda H(u),\; u\in \mathrm{M}. \tag{4}$$

Qeyd edək ki, (λ, u) yalnız o zaman (3) (və ya (4)) məsələsinin həlli olur ki, u nöqtəsi F funksionalının M çoxluğunda kritik nöqtəsi olsun.

Tutaq ki, E həqiqi Banax fəzası, Σ isə $E\setminus\{0\}$ çoxluğunun E-də qapalı olan bütün simmetrik altçoxluqları çoxluğudur, (əgər $Y=-Y$ olarsa, onda $Y\subset E$ çoxluğu simmetrik çoxluq adlanır). Əgər k tam ədədi Y-dən $R^k\setminus\{0\}$-a təsir edən kəsilməz tək inikasın mövcud olması xassəsinə malik ən kiçik tam ədəddirsə, onda M.A. Krasnoselskiyə[8] görə boş olmayan $Y\subset\Sigma$ çoxluğu $k, k\in \mathrm{N}\bigcup\{0\}$, kateqoriyalı çoxluq adlanır ($\gamma(Y)=k$ ilə işarə edilir). Əgər belə bir k yoxdursa, onda $\gamma(Y)=+\infty$, əgər $Y=\varnothing$ olarsa, onda $\gamma(Y)=0$.

Tutaq ki,

$$\Gamma_n=\{\, K\subset M : K \text{ simmetrikdir, kompaktdır və } \gamma(K)\geq n \,\}.$$

Lemma 1. *Hər bir $k\in \mathrm{N}$ üçün $\Gamma_k\neq\varnothing$.*

Aşağıdakı teorem bu fəslin əsas nəticələrindən biridir.

Teorem 1. *Hər bir $k\in \mathrm{N}$ üçün $\lambda_k^+=\inf\limits_{K\subset\Gamma_k}\max\limits_{u\in K}2F(u)$ ədədi F funksionalının M çoxluğunda kritik qiymətidir, daha doğrusu elə $u_k^+\in K_k\in\Gamma_k$, mövcuddur ki, $\lambda_k^+=2F(u_k^+)=\sup\limits_{u\in K_k}2F(u)$ və u_k^+ funksiyası (1), (2) məsələsinin λ_k^+ müsbət məxsusi ədədinə uyğun məxsusi funksiyasıdır. Bundan əlavə $k\to\infty$ olduqda $\lambda_k^+\to+\infty$ olur.*

Nəticə 1. *Aşağıdakı münasibət doğrudur:*

$$\lambda_1^+\leq\lambda_2^+\leq\ \dots\ \leq\lambda_k^+\mapsto+\infty.$$

Nəticə 2. *(1), (2) məsələsinin sonsuz azalan $\{\lambda_k^-\}_{k=1}^{\infty}$ mənfi məxsusi ədədləri ardısıllığı mövcuddur, belə ki, $k\to\infty$ olduqda*

---

[8] Красносельский, М.А. Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений/ М.А. Красносельский. – Москва; Ленинград: Гос. издательство техн.–теорет. лит., – 1956. – 392 с.

$\lambda_k^- \to -\infty$ *olur.*

1.4-də (1), (2) məsələsinin baş məxsusi ədədlərinin əsas xassələri öyrənilmişdir.

Teorem 2. λ_1^+ *(* λ_1^- *) məxsusi ədədi sadədir və ona uyğun olan* $u_1^+(x)$ *(* $u_1^-(x)$ *) məxsusi funksiyası* I *intervalında sıfra çevrilmir.*

1.5-də indefinit çəki funksiyalı tamam requlyar Şturm sisteminə baxılmışdır.

Dördüncü tərtib adi diferensial tənlik üçün aşağıdakı məxsusi qiymət məsələsinə baxaq

$$\ell(u) = (\tau(x)u'')'' - (q(x)u')' = \lambda r(x)u, \quad 0 < x < 1, \qquad (5)$$

$$u'(0)\cos\alpha - (\tau u'')(0)\sin\alpha = 0, \qquad (6a)$$

$$u(0)\cos\beta + Tu(0)\sin\beta = 0, \qquad (6b)$$

$$u'(1)\cos\gamma + (\tau u'')(1)\sin\gamma = 0, \qquad (6c)$$

$$u(1)\cos\delta - Tu(1)\sin\delta = 0, \qquad (6d)$$

burada q funsiyası $[0, 1]$ parçasında mənfi olmayan mütləq kəsilməz funksiyadır, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ədədləri ($q \equiv 0$ olduqda $\alpha = \gamma = 0$, $\beta = \delta = \pi/2$ və $\alpha = \gamma = \beta = \delta = \pi/2$ halları istisna olmaqla) həqiqi sabitlərdirlər belə ki, $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in [0, \pi/2]$.

Teorem 3. *(5), (6) spektral məsələsinin iki*

$0 < \lambda_1^+ \le \lambda_2^+ \le \ \ldots \ \le \lambda_k^+ \mapsto +\infty,\ 0 > \lambda_1^- \ge \lambda_2^+ \ge \ \ldots \ \ge \lambda_k^+ \mapsto -\infty,$

məxsusi ədədlər ardıcıllıqları mövcuddur və bu məsələnin başqa məxsusi ədədləri yoxdur. Bu halda, λ_1^+ *və* λ_1^- *bu məsələnin əsas (sadə) məxsusi ədədləridir, yəni onlara uyğun* $u_1^+(x)$ *və* $u_1^-(x)$ *məxsusi funksiyalarının* I *intervalında sıfırları yoxdur.*

Qeyd 1. Aşağıdakı münasibətlər doğrudur:

$$\int_0^1 r\,(u_k^+)^2\,dx > 0 \ \text{ и } \int_0^1 r\,(u_k^-)^2\,dx < 0, \ \ k \in \mathrm{N}. \qquad (7)$$

6 yarımfəsildən ibarət olan **ikinci fəsil** indefinit çəkili qeyri-xətti xəttiləşdirilmiş Şturm sistemlərinin həllərinin sıfırdan və

sonsuzluqdan qlobal bifurkasiyasının tədqiqinə həsr olunmuşdur.

2.1-də məsələnin qoyuluşu və tarixi qeydlər verilmişdir.

Aşağıdakı qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxaq

$$\begin{cases} \ell(u) = \lambda r(x) + g(x,u,u',u'',u''',\lambda),\ 0 < x < 1, \\ u \in BC, \end{cases} \tag{8}$$

burada $BC-(6)$ sərhəd şərtlərini ödəyən funksiyalar çoxluğudur, tənliyin və sərhəd şərtlərinin əmsalları onlar üzərinə I fəsildə qoyulmuş şərtləri ödəyirlər. Bundan əlavə, həqiqi-qiymətli $g \in C([0,\ 1] \times R^5)$ funksiyası hər bir məhdud $\Lambda \subset R$ aralığı üçün

$|u|+|s|+|\vartheta|+|w| \to 0$ olduqda

$$g(x,u,s,\vartheta,w,\lambda) = o(|u|+|s|+|\vartheta|+|w|) \tag{9}$$

və ya

$|u|+|s|+|\vartheta|+|w| \to \infty$ olduqda

$$g(x,u,s,\vartheta,w,\lambda) = o(|u|+|s|+|\vartheta|+|w|) \tag{10}$$

şərtni müntəzəm olaraq $x \in [0,\ 1]$ və $\lambda \in \Lambda$ olduqda ödəyir.

(8) məsələsinin həllərinin bifurkasiyası $r(x) > 0,\ x \in [0,\ 1],$ olduqda uyğun olaraq (9) və (10) şərtləri ödənildiyi halda Z.S. Əliyev[2] və Z.S.Əliyev, N.A.Mustafayevanın[9] işlərində ətraflı tədqiq olunmuşdur.

2.2-də qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin bifurkasiyası nəzəriyyəsindən zəruri məlumatlar verilir.

2.3-də norması $\| u \|_3 = \| u \|_\infty + \| u \|_\infty + \| u \|_\infty + \| u \|_\infty,$ $\| u \|_\infty = \max_{x \in [0,\ 1]} |u(x)|,$ şəklində təyin edilən $E = C^3[0,\ 1] \bigcap BC$ banax fəzasında Z.S.Əliyevin[2] işinə uyğun olaraq $S_k^\nu, k \in \mathrm{N},\ \nu \in \{+,-\},$ funksiyalar sinifləri daxil edilmişdir.

Teorem 3-ə və Z.S.Əliyevin[2] işindəki teorem 1.1.-ə əsasən

---

[9] Aliyev, Z. S., Mustafayeva, N.A. Bifurcation of solutions from infinity for certain nonlinear eigenvalue problems of fourth order ordinary differential equations // Elec. J. Diff. Equat., – 2018. v. 2018, no. 98, – p. 1–19

$u_1^+,\ u_1^- \in S_1 = S_1^+ \bigcup S_1^-$.

Qeyd 2. Ümumiliyi pozmadan fərz edə bilərik ki, $u_1^+, u_1^- \in S_1^+$ və $\| u_1^\sigma \|_3 = 1,\ \sigma \in \{+\ ,\ -\}$.

2.4-də (8) qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinin həllinin sıfırdan qlobal bifurkasiyası tədqiq olunmuşdur.

C ilə (8) məsələsinin trivial olmayan həlləri çoxluğunun qapanmasını işarə edək.

Aşağıdakı teorem bu fəslin əsas nəticələrindən biridir.

Teorem 4. *Tutaq ki, (9) şərti ödənilir. Onda hər bir* $\sigma \in \{+,-\}$ *və hər bir* $\nu \in \{+,-\}$ *üçün (8) məsələsinin həllərinin* $(\lambda_1^\sigma, 0)$ *nöqtəsini özündə saxlayan,* $(R \times S_1^\nu) \bigcup \{(\lambda_1^\sigma,\ 0)\}$ *çoxluğunda yerləşən və* $R \times E$*-də qeyri-məhdud olan* $C_1^{\sigma,\nu}$ *kontinuumu var.*

2.5-də $S_k^{\sigma,\nu}, k \in \mathrm{N},\ \sigma, \nu \in \{+,-\}$, funksiyalar sinfləri qurulur və əlavə şərtlər daxilində (8) məsələsinin həllərinin kontinuumlarının strukturu öyrənilmişdir.

Tutaq ki, aşağıdakı şərt ödənilir

$$u\, g(x,u,s,\vartheta,w,\lambda) \le 0,\ \ (x,u,s,\vartheta,w,\lambda) \in [0,\ 1] \times R^5. \qquad (11)$$

$S_k^\nu, k \in \mathrm{N},\ \nu \in \{+,-\}$, sinifləri ilə yanaşı aşağıdakı şəkildə təyin olunan $S_k^{\sigma,\nu},\ k \in \mathrm{N},\ \sigma,\ \nu \in \{+,-\}$ siniflərinə baxaq:

$$S_k^{\nu,\sigma} = \{u \in S_k^\nu\ :\ \sigma \int_0^1 r u^2 dx\ > 0\},\ k \in \mathrm{N},\ \sigma,\ \nu \in \{+,-\}.$$

(7) münasibətindən alınır ki, $u_1^+ \in S_1^{+,+},\ u_1^- \in S_1^{-,+}$.

Teorem 5. *Tutaq ki, (9) və (11) şərtləri ödənilir. Onda hər bir* $\sigma \in \{+,-\}$ *və hər bir* $\nu \in \{+,-\}$ *üçün (8) məsələsinin həllərinin* $C_1^{\sigma,\nu}$ *kontinuumu* $(R^\sigma \times S_1^{\sigma,\nu}) \bigcup \{(\lambda_1^\sigma,\ 0)\}$*-də yerləşir, burada* $R^+ = (0,\ +\infty), R^- = (-\infty, 0)$.

2.6-da (8) məsələsinin həllərinin sonsuzluqdan qlobal bifurkasiyası tədqiq olunmuşdur.

Qeyd 3. Aydındır ki, (λ_1^+, ∞) və (λ_1^-, ∞) nöqtələri (8) məsələsinin asimptotik bifurkasiya nöqtələridir.

Tutaq ki, X_0 (5), (6) məsələsinin məxsusi ədədləri çoxluğudur.

(10) şərti ödənildiyi zaman (8) məsələsi üçün aşağıdakı qlobal nəticələr doğrudur.

Teorem 6. *Tutaq ki, (10) şərti ödənilir. Onda hər bir* $\sigma \in \{+,-\}$ *üçün* C *çoxluğunun* $(\lambda_1^\sigma, \infty)$ *nöqtəsini özündə saxlayan qeyri-məhdud* $\tilde{C}_1^\sigma$ *komponenti mövcuddur. Bundan əlavə, tutaq ki,* $\Lambda \subset R$ *elə intervaldırsa ki,* $\Lambda \cap X_0 = \{\lambda_1^\sigma\}$*, və* M_1^σ *isə* $(\lambda_1^\sigma, \infty)$ *nöqtəsinin* R*-ə proyeksiyası* Λ*-ya daxil olan və* E*-ə proyeksiyası məhdud olan və* $0 \in E$ *nöqtəsini özündə saxlamayan ətrafıdırsa, onda ya*

1^0. $\tilde{C}_1^\sigma \setminus M_1^\sigma$ *çoxluğu* $R \times E -$*də məhduddur, belə ki, bu halda* $\tilde{C}_1^\sigma \setminus M_1^\sigma$ $\{(\lambda, 0) : \lambda \in R\}$ *çoxluğunu kəsir, ya da*

2^0. $\tilde{C}_1^\sigma \setminus M_1^\sigma$ *çoxluğu* $R \times E -$*də qeyri-məhduddur, bu halda əgər* $\tilde{C}_1^\sigma \setminus M_1^\sigma$ *çoxluğunun* R*-ə proyeksiyası məhduddursa, onda* $\tilde{C}_1^\sigma \setminus M_1^\sigma$ *çoxluğu* $(\lambda_{k'}^{\sigma'}, \infty)$ *nöqtəsini kəsir, burada* $\lambda_{k'}^{\sigma'} \in X_0$, $(k', \sigma') \neq (1, \sigma)$.

Teorem 7. *Hər bir* $\sigma \in \{+,-\}$ *üçün* $\tilde{C}_1^\sigma$ *kontinuumunu iki* $\tilde{C}_1^{\sigma,+}$, $\tilde{C}_1^{\sigma,-}$ *altkontinuumna ayırmaq olar və* $(\lambda_1^\sigma, \infty)$ *nöqtəsinin elə* $Q_1^\sigma \subset M_1^\sigma$ *ətrafı var ki,*

$$((\tilde{C}_1^{\sigma,+} \cap Q_1^\sigma) \setminus \{(\lambda_1^\sigma, \infty)\}) \subset R \times S_1^+,$$

$$((\tilde{C}_1^{\sigma,-} \cap Q_1^\sigma) \setminus \{(\lambda_1^\sigma, \infty)\}) \subset R \times S_1^-.$$

Teorem 8. *Tutaq ki, (10) və (11) şərltəri ödənilir. Onda aşağıdakı münasibətlər doğrudur*

$$((\tilde{C}_1^{\sigma,+} \cap Q_1^\sigma) \setminus \{(\lambda_1^\sigma, \infty)\}) \subset \hat{R}^\sigma \times S_1^{\sigma,+},$$

$$((\tilde{C}_1^{\sigma,-} \cap Q_1^\sigma) \setminus \{(\lambda_1^\sigma, \infty)\}) \subset \hat{R}^\sigma \times S_1^{\sigma,-}.$$

Dörd yarımfəsildən ibarət olan **III fəsildə** indefinit çəki funksiyalı Şturm sistemi üçün xəttiləşdirilməyən məsələlərə baxılır. Trivial həllər əyrisindən budaqlanan və müsbət və mənfi funksiyalar sinfinə daxil olan həllər çoxluğunun əlaqəli komponentlərinin strukturu və davranışı öyrənilir.

3.1-də indefinit çəkili tamam requlyar Şturm sistemi üçün qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxılır.

Aşağıdakı kimi dördüncü tərtib sərhəd məsələsinə baxaq:

$$\begin{cases} \ell(u) = \lambda\, r(x)u + h(x,u,u',u'',u''',\lambda),\ 0 < x < 1, \\ u \in BC, \end{cases} \tag{12}$$

burada tənlikdəki və sərhəd şərtlərindəki əmsallar onların üzərinə I fəsildə qoyulmuş şərtləri ödəyirlər. Bundan əlavə fərz edək ki, qeyri-xətti h həddi $h = f + g$ şəklindədir, burada $g \in C([0,\,1]\times R^5; R)$ funksiyası həm (11) şərtini, həm də ya (9), ya da (10) şərtini ödəyir, $f \in C([0,\,1]\times R^5; R)$ funksiyası isə aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$u\, f(x,u,s,\vartheta,w,\lambda) \le 0,\ \ (x,u,s,\vartheta,w,\lambda) \in [0,\,1]\times R^5; \tag{13}$$

elə $M > 0$ ədədi var ki,

$$\left| \frac{f\,(x,u,s,\vartheta,w,\lambda)}{u} \right| \le M,\ \ (x,u,s,\vartheta,w,\lambda) \in [0,1]\times R^5. \tag{14}$$

$r > 0$ olduqda və (9), (14) şərtləri ödənildikdə (12) məsələsinə Z.S.Əliyevin[2] işində baxılmışdır.

3.2-də əsas və həyəcanlanmış xətti məsələlərin əsas məxsusi ədədləri arasında məsafə üçün qiymətləndirmə aparılmışdır.

(5), (6) məsələsi ilə yanaşı aşağıdakı məsələyə baxaq

$$\begin{cases} \ell(u) + \varphi(x)u = \lambda\, r(x)u,\ 0 < x < 1, \\ u \in BC, \end{cases} \tag{15}$$

burada

$$\varphi(x) \in C[0,\,1] \text{ və } \varphi(x) \ge 0, x \in [0,\,1].$$

Lemma 2. *Hər bir* $\sigma \in \{+,-\}$ *üçün aşağıdakı münasibət doğrudur:*

$$|\tilde{\lambda}_1^\sigma - \lambda_1^\sigma| \le \frac{\sigma \tilde{M} \int_0^1 (u_1^\sigma(x))^2\,dx}{\int_0^1 r(x)(u_1^\sigma(x))^2\,dx}\,. \tag{16}$$

3.3-də (9) və (14) şərtləri ödənildikdə (12) məsələsinin həllərinin trivial həllər əyrisinin parçalarından budaqlanan qlobal kontinuumlarının strukturu öyrənilmişdir.

Lemma 3. *Hər bir $\nu \in \{+,-\}$ üçün və kafi qədər kiçik istənilən $\zeta > 0$ üçün (12) məsəlsinin elə $(\lambda_\zeta^\nu, u_\zeta^\nu)$ həlli mövcuddur ki, $u_\zeta^\nu \in S_1^\nu$ və $\| u_\zeta^\nu \|_3 = \zeta$.*

Nəticə 3. *Hər bir $\nu \in \{+,-\}$ üçün (12) məsələsinin $R \times S_1^\nu$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil.*

Lemma 4. *Əgər $(\lambda, 0)$ nöqtəsi (12) məsələsinin $R \times S_1^\nu$ çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtəsidirsə, onda $\lambda \in J_1^+ \bigcup J_1^-$, burada*

$$J_1^+ = [\lambda_1^+, \lambda_1^+ + d_1^+],\ J_1^- = [\lambda_1^- - d_1^-, \lambda_1^-],$$

$$d_1^\sigma = \frac{\sigma \tilde{M} \int_0^1 (u_1^\sigma(x))^2\,dx}{\int_0^1 r(x)(u_1^\sigma(x))^2\,dx},\ \sigma \in \{+,-\}.$$

D ilə (12) məsələsinin trivial olmayan həlləri çoxluğunun qapanmasını işarə edək. Hər bir $\sigma \in \{+,-\}$ və hər bir $\nu \in \{+,-\}$ üçün $\hat{D}_1^{\sigma,\nu}$ ilə D çoxluğunun $R \times S_1^\nu$ çoxluğu üzrə $(\lambda,) \in J_1^\sigma \times \{0\}$ bifurkasiya nöqtəsindən budaqlanan əlaqəli $D_{1,\lambda}^{\sigma,\nu}$ komponentlərinin birləşməsini işarə edək. Bundan başqa, $\tilde{D}_1^{\sigma,\nu} = \hat{D}_1^{\sigma,\nu} \bigcup (J_1^\sigma \times \{0\})$ işarə edək.

Aşağıdakı teorem bu fəslin əsas nəticələrindən biridir

Teorem 9. *Hər bir $\sigma \in \{+,-\}$ və hər bir $\nu \in \{+,-\}$ üçün D çoxluğunun $J_1^\sigma \times \{0\}$ parçasını özündə saxlayan $\tilde{D}_1^{\sigma,\nu}$ komponenti $(R \times S_1^\nu) \bigcup (J_1^\sigma \times \{0\})$ çoxluğunda yerləşir və $R \times E$-də qeyri-məhduddur.*

Teorem 10. *Tutaq ki,* $g \equiv 0$. *Onda hər bir* $\sigma \in \{+,-\}$ *və hər bir* $\nu \in \{+,-\}$ *üçün* D *çoxluğunun* $J_1^\sigma \times \{0\}$ *parçasını özündə saxlayan* $\tilde{D}_1^{\sigma,\nu}$ *komponenti* $(J_1^\sigma \times S_1^\nu) \bigcup (J_1^\sigma \times \{0\})$ *çoxluğunda yerləşir və* $R \times E$ *-də qeyri-məhduddur.*

İndi isə tutaq ki, (9) və (14) şərtləri ilə birlikdə (11) və (13) şərtləri də ödənilir. Onda aşağıdakı hökmlər doğrudur.

Lemma 5. *Tutaq ki. (11) və (13) şərtləri ödənilir. Əgər* $(\lambda, u) \in \tilde{D}_1^{\sigma,\nu}$, $\sigma \in \{+,-\}$, $\nu \in \{+,-\}$ *olarsa, onda* $\lambda \in R^\sigma$.

Lemma 6. *Hər bir* $\sigma \in \{+,-\}$ *və hər bir* $\nu \in \{+,-\}$ *üçün və kafi qədər kiçik* $\zeta > 0$ *üçün (12) məsələsinin elə* $(\lambda_\zeta^{\sigma,\nu}, u_\zeta^{\sigma,\nu})$ *həlli mövcuddur ki,* $u_\zeta^{\sigma,\nu} \in S_1^{\sigma,\nu}$ *və* $\| u_\zeta^{\sigma,\nu} \|_3 = \zeta$.

Nəticə 4. *İstənilən* $\sigma \in \{+,-\}$ *və istənilən* $\nu \in \{+,-\}$ *üçün (12) məsələsinin* $R \times S_1^{\sigma,\nu}$ *çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil.*

Lemma 7. *Əgər* $(\lambda, 0)$ *nöqtəsi (12) məsələsinin* $R \times S_1^{\sigma,\nu}$ *çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtəsidirsə, onda* $\lambda \in J_1^\sigma$.

Aşağıdakı teorem bu fəslin əsas nəticələrindən biridir

Teorem 11. *Hər bir* $\sigma \in \{+,-\}$ *və hər bir* $\nu \in \{+,-\}$ *üçün* D *çoxluğunun* $J_1^\sigma \times \{0\}$ *parçasını özündə saxlayan əlaqəli* $\tilde{D}_1^{\sigma,\nu}$ *komponenti* $(\tilde{R}^\sigma \times S_1^{\sigma,\nu}) \bigcup (J_1^\sigma \times \{0\})$ *çoxluğunda yerləşir və* $R \times E$ *-də qeyri-məhduddur.*

3.4-də həm (10) və (14), həm də (10), (11) və (13), (14) şərtləri ödənildikdə (12) qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinin həllərinin həm sonsuzluqdan, həm də sıfırdan və sonsuzluqdan qlobal bifurkasiyası öyrənilmişdir.

Tutaq ki, (10) və (14) şərtləri ödənilir. Onda aşağıdakı hökm doğrudur:

Lemma 8. *Hər bir* $\sigma \in \{+,-\}$ *və hər bir* $\nu \in \{+,-\}$ *üçün və kafi qədər böyük* $R_1 > 0$ *ədədi üçün (12) məsələsinin elə* $(\lambda_{R_1}^{\sigma,\nu}, u_{R_1}^{\sigma,\nu})$

həlli mövcuddur ki, $u_{R_1}^{\sigma,\nu} \in S_1^{\nu}$ *və* $\| u_{R_1}^{\sigma,\nu} \|_3 = R_1$.

Nəticə 5. *(12) məsələsinin* $R \times S_1^{\nu}$ *çoxluğu üzrə asimptotik bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil. Bundan başqa, əgər* (λ, ∞) *(12) məsələsinin* $R \times S_1^{\nu}$ *çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtəsidirsə, onda* $\lambda \in J_1^{+} \bigcup J_1^{-}$.

Hər bir $\sigma \in \{+,-\}$ və hər bir $\nu \in \{+,-\}$ üçün $\overline{D}_1^{\sigma,\nu}$ çoxluğunu D çoxluğunun $J_1^{\sigma} \times \{\infty\}$ əyrisini $R \times S_1^{\nu}$ çoxluğu boyunca kəsən bütün komponentlərinin birləşməsi kimi təyin edək və tutaq ki, $D_1^{\sigma,\nu} = \overline{D}_1^{\sigma,\nu} \bigcup (J_1^{\sigma} \times \{\infty\})$.

Aşağıdakı teorem bu yarımfəslin əsas nəticəsidir

Teorem 12. *Tutaq ki,*

$$P_1^{\sigma} = \{ (\lambda, u) \in R \times E : dist\{\lambda,\ J_1^{\sigma}\} \le \delta_1,\ \| u \|_3 > R_1 \},\ \sigma \in \{+,-\}.$$

Onda ya 1^0) $D_1^{\sigma,\nu} \setminus P_1^{\sigma}$ *çoxluğu* $R \times E$*-də məhduddur, belə ki, bu halda* $D_1^{\sigma,\nu} \setminus P_1^{\sigma}$ *çoxluğu* $\{(\lambda, 0) : \lambda \in R\}$ *çoxluğunu kəsir ya da* 2^0) $D_1^{\sigma,\nu} \setminus P_1^{\sigma}$ *çoxluğu* $R \times E$*-də qeyri-məhduddur, bu halda əgər* $D_1^{\sigma,\nu} \setminus P_1^{\sigma}$ *çoxluğnun* R*-ə proyeksiyası məhduddursa, onda* $D_1^{\sigma,\nu} \setminus P_1^{\sigma}$ *çoxluğu müəyyən* $(k', \sigma') \ne (k, \sigma)$ *üçün* $J_{k'}^{\sigma'} \times \{\infty\}$ *parçasını kəsir, burada* $J_{k'}^{\sigma'} \times \{\infty\}$ *(12) məsələsinin bifurkasiya parçasıdır, belə ki,* $\lambda_{k'}^{\sigma'} \in J_{k'}^{\sigma'}$.

Əgər əlavə olaraq (11) və (13) şərtləri də ödənilərsə, onda aşağıdakı hökmlər doğrudur.

Lemma 9. *Hər bir* $\sigma \in \{+,-\}$ *və hər bir* $\nu \in \{+,-\}$ *üçün və kafi qədər böyük istənilən* $\widetilde{R}_1 > 0$ *ədədi üçün (12) məsələsinin elə* $(\lambda_{\widetilde{R}_1}^{\sigma,\nu}, u_{\widetilde{R}_1}^{\sigma,\nu})$ *həlli mövcuddur ki,* $u_{\widetilde{R}_1}^{\sigma,\nu} \in S_1^{\sigma,\nu}$ *və* $\| u_{\widetilde{R}_1}^{\sigma,\nu} \|_3 = \widetilde{R}_1$.

Nəticə 6. *(12) məsələsinin* $R \times S_1^{\sigma,\nu}$ *çoxluğu üzrə asimptotik bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil. Bundan əlavə, əgər* (λ, ∞) *(12) məsələsi üçün* $R \times S_1^{\sigma,\nu}$ *çoxluğu üzrə bifurkasiya nöqtəsidirsə,* *onda* $\lambda \in J_1^{\sigma}$.

Teorem 13. *Aşağıdakı hökmlərdən biri doğrudur:*

1^0*)* $D_1^{\sigma,\nu} \setminus P_1^{\sigma}$ *çoxluğu* $R \times E$*-də məhduddur, belə ki, bu halda* $D_1^{\sigma,\nu} \setminus P_1^{\sigma}$ *çoxluğu* $\{(\lambda,0) : \lambda \in R\}$ *çoxluğunu kəsir;*

2^0*)* $D_1^{\sigma,\nu} \setminus P_1^{\sigma}$ *çoxluğu* $R \times E$*-də qeyri-məhduddur, bu halda əgər* $D_1^{\sigma,\nu} \setminus P_1^{\sigma}$ *çoxluğunun* R*-də proyeksiyası məhduddursa, onda* $D_1^{\sigma,\nu} \setminus P_1^{\sigma}$ *çoxluğu* $J_k^{\sigma} \times \{\infty\}$ *parçasını müəyyən* $k \neq 1$ *üçün kəsir, burada* $J_k^{\sigma} \times \{\infty\}$ *(12) məsələsinin asimptotik bifurkasiya parçasıdır, belə ki,* $\lambda_k^{\sigma} \in J_k^{\sigma}$.

Sonda müəllif məsələnin qoyuluşuna, daim diqqətinə və qiymətli məsləhətlərinə görə elmi rəhbəri professor Ziyatxan Əliyevə öz dərin minnətdarlığını bildirir.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işində indefinit çəkili dördüncü tərtib adi diferensial tənliklər (daha dəqiq desək, dördüncü tərtib tamam requlyar Şturm sistemləri) üçün xətti məxsusi qiymət məsələlərinin məxsusi funksiyalarının osillyasiya xassələri öyrənilmiş, qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələlərinin həllərinin sıfırdan və sonsuzdan qlobal bifurkasiyası tədqiq edilmişdir.

Dissertasiya işinin əsas nəticələri aşağıdakılardır:

– indefinit çəki funksiyalı dördüncü tərtib xətti Şturm sistemlərinin uyğun olaraq iki sonsuz artan və sonsuz azalan müsbət və mənfi sadə məxsusi ədədlər ardıcıllıqlarının mövcudluğu isbat edilmişdir;

– indefinit çəki funksiyalı dördüncü tərtib Şturm sisteminin həm müsbət, həm də mənfi məxsusi ədədlərinə uyğun məxsusi funksiyalarının ossilyasiya xassələri tamamilə öyrənilmişdir;

– xəttiləşən qeyri-xətti Şturm sistemlərinin həllərinin trivial həllər əyrisinin və $R \times \{\infty\}$-un nöqtələrindən budaqlanan və uyğun xətti məsələlərin məxsusi funksiyalarının və onların törəmələrinin ossilyasiya xassələrinə malik funksiyalar sinfində yerləşən dörd qeyri-məhdud kontinuumlarının mövcudluğu göstərilmişdir;

– xəttiləşməyən qeyri-xətti Şturm sistemlərinin həlləri çoxluğunun trivial həllər əyrisinin və $R \times \{\infty\}$-un parçalarından budaqlanan və onların ətrafında müsbət və mənfi funksiyalar siniflərində yerləşən dörd qeyri-məhdud komponentlərinin mövcudluğu isbat edilmişdir.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Huseynova, R.A. Global bifurcation of solutions of the half-linearizable eigenvalue problems of fourth order // Abstracts of Azerbaijan-Turkey-Ukrainian International conference MADEA-7 of Mathematical Analysis, Differential Equations and their Applications, – Baku: 08–13 September, – 2015, – p. 71–72.
2. Huseynova, R.A. Global bifurcation from principal eigenvalues for some Sturmian system with sign-changing weight // International Workshop on ”Non-harmonic Analysis and Differential Operators”, – Baku: –26-27 May, – 2016, – p.50
3. Aliyev, Z.S. Huseynova, R.A. On fourth-order eigenvalue problems with indefinite weight // – Baku: Trans. of ANAS. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Mathematics, – 2016. v. 36, №4, – p. 37–46.
4. Huseynova, R.A. Global bifurcation from principal eigenvalues for nonlinear fourth order eigenvalue problem with indefinite weight // – Baku: Proc. Inst. Math. Mech. ANAS, – 2016. v. 42, №2, – p. 202–211.
5. Aliyev, Z.S. Huseynova, R.A. Bifurcation in nonlinearizable eigenvalue problems for ordinary differential equations of fourth order with indefinite weight // Electron. J. Qual. Theory Differ. Equat., – 2017. № 92, – p. 1–12.
6. Aliyev, Z.S. Huseynova, R.A. Global bifurcation in some nonlinearizable eigenvalue problems with indefinite weight // Abstracts of VIII Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union, – Batumi: – 4-8 September, – 2017, – p. 51-52.
7. Aliev, Z.S. Huseynova, R.A. Global bifurcation from infinity in some nonlinearizable eigenvalue problems with indefinite weight // – Baku: Proc. Inst. Math. Mech. ANAS, – 2018, v. 44, № 1, – p. 123–134.
8. Huseynova, R.A. Global Bifurcation from zero and infinity in nonlinear beam equation with indefinite weight // – Baku: Caspian J. Appl. Math., Ecol., Econ., – 2017, № 2, – p.74–84.

9. Aliev, Z.S. Huseynova, R.A. Global bifurcation from infinity in some fourth order nonlinear eigenvalue problems with indefinite weight // International conference “Modern Problems of Mathematics and Mechanics ” dedicated to the 110-th anniversary of Ibrahim Ibrahimov, – Baku: –29 June -01 July, – 2022, – p. 38–40.

Dissertasiyanın müdafiəsi **29 mart 2024-cü il** tarixində **14^{00}-da** Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç, 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **23 fevral 2024-cü il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 19.02.2024

Kağızın formatı: 60x841/16

Həcm: 36015

Tiraj: 100