AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

QARIŞIQ VƏ BİRGƏ TİP TƏNLİKLƏR ÜÇÜN SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLƏRİNİN KEYFİYYƏT XASSƏLƏRİ

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Şəbinə Ağadin qızı Niftullayeva**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2024

Dissertasiya işi Lənkəran Dövlət Universitetinin Riyaziyyat və informatika kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:	riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Nihan Əlipənah oğlu Əliyev**
Rəsmi opponentlər:	riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Yaşar Topuş oğlu Mehrəliyev**
	riyaziyyat elmləri doktoru, dosent **Azad Məmməd oğlu Bayramov**
	fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent **Vaqif Yusif oğlu Məstəliyev**

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

akademik, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

_______________ **Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Dissertasiya şurasının elmi katibi:

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

Z. Xankişiyev _______________ **Zakir Fərman oğlu Xankişiyev**

Elmi seminarın sədri:

riyaziyyat elmləri doktoru, professor

_______________ **Yaqub Əmiyar oğlu Şərifov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Məlumdur ki, həm qarışıq, həm də birgə tip tənliklər üçün məsələlərə keçən əsrin əvvəllərindən baxılmağa başlanılmışdır. Qarışıq tip tənliklər üçün baxılan məsələlərin aktuallığı, bu tip tənliklərin əsasən hərəkət edən cismin sürətinin səsin sürətini ötmə hadisəsi ilə əlaqədar olmasıdır. Belə ki, sürət səsin sürətindən kiçik olduqda, hərəkət, elliptik tip tənliklə, bu sürət (cismin sürəti) səsin sürətini ötdükdə isə hiperbolik tip tənliklə verilir. Trikomi tənliyi və ya Lavrentyev-Bitsadze tənliyi (bu tənlik sabit əmsallıdır) məhz bu kimi hadisələri izah edir. Qarışıq tip tənlik üçün məsələlər F.G.Trikomi [1] tərəfindən başlanılıb A.V.Bitsadze[2] tərəfindən davam etdirilmişdir. Sonralar bu məsələlərlə və J.S.Adamar[3] tərəfindən başlanılan birgə tip tənlik üçün məsələlərlə əsasən A.V.Bitsadzenin tələbələri T.D.Curayev[4], A.M. Naxuşeva[5] və başqaları məşğul olmuşlar. Qarışıq və birgə tip tənliklər üçün məsələlər M.S Salahəddinov[6], T.D.Curayev[7] və digərləri tərəfindən öyrənilmişdir. Daha sonralar bu cür tənliklər üçün məsələlərə (qeyri-lokal və qlobal hədlər tutan sərhəd şərtləri daxilində) N.Ə.Əliyev və M.Cahanşahi [8], N.Ə.Əliyev və Ə.Y. Qareqeşlaqi [9] və başqaları tərəfindən baxılmışdır.

---

[1] Trikomi, F. Ulteriori richerche sullequazione $yz_{xx} + z_{yy} = 0$, Rendiconti del Cirolo Mathematico di Palermo, S 2, –1928, –pp.63-90.

[2] Бицадзе А.В. К проблеме уравнений смешанного типа // Труды Математического института имени В.А. Стеклова. – 1953. – Т. 41. №. 0. – с.3-59.

[3] Hadamard, J. Propriétés d'une équation linéaire aux dérivées partielles du quatrième ordre //Tohoku Mathematical Journal, First Series. – 1933. – 37. – pp.133-150.

[4] Джураев, Т.Д. Об одной краевой задаче для уравнения составного типа // Док. АН Узб. ССР. –1962, –№4, –с.5-8.

[5] Нахушева, В.А. Краевые задачи для уравнения теплопроводности смешанного типа // Докл. Адыгской Международной академии наук, – 2010, – т.12, – №2, – с.39-45.

[6] Салахитдинов, М.С. К вопросу о существование рещений краевых задач для уравнения смещанно-состовного типа // Изв, АН Узб. ССР, сер.физ.мат.наук, – 1966, –№4, –с.17-20.

[7] Джураев, Т.Д. О некоторых краевых задачах для уравнения смешанно-составного типа //Сибирский математический журнал. – 1963. – Т. 4. – №. 4. – с. 775-787.

[8] Aliev, N., Jahanshahi, M. Sufficient conditions for reduction of the BVP including a mixed PDE with non-local boundary conditions to Fredholm integral equations //International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. – 1997. – 28(3). – pp. 419-425.

[9] Gharehgheshlaghi, A.Y.D., Aliyev, N.A. A Problem for a Composite Type Equation of Third Order with General Linear Boundary Conditions // Transact. NAS Azerbaijan. Baku, – 2009. – 29. №4, – pp. 36-46.

Qarışıq tip tənlik dedikdə verilmiş oblastın bir hissəsində elliptik, qalan hissədə hiperbolik, bunların ümumi sərhəddində isə parabolik tipə məxsus olan tənlik başa düşülür. Birgə tip tənlik dedikdə isə baxılan oblastın hər bir nöqtəsində həm elliptiklik, həm də hiperboliklik xassəsi olan tənlik başa düşülür. Birgə tip tənlik klassik işlərdə, Laplas tənliyinin törəməsindən alınan tənlik qəbul edilir. Belə ki, Laplas tənliyi hər bir nöqtədə elliptik tipə məxsus olduğu halda, Laplas tənliyindən alınan törəmə hər bir nöqtədə hiperbolik tipə aid olur. Qarışıq tipin nümayəndəsi isə Trikomi və ya Lavrentiyev-Bitsadze tənliyi götürülür. Bəzi praktiki məsələlər isə birinci tərtib xüsusi törəməli tənliklər və onlardan törəmə almaqla alınan üçüncü tərtib qarışıq və birgə tip tənliklər üçün qeyri-lokal və qlobal hədlər tutan sərhəd şərtləri verilən sərhəd məsələləri ilə təsvir olunur. Dissertasiya işi məhz belə məsələlərə həsr olunmuşdur. Bu cür məsələlərin öyrənilməsi klassik işlərdəki bəzi mühakimələri tətbiq etməyə imkan vermir. Bu məsələləri öyrənərkən biz N.Ə.Əliyev və başqaları tərəfindən işlənib-hazırlanan üsullardan istifadə edirik. Belə ki, klassik işlərdən fərqli olaraq Qrin funksiyası deyil, tənliyin və ya qoşma tənliyin fundamental həllindən istifadə edilmişdir. Fundamental həllin köməyilə zəruri şərtlər araşdırılmışdır. Bunlar elə şərtlərdir ki, baxılan tənliyin ixtiyari həlli bu şərtləri ödəyir. Bu zəruri şərtlərdə olan ümumi vəziyyətə tabe olmayan sinqulyarlıqlar, verilmiş sərhəd şərtlərinin köməyi ilə özünəməxsus üsulla requlyarlaşdırılmışdır.

Tədqiqatın obyekti və predmeti. Qarışıq, birgə, qarışıq və birgə tip tənliklər üçün qeyri-lokal və qlobal sərhəd şərtli məsələlərinin həllərinin araşdırılması xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsində və riyazi fizikada kifayət qədər aktual məsələlərdir. Tədqiq olunan tənliklərdə elliptik hissə birinci tərtib olduqda hətta məsələnin qoyuluşu klassik işlərdə qoyulan sərhəd məsələlərindən fərqlənir. Bu səbəbdən bir çox klassik mühakimələrin ciddi dəyişdirilməsi zərurəti yaranır. Buna görə də Koşi-Riman tipli elliptik tənliklər və eləcə də onun ikinci tərtib saf və ya qarışıq törəmələri olan birgə və qarışıq tip üçüncü tərtib xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin öyrənilməsi xüsusi maraq doğurur.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin əsas məqsədi bəzi qarışıq və birgə tip tənliklər üçün qeyri-lokal və qlobal hədli sərhəd şərtli məsələlərin öyrənilməsidir. Buraya birinci tərtib qarışıq tip tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərti daxilində məsələnin həllinin öyrənilməsi, Koşi-Riman tənliyinin saf və qarışıq törəmələrindən alınan üçüncü tərtib birgə tip tənlik üçün qeyri-lokal və qlobal hədlər saxlayan sərhəd şərtli məsələlərin tədqiqi daxildir. Bu zaman əsas vəzifələrdən biri qeyd olunan məsələlərin həlləri üçün zəruri şərtlər alınması və bu zəruri şərtlərdə olan ümumi vəziyyətə tabe olmayan sinqulyarlıqların requlyarlaşdırılması, qoyulmuş məsələlərin requlyar nüvəli ikinci növ Fredholm tipli inteqral tənliklər sisteminə gətirilməklə araşdırılmasıdır.

Tədqiqatın metodları. Dissertasiya işində diferensial və inteqral tənliklər nəzəriyyəsinin, kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin, funksional analizin metodlarından istifadə olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar. Müdafiəyə aşağıdakı əsas müddəalar çıxarılır:

1. Qarışıq və birgə tip tənliklər üçün lokal sərhəd şərti daxilində baxılan məsələlərin deyil qeyri-lokal sərhəd şərtli məsələlər öyrənilməsi.

2. Birinci tərtib qarışıq tip tənlik və Trikomi tənliyi üçün qeyri-lokal və qlobal həddə malik sərhəd şərtli məsələlərinin həllərinin araşdırılması.

3. Koşi-Riman tənliyinin ikinci tərtib saf törəməsindən və qarışıq törəməsindən alınan üçüncü tərtib birgə tip tənliklər üçün qeyri-lokal və qlobal sərhəd şərtli məsələlərin həllərinin araşdırılması.

4. Həm qarışıq, həm də birgə tipə məxsus olan üçüncü tərtib xüsusi törəməli tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli məsələnin həllinin araşdırılması.

5. Baxılan tənliyin ixtiyari həllini və onun törəmələrini sərhəd qiymətləri ilə ifadə edən əsas münasibətlərin və zəruri şərtlərin tapılması. Zəruri şərtlərdə olan sinqulyarlıqların requlyarlaşdırılması və alınan requlyar ifadələrdən və sərhəd şərtlərindən istifadə edərək məsələnin fredholmluğunu təmin edən kafi şərtlərin tapılması.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır.

1. Birinci tərtib qarışıq tip tənlik və Trikomi tənliyi üçün qeyri-lokal və qlobal həddə malik sərhəd şərtli məsələlərin həlləri araşdırılmışdır. Hər bir tənliyin ixtiyari həllini və onun törəmələrini sərhəd qiymətləri ilə ifadə edən əsas münasibətlər qurulmuş və əsas münasibətlərin içərisindən zəruri şərtlər seçilmişdir. Zəruri şərtlərdəki sinqulyar ifadələr requlyarlaşdırılmışdır.

2. Koşi-Riman tənliyinin ikinci tərtib saf törəməsindən və qarışıq törəməsindən alınan üçüncü tərtib birgə tip tənliklər üçün qeyri-lokal və qlobal sərhəd şərtli məsələlərin həlləri araşdırılmışdır. Əsas münasibətlər və onlardan zəruri şərtlər çıxarılmış, bu şərtlərdəki sinqulyarlıqlar requlyarlaşdırılmışdır.

3. Həm qarışıq, həm də birgə tipə məxsus olan üçüncü tərtib xüsusi törəməli tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli məsələnin həlli araşdırılmışdır.

4. Qoyulmuş sərhəd məsələlərinin fredholmluğu üçün kafi şərtlər alınmışdır.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Nəzəri xarakter daşıyan bu dissertasiya işindən, təqribi həllərin alınması üçün də istifadə edilə bilər. Bundan başqa dissertasiyada alınan nəticələr hərəkət edən cismin sürətinin səsin sürətini ötmə hadisəsi ilə əlaqədar olan bəzi tətbiqi məsələlərdə istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işinin əsas nəticələri Lənkəran Dövlət Universitetinin "Riyaziyyat və informatika" kafedrasının seminarlarında; Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 94-cü ildönümünə həsr olunmuş "Təbiət və humanitar elm sahələrinin inkişafı problemləri" Respublika elmi konfransında (Lənkəran, 2017); "Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri" beynəlxalq elmi konfransında (Sumqayıt, 2017); "Müasirləşən Azərbaycan: Yeni yüksəliş mərhələsi" gənc tədqiqatçıların Respublika elmi konfransında (Lənkəran, 2017); "Müasir dünyada inteqrasiya və elmin aktual problemləri" Respublika elmi konfransında (Lənkəran, 2017); International conference on "Sustainable development and actual problems of humanitarian sciences" dedicated to the 95th anniversary of the National Leader Haydar Aliyev (Bakı, 2018); XXXI International

Conference “Problems of decision making under uncertainties” PDMU-2018, (Bakı, Lənkəran, 2018); “İnteqrasiya mühitində Azərbaycan elminin qarşısında duran vəzifələr” gənc tədqiqatçıların (magistrant və doktorant) Respublika elmi konfransında (Lənkəran, 2018); prof. Nihan Əliyevin 80 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat elminin inkişafının yeni mərhələsi” Universitet elmi konfransında (Lənkəran, 2018); Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş “Tədris prosesində elmi innovasiyaların tətbiqi yolları” mövzusunda Respublika elmi-praktik konfransında (Lənkəran, 2019); “Müasir təlim texnologiyalarının tətbiq olunmasının təhsilin keyfiyyətinə təsiri” mövzusunda gənc tədqiqatçıların Respublika elmi-praktik konfransında (Lənkəran, 2019); həmçinin, ölkə xaricində XXIX International Conference “Problems of decision making under uncertainties” PDMU-2017 (Mukachevo, Київ, Ukraine, 2017), XXXVI International Conference Problems Of Decision Making Under Uncertainties PDMU-2021 (Skhidnytsia, Kyiv, Ukraine, 2021) beynəlxalq elmi konfranslarında məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Alınmış bütün nəticə və təkliflər müəllifə aiddir.

Müəllifin nəşrləri. Tədqiqat üzrə Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK-ın tövsiyə etdiyi nəşriyyatlarda 8 məqalə (2-si Zentralblatt MATH bazasına daxildir, 1-i xaricdə çap olunub), 12 konfrans materialı (bütövlükdə 20 iş) nəşr olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Lənkəran Dövlət Universitetinin “Riyaziyyat və informatika” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi giriş, üç fəsil, nəticə və istifadə edilmiş 141 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin ümumi həcmi 221961 işarə (titul səhifəsi – 346 işarə, mündəricat – 1499 işarə, giriş – 42683 işarə, I fəsil – 68199 işarə, II fəsil – 46298 işarə, III fəsil – 61834 işarə, nəticə – 1102 işarə) təşkil edir.

DİSSERTASİYA İŞİNİN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya mövzusunun aktuallığı əsaslandırılmış, işin məqsədi, elmi yeniliyi, nəzəri və praktiki əhəmiyyəti göstərilmiş, müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar müəyyən edilmişdir. Burada həmçinin işin quruluşu barədə məlumatlar verilmişdir.

"Qarışıq tip tənliklər üçün qeyri-lokal və qlobal hədli sərhəd şərtləri daxilində məsələlərin həllinin araşdırılması" adlanan birinci fəsil bu tip tənliklər üçün ümumi xətti sərhəd məsələlərinin həllinin araşdırılmasına həsr edilmişdir.

"İxtiyari oblastda birinci tərtib qarışıq tip tənlik üçün qeyri-lokal və qlobal həddə malik sərhəd şərtli məsələnin həllinin araşdırılması" adlanan I paraqrafda ixtiyari oblastda birinci tərtib bu tip üçün ümumi xətti sərhəd şərti daxilində məsələnin həlli araşdırılmışdır.

Aşağıdakı kimi sərhəd məsələsinə baxılmışdır:

$$\frac{\partial u_s(x)}{\partial x_2}+\sqrt{(-1)^s}\,\frac{\partial u_s(x)}{\partial x_1}= f_s(x),\ x=(x_1,x_2)\in D_s\subset R^2,\ s=1,2; \quad (1)$$

$$\sum_{s=0}^{1}\Big\{\Big[\alpha_{k1}^{(s)}(x_1)u_1(x_1,s\gamma_1(x_1))+\alpha_{k2}^{(s)}(x_1)u_2\big(s\sigma(x_1)+$$

$$+(1-s)x_1,s\gamma_2(\sigma(x_1))\big)\Big]+\int_{a_1}^{b_1}\Big[\beta_{k1}^{(s)}(x_1,t)u_1(t,s\gamma_1(t))+$$

$$+\beta_{k2}^{(s)}(x_1,t)u_2(t,s\gamma_2(t))\Big]dt+\int_D K_{ks}(x_1,\xi)u_s(\xi)d\xi\Big\}=\alpha_k(x_1)$$

$$k=1,2;\ x_1\in[a_1,b_1]. \quad (2)$$

Burada $D=D_1\cup D_2$ x_2 – istiqamətində qabarıq məhdud müstəvi oblastı, bu oblastın $\Gamma=\Gamma_1\cup\Gamma_2$ – sərhəddi isə Lyapunov xəttidir və Γ_k əyrisi $x_2=\gamma_k(x_1)$, $a_1\le x_1\le b_1, k=1,2$ tənliyi ilə verilmişdir. Baxılan tənlik D_1 oblastında birinci tərtib elliptik tip (Koşi-Riman tənliyi), D_2 oblastında isə birinci tərtib hiperbolik tip tənlikdir, (2) sərhəd şərtləri xətti asılı deyil. Tənliyin sağ tərəfi olan $f_s(x)$, $x\in D_s$, $s=1,2$ olduqda verilmiş kəsilməz funksiyadır. Sərhəd şərtinin verilənləri də $\alpha_{kj}^{(s)}(x_1), k=1,2;$ $j=1,2;$ $s=\overline{0,2};$ $\beta_{kj}^{(s)}(x_1,t),$ $k=1,2;$ $j=1,2;$ $s=\overline{0,2};$ $K_{kj}(x_1,\xi),$ $k=1,2;$ $j=1,2;$ və $\alpha_k(x_1),$ $k=1,2;$ funksiyaları $x_1\in[a_1,b_1]$ $t\in[a_1,b_1],$ və $\xi\in D$ olduqda verilmiş kəsilməz funksiyalardır.

(1) tənliyinin

$$U_1(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_i)}$$

və

$$U_2(x-\xi)=e(x_2-\xi_2)\delta(x_1-\xi_1-(x_2-\xi_2))$$

fundamental həllərindən istifadə edilmişdir, belə ki,

$$e(t)=\begin{cases}\frac{1}{2},t>0\\ 0,t=0,\\ -\frac{1}{2},t<0\end{cases}$$

Hevisaydın simmetrik vahid funksiyası, $\delta(t)$ – isə Dirakın “delta” funksiyasıdır.

Bu fundamental həllərinin köməyi ilə

$$\int_{\partial D_1}u_1(x)U_1(x-\xi)[\cos(\nu_1,x_2)+i\cos(\nu_1,x_1)]dx-$$

$$-\int_{D_1}f_1(x)U_1(x-\xi)dx=\begin{cases}u_1(\xi),\xi\in D_1\\ \frac{1}{2}u_1(\xi),\xi\in\partial D_1\end{cases}\qquad(3)$$

və

$$\int_{\partial D_2}u_2(x)U_2(x-\xi)[\cos(\nu_2,x_2)+i\cos(\nu_2,x_1)]dx-$$

$$-\int_{D_2}f_2(x)U_2(x-\xi)dx=\begin{cases}u_2(\xi),\xi\in D_2\\ \frac{1}{2}u_2(\xi),\xi\in\partial D_2\end{cases}\qquad(4)$$

əsas münasibətləri alınmış, ν_s ilə D_s oblastının ∂D_s $s=1,2;$ sərhəddinə çəkilmiş xarici normal işarə edilmişdir. Əsas (3) və (4)-dən alınan zəruri şərtlər aşağıdakı kimidir:

$$u_1(\xi_1,\gamma_1(\xi_1))=\frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{u_1(x_1,\gamma_1(x_1))}{x_1-\xi_1}dx_1-\ldots \tag{5}$$

$$u_1(\xi_1,0)=-\frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{u_1(x_1,0)}{x_1-\xi_1}dx_1+\ldots \tag{6}$$

$$u_2(\xi_1,0)=u_2(\sigma(\xi_1),\gamma_2(\sigma(\xi_1)))-\int_{a_1}^{b_1} f_2(x_1,x_1-\xi_1)dx_1, \tag{7}$$

$$\begin{gathered} u_2(\xi_1,\gamma_2(\xi_1))=u_2(\xi_1-\gamma_2(\xi_1),0)- \\ -\int_{a_1}^{b_1} f_2(x_1,x_1-\xi_1+\gamma_2(\xi_1))e(x_1-\xi_1)dx_1, \end{gathered} \tag{8}$$

burada və sonralar (...) ilə sinqulyar olmayan hədlərin cəmi, $\gamma_k(x_1)$ ilə D_k oblastlarının $k=1,2;$ (D_1-in aşağı sərhəddi, D_2-nin yuxarı sərhəddi) sərhədləri, $x_1=\sigma(\xi_1)$ ilə $x_1-\xi_1-\gamma_2(x_1)=0,\ x_1\in[a_1,b_1],$ $\xi_1\in[a_1,b_1]$ tənliyinin həlli işarə edilmişdir. Aşağıdakı funksiyanı daxil edək:

$$\begin{gathered} \alpha(x_1)=\Bigg[\alpha_1(x_1)-\alpha_{12}^{(2)}(x_1)\int_{a_1}^{b_1} f_2(\eta_1,\eta_1-x_1)d\eta_1- \\ -\int_{a_1}^{b_1}\beta_{12}^{(2)}(x_1,\sigma(\tau))\sigma'(\tau)d\tau\int_{a_1}^{b_1} f_2(\eta_1,\eta_1-\tau)d\eta_1\Bigg]\times \\ \times\left[\alpha_{22}^{(0)}(x_1)+\alpha_{22}^{(2)}(x_1)\right]-\Big[\alpha_2(x_1)-\alpha_{22}^{(2)}(x_1)\times \\ \times\int_{a_1}^{b_1} f_2(\eta_1,\eta_1-x_1)d\eta_1-\int_{a_1}^{b_1}\beta_{22}^{(2)}(x_1,\sigma(\tau))\sigma'(\tau)d\tau\times \\ \times\int_{a_1}^{b_1} f_2(\eta_1,\eta_1-\tau_1)d\eta_1\Big]\left[\alpha_{12}^{(0)}(x_1)+\alpha_{12}^{(2)}(x_1)\right]. \end{gathered}$$

Bu paraqrafda həmçinin sinqulyar zəruri şərtlərin köməyi ilə aşağıdakı xətti kombinasiya qurulur:

$$\alpha_1(\xi_1)u_1(\xi_1,\gamma_1(\xi_1))-\alpha_0(\xi_1)u_1(\xi_1,0)=\frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{\alpha(x_1)dx_1}{x_1-\xi_1}+\ldots \qquad (9)$$

Alınan ifadənin sağ tərəfində olan sinqulyar hədlər inteqralların növbəsini dəyişdikdən sonra requlyarlaşırlar. Qalan birinci həddə naməlum funksiya iştirak etmədiyindən, bu inteqrallar Koşinin baş mənasında mövcuddur. (9) şərtlərinin və (2) sərhəd şərtlərinin köməyilə alınır ki, $\alpha_s(x_1)\neq 0, \quad s=0,1;$ müsbət indeksli Hölder sinfindən olub, $\alpha(x_1)\in C^{(1)}[a_1,b_1], \qquad \alpha(a_1)=\alpha(b_1)=0$ şərtləri ödənildikdə (1)-(2) məsləsinin Fredholm tipli olması təmin olunur.

Daha dəqiq desək aşağıdakı teorem doğrudur:

Teorem 1. *Əgər $D=D_1\cup D_2$ x_2 istiqamətində qabarıq məhdud müstəvi oblast $\Gamma=\Gamma_1\cup\Gamma_2$ – sərhəddi isə Lyapunov xətti olub, $f_s(x), \quad x\in D_s \quad s=1,2;$ olduqda kəsilməz funksiyalar, (2) xətti asılı olmayan sərhəd şərtlərinin bütün verilənləri kəsilməz olduqda, $\alpha_s(x_1)\neq 0, \quad s=0,1;$ müsbət indeksli Hölder sinfindən olub, $\alpha(x_1)\in C^{(1)}[a_1,b_1], \ \alpha(a_1)=\alpha(b_1)=0$ şərtləri ödənilərsə, onda (1)-(2) məsələsi Fredholm tiplidir.*

Bu fəslin ikinci paraqrafında paraleloqram ilə düzbucaqlının birləşməsində qarışıq tip birinci tərtib bircins tənlik üçün aşağıdakı kimi sərhəd məsələsinə baxılır:

$$\frac{\partial u_s(x)}{\partial x_2}+i\sqrt{(-1)^s}\,\frac{\partial u_s(x)}{\partial x_1}=0,\ x=(x_1,x_2)\in D_s,\ s=1,2; \qquad (10)$$

$$\alpha_{k,-1}^{(1)}(t)u_1(t+1,-1)+\alpha_{k,0}^{(1)}(t)u_1(t,0)+$$

$$+\alpha_{k,0}^{(2)}(t)u_2(t,0)+\alpha_{k,1}^{(2)}(t)u_2(t,1)=\alpha_k(t),\ k=1,2;\ t\in[-1,1], \qquad (11)$$

$$\beta_{11}(t)u_1(-t,t-1)+\beta_{12}(t)u_1(2-t,t-1)=\beta_1(t),\ t\in[0,1], \qquad (12)$$

$$\beta_{11}(t)u_2(-1,t-1)+\beta_{12}(t)u_2(1,t-1)=\beta_1(t),\ t\in[1,2], \qquad (13)$$

burada $i=\sqrt{-1}$, xətti asılı olmayan (11) şərtlərinin və (12), (13) şərtlərinin verilənləri (əmsalları və sağ tərəfləri) kəsilməz funksiyalardır. Məlumdur ki, (10)-da $s=2$ Koşi-Riman tənliyinin fundamental həlli

$$U_2(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{x_2-\xi_2+i\left(x_1-\xi_i\right)},$$

$s=1$ olduqda (10) tənliyinin fundamental həlli (x_2 – istiqamətində)

$$U_1\left(x-\xi\right)=\theta\left(x_2-\xi_2\right)\delta\left(x_1-\xi_1+x_2-\xi_2\right),$$

funksiyalarıdır. Burada $\theta(t)$ – Hevisaydın vahid funksiyası, $\delta(t)$ isə Dirakın "delta" funksiyasıdır.

Bu fundamental həllərdən (ikinci Qrin formulunun alınmasında olduğu kimi) və (10) tənliklərindən istifadə etməklə aşağıdakı əsas münasibətlər alınır:

$$-\int_0^2 u_1(t,-1)\theta(-1-\xi_2)\delta(t-\xi_1-1-\xi_2)dt+$$

$$+\int_{-1}^{1} u_1(t,0)\theta(-\xi_2)\delta(t-\xi_1-\xi_2)dt=\begin{cases} u_1(\xi), & \xi\in D_1,\\ \frac{1}{2}u_1(\xi), & \xi\in\partial D_1,\end{cases}$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}\frac{u_2(t,0)}{-\xi_2+i(t-\xi_1)}dt+\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}\frac{u_2(t,1)}{1-\xi_2+i(t-\xi_1)}dt-$$

$$-\frac{i}{2\pi}\int_0^1\frac{u_2(-1,t)}{t-\xi_2+i(-1-\xi_1)}dt+\frac{i}{2\pi}\int_0^1\frac{u_2(1,t)}{t-\xi_2+i(1-\xi_1)}dt=$$

$$=\begin{cases} u_2(\xi), & \xi\in D_2,\\ \frac{1}{2}u_2(\xi), & \xi\in\partial D_2,\end{cases}$$

Alınan əsas münasibətlərin ikinci hissələri (sərhəddə aid olan hissələr) zəruri şərtlərdir. Əsas münasibətlərdən istifadə olunaraq aşağıdakı bərabərliklər tapılır:

$$u_1(\xi)=u_1(\xi_1+\xi_2,0),\quad \xi\in D,$$

$$u_1(\tau,-1)=u_1(\tau-1,0), \quad \tau\in[0,2],$$

$$u_1\left(2(k-1)-\tau,\tau-1\right)=u_1\left((-1)^k,0\right)=const, \quad \tau\in[0,1],\ k=1,2$$

$$u_2(\tau,k)=\frac{(-1)^k i}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{u_2(t,k)}{t-\tau}dt+\ldots \quad \tau\in[-1,1],\ \ k=0,1;$$

$$u_2\left((-1)^k,\tau\right)=\frac{(-1)^k i}{\pi}\int_{0}^{1}\frac{u_2\left((-1)^k,t\right)}{t-\tau}dt+\ldots,\ \tau\in[0,1], \quad k=0,1;$$

Elliptik hissədən alınan zəruri şərtlərdə, yəni axırıncı iki bərabərlikdə artıq sinqulyarlıqlar ayrılmışdır. Ümumi vəziyyətə tabe olmayan olmayan bu sinqulyarlıqlar xüsusi üsulla requlyarlaşdırılır.

Tutaq ki,

$$\Delta(\tau)=\begin{vmatrix}\Delta_{11}(\tau) & \Delta_{12}(\tau) & \Delta_{13}(\tau)\\ \Delta_{21}(\tau) & \Delta_{22}(\tau) & \Delta_{23}(\tau)\\ \Delta_{31}(\tau) & \Delta_{32}(\tau) & \Delta_{33}(\tau)\end{vmatrix}$$

burada

$$\Delta_{k1}(\tau)=\alpha_{k,-1}^{(1)}(\tau)+\alpha_{k,0}^{(1)}(\tau),\ k=1,2;\ \Delta_{kj}(\tau)=\alpha_{kj-2}^{(2)}(\tau),\ k=1,2;\ j=2,3;$$

$$\Delta_{3j}(\tau)=(-1)^j\alpha_{1,j-2}^{(2)}(\tau)\left[\alpha_{2,0}^{(1)}(\tau)+\alpha_{2,-1}^{(1)}(\tau)\right]-\alpha_{2,j-2}^{(2)}(\tau)\left[\alpha_{1,0}^{(1)}(\tau)+\alpha_{1,-1}^{(1)}(\tau)\right],$$
$$j=2,3;\ \Delta_{31}(\tau)=0\,.$$

Teorem 2. *Tutaq ki, (10) tənliyində $i=\sqrt{-1}$, (11)-(13) sərhəd şərtlərinin bütün verilənləri kəsilməz funksiyalardır. Əgər*

$$\alpha_k(t)\in C^{(1)}[-1,1],\alpha_k(-1)=\alpha_k(1)=0,k=1,2,\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=-1}^{0}\alpha_{j,k}^{(1)}(t)=0,$$

$$\alpha_{k,0}^{(1)}(t)+\alpha_{k,-1}^{(1)}\in H^{(\mu)}[-1,1],\mu\in(0,1),\beta_1(t)\in C^{(1)}[1,2],$$

$\beta_1(1)=\beta_1(2)=0$ *olarsa və* $\beta_{11}(t)$ *və* $\beta_{12}(t)$ $t\in[1,2]$ *müsbət indeksli Hölder sinfindən olduqda və*

$$\Delta(\tau)=\begin{vmatrix}\Delta_{11}(\tau) & \Delta_{12}(\tau) & \Delta_{13}(\tau)\\ \Delta_{21}(\tau) & \Delta_{22}(\tau) & \Delta_{23}(\tau)\\ \Delta_{31}(\tau) & \Delta_{32}(\tau) & \Delta_{33}(\tau)\end{vmatrix}\neq 0,$$

$$\Delta_1(\tau)=\begin{vmatrix}\beta_1(\tau+1) & \beta_2(\tau+1)\\ -\beta_1(\tau+1) & \beta_2(\tau+1)\end{vmatrix}=2\beta_1(\tau+1)\beta_2(\tau+1)\neq 0,\ \tau\in[0,1],$$

şərtləri ödənilərsə, onda (10)-(13) məsələsi Fredholm tiplidir.

I fəslin üçüncü paraqrafı Trikomi tənliyi üçün qeyri-lokal və qlobal hədli sərhəd şərtli məsələnin həllinin araşdırılmasına həsr olunmuşdur. Aşağıdakı məsələyə baxaq:

$$x_2\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_2^2}=0\ \ x=(x_1,x_2)\in D\subset R^2, \tag{14}$$

$$\sum_{k=1}^{2}\left\{\sum_{j=1}^{2}\alpha_{ij}^{(k)}(x_1)\frac{\partial u(x)}{\partial x_j}\bigg|_{x_2=\gamma_k(x_1)}+\alpha_{i0}^{(k)}(x_1)u(x)\bigg|_{x_2=\gamma_k(x_1)}+\right.$$

$$+\sum_{j=1}^{2}\int_{a_1}^{b_1}K_{ij}^{(k)}(x_1,t_1)\frac{\partial u(t)}{\partial t_j}\bigg|_{t_2=\gamma_k(t_1)}dt_1+$$

$$\left.+\int_{a_1}^{b_1}K_{i0}(x_1,t_1)u(t)\big|_{t_2=\gamma_k(t_1)}dt_1\right\}=\alpha_i(x_1),\ x_1\in[a_1,b_1],\ i=1,2, \tag{15}$$

burada D oblastı x_2 istiqamətində qabarıq, $\Gamma=\partial D$ sərhəddi Lyapunov xətti olmaqla (15) xətti asılı olmayan sərhəd şərtlərinin verilənləri kəsilməz funksiyalardır. Proyeksiyalamada sərhəddin bölündüyü hissələrin tənlikləri $x_2=\gamma_k(x_1)$, $k=1,2$; $x_1\in[a_1,b_1]$, dir, $\gamma_1(x_1)<\gamma_2(x_1)$. Bu paraqrafda Trikomi tənliyinin

$$U(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\ln\sqrt{(x_1-\xi_1)^2+\frac{4}{9}(x_2-\xi_2)^3},$$

fundamental həllinin və ikinci Qrin formulunun köməyi ilə alınan birinci əsas münasibətdən

$$u(\xi_1,\gamma_1(\xi_1))=\frac{1}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\gamma_1(x_1)\gamma_1^{'}(x_1)u(x_1,\gamma_1(x_1))\times$$

$$\times\frac{1}{1+\frac{4}{9}\gamma_1^{'3}(\sigma_1)(x_1-\xi_1)}\cdot\frac{dx_1}{x_1-\xi_1}+\ldots,$$

$$u(\xi_1,\gamma_2(\xi_1))=-\frac{1}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\gamma_2(x_1)\gamma_2^{'}(x_1)u(x_1,\gamma_2(x_1))\times$$

$$\times\frac{1}{1+\frac{4}{9}\gamma_2^{'3}(\sigma_2)(x_1-\xi_1)}\cdot\frac{dx_1}{x_1-\xi_1}+\ldots,$$

kimi zəruri şərtləri alınır. Sonra isə fundamental həllin törəməsinin köməyi ilə alınan əsas münasibətlərdən aşağıdakı kimi zəruri şərtlər alınır.

$$\left.\frac{\partial u(\xi)}{\partial\xi_p}\right|_{\xi_2=\gamma_q(\xi_1)}=\frac{-(-1)^p}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\gamma_q(x_1)\left.\frac{\partial u(x)}{\partial x_p}\right|_{x_2=\gamma_q(x_1)}\times$$

$$\times\frac{\gamma_q'(x_1)}{(x_1-\xi_1)+\frac{4}{9}\gamma_q'^{3}(\sigma_1)(x_1-\xi_1)^2}dx_1-$$

$$-\frac{1}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\left.\frac{\partial u(x)}{\partial x_{3-p}}\right|_{x_2=\gamma_q(x_1)}\frac{1}{(x_1-\xi_1)+\frac{4}{9}\gamma_q'^{3}(\sigma_1)(x_1-\xi_1)^2}dx_1+\ldots,\ p,q=1,2,$$

Bu paraqrafda həmçinin müəyyən şərtlər daxilində (14)-(15) məsələsinin fredholmluğu isbat olunmuşdur.

Birinci fəslin axırıncı dördüncü paraqrafında aşağıdakı kimi sərhəd məsələsinə baxılmışdır:

$$\frac{\partial u_1(x)}{\partial x_2}+\frac{\partial u_1(x)}{\partial x_1}=0,\ x_1<0,\ x_2\in(0,1), \tag{16}$$

$$\frac{\partial u_2(x)}{\partial x_2}+i\,\frac{\partial u_2(x)}{\partial x_1}=0,\ x_1>0,\ x_2\in(0,1), \tag{17}$$

$$u_1(x_1,1)+\alpha_1 u_1(x_1,0)=\varphi_1(x_1),\ x_1\le 0, \tag{18}$$

$$u_2(x_1,1)+\alpha_2 u_2(x_1,0)=\varphi_2(x_1),\ x_1\ge 0, \tag{19}$$

$$u_1(0,x_2)=u_2(0,x_2),\ x_2\in[0,1], \tag{20}$$

$$u_1(-\infty,x_2)+\alpha_0 u_2(\infty,x_2)=\varphi_0(x_2),\ x_2\in[0,1], \tag{21}$$

burada

$$i=\sqrt{-1},\ \ D_1=\{(x_1,x_2):x_1<0,x_2\in(0,1)\},$$
$$D_2=\{(x_1,x_2):x_1>0,x_2\in(0,1)\},$$

$\alpha_k,\ k=\overline{0,2}$ – verilmiş sabit ədədlər, $\varphi_1(x_1)$, $\varphi_2(x_1)$ və $\varphi_0(x_1)$ isə verilmiş kəsilməz funksiyalardır (uyğun olaraq $x_1\le 0$, $x_1\ge 0$ və $x_2\in[0,1]$ olduqda). Bu paraqrafda (16) və (17) tənliklərinin x_2 istiqamətində

$$U_1(x-\xi)=\theta(x_2-\xi_2)\delta(x_1-\xi_1-(x_2-\xi_2)),$$
$$x_1,\xi_1<0;\ x_2,\xi_2\in(0,1),$$
$$U_2(x-\xi)=\theta(x_2-\xi_2)\delta(x_1-\xi_1-i(x_2-\xi_2)),$$
$$x_1,\xi_1>0;\ x_2,\xi_2\in(0,1),$$

fundamental həllərindən istifadə edilərək (16)-(21) məsələsi üçün əsas münasibətlər alınmışdır, belə ki, $\theta(t)$ – Hevisaydın vahid funksiyası, $\delta(t)$ isə Dirakın delta funksiyasıdır. Əsas münasibətlərin köməyilə zəruri şərtlər tapılmış və həmin şərtlərdəki sinqulyarlıqlar requlyarlaşdırılmışdır.

Dissertasiya işinin *ikinci fəsli* Koşi-Riman tənliyinin saf və qarışıq törəmələrindən alınan üçüncü tərtib birgə tip tənliklər üçün qeyri-lokal və qlobal həddə malik sərhəd şərtli məsələlərin həllərinin araşdırılır.

“Koşi-Rimanın ikinci tərtib saf törəməsindən alınan üçüncü tərtib birgə tip tənlik üçün qeyri-lokal və qlobal sərhəd şərtli məsələnin həllinin araşdırılması” adlanan birinci paraqrafda aşağıdakı kimi məsələyə baxılır:

$$\frac{\partial^3 u(x)}{\partial x_2^3} + i\frac{\partial^3 u(x)}{\partial x_1 \partial x_2^2} = 0, \quad x \in D \subset R^2, \tag{22}$$

$$\sum_{s=1}^{2} \sum_{\substack{p+q\le 2\\ p<2}} \alpha_{kpq}^{(s)}(x_1) \left.\frac{\partial^p \partial^q u(x)}{\partial x_1^p \partial x_2^q}\right|_{x_2=\gamma_s(x_1)} +$$

$$+\sum_{s=1}^{2} \sum_{\substack{p+q\le 2\\ p<2}} \int_{a_1}^{b_1} \left[\left(K_{kpq}^{(s)}(x_1,t) \left.\frac{\partial^p \partial^q u(y)}{\partial y_1^p \partial y_2^q}\right|_{\substack{y_1=t\\ y_2=\gamma_s(t)}} dt = \alpha_k(x_1)\right.\right.$$

$$p,q = 1,2,\ k = \overline{1,3};\ x_1 \in [a_1,b_1], \tag{23}$$

belə ki xətti asılı olmayan (23) sərhəd şərtlərinin verilənləri (əmsalları, sağ tərəfləri və inteqralların nüvələri) kəsilməz funksiyalardır. Baxdığımız (22) tənliyinin fundamental həllindən

$$U(x-\xi) = \frac{1}{2\pi}\left[x_2 - \xi_2 + i(x_1 - \xi_1)\right]\left\{\ln\left[x_2 - \xi_2 + i(x_1 - \xi_1)\right] - 1\right\}$$

istifadə edərək ikincin Qrin düsturu və onun analoqunun köməyi ilə

$$u(\xi),\ \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_1},\ \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_2},\ \frac{\partial^2 u(\xi)}{\partial \xi_2^2}\ \text{və}\ \frac{\partial^2 u(\xi)}{\partial \xi_1 \partial \xi_2}.$$

funksiyaları üçün əsas münasibətlər və bu münasibətlərdən zəruri şərtlər aşağıdakı şəkildə alınmış olar.

$$\left.\frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_p}\right|_{\xi_2=\gamma_q(\xi_1)} = \frac{(-i)^{p-1}(-1)^q}{\pi} \int_{a_1}^{b_1} \left.\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}\right|_{x_2=\gamma_q(x_1)} \frac{dx_1}{x_1 - \xi_1} + \dots,$$

$$p,q = 1,2, \tag{24}$$

$$\left.\frac{\partial^2 u(\xi)}{\partial \xi_p \partial \xi_2}\right|_{\xi_2=\gamma_q(\xi_1)} = \frac{(-i)^{p-1}(-1)^q}{\pi} \int_{a_1}^{b_1} \left.\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_2^2}\right|_{x_2=\gamma_q(x_1)} \frac{dx_1}{x_1 - \xi_1} + \dots,$$

$$p,q = 1,2, \tag{25}$$

burada (...) ilə sinqulyar olmayan hədlərin cəmi işarə edilmişdir.

Yuxarıda verdiyimiz (24), (25) zəruri şərtlərində olan sinqulyarlıqlar (23) sərhəd şərtlərindən istifadə etməklə requlyarlaşdırılır. Qeyd edək ki, $u(\xi)$-nin sərhəd qiymətləri üçün alınmış zəruri şərtlərdə sinqulyarlıq yoxdur.

Beləliklə aşağıdakı hökmün doğruluğunu alırıq.

Teorem 3. *Əgər D oblastı x_2 istiqamətində qabarıq məhdud müstəvi oblast, $\Gamma = \partial D$ sərhəddi Lyapunov xəttidirsə və xətti asılı olmayan (23) sərhəd şərtlərinin bütün verilənləri kəsilməz funksiyalardırsa, onda alınan requlyar ifadələr və (23) sərhəd şərtləri*

$$u(\xi), \ \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_1}, \ \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_2}, \ \frac{\partial^2 u(\xi)}{\partial \xi_2^2} \ \text{\textit{və}} \ \frac{\partial^2 u(\xi)}{\partial \xi_1 \partial \xi_2},$$

funksiyalarının sərhəd qiymətləri üçün nüvələrində sinqulyarlıq olmayan 10 tənlikdən ibarət ikinci növ fredholm tipli inteqral tənliklər sisteminə gətirilir.

Bu parqrafda həmçinin teoremdə söylənilən inteqral tənliklər sisteminin normal hala gətirilməsi üçün kafi şərt tapılır.

Bu fəslin ikinci paraqrafında Koşi-Riman tənliyinin qarışıq törəməsindən alınan üçüncü tərtib birgə tip tənlik üçün qeyri-lokal və qlobal hədli sərhəd şərtləri daxilində məsələnin həlli araşdırılmışdır.

Burada aşağıdakı kimi sərhəd məsələsinə baxılır:

$$\frac{\partial^3 u(x)}{\partial x_1 \partial x_2^2} + i\frac{\partial^3 u(x)}{\partial x_1^2 \partial x_2} = f(x),, \quad x \in D \subset R^2, \tag{26}$$

$$\sum_{s=1}^{2}\left[\alpha_k^{(s)}(x_1)\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_1 \partial x_2} + \alpha_{k,1}^{(s)}(x_1)\frac{\partial u(x)}{\partial x_1} + \alpha_{k,2}^{(s)}(x_1)\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}\times\right.$$

$$\left.\times\,\alpha_{k,0}^{(s)}(x_1)u(x)\right]_{x_2=\gamma_s(x_1)} + \sum_{s=1}^{2}\int_{a_1}^{b_1}\left[\beta_k^{(s)}(x_1,t)\frac{\partial^2 u(t,y_2)}{\partial t \partial y_2}+\right.$$

$$+\,\beta_{k,1}^{(s)}(x_1,t)\frac{\partial u(t,y_2)}{\partial t} + \beta_{k,2}^{(s)}(x_1,t)\frac{\partial u(t,y_2)}{\partial y_2}+$$

$$\left.+\,\beta_{k,0}^{(s)}(x_1,t)u(t,y_2)\right]_{y_2=\gamma_s(t)}dt + \int_D\left[K(x,y)\frac{\partial^2 u(y)}{\partial y_1 \partial y_2} + K_1(x_1,y)\frac{\partial u(y)}{\partial y_1}+\right.$$

$$+K_2(x_1,y)\frac{\partial u(y)}{\partial y_2}+K_0(x_1,y)u(y)]dy=\alpha_k(x_1).\ k=\overline{1,3};\ x_1\in[a_1,b_1], \quad (27)$$

burada $D - x_2$ istiqamətində qabarıq olan məhdud müstəvi oblast, $\Gamma=\partial D$ sərhəddi isə Lyapunov xəttidir. Xətti asılı olmayan (27) sərhəd şərtlərinin bütün verilənləri (əmsallar, sağ tərəflər və inteqralların nüvələri) kəsilməz funksiyalardır.

Birinci paraqrafda olduğu kimi, burada da (26) birgə tip tənliyin fundamental həllindən istifadə edərək

$$u(\xi),\quad \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_1},\quad \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_2},\ \frac{\partial^2 u(\xi)}{\partial \xi_1 \partial \xi_2},$$

funksiyaları üçün əsas münasibətlər alınır. Bu əsas münasibətlərdən zəruri şərtlər alınır. Sinqulyarlıq saxlayan bu zəruri şərtlərin saflaşdırılmış şəkilləri aşağıda verilmişdir.

$$u(\xi_1,\gamma_1(\xi_1))=\frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{u(x_1,\gamma_1(x_1))}{x_1-\xi_1}dx_1+\ldots, \qquad (28)$$

$$u(\xi_1,\gamma_2(\xi_1))=-\frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{u(x_1,\gamma_2(x_1))}{x_1-\xi_1}dx_1+\ldots, \qquad (29)$$

$$\left.\frac{\partial^2 u(\xi)}{\partial \xi_1 \partial \xi_2}\right|_{\xi_2=\gamma_1(\xi_1)}=\frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\left.\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_1 \partial x_2}\right|_{x_2=\gamma_1(x_1)}\frac{dx_1}{x_1-\xi_1}+\ldots, \qquad (30)$$

$$\left.\frac{\partial^2 u(\xi)}{\partial \xi_1 \partial \xi_2}\right|_{\xi_2=\gamma_2(\xi_1)}=-\frac{i}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\left.\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_1 \partial x_2}\right|_{x_2=\gamma_2(x_1)}\frac{dx_1}{x_1-\xi_1}+\ldots, \qquad (31)$$

Teorem 4. *Əgər $D - x_2$ istiqamətində qabarıq, məhdud müstəvi oblast, $\Gamma=\partial D$ sərhəddi Lyapunov xətti olmaqla, $f(x)$ kəsilməz funksiyadırsa, onda (26) tənliyinin D-də təyin olunmuş ixtiyari həlli (28)-(31) sinqulyar zəruri şərtlərini və $\frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_1}$, $\frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_2}$-nin sərhəd qiymətləri üçün sinqulyar olmayan şərtləri ödəyir.*

Burada alınan sinqulyarlıqlar (27) sərhəd şərtlərinin köməyi ilə requlyarlaşdırıldıqdan sonra (26), (27) sərhəd məsələsinin fredholmluğu üçün kafi şərtlər alınır.

“Qarışıq və birgə tip tənlik üçün sərhəd məsələsinin həllinin araşdırılması” adlanan üçüncü fəsil altı paraqrafdan ibarət olub, aşağıdakı məsələyə baxılmışdır.

$$\frac{\partial^3 u_s(x)}{\partial x_1 \partial x_2^2} + i^s \frac{\partial^3 u_s(x)}{\partial x_1^2 \partial x_2} = 0,\ x \in D \subset R^2,\ s = 1{,}2; \tag{32}$$

$$\sum_{m=1}^{2} \sum_{0 \le p+q \le 2} \left\{ \alpha_{k,p,q}^{(m)}(x_1) \left. \frac{\partial^{p+q} u_m(x)}{\partial x_1^p \partial x_2^q} \right|_{x_2=\gamma_m(x_1)} + \right.$$

$$\left. + \beta_{k,p,q}^{(m)}(x_1) \left. \frac{\partial^{p+q} u_m(x)}{\partial x_1^p \partial x_2^q} \right|_{x_2=0} \right\} = \alpha_k(x_1)\ k = \overline{1,6};\ x_1 \in [a_1, b_1], \tag{33}$$

burada $i = \sqrt{-1}$, xətti asılı olmayan (33) şərtlərinin bütün verilənləri (əmsalları və sağ tərəfləri), kəsilməz funksiyalar,

$$D_1 = \{x;\ x_1 \in (a_1, b_1),\ x_2 \in (\gamma_1(x_1), 0)\},\ D_2 = \{x;\ x_1 \in (a_1, b_1),$$

$x_2 \in (0, \gamma_2(x_1),)\}$ məhdud oblastları x_2 istiqamətində qabarıq olub, $\gamma_m(a_1) = \gamma_m(b_1) = 0, \quad m = 1{,}2; \quad \gamma_1(x_1) < 0, \quad \gamma_2(x_1) > 0, \quad x_1 \in (a_1, b_1),$ $\overline{D} = \overline{D_1} \cup \overline{D_2}$ oblastının sərhəddi olan $\overline{\Gamma} = \overline{\Gamma_1} \cup \overline{\Gamma_2}$ əyrisi isə Lyapunov xəttidir.

Verilmiş (32) tənliyinin

$$U_1(x-\xi) = \frac{i}{2\pi}[x_2 - \xi_2 + i(x_1 - \xi_1)]\{\ln[x_2 - \xi_2 + i(x_1 - \xi_1)] - 1\}$$

və

$$U_2(x-\xi) = \int_{x_1-\xi_1}^{\frac{1}{2}[x_2-\xi_2+x_1-\xi_1]} \theta(t)\theta(x_2 - \xi_2 + x_1 - \xi_1 - t)\,dt$$

fundamental həllərindən istifadə etməklə

$$u_1(\xi),\ \frac{\partial u_1(\xi)}{\partial \xi_1},\ \frac{\partial u_1(\xi)}{\partial \xi_2},\ \frac{\partial^2 u_1(\xi)}{\partial \xi_1 \partial \xi_2},\ \frac{\partial^2 u_1(\xi)}{\partial \xi_1^2},\ \frac{\partial^2 u_1(\xi)}{\partial \xi_2^2},$$

$$u_2(\xi),\ \frac{\partial u_2(\xi)}{\partial \xi_1},\ \frac{\partial u_2(\xi)}{\partial \xi_2},\ \frac{\partial^2 u_2(\xi)}{\partial \xi_1 \partial \xi_2},\ \frac{\partial^2 u_2(\xi)}{\partial \xi_1^2},\ \frac{\partial^2 u_2(\xi)}{\partial \xi_2^2},$$

funksiyaları üçün əsas münasibətlər və həmin münasibətlərin köməyi ilə zəruri şərtlər alınmışdır. Bu hal üçün alınmış zəruri şərtlər ayrı-ayrılıqda elliptik və hiperbolik hissələr üçün araşdırılmışdır. Elliptik hissəyə uyğun olan zəruri şərtlərdəki sinqulyarlıqlar requlyarlaşdırıldıqdan sonra onlar hiperbolik hissə üçün alınmış requlyar zəruri şərtlər və verilmiş sərhəd şərtləri ilə birlikdə qoyulmuş (32), (33) sərhəd məsələsinin fredholmluğu üçün kafi şərtləri müəyyən edir. Bu fəsildə isbat olunur ki, əgər $D = D_1 \cup D_2$ müstəvi oblastı məhdud olub, x_2 istiqamətində qabarıqdırsa, $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ – sərhəddi Lyapunov xəttidirsə, xətti asılı olmayan (33) sərhəd şərtlərinin bütün verilənləri kəsilməz funksiyalardırsa, onda qoyulmuş (32), (33) sərhəd məsələsinin həlli üçün analitik ifadə $u_1(x)$ və $u_2(x)$ üçün təyin olunan əsas münasibətlərdən alınır.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi sərhəd şərtlərində qeyri-lokal və qlobal hədlər iştirak edən qarışıq və birgə tip bəzi xüsusi törəməli tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakılardan ibarətdir:

1. Birinci tərtib qarışıq tip tənlik və Trikomi tənliyi üçün qeyri-lokal və qlobal həddə malik sərhəd şərtli məsələlərin həlləri araşdırılmışdır. Hər bir tənliyin ixtiyari həllini və onun törəmələrini sərhəd qiymətləri ilə ifadə edən əsas münasibətlər qurulmuş və əsas münasibətlərin içərisindən zəruri şərtlər seçilmişdir. Zəruri şərtlərdəki sinqulyar ifadələr requlyarlaşdırılmışdır.

2. Koşi-Riman tənliyinin ikinci tərtib saf törəməsindən və qarışıq törəməsindən alınan üçüncü tərtib birgə tip tənliklər üçün qeyri-lokal və qlobal sərhəd şərtli məsələlərin həlləri araşdırılmşıdır. Əsas münasibətlər və zəruri şərtlər çıxarılmış, bu şərtlərdəki sinqulyarlıqlar requlyarlaşdırılmışdır.

3. Həm qarışıq, həm də birgə tipə məxsus olan üçüncü tərtib xüsusi törəməli tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli məsələnin həlli araşdırılmışdır.

4. Qoyulmuş sərhəd məsələlərinin fredholmluğu üçün kafi şərtlər alınmışdır.

Dissertasiyanın əsas müddəaları müəllifin aşağıdakı əsərlərində əks olunmuşdur:

1. Əliyev, N.Ə., İbrahimov, N.S., Niftullayeva, Ş.A., Qarışıq tip tənlik üçün qeyri-lokal və qlobal hədli bir sərhəd məsələsinin həllinin araşdırılması // – Lənkəran: Elmi Xəbərlər, Təbiyyat elmləri seriyası, Lənkəran Dövlət Universiteti, – 2016. – s.3-13.
2. Əliyev, N.Ə., İbrahimov, N.S., Niftullayeva, Ş.A. Paraleloqram ilə düzbucaqlının birləşməsində qarışıq tip tənlik üçün bir sərhəd məsələsi // – Bakı: Azərbaycan Texniki Universiteti, Texnika elmləri, Elmi Əsərlər, – 2017. №4, – s. 99-107.
3. Niftullayeva, Ş.A. Birgə tip tənlik üçün ümumi xətti sərhəd şərti daxilində məsələnin həllinin araşdırılması // Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 94-cü ildönümünə həsr olunmuş "Təbiət və humanitar elm sahələrinin inkişafı problemləri" mövzusunda Respublika Elmi Konfransının Materialları, – Lənkəran: – 5 – 6 may, – 2017, – s.38
4. İbrahimov, N.S., Niftullayeva, Sh.A. Investigation of the problem for the mixed type equation with general linear boundary conditions // XXIX International Conference Problems Of Decision Making Under Uncertainties (PDMU-2017), Abstracts, – Mukachevo, Ukraine: – 10 – 13 May, – 2017, – pp.52.
5. Niftullayeva, Ş.A. Üçüncü tərtib birgə tip tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtləri daxilində məsələnin fredholmluğu // Sumqayıt Dövlət Universitetinin 55 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyatın nəzəri və tətbiqi problemləri" mövzusunda Beynəlxalq elmi konfransın materialları, – Sumqayıt, SDU: – 25 – 26 may, – 2017, – s.107-108.
6. Aliyev, N.A., Ibrahimov, N.S., Niftullayeva, Sh.A. Investigation of the boundary problem for the composite type equation with boundary condition involving non-local and global terms // Киевский Национальный Университет Имени Тараса Шевченка, – 2017, Вып. №1, – с. 27-34.
7. Niftullayeva, Ş.A. Üçüncü tərtib birgə tip tənlik üçün zəruri şərtlərin alınması // "Müasirləşən Azərbaycan: Yeni yüksəliş mərhələsi" mövzusunda keçirilən gənc tədqiqatçıların Respublika

Elmi Konfransının Materialları, – Lənkəran: – 17 oktyabr, – 2017, – s.5.
8. Niftullayeva, Ş.A., Qarışıq və birgə tip tənlik üçün sərhəd məsələsi // “Müasir dünyada inteqrasiya və elmin aktual problemləri” mövzusunda keçirilən Respublika Elmi Konfransının Materialları, – Lənkəran: – 22 – 23 dekabr, – 2017, – s.18.
9. Aliyev, N.A., Niftullayeva, Sh.A. Trikomi tənliyi üçün məhdud müstəvi oblastda qeyri-lokal və qlobal hədli sərhəd şərtləri daxilində məsələnin həllinin araşdırılması // – Bakı: Bakı Dövlət Universitetinin Xəbərləri, Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, – 2018. №2, – s.101-109.
10. Niftullayeva, Ş.A. Trikomi tənliyi üçün yuxarı müstəvidə yerləşən məhdud müstəvi oblastda qeyri-lokal və qlobal hədli sərhəd məsələsinin həlli // International Conference on Sustainable Development And Actual Problems Of Humanitarian Sciences dedicated to the 95th anniversary of the National Leader Haydar Aliyev, Program, – Baku, Azerbaijan: –14 – 15 May, – 2018. – s 639-640.
11. Aliyev, N.A., Ibrahimov, N.S., Niftullayeva, Sh.A. On a boundary problem for the composite type equation in the bounded plane domain // XXXI International Conference Problems Of Decision Making Under Uncertainties – (PDMU-2018), Abstracts, – Lankaran-Baku: – 03 – 08 July, – 2018. – pp.100-101.
12. Əliyev, N.Ə., İbrahimov, N.S., Niftullayeva, Ş.A. Birgə tip tənlik üçün qeyri-lokal və qlobal hədli sərhəd şərtləri daxilində məsələnin fredholmluğunun təyini // – Lənkəran: Lənkəran Dövlət Universitetinin Elmi Xəbərləri, Təbiət elmləri seriyası, –2018. №2, – s.51-59.
13. Əliyev, N.Ə., Niftullayeva, Ş.A. Kvadratda birgə tip üçüncü tərtib tənliklə əlaqədar olan zəruri şərtlərin alınması // “İnteqrasiya mühitində Azərbaycan elminin qarşısında duran vəzifələr” mövzusunda gənc tədqiqatçıların (magistrant və doktorant) Respublika Elmi Konfransı, – Lənkəran: – 21 dekabr, 2018, – s.25-26.
14. Əliyev, N.Ə., Niftullayeva, Ş.A. Məhdud müstəvi oblastda qarışıq tip tənlik üçün ümumi xətti sərhəd şərti daxilində məsələnin həlli //

Prof. N.Ə.Əliyevin 80 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat elminin inkişafının yeni mərhələsi" mövzusunda Universitet elmi konfransının materialları, – Lənkəran, LDU: – 28 dekabr 2018, – s.29-30.

15. Niftullayeva, Ş.A., İbrahimov, N.S., Əliyev, N.Ə. Qarışıq və birgə tip tənlik üçün sərhəd məsələsinin həllinin araşdırılması // –Baku: Journal of Baku Engineering University, Mathematics and computer science An International journal, – 2018. №2, –s.78-84.
16. Niftullayeva, Ş.A. Birgə tip tənlik üçün zəruri şərtlər // Ümummilli Lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş "Tədris prosesində elmi innovasiyaların tətbiqi yolları" mövzusunda Respublika elmi-praktik konfransının materialları, – Lənkəran, LDU: – 07 – 08 may, – 2019, – s. 63-64.
17. Niftullayeva, Ş.A. Zolaqda qarışıq tip tənlik üçün zəruri şərtlər // "Müasir təlim texnologiyalarının tətbiq olunmasının təhsilin keyfiyyətinə təsiri" mövzusunda gənc tədqiqatçıların Respublika elmi-praktik konfransının materialları, – Lənkəran, LDU: – 24 dekabr, – 2019, – s.49-50.
18. Niftullayeva, Sh.A. Boundary value problem for the composite type equation with nonlocal boundary conditions on a plane semi-band // XXXVI International Conference Problems Of Decision Making Under Uncertainties (PDMU-2021), Abstracts, Skhidnytsia, Kyiv, Ukraine: – 11 – 14 May, – 2021, – pp. 76-77.
19. Niftullayeva, Sh.A. Necessary conditions for solutions for the mixed type equations // Вісник Київського Національного Університету Імені Тараса Шевченка, Серія Фізико-Математичні Науки, – 2021. №2, – pp.103-108.
20. Niftullayeva, Sh.A. Necessary conditions belonging to mixed type equations in the strip and the solution of this problem // Вестник Воронежского государственного университета, Серия: Физика, математика, – Воронеж, – 2021. №4, – pp.103-114.

Dissertasiyanın müdafiəsi **11 fevral 2025-ci** il tarixində saat **12^{00}**-da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, Z. Xəlilov küçəsi, 23.

Dissertasiya ilə Bakı Dövlət Universitetinin Elmi kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Avtoreferatın elektron versiyası Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat "27" dekabr 2024-cü il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 18.12.2024
Kağızın formatı: 60×84 $^{1/16}$
Həcm: 38 726
Tiraj: 100